

TYPOGRAPHIE

La composition des mathématiques et de la physique

Voici un extrait du « Lexique des règles typographiques en usage à l'Imprimerie nationale » qui donne les règles essentielles à respecter pour la rédaction de documents du domaine des maths et de la physique. Précisons qu'elles ne sont ni exhaustives... ni faciles à appliquer, notamment avec les logiciels de traitement de texte ou d'édition en ligne, ou même avec les éditeurs d'équations, assez peu maniables. Elles peuvent même différer quelque peu de celles préconisées par le Bureau international des poids et mesures. Mais il est important de les connaître, quitte à les adapter en fonction des besoins et des possibilités.

mots-clés

communication,
normes, postbac,
prébac

Principes d'écriture

Dans les travaux touchant aux sciences mathématiques on emploie souvent des lettres pour représenter des valeurs numériques, localiser des points de l'espace, abrégier des termes employés fréquemment. Pour cela on fait appel à l'alphabet latin (sous toutes ses formes : romain, italique, ronde, anglaise, gothique, gras ou maigre, capitale ou bas de casse) et à l'alphabet grec. Le aleph (\aleph), première lettre de l'alphabet hébraïque, est utilisé dans la théorie des ensembles.

En général, la notation est conventionnelle ou mnémotechnique. Mais les auteurs peuvent choisir une notation personnelle. En ce cas, ils définissent leurs symboles au début du sujet ou au fil du texte.

Alphabet latin

Les lettres majuscules sont toujours composées en romain. Par contre, les lettres minuscules, qui représentent le plus souvent des variables ou inconnues (x, y, z), fonctions (f), constantes littérales (a, b, c, \dots), paramètres entiers (i, j, k, l, m, n , notamment en informatique), sont généralement composées en italique.

Il en est de même, en physique, pour les symboles de grandeurs notés par des lettres minuscules.

Mais elles seront composées en romain sans point final lorsqu'elles constituent des abréviations ou des opérateurs (sin, cos, lim, exp, ln...):

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \sin b \cos a.$$

Quelques constantes usuelles sont représentées par des lettres particulières composées de préférence en romain :

e (base des logarithmes népériens)

i (base des nombres complexes)

et notamment, en physique, les constantes fondamentales (ici, avec leur valeur approchée) :

Nombre d'Avogadro : N ou N_A ou $\mathcal{N} \approx 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$

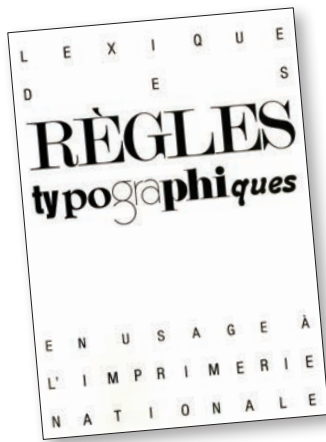
Charge élémentaire de l'électron : $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Gravitation : $G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$

Constante de Boltzmann : $k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

Constante de Stefan-Boltzmann : $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$



Lexique des règles typographiques en usage à l'Imprimerie nationale

Pour savoir comment abrégier les unités ou les noms d'organismes, où placer les capitales dans un titre d'œuvre ou dans un nom de lieu, d'école ou de salon, quand utiliser l'italique, comment composer une bibliographie...

Auteurs : collectif
Éditeur : Imprimerie nationale / Actes Sud
200 pages

Constante de Planck : $h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
 Constante de Planck réduite : $\hbar = h / 2\pi = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
 Constante des gaz parfaits : $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$
 Permittivité du vide : $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$
 Constante de Faraday : $\mathcal{F} = 9,65 \cdot 10^5 \text{ C}$

Des lettres capitales ajourées ou grasses sont employées pour désigner les ensembles de nombres fondamentaux :

C ou **C** ensemble des nombres complexes
D ou **D** ensemble des nombres décimaux
N ou **N** ensemble des nombres entiers naturels
Q ou **Q** ensemble des nombres rationnels
R ou **R** ensemble des nombres réels
Z ou **Z** ensemble des nombres entiers relatifs

Les caractères d'anglaise et de ronde sont utilisés pour éviter les notations semblables dans un même texte.

Par exemple : **P** représentera la pression, \mathcal{P} la probabilité,
C représentera un point, \mathcal{C} une courbe, etc.

Alphabet grec

Seules les lettres capitales qui ne présentent pas de ressemblance avec les capitales latines sont utilisées : Γ , Δ , Θ , Λ , Π , Σ , Φ , Ψ , Ω .

De même, seules les minuscules qui diffèrent du latin sont employées : α , β , γ , δ , ϵ , ζ , η , θ , λ , μ , ν , ξ , π , ρ , σ , τ , φ ou ϕ , χ , ψ , ω et plus rarement le kappa (κ), et le pi dorique ($\var�$).

Attention au risque de confusion – notamment sur manuscrit – entre :

ϵ (epsilon) et \in (signe d'appartenance); ζ (dzêta) et ξ (ksi);
 χ (khi), κ (kappa) et X ou x ; n et η (êta); u , v et ν (nu)¹;
 π (pi bas de casse : constante) et Π (pi capitale : produit);
 ρ (rhô) et p ou P ; θ bas de casse (angle ou température) et Θ capitale;
 ϕ et Φ ; ψ et Ψ ; δ (delta) et ∂ (d de ronde = dérivée partielle).

Exposants et indices

Exposants

En algèbre et en physique ils sont soit littéraux soit numériques et placés en haut et à droite de la lettre ou du chiffre qu'ils affectent :

$$x^2, x', x^n, A^{n-1}.$$

1. En physique, u et v représentent souvent la vitesse ou la valeur instantanée de la tension, tandis que ν (nu) est symbole de la fréquence, de la viscosité cinétique ou le coefficient de Poisson.

Les exposants peuvent être, eux-mêmes, munis d'un exposant ou d'un indice :

$$a^{x^2}, e^{-\frac{x^2}{2}}, e^{\beta_0} \alpha_1^{\beta_1} \dots \alpha_n^{\beta_n}.$$

Littéraux, ils sont toujours italiques, sauf pour les grandes et les petites capitales.

Indices

En algèbre et en physique ils sont placés en bas et à droite de la lettre ou du chiffre qu'ils affectent :

$$t_1, x_0, C_{n-1}, P_A$$

$$(x_i)_{i=1,2,3,\dots}, (x_{ij})_{\substack{i \in \{1,2,\dots,n\} \\ j \in \{1,2,\dots,p\}}}$$

Les indices peuvent être munis, eux-mêmes, d'un exposant ou d'un indice :

$$\alpha_{i_1 i_2 \dots i_n}, S_{\Delta_1} = S_{\Delta'}$$

Ils sont numériques ou littéraux. Dans ce dernier cas, ils sont italiques, sauf lorsqu'ils représentent des abréviations, ou des repères destinés à différencier des grandeurs du même ordre, notamment en physique :

	$V_a = V_r + V_e$ (a = absolue, r = relative, e = estimée).
m_e (masse de l'électron)	q_e (charge de l'électron)
E_c (énergie cinétique)	E_p (énergie potentielle)
I_{max} (intensité maximale)	P_{diss} (puissance dissipée)

Lorsque la lettre en indice est l'abréviation d'un nom propre ou représente un point sur un schéma ou une figure, elle reste en capitale :

$$\mu_B \text{ (magnéton de Bohr)} \quad \omega_D \text{ (pulsation de Debye)}$$

$$V_{E_1} - V_{E_2} \text{ (différence de potentiel entre les bornes d'entrée } E_1 \text{ et } E_2)$$

Composition de l'algèbre

Les copies manuscrites étant souvent peu lisibles, il est bon de savoir que le second terme d'une égalité est un 0 (chiffre) et non un O (lettre), de même qu'on rencontre plutôt le chiffre que la lettre en indice¹ :

$$x^2 + y^2 - 4xy = 0, \quad |x - x_0| < \eta.$$

Dans l'expression des racines, l'indice se place entre les deux branches du radical :

$$\sqrt[10]{a^{15}} = \sqrt[2 \times 5]{a^{3 \times 5}} = \sqrt[2]{\sqrt[5]{(a^3)^5}}.$$

Quand un terme est affecté à la fois d'un indice et d'un exposant, cet indice et cet exposant doivent être alignés l'un sous l'autre :

$$a_3^7, \quad b_x^2.$$

Dans une expression algébrique les produits de facteurs seront composés collés entre eux : chiffres, lettres, indices et exposants. On espacera de 1 mm environ de part et d'autre des signes d'opération :

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$a + b = a \iff b = 0.$$

D'une manière générale, on appliquera, dans les textes utilisant le langage mathématique, les règles d'usage concernant la ponctuation dans un texte français, même lorsqu'ils comportent des formules centrées. Sauf si la ponctuation fait elle-même partie de la formule ou du groupe de lettres et de chiffres en indice, il faut veiller à espacer le signe de ponctuation appartenant au texte de la barre de fraction horizontale de la notation affectée d'un indice (cf. exemples *supra* et *infra*).

La ponctuation qui suit les formules est toujours en romain.

1. Le chiffre 0 est également utilisé entre les crochets définissant des intervalles, ainsi que pour noter le vecteur nul : $]0, +\infty[$, $\vec{0}$. Mais il faut noter par la lettre O le centre du cercle, l'origine des repères cartésiens, le point de rencontre de deux axes : $(O : \vec{i}, \vec{j})$, xOy .

Les parenthèses, les crochets et les accolades ne renfermant que des termes simples doivent être du même corps que ceux-ci :

$$x = p + 1 - [n - (2p + 1)(2p + 2)],$$

mais, dans le cas contraire, ils doivent, de même que les intégrales, être de la hauteur des divers éléments qu'ils réunissent :

$$y = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right] = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \left(\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \right)^2 \right],$$

$$E = \frac{\mu}{4\pi^2\epsilon_0} \iint_{\text{cylindre}} \frac{(r - a \cos \theta) d\theta dZ}{(a^2 + r^2 - 2ar \cos \theta + Z^2)^{3/2}},$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dZ}{(a^2 + r^2 - 2ar \cos \theta + Z^2)^{3/2}},$$

$$\beta_{AB} = - \frac{\mu_0 I}{4\pi(a-x)} \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} \sin \alpha d\alpha.$$

Il doit y avoir autant de parenthèses, crochets ou accolades fermés que de parenthèses, crochets ou accolades ouverts :

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ \sup_{N \leq m \leq n} \left| V(N(m, n)) - \ln \frac{n}{m} \right| \right\} = 0.$$

Le filet d'une racine doit être de la longueur exacte du terme ou des termes qu'il recouvre et ne jamais porter sur la ponctuation qui le suit :

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \quad r = -\frac{R}{2L} \pm j\sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{R^2}{4L^2}}.$$

Les exposants et les indices des signes Σ (somme) et Π (produit) seront centrés au-dessus et au-dessous de ces signes :

$$L = \sum_{j=1}^n x_j.$$

Pour faciliter la lecture, les formules mathématiques seront le plus souvent sorties du texte et centrées dans la justification.

Lorsqu'une formule est longue et doit s'inscrire sur deux lignes, il faut éviter de faire une coupure dans l'intérieur des parenthèses et des crochets; les lignes doublantes doivent toujours commencer par un signe opératoire ou relationnel.

En ce cas, on composera la première ligne appuyée à gauche, la seconde appuyée à droite :

$$\Phi = \Phi_0 + \lambda \frac{(C_1 - C_2)}{2} [(\dot{p}_1 - p_2 \omega)^2 - (\dot{p}_2 + p_1 \omega)^2] \cos 2\omega t \\ - \lambda (C_1 - C_2) (\dot{p}_1 - p_2 \omega) (\dot{p}_2 + p_1 \omega) \sin 2\omega t.$$

Il peut être utile de rappeler que les lettres minuscules peuvent représenter aussi des unités de mesure et que dans ce cas elles doivent rester en romain. On peut rencontrer dans le même texte :

15 g (grammes) et g (accélération de la pesanteur)

25 t (tonnes) et t (température)

l (litre; ex : $10 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$) et l (longueur)¹

m (mètre) et m (masse)

1. Dans certains types de caractères, il n'est pas aisé de distinguer, surtout en exposant et en indice, la lettre l du chiffre 1. Pour éviter la confusion, il est conseillé de choisir un caractère où ces deux signes sont bien distincts (notamment un chiffre avec un « fouet » prononcé : 1) ou d'utiliser la lettre de ronde ℓ.

Notations principales

Les notations mathématiques sont nombreuses et parfois complexes. Même en se bornant à celles employées assez couramment, on obtient une liste longue et délicate à utiliser. Aussi, on distinguera d'abord celles qui affectent des caractères (classés en fonction de leur position), ensuite celles qui marquent une opération ou une relation.

Placées devant

Am	amplitude
arg ou Arg	argument
card	cardinal
cov	covariance
det	déterminant
dim	dimension (codim = codimension)
div	divergence
exp	exponentielle
grad	gradient
Im	image, partie imaginaire
Ker	noyau (Coker = conoyau)
lim	limite (ex. : $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$)
ln ou Log	logarithme népérien
lg ou log	logarithme décimal
mod	modulo
Re	partie réelle
rot	rotationnel
sgn	signum
spec	spectre
tr	trace
sin	sinus
cos	cosinus
tg ou tan	tangente
cotg ou cot	cotangente
arc sin ou arcsin	arc sinus (arc cos, etc.)
sh ou sinh	sinus hyperbolique (ch ou cosh, etc.)
sec	sécante
cosec	cosécante
\complement	complémentaire (ex. : $\complement A$)
∂	dérivée partielle (d est la différentielle)
t ou T	transposée (ex. : $^t M$)
$\sqrt{\quad}$	racine ou radical
\int, \iint	intégrale (ex. : $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx$)
\oint, \oiint	(ex. : $\oint_C \vec{A} \cdot d\vec{l}$; $\oiint_S \vec{a} \cdot d\vec{S}$)
\sum	somme répétée un grand nombre de fois (ex. : $\sum_{i=1}^n x_i$)
\prod	produit répété un grand nombre de fois (ex. : $\prod_{i=1}^n x_i$)
\forall	quantificateur universel (ex. : $\forall x, P$ s'énonce : pour tout élément x , P est vérifié)
\exists	quantificateur existentiel (ex. : $\exists x \in A$ s'énonce : pour au moins un élément $x \dots$)
Δ	laplacien (ex. : Δf)
\square	dalembertien (ex. : $\square_a f$)
∇	nabla ou atled ou del (ex. : $\nabla^2 f$)
\diamond	quad

Placées derrière

$'$ $''$ $'''$	prime, seconde, tierce (ex. : a''')
$^\circ$ $'$ $''$	degré, minute, seconde (angle)
$!$	factorielle (ex. : $n!$, $2!$)
\perp	orthogonal (ex. : F^\perp)
$*$	avec les ensembles de nombres fondamentaux note l'absence du zéro (ex. : \mathbb{R}^* ; φ^* ; M^*)

Placées au-dessus

—	conjugué (ex. : \bar{z})
—	segment (ex. : \overline{AB})
⌒	arc (ex. : \widehat{AB})
→	vecteur (ex. : \overrightarrow{AB})
⌒	curviligne (ex. : \int_{Γ})
^	transformée (ex. : \hat{f})
^	angle (ex. : \widehat{ABC})
·	dérivée première, seconde, etc. (ex. : $\dot{y}, \ddot{y}, \overset{\cdot}{y}$)
~	tilde [ex. : $\tilde{f}(\tilde{x}) = f(x)$]

Placées autour

	valeur absolue (ex. : $ a $)
	norme (ex. : $\ A\ $)
< >	valeur moyenne
{ }	servent à définir des ensembles (ex. : $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$)
[] ou []	intervalles (ex. : $]a, b[, [a, b[,]a, b]$. Bien tenir compte du sens des crochets)

Symboles d'opération et de relation

=	égal à
≠	différent de
~	équivalent à ; isomorphe
≈	approximativement égal à
≅	approximativement égal à (physique) ; isomorphe
∝	semblable à
≅	correspond à (ex. : 1 cm ≅ 10 km, soit 1 cm sur la carte correspond à une distance de 10 km)
<	strictement inférieur à
>	strictement supérieur à
≤	inférieur ou égal à
≥	supérieur ou égal à
≪	très inférieur à
≫	très supérieur à
≡	congru à
//	parallèle à
→	tend vers

↑ ; ↓	tend vers la limite supérieure, vers la limite inférieure
/ ; \	croît ; décroît
+ ; - ; ±	plus ; moins ; plus ou moins
× ou ·	multiplié par (le signe × s'emploie entre les chiffres, le point s'emploie entre les lettres : 4 × 20 ; a · b ou simplement ab)
- / : ÷	divisé par (ex. : $\frac{a}{b}$; a / b ; a : b ; a ÷ b)
∈	appartient à ; est élément de
∉	n'appartient pas à
⊂ ⊆	est inclus dans
⊃	contient
⊄ ⊈ ⊉	n'est pas inclus dans
⊄	ne contient pas
∪ ∪ ∪	réunion ; union (ex. : A ∪ B ; $\bigcup_{i \in I} A_i$)
∩ ∩ ∩	intersection, inter (ex. : A ∩ B ; $\bigcap_{i \in I} A_i$)
\ -	différence d'ensembles (ex. : A \ B)
∧	conjonction (ex. : P ∧ Q s'énonce : P et Q) ou produit vectoriel
∨	disjonction (ex. : P ∨ Q s'énonce : P ou Q ou les deux)
Δ	disjonction exclusive (ex. : P Δ Q s'énonce : soit P ou Q mais pas les deux)
¬	négation (ex. : ¬p s'énonce : négation de p, non p)
⇒	implique, a pour conséquence
⇔	équivalent à
∅	ensemble vide
∅	diamètre
⊕	somme directe
⊗	produit tensoriel
→	fonction (flèche à talon ou à béquillon) [ex. : f' : x ↦ f'(x)]
○	fonction (ex. : g ○ f s'énonce : g rond f)
*	produit de convolution (ex. : f * g s'énonce : f convolu g)
ℜ	relation (ex. : A ℜ B)
∞	infini
...	remplace l'abréviation « etc. » qui n'est pas employée en mathématiques (ex. : x ₁ , x ₂ , ..., x _n)

Cas particulier des matrices

A	set A
$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$	$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}$

Matrice A de format (m, n) : m est le nombre de lignes n est le nombre de colonnes

Matrice carrée avec déterminant : les filets verticaux remplacent les parenthèses

Dans une matrice carrée on aura « n, n » : le nombre de lignes égale le nombre de colonnes (voir ci-contre).

NOTA. – Dans l'énoncé, on écrira : n-ième colonne, m-ième ligne.