Présentation d'un résultat sous la forme $X = \bar{X} \pm \Delta X$:

Chiffres significatifs

Ce document propose une synthèse des principaux résultats de l'étude de M. René Moreau[1]*, concernant la présentation d'un résultat expérimental.*

Dans un premier temps, cette synthèse est présentée, accompagnée de quelques remarques et commentaires sur ses implications immédiates.

La deuxième partie de ce document est un prolongement direct de l'application systématique des règles proposées par M. Moreau. Ce qui permet d'établir une table indiquant pour la plupart des situations, le(s) chiffre(s) significatif(s) à retenir pour la présentation d'une incertitude absolue, tout en respectant les règles édictées.

La troisième partie propose finalement un jeu de règles à appliquer, permettant de présenter un résultat expérimental rapidement à l'aide de la table pré-établie et satisfaisant aux conclusions de M. Moreau.

I. Présentation d'un résultat expérimental.

D'après l'étude de M. René Moreau, on peut dégager les règles suivantes à appliquer afin de présenter correctement un résultat expérimental sous la forme $X = \bar{X} \pm \Delta X$:

1. La suppression d'un chiffre significatif sur l'incertitude absolue ΔX et l'arrondi correspondant ne doit pas entraîner de variation de ΔX supérieure à **4 %**.
2. La suppression d'un chiffre significatif sur la valeur moyenne $\bar{X}$ et l'arrondi correspondant ne doit pas entraîner de variation de $\bar{X}$ supérieure à **0,2** ΔX.
3. On conserve pour $\bar{X}$ les chiffres significatifs qui interviennent dans ΔX.

On peut relever quelques implications directes de ces règles :

- La règle 1/ implique que l'incertitude absolue ΔX sera exprimée au maximum avec deux chiffres significatifs.
- L'incertitude absolue ΔX peut comporter deux chiffres significatifs si la suppression du deuxième chiffre significatif entraîne une variation de ΔX supérieure à **4 %**.
- L'incertitude absolue ΔX est arrondie à la valeur la plus proche, et non à la valeur par excès.
- Le nombre de chiffres significatifs à retenir n'est pas nécessairement imposé par l'incertitude absolue ΔX, mais peut être lié à la règle d'arrondi sur la valeur moyenne $\bar{X}$.

[1] René Moreau. Mesures, erreurs et incertitudes en physique-chimie. *La pluridisciplinarité dans les enseignements scientifiques – Tome 2 : La place de l'expérience. Actes de l'université d'été, du 9 au 13 juillet 2001, Cachan.* *http://eduscol.education.fr/D0126/uescience_moreau2.pdf*

II. Application systématique de ces règles : constitution d'une table.

A. Conséquence de la règle 1/ :

La table présentée en annexe 1 (sans lecture des remarques "*") indique les suppressions de chiffres significatifs et les arrondis possibles portant sur l'incertitude absolue $\Delta\mathbf{X}$ en appliquant la règle 1/ seule.

B. Application de la règle 2/ :

Dans une grande majorité de situations, après traitement des données expérimentales, on peut proposer un premier résultat brut sous la forme :

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \times \mathbf{10^n} + \mathbf{a} \times \mathbf{10^{n-2}} \\ \Delta\mathbf{X} = \mathbf{b} \times \mathbf{10^{n-2}} \\ \mathbf{a} \in \mathbb{N} \ \ / \ \ \mathbf{10} \leq \mathbf{a} \leq \mathbf{99} \\ \mathbf{b} \in \mathbb{N} \ \ / \ \ \mathbf{10} \leq \mathbf{b} \leq \mathbf{99} \\ \mathbf{A} \in \mathbb{N} \end{cases}$$

Ainsi la sélection du nombre de chiffres significatifs corrects, peut entraîner soit la suppression du chiffre des unités de a et b, soit l'arrondi de l'incertitude absolue à 1×10^n, si $b \geq 97$.

1. Suppression éventuelle du chiffre des unités de a et de b :

Dans ce cas, la suppression éventuelle d'un chiffre significatif sur la valeur moyenne, entraîne au maximum un arrondi de :

$$\mathbf{5} \times \mathbf{10^{n-2}}$$

ainsi la règle 2/ est satisfaite à coup sûr si : $\mathbf{5} \times \mathbf{10^{n-2}} \leq \mathbf{0{,}2} \times \mathbf{b} \times \mathbf{10^{n-2}}$

soit : $\mathbf{b} \geq \mathbf{25}$

Dès lors on peut remarquer que pour $96 \geq b \geq 25$, le choix du nombre de chiffres significatifs peut être effectué en appliquant la règle 1/ sur l'incertitude absolue, puis en alignant la présentation de la valeur moyenne retenue selon la règle 3/.

Ainsi seuls deux cas portant sur $b \leq 96$ empêchent le choix systématique des chiffres significatifs par la seule considération de l'incertitude absolue : b = 10 et b = 20.

- <u>Cas b = 10 :</u>

Si b = 10 alors l'arrondi portant sur la valeur moyenne : $\begin{cases} \mathbf{a'} \times \mathbf{10^{n-2}} \\ \mathbf{a'} \in \mathbb{N} \ \ / \ \ \mathbf{0} \leq \mathbf{a'} \leq \mathbf{5} \end{cases}$

satisfait la règle 2/ si et seulement si : $\mathbf{a'} \times \mathbf{10^{n-2}} \leq \mathbf{0{,}2} \times \mathbf{10} \times \mathbf{10^{n-2}}$ soit $\mathbf{a'} \leq \mathbf{2}$

- <u>Cas b = 20 :</u>

Si b = 20 alors l'arrondi portant sur la valeur moyenne : $\begin{cases} \mathbf{a'} \times \mathbf{10^{n-2}} \\ \mathbf{a'} \in \mathbb{N} \ \ / \ \ \mathbf{0} \leq \mathbf{a'} \leq \mathbf{5} \end{cases}$

satisfait la règle 2/ si et seulement si : $\mathbf{a' \times 10^{n-2} \leq 0{,}2 \times 20 \times 10^{n-2}}$ soit $\mathbf{a' \leq 4}$

2. Situation où b ≥ 97 :

Dans ce cas, l'arrondi de l'incertitude absolue à 1×10^{n}, entraîne un arrondi portant sur la valeur moyenne

$$\begin{cases} \mathbf{a' \times 10^{n-2}} \\ \mathbf{a' \in \mathbb{N} \;\; / \;\; 0 \leq a' \leq 50} \end{cases}$$

qui satisfait la règle 2/ si et seulement si : $\mathbf{a' \times 10^{n-2} \leq 0{,}2 \times b \times 10^{n-2}}$ soit $\mathbf{a' \leq 19}$

III. Présentation d'un résultat expérimental à l'aide de la table créée :

D'un point de vue pédagogique, on peut proposer d'utiliser l'ensemble des règles suivantes :

1. L'incertitude absolue $\mathbf{\Delta X}$ est exprimée au maximum avec deux chiffres significatifs.
2. La suppression d'un chiffre significatif sur l'incertitude absolue $\mathbf{\Delta X}$ et l'arrondi correspondant ne doit pas entraîner de variation de $\mathbf{\Delta X}$ supérieure à **4 %.**
3. La suppression d'un chiffre significatif sur la valeur moyenne $\mathbf{\bar{X}}$ et l'arrondi correspondant ne doit pas entraîner de variation de $\mathbf{\bar{X}}$ supérieure à **0,2** $\mathbf{\Delta X}$.
4. L'incertitude absolue $\mathbf{\Delta X}$ est arrondie à la valeur la plus proche.
5. On conserve pour $\mathbf{\bar{X}}$ les chiffres significatifs qui interviennent dans $\mathbf{\Delta X}$.

La table annexe (avec lecture des remarques "*") présente les arrondis à retenir afin de satisfaire aux règles 2/, 3/ et 4/ ci-dessus. Son utilisation peut alors être proposée comme substitut pédagogique à l'application de ces règles.

Ainsi on peut proposer le jeu de règles suivant, plus simple, pragmatique et immédiat :

1. L'incertitude absolue $\mathbf{\Delta X}$ est exprimée au maximum avec deux chiffres significatifs.
2. L'utilisation de la table annexe permet de sélectionner les chiffres significatifs et arrondis à retenir afin de présenter l'incertitude absolue.
3. On conserve pour $\mathbf{\bar{X}}$ les chiffres significatifs qui interviennent dans $\mathbf{\Delta X}$.

Quelques exemples d'application sont présentés en annexe 2.

Annexe 1 : Chiffres significatifs à conserver pour la présentation d'une incertitude absolue et arrondis correspondants

Si les deux premiers chiffres significatifs de l'incertitude absolue sont *a priori* …	… alors l'incertitude absolue doit être présentée en retenant comme chiffre(s) significatif(s)	Si les deux premiers chiffres significatifs de l'incertitude absolue sont *a priori* …	… alors l'incertitude absolue doit être présentée en retenant comme chiffre(s) significatif(s)
10	1(0) *	55	55
11	11	56	56
12	12	57	57
13	13	58	6(0)
14	14	59	6(0)
15	15	60	6(0)
16	16	61	6(0)
17	17	62	6(0)
18	18	63	63
19	19	64	64
20	2(0) **	65	65
21	21	66	66
22	22	67	67
23	23	68	7(0)
24	24	69	7(0)
25	25	70	7(0)
26	26	71	7(0)
27	27	72	7(0)
28	28	73	73
29	3(0)	74	74
30	3(0)	75	75
31	3(0)	76	76
32	32	77	8(0)
33	33	78	8(0)
34	34	79	8(0)
35	35	80	8(0)
36	36	81	8(0)
37	37	82	8(0)
38	38	83	8(0)
39	4(0)	84	84
40	4(0)	85	85
41	4(0)	86	86
42	42	87	9(0)
43	43	88	9(0)
44	44	89	9(0)
45	45	90	9(0)
46	46	91	9(0)
47	47	92	9(0)
48	48	93	9(0)
49	5(0)	94	94
50	5(0)	95	95
51	5(0)	96	96
52	5(0)	(0)97	1(00) ***
53	53	(0)98	1(00) ***
54	54	(0)99	1(00) ***

* Si cela n'entraîne pas d'arrondi sur la valeur moyenne supérieur à (0)2. Dans le cas contraire, il faut conserver 10. Pour s'en assurer il peut être nécessaire de travailler transitoirement avec un chiffre supplémentaire et vérifier alors que cela n'entraîne pas d'arrondi supérieur à (0)2(0).

** Si cela n'entraîne pas d'arrondi sur la valeur moyenne supérieur à (0)4. Dans le cas contraire, il faut conserver 20. Pour s'en assurer il peut être nécessaire de travailler transitoirement avec un chiffre supplémentaire.

*** Si cela n'entraîne pas d'arrondi sur la valeur moyenne supérieur à (0)19. Dans le cas contraire, il faut conserver 10(0).

Annexe 2 : Exemples d'application

Résultat brut	Après application des règles	Commentaires
1,056 ± 0,012	1,056 ± 0,012	Cas classique. L'arrondi 1,06 ± 0,01ne satisfait pas la règle 2/ (modification trop importante de la précision du résultat).
1,056 ± 0,052	1,06 ± 0,05	Cas classique. On peut remarquer l'arrondi de l'incertitude absolue à la valeur la plus proche (règle 4/).
119 ± 10	$1{,}2 \times 10^{2} \pm 1 \times 10^{1}$	Cas classique.
116 ± 10	116 ± 10	L'arrondi $1{,}2 \times 10^{2} \pm 1 \times 10^{1}$ ne satisfait pas la règle 3/ (décentrage trop important de la valeur moyenne).
117 ± 20	$1{,}2 \times 10^{2} \pm 2 \times 10^{1}$	Cas classique.
115 ± 20	115 ± 20	Retirer un chiffre significatif entraînerait un décentrage trop important de la valeur moyenne (règle 3/).
1,012 ± 0,098	1,0 ± 0,1	Cas classique.
1,024 ± 0,098	1,02 ± 0,10	Retirer un chiffre significatif de plus entraînerait un décentrage trop important de la valeur moyenne (règle 3/).
1,02(4) ± 0,10(2)	1,02 ± 0,10	Bien se souvenir de l'arrondi menant au résultat brut. Le résultat 1,0 ± 0,1 entraîne un décentrage effectif de la valeur moyenne de 0,024, supérieur à 0,02, qui ne se voit pas forcément si on travaille sur le résultat brut 1,02 ± 0,10.
1,01(8) ± 0,10(2)	1,0 ± 0,1	Bien se souvenir de l'arrondi menant au résultat brut. Ici le résultat brut est également 1,02 ± 0,10. À mettre en parallèle du cas précédent.
115(,8) ± 20(,2)	116 ± 20	Bien se souvenir de l'arrondi menant au résultat brut.
116(,3) ± 20(,2)	$1{,}2 \times 10^{2} \pm 2 \times 10^{1}$	Bien se souvenir de l'arrondi menant au résultat brut.