

# Communication par CPL, support d'étude des fonctions trigonométriques

## Séminaire programme STi2D

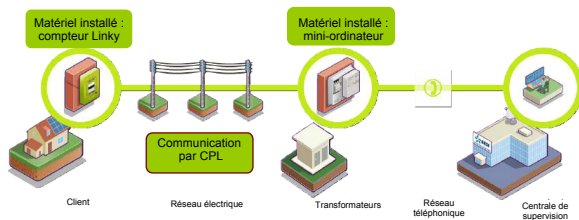
E.Chauvet & S.Faucher

Académie de Montpellier  
Lycée DHUODA - Nîmes

Atelier n° 2 - Lycée Jean Zay - 26 septembre 2012

# Un thème d'actualité

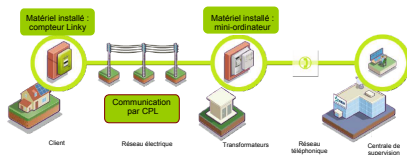
- Les compteurs doivent être communicants d'ici 2020 ;
- 35 millions de compteurs installés à l'horizon 2018.



# Contexte de travail

## Objectifs technologiques

Comment transmettre des informations numériques en utilisant comme support physique les lignes Basses Tensions déjà existantes ?

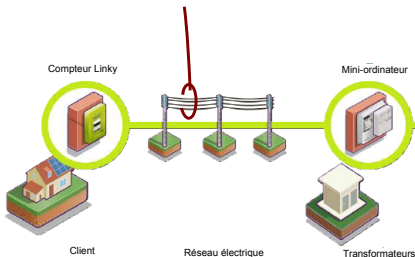


# Communication client/transformateur

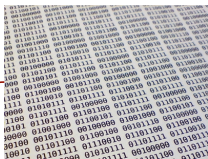
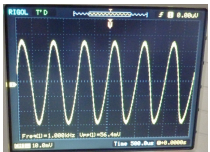
## Objectifs pédagogiques de la séquence

Travail sur les fonctions trigonométriques à travers la superposition :

- du signal secteur de caractéristiques 50 Hz-230V ;
- des signaux portant l'information, de haute fréquence et de très faible amplitude par rapport au signal secteur, entre 3 mV et 3V maximum.

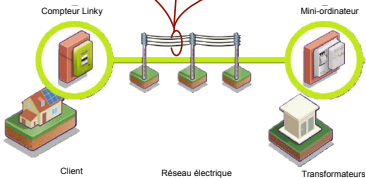


# La circulation des informations



Transmissions numériques :  
bit, octet, binaire, trame, binaire, hexa, ...

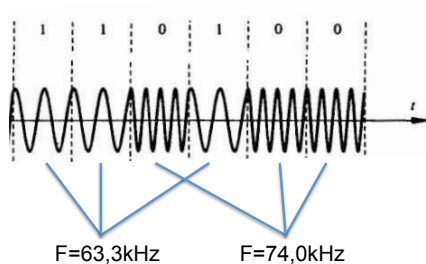
Tension  
électrique



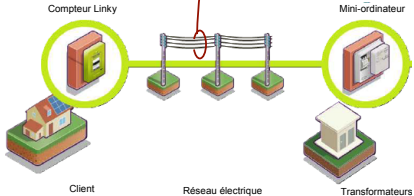
Unités :  
kHz, mV, V,  
μs, bits/s, rad/s

# Codage de l'information

Code binaire transmis



Signal émis

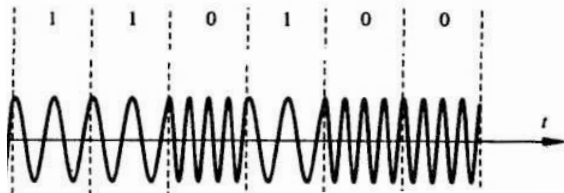


# Signaux portant l'information

## Codage de l'information transmise

Les informations sont transmises sous forme numérique par une suite finie de symboles (bit) codant chacun un 1 logique ou un 0 logique :

- un 1 par un signal sinusoïdal - 63,3 kHz - durée de 416  $\mu\text{s}$
- un 0 par un signal sinusoïdal - 74,0 kHz - durée de 416  $\mu\text{s}$



# Objectif de l'étude

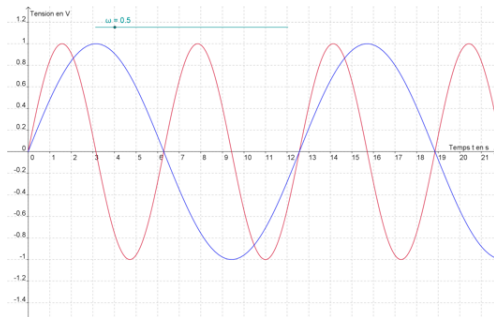
- visualiser les différents signaux en jeu ;
- observer une trame de données ;
- tenter de décoder une trame ;

**Sans oublier...**

... de donner du sens aux objets sur lesquels on travaille !



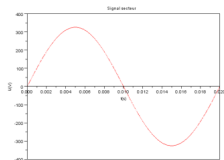
# Appréhender la notion de fréquence et de pulsation en mathématiques



Fichier GeoGebra

# Périodes, fréquences et pulsations en ETC

À partir de la représentation du signal secteur (230V-50Hz) simulé avec SciLab,



Fichier SciLab

on fait les relevés nécessaires pour remplir ce tableau :

	Caractéristiques du signal relevé	Valeurs annoncées	Conformité OUI/NON
Tension Maximale $U_{max}$ (V)			
Tension efficace $U_{eff}$ (V)		$U_{eff}^{Maxi} =$ $U_{eff}^{Mini} =$	
Période T (s)			
Fréquence f (Hz)		$f^{Maxi} =$ $f^{Mini} =$	

# Modélisation des signaux

Une suite de 0 logique est transmise pendant  $\frac{1}{50}$  s.

- Signal secteur de tension efficace **226 V** :

$$k(t) = 226\sqrt{2} \sin(2\pi \times 50t)$$

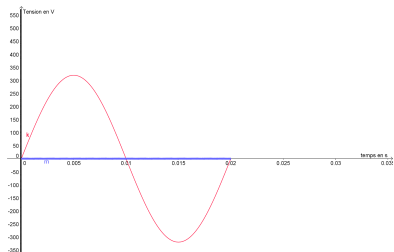
- Signal porteur de l'information de tension efficace **2V** :

$$m(t) = 2\sqrt{2} \sin(2\pi \times 74000t)$$

dont on notera  $T_m$  la période.

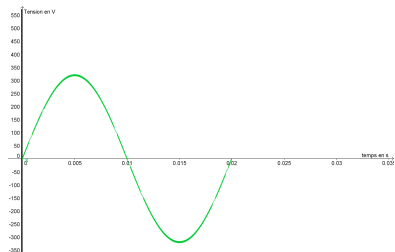
On s'intéresse donc à la visualisation du signal somme  $s$  de ces deux signaux sur l'intervalle de temps  $[0; 0, 02]$ .

# Visualisation du signal somme



Les signaux à sommer

Fichier GeoGebra

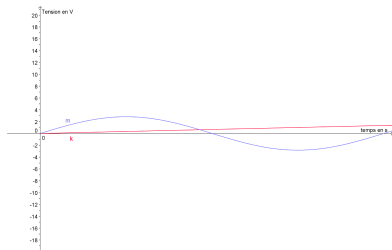


Le signal somme

Fichier GeoGebra

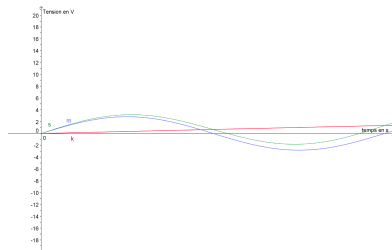
# Zoom sur un période du signal transmis

Sur un période longueur  $T_m$ , par exemple  $[0; T_m]$  :



Les signaux à sommer

Fichier GeoGebra

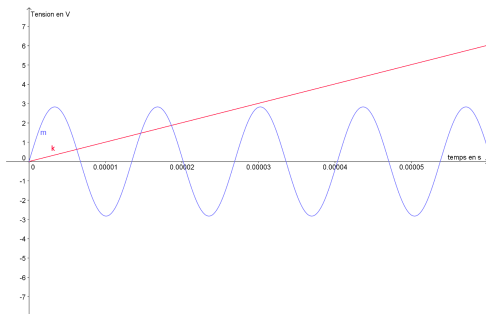


Les signaux et leur somme

Fichier GeoGebra

# Zoom sur plusieurs périodes du signal transmis

Sur l'intervalle  $[0; 4T_m]$  :



Les signaux à sommer

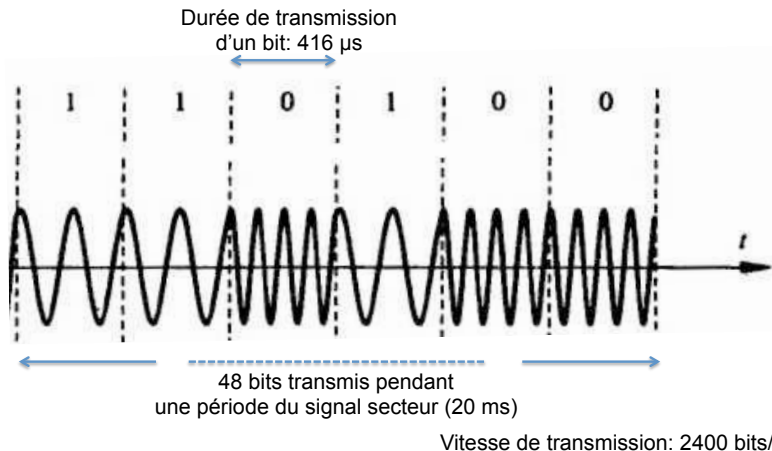
Fichier GeoGebra

## Que faire à ce stade en mathématiques ?

- Demander à l'élève de représenter les signaux en jeu et de réaliser les zooms précédents sur GeoGebra ;
- Faire tracer à la main la superposition des signaux sur des intervalles bien choisis (signal de la forme  $u(x) + \text{constante}$ ) ;
- Élaboration d'un algorithme dont l'objectif est de construire « par morceaux » une représentation graphique du signal somme sur des intervalles de longueurs  $4T_m$ .

# Codage de l'information

Une trame de données est transmise sous forme d'une suite de bits à 0 ou à 1.





# Objectif visé

## Analyse d'une trame transmise

Être capable d'exploiter l'allure réelle de la tension électrique présente sur les fils électrique durant l'échange d'information avec la centrale de supervision.

## Comment faire ?

Exploiter la représentation d'une fonction définie par morceaux.

# Modélisation des signaux

Sur chaque morceau, la fonction  $s$  en jeu est la somme de deux fonctions sinusoïdales :

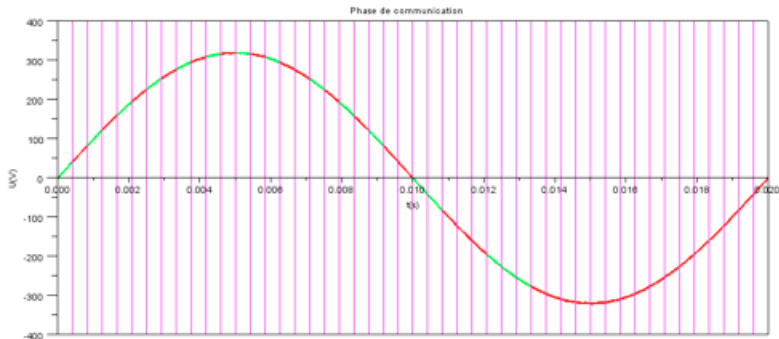
- Signal secteur de tension efficace 226 V :

$$k(t) = 226\sqrt{2} \sin(2\pi \times 50t)$$

- Signal porteur de l'information de tension efficace 2V :

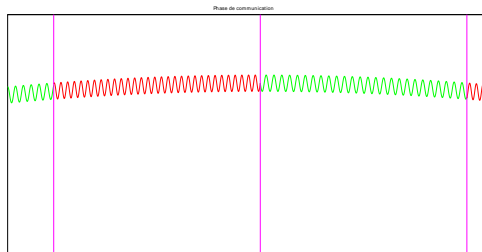
$$\begin{cases} m(t) = 2\sqrt{2} \sin(2\pi \times 74000t) & \text{pour un 0 logique} \\ p(t) = 2\sqrt{2} \sin(2\pi \times 63300t) & \text{pour un 1 logique} \end{cases}$$

# Une simulation de trame



Chaque bande représente un bit transmis durant un intervalle de temps de  $416\mu s$

# Zoom en haut d'une crête

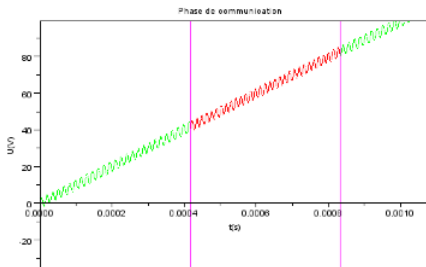


Pour les mathématiques

Fichier SciLab

Au maximum du signal, la superposition des sinusoïdes s'apparente à une opération du type  $u(x) + k$ .

# Zoom en début de trame



Pour les mathématiques

Fichier SciLab

A d'autres instants, la superposition des sinusoïdes s'apparente à une opération du type  $u(x) +$  fonction affine.

# Au fait, pourquoi SciLab ?

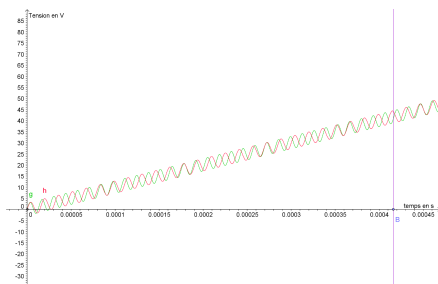
## Un premier argument. . .

Essayez de travailler avec des fonctions sinusoïdales « haute fréquence » et de jouer avec les changements d'échelle sur les axes ou les effets de zoom. . .

Fichier GeoGebra

# Différencier un 0 d'un 1 logique

Fichier GeoGebra

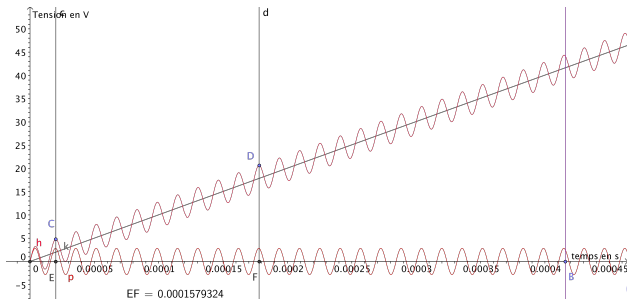


Représentation graphique des fonctions :

- $k + m$  (niveau 0 transmis)
- $k + p$  (niveau 1 transmis)

sur un intervalle de temps de  $416\mu s$ .

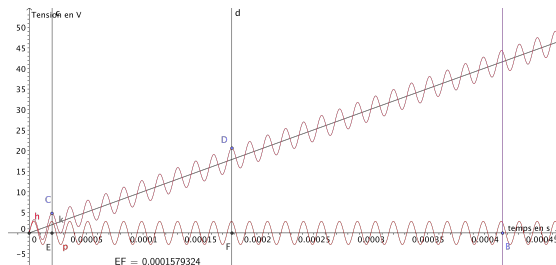
# Décodage expérimental d'une trame



On relève, intervalle de temps par intervalle de temps, la fréquence momentanée du signal transmis, en comptant le nombre de sommets sur cet intervalle.



# Décodage expérimental d'une trame



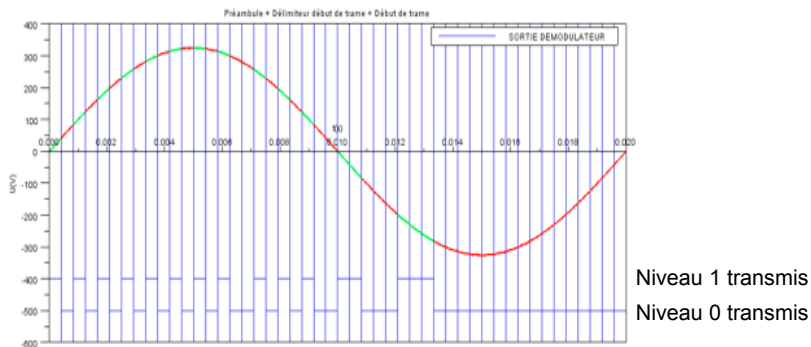
	Caractéristiques du signal relevé	Valeurs annoncées par la société distributrice	Conformité OUI/NON
Période signal rouge (s)	$15,8 \cdot 10^{-6}$		
Fréquence signal rouge (Hz)	$1/(15,8 \cdot 10^{-6}) = 63,3 \cdot 10^3$	63,3 KHz ou 74 KHz	OUI

# Simulation d'une trame avec SciLab

```
1 clf;  
2  
3 i=0;  
4 w=2*%pi*50;  
5 w1=2*%pi*63300;  
6 w2=2*%pi*74000;  
7 xtitle("Préambule + Délimiteur début de trame + Début de trame", "t(s)", "U(V)");  
8  
9  
10 function un  
11 t=linspace(i)/2400, (i+1)/2400, 10000);  
12 U=230*sqrt(2)*sin(w*t)+2*sqrt(2)*sin(w1*t);  
13 plot(t, U, 'g');  
14 plot(t, -400);  
15 endfunction  
16  
17 function zero  
18 t=linspace(i)/2400, (i+1)/2400, 10000);  
19 U=230*sqrt(2)*sin(w*t)+2*sqrt(2)*sin(w2*t);  
20 plot(t, U, 'r');  
21 plot(t, -500);  
22 endfunction
```

On crée deux fonctions `zero` et `un` qui permettent de construire la trame sur une période donnée de  $416\mu s$  et d'afficher un signal en créneau correspondant à la série de bits transmise.

# Décodage d'une trame avec SciLab



Trame :

101010101010101001010100110001110000000000000000

Fichier SciLab