iufm
toulouse

Journée d'étude
22 Février 1994
Plans d'expériences
par la
METHODE
TAGUCHI

Unité de Formation
Technologies Industrielles

iufm toulouse CeRF

Réseau National Electrotechnique & Ressources

PETRA II

F 60

L'Ingénierie de la Qualité.

Confrontés à la mise au point des produits dans un marché où la concurrence s'exerce avec férocité, les industriels forgent des outils de plus en plus performants au service d'un concept :

La Qualité.

Parmi ces outils, les plans d'expériences, conduits selon la méthode (*) du Docteur TAGUCHI, constituent pour l'ingénieur un puissant moyen d'intervention sur les systèmes lors des phases de conception des procédés ou pour le réglage des processus en cours de production.

Le thème **"Quality control in automation systems"** a été retenu par la conférence PETRA II et encouragé dans ce cadre par la Communauté Européenne. Ainsi, le Centre de Recherches sur la Formation de l'IUFM de Toulouse (CeRF) et le Réseau National de Ressources pour l'Electrotechnique se sont associés pour proposer une journée d'étude centrée sur l'intérêt didactique que représente la méthode des Plans d'expériences,

le mardi 22 février 1994
IUFM site de Rangueil UF Technologies Industrielles et UF Sciences

Parmi les intervenants.

Jeanne FINE	--> *Professeur d'Université (mathématiques). à l'IUFM de Toulouse Spécialiste des statistiques, elle a enseigné les plans d'expériences dans le DESS de Gestion de production à l'Université de Toulouse II.*
Jean-Paul CHASSAING	---> *Directeur adjoint à l'IUFM de Toulouse. Responsable des publications du Réseau de Ressources en Electrotechnique.*
Jean FILIPPINI	--> *Professeur de génie électrique au Lycée d'Epinal co-auteur de "Asservissements numériques". Membre du Réseau de Ressources en électrotechnique.*
Philippe LADOUX	--> *Maître de conférence en Génie électrique à l'IUFM de Toulouse. Membre du Réseau de Ressources en électrotechnique.*
Pierre MAUREL	--> *Professeur de productique à l'IUFM de Toulouse.*
Léopold SENAC	--> *Professeur de génie électrique à l'IUFM de Toulouse. Membre du Réseau de Ressources en électrotechnique.*
Pierre SOUVAY	--> *Professeur de productique au Lycée Technique d'Epinal et auteur de "La statistique, outil de la qualité".*

(*) Les méthodes de gestion de la qualité développées par Taguchi au Japon et aux Etats Unis à partir des années 80 reposent, d'un point de vue statistique, sur les plans d'expériences. Il s'agit, dans un premier temps, de construire le plan permettant de collecter les données puis de les traiter en utilisant l'analyse de variance. Taguchi propose une utilisation particulière de ces plans en vue d'optimiser les processus de production. Les essais sont réalisés en nombre réduit et tous les facteurs d'essais varient simultanément en suivant des plans préétablis fournis par des tables orthogonales choisies en fonction des objectifs visés.

QUALITY CONTROL IN AUTOMATION SYSTEMS

CONTRÔLE STATISTIQUE DE LA QUALITÉ

PLANS D'EXPÉRIENCES

MÉTHODOLOGIE TAGUCHI

Jeanne Fine
IUFM de Toulouse

Février 1994

EXEMPLE INTRODUCTIF

Une machine produit 5000 billes dont la masse doit être égale à 12.5 g avec des limites de tolérance fixées à 11.5 g et 13.5 g.

A la fin de la journée on contrôle la production.

Pour chaque bille i = 1, 2, ..., 5000 on note « $\mathbf{y_i}$ » la masse en grammes et « $\mathbf{a_i}$ » l'acceptation (oui) ou le rejet (non) par le client.

Tableau des données statistiques

Billes i	y_i	a_i
1	12.0	oui
2	12.2	oui
3	13.1	non
...	...	...
i	11.8	oui
...	...	...
5000	12.9	oui

Les billes sont les *unités statistiques*

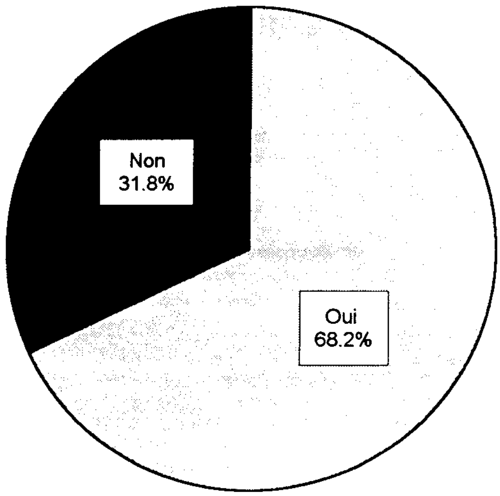
Y est une *variable quantitative* (ou variable réelle)

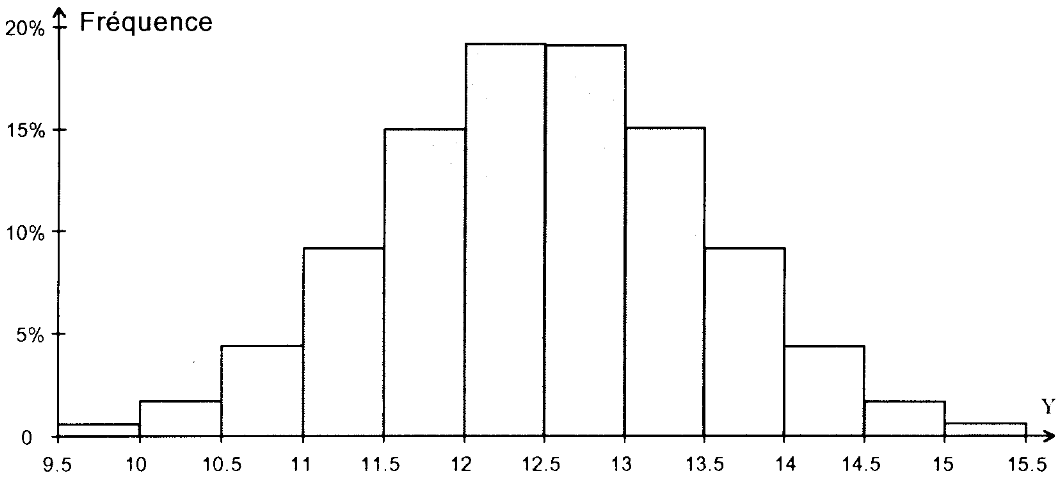
A est une *variable qualitative* (ou variable catégorielle)

Les *distributions d'effectifs et de fréquences* des deux variables (après regroupement des données en classes d'amplitude 0.5 pour le variable réelle Y) sont les suivantes :

Valeurs de A	Effectifs	Fréquences
oui	3410	68.2%
non	1590	31.8%
Ensemble	5000	100%

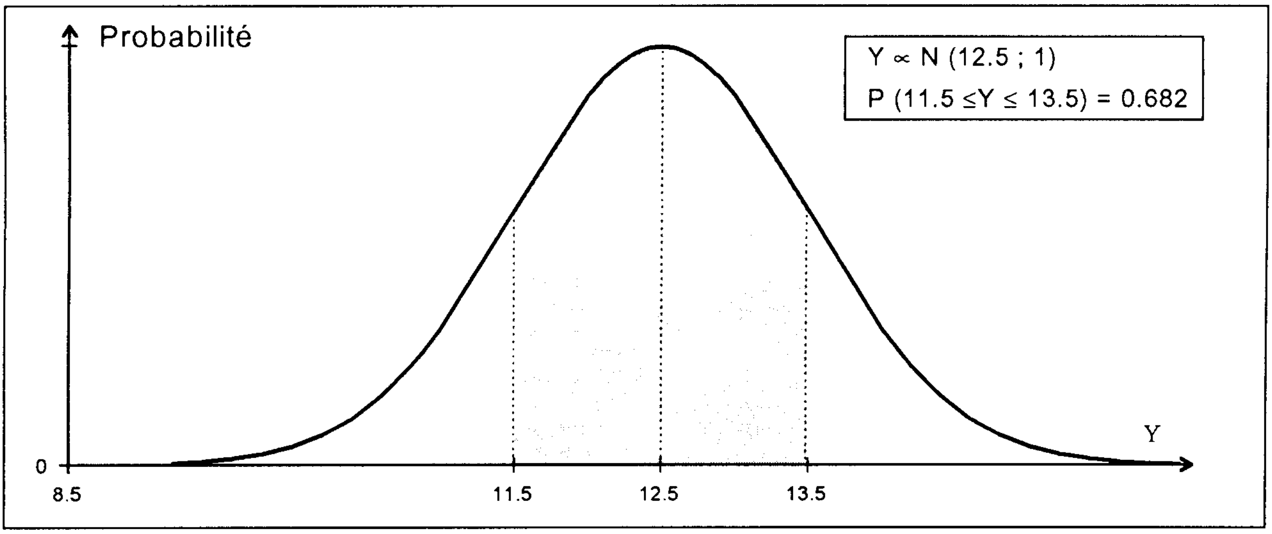
Valeurs de Y	Effectifs	Fréquences
$Y < 10.0$	29	0.6%
$10.0 \leq Y < 10.5$	86	1.7%
$10.5 \leq Y < 11.0$	221	4.4%
$11.0 \leq Y < 11.5$	459	9.2%
$11.5 \leq Y < 12.0$	749	15.0%
$12.0 \leq Y < 12.5$	957	19.1%
$12.5 \leq Y < 13.0$	953	19.1%
$13.0 \leq Y < 13.5$	751	15.0%
$13.5 \leq Y < 14.0$	460	9.2%
$14.0 \leq Y < 14.5$	220	4.4%
$14.5 \leq Y < 15.0$	84	1.7%
$15.0 \leq Y$	31	0.6%
Ensemble	5000	100%





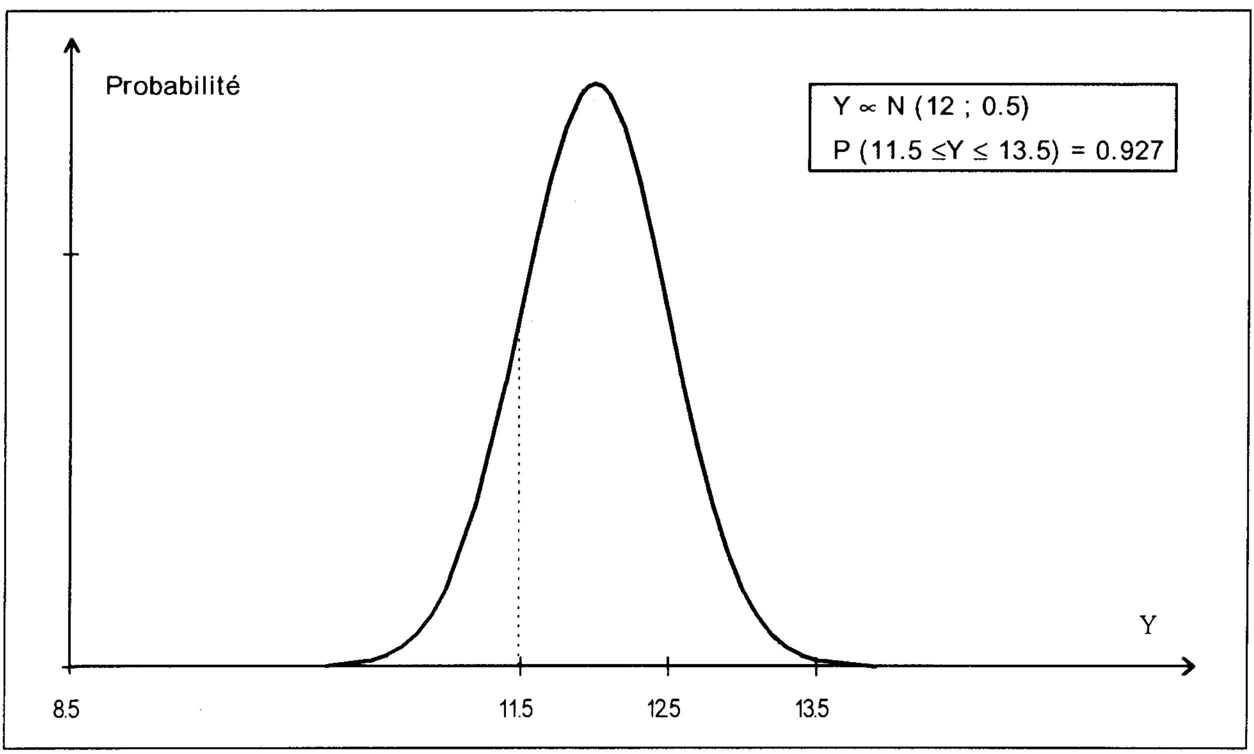
Histogramme des fréquences de la variable Y

Modélisation par une loi $\mathcal{N}$ (12.5 ; 1)



La cible est atteinte en moyenne $E(Y) = 12.5$ mais l'écart-type est trop important : $\sigma(Y) = 1$: fort pourcentage de rejet.

Après réglage de la machine on contrôle la production d'une autre journée et on obtient pour Y une loi $\mathcal{N}$ (12 ; 0.5)



Bien que la cible ne soit plus atteinte en moyenne $E(Y) = 12 \neq 12.5$ les résultats sont meilleurs car l'écart-type a diminué : $\sigma(Y) = 0.5$.

En fait, en notant « a » la cible, l'objectif est alors de minimiser l'erreur Y–a.

Dans ce but on utilise le critère de *l'erreur quadratique moyenne* c-à-d l'espérance mathématique du carré de l'erreur.

Si on pose : $E(Y) = \mu$ et $\sigma(Y) = \sigma$, on a :

$$\boxed{\mathbf{EQM} = \mathbf{E}\left((\mathbf{Y} - \mathbf{a})^2\right) = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{le biais}}}{(\boldsymbol{\mu} - \mathbf{a})^2} + \underset{\substack{\uparrow \\ \text{la variance}}}{\boldsymbol{\sigma}^2}}$$

En fait, en notant « a » la cible, l'objectif est alors de minimiser l'erreur Y–a.

Dans ce but on utilise le critère de *l'erreur quadratique moyenne* c-à-d l'espérance mathématique du carré de l'erreur.

Si on pose : E(Y) = μ et σ (Y) = σ, on a :

$$\boxed{\mathbf{EQM} = \mathbf{E}\left((\mathbf{Y}-\mathbf{a})^2\right) = \underbrace{(\boldsymbol{\mu}-\mathbf{a})^2}_{\text{le biais}} + \underbrace{\boldsymbol{\sigma}^2}_{\text{la variance}}}$$

Après un nouveau réglage on souhaite contrôler la production mais seulement 400 billes sur les 5000 fabriquées ont été contrôlées.

On observe sur cet échantillon : $\overline{y} = 12.2 \quad s = 0.5$

1. Que peut-on dire de la moyenne de la production toute entière ?
2. L'amélioration moyenne observée, 12.2 au lieu de 12, est-elle significative ?

Réponses :

1. $\overline{y}$ et s^2 sont des observations de variables aléatoires, notées $\overline{Y}$ et S^2, vérifiant : $E(\overline{Y}) = \mu$, $V(\overline{Y}) = \dfrac{\sigma^2}{n}$ et $E(S^2) = \sigma^2$.
   De plus $\overline{Y}$ peut être considérée comme une variable aléatoire normale. On a donc : $P\left(-1.96 \le \sqrt{n}\,\dfrac{\overline{X} - \mu}{s} \le 1.96\right) = 0.95$.
   On en déduit *l'estimation de la moyenne μ par intervalle à 95% de confiance* :

$$\left[\overline{y} - 1.96\,\frac{s}{\sqrt{n}} \quad ; \quad \overline{y} + 1.96\,\frac{s}{\sqrt{n}}\right]$$

$$[12.15 \quad ; \quad 12.25]$$

   On conclut que la moyenne μ est comprise entre 12.15 et 12.25 avec une probabilité de se tromper de 5%.

   $\overline{Y}$ et S^2 sont des *estimateurs* de μ et σ^2 respectivement.

2. La moyenne précédente μ était égale à 12.

   La différence entre 12 et 12.2 est donc *significative* ; elle n'est pas uniquement dûe aux *fluctuations d'échantillonnage*, le nouveau réglage a amélioré la qualité de la production.

   On conclut à une différence significative à partir de *tests d'hypothèses*.

Résumé

On a une population d'intérêt (ici la production quotidienne de 5000 billes).

Au lieu de faire porter l'enquête (ici le contrôle) sur toute cette population (ce qui est la définition d'un *recensement*), on fait porter l'enquête sur une sous-population appelée « *échantillon* » (ce qui est la définition du *sondage*).

L'objectif est alors d'inférer à la population tout entière les résultats observés sur l'échantillon (*Statistique Inférentielle*).

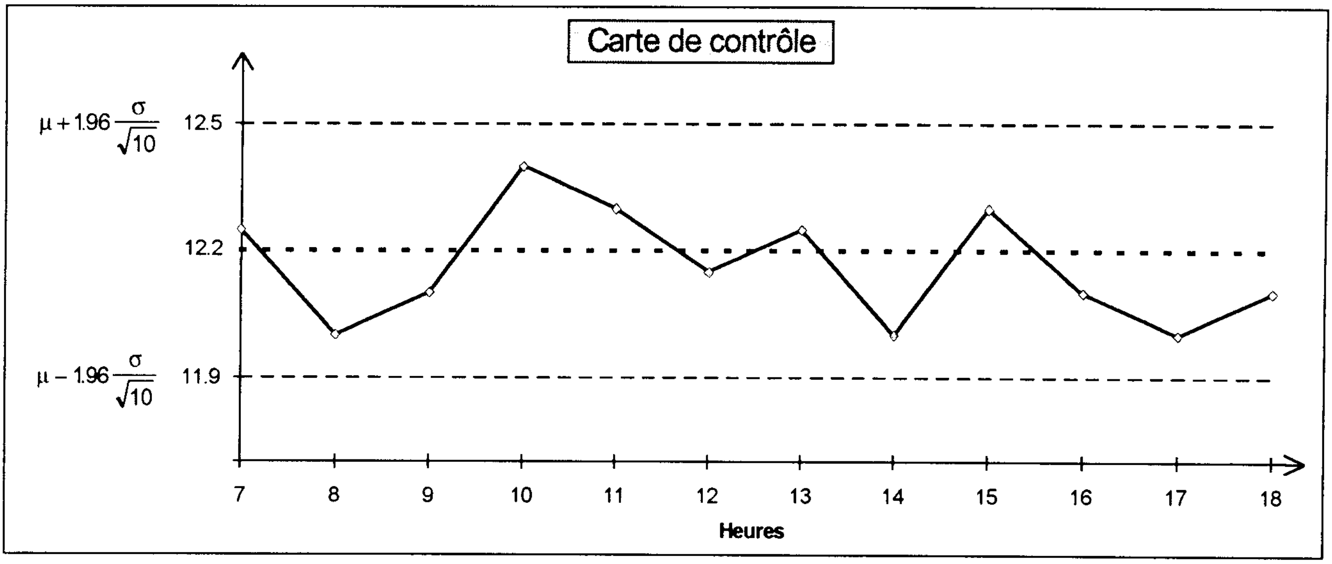
Le sondage est évidemment beaucoup moins coûteux que le recensement et la précision obtenue peut être très bonne.

De plus, la précision ne dépend que de la taille n de l'échantillon et non du taux de sondage $\frac{n}{N}$.

CONTRÔLE STATISTIQUE EN COURS DE FABRICATION (Statistical Process Control)

Le sondage peut être utilisé pendant la processus de production.

On poursuit l'exemple.
A chaque heure d'une nouvelle journée de travail on contrôle un lot de 10 billes et on calcule la moyenne $\overline{y}$ dont on reporte les valeurs sur un graphique.



Si la production est régulière, alors : $Y \propto \mathcal{N}(12.2\,;\,0.5)$ et la moyenne $\overline{Y}$, sur un échantillon de taille 10, vérifie : $\overline{Y} \propto \mathcal{N}(12.2\,;\,\frac{0.5}{\sqrt{10}})$.

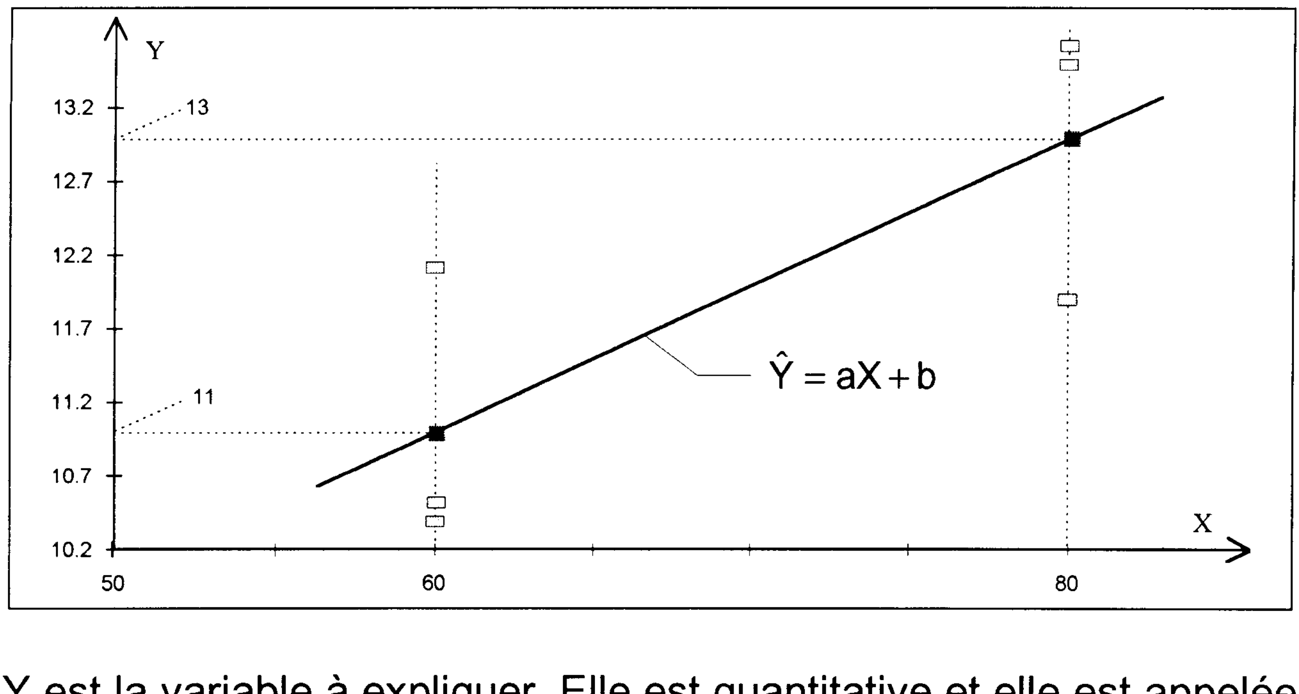
La probabilité qu'une observation sorte des limites proposées est alors de 5%.
Si une telle éventualité se produit on peut conjecturer que la machine est déréglée (avec une probabilité de 5% de se tromper !)

On peut également établir une carte de contrôle pour l'écart-type ou pour tout autre indice statistique.

On souhaiterait améliorer le réglage. On s'aperçoit que la masse Y dépend de la température de chauffe X (exprimée en d° Celsius).

On réalise plusieurs expériences avec des températures différentes.
On obtient les résultats suivants :

X	Y
60	12.1
60	10.5
60	10.4
80	11.9
80	13.5
80	13.6



Y est la variable à expliquer. Elle est quantitative et elle est appelée « *réponse* ».

X est la variable explicative. Elle est, ici, quantitative : on utilise le *modèle de régression linéaire*.

On cherche la droite d'équation $\hat{Y} = aX + b$ la plus proche possible du nuage des 6 points (x_i, y_i) $i = 1, \ldots, 6$ c-à-d rendant minimum la moyenne des carrés des erreurs : $\frac{1}{6}\sum_{i=1}^{6}(y_i - a x_i - b)^2$

On trouve : $a = \frac{COV(X,Y)}{V(X)}$ et $b = \overline{Y} - a\overline{X}$

Ici :

$\overline{X} = 70$ $\overline{Y} = 12$ $V(X) = 100$ $COV(X,Y) = 10$ d'où $a = 0.1$ et $b = 5$

donc $\hat{Y} = 0.1X + 5$

X	Y	$\hat{Y} = 0.1X + 5$	$e = Y - \hat{Y}$
60	12.1	11	1.1
60	10.5	11	-0.5
60	10.4	11	-0.6
80	11.9	13	-1.1
80	13.5	13	0.5
80	13.6	13	0.6

$$\boxed{Y = \overline{Y} + 0.1(X - \overline{X}) + e}$$

Le coefficient 0.1 s'interprète de la façon suivante :
lorsque X augmente de 10 unités, Y augmente de $0.1 \times 10 = 1$ unité.

On peut considérer la température comme variable qualitative A (appelée « *facteur* ») à deux modalités ou « ***niveaux*** » :

– (correspondant à 60) et + (correspondant à 80)

A	Y	Modèle $\hat{Y} = \overline{Y}_k$	V_k	Erreur $e = Y - \hat{Y}$
–	12.1			1.1
–	10.5	$\overline{Y}_1 = 11$	$V_1 = 0.6$	–0.5
–	10.4			–0.6
+	11.9			–1.1
+	13.5	$\overline{Y}_2 = 13$	$V_2 = 0.6$	0.5
+	13.6			0.6

On a alors :

$$\boxed{\overline{Y} = \frac{1}{2}\left(\overline{Y}_1 + \overline{Y}_2\right)} \qquad \boxed{V(Y) = \frac{1}{2}\left[\left(\overline{Y}_1 - \overline{Y}\right)^2 + \left(\overline{Y}_2 - \overline{Y}\right)^2\right] + \frac{1}{2}\left[V_1 + V_2\right]}$$

$$12 = \frac{1}{2}(11+13) \qquad 1.6 = 1 + 0.6$$

$$V(Y) = V(\hat{Y}) + V(e)$$

On conclut à un effet du facteur A lorsque $\overline{Y}_1$ et $\overline{Y}_2$ sont significativement différents, c-à-d lorsque la variance de l'erreur est faible par rapport à la variance de $\hat{Y}$.

On écrit : $$\boxed{\hat{Y} = 12 + \begin{bmatrix}-1 & 1\end{bmatrix} A}$$

c-à-d $\hat{Y} = 11$ si A est au niveau –

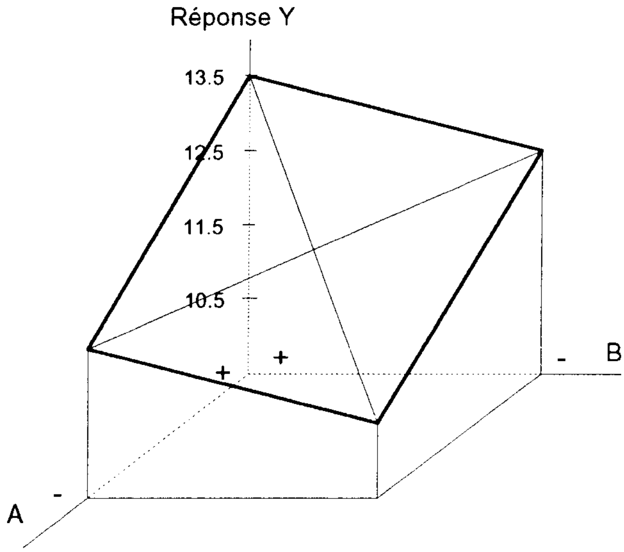
$\hat{Y} = 13$ si A est au niveau +

La masse Y dépend de la température de chauffe A mais aussi du diamètre du calibreur B, variable considérée comme qualitative à deux niveaux (– , +).

La variable quantitative Y est la *réponse*.
Les variables qualitatives A et B sont les *facteurs* à deux niveaux chacun.

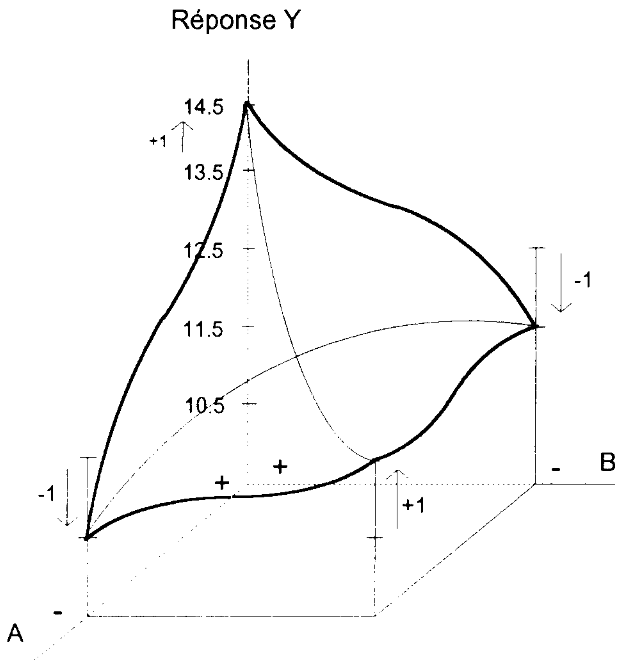
Cas 1 :
pas d'interaction
entre les facteurs A et B.

$$\hat{Y} = 12 + \begin{bmatrix}-1 & 1\end{bmatrix} A + \begin{bmatrix}-0.5 & 0.5\end{bmatrix} B$$



Cas 2 : interaction entre les facteurs A et B.

$$\hat{Y} = 12 + \begin{bmatrix}-1 & 1\end{bmatrix} A + \begin{bmatrix}-0.5 & 0.5\end{bmatrix} B + \begin{bmatrix}+1 & -1 \\ -1 & +1\end{bmatrix} A\ B$$



Les modèles précédents ont été estimés à partir du *plan d'expériences* suivant :

N° essai	A	B	Y
1	–	–	11.2
2	–	–	11.8
3	–	+	10.6
4	–	+	10.4
5	+	–	11.6
6	+	–	11.4
7	+	+	14.7
8	+	+	14.3

Résumé

L'outil statistique utilisé dans les plans d'expériences est l'analyse de la variance.

Des résultats algébriques permettent de répondre aux deux questions suivantes :

- Combien d'essais (ou d'expériences) doit-on réaliser ?

- Comment construire la combinatoire des essais ?

Plans factoriels

Un plan avec deux facteurs ou plus est dit « *factoriel* ».

Notation : $2^3 \times 4$ signifie que l'on a 3 facteurs à 2 niveaux et 1 facteur à 4 niveaux donc 32 combinaisons possibles.

Plans complets

Si on a au moins un essai pour chaque combinaison des facteurs, le plan est *complet*.

S'il y a k essais pour chaque combinaison des facteurs, le plan est dit *complet avec k répétitions*.

S'il y a un seul essai pour chaque combinaison des facteurs, le plan est dit *complet sans répétition*.

Exemples

N° Essai	A	B
1	1	1
2	1	2
3	1	3
4	2	1
5	2	2
6	2	3

N° essai	A	B
1	1	1
2	1	1
3	1	2
4	1	2
5	1	3
6	1	3
7	2	1
8	2	1
9	2	2
10	2	2
11	2	3
12	2	3

Nombre de paramètres à estimer et nombre d'essais

Si dans l'exemple précédent (2 facteurs A et B à respectivement 2 et 3 niveaux) on veut estimer :

- l'« ***effet moyen*** » (1 paramètre),
- l'effet de chaque niveau de chaque facteur appelé « ***effet principal*** » (1 paramètre pour A, 2 paramètres pour B),
- l'effet de chaque niveau croisé des 2 facteurs A et B appelé « ***interaction AB*** » (2 paramètres),

il faut au moins 6 essais.

Si l'on choisit le plan sans répétition, l'erreur est nulle. On peut estimer les effets et les interactions mais on ne peut pas tester leur significativité.

Le plan avec répétitions permet de tester la significativité des résultats.

Il est également possible de s'intéresser à l'effet de chaque niveau croisé de 3 facteurs A, B, C (interaction ABC) ou de plus de 3 facteurs.

Introduction

On considère un plan 2^3 complet sans répétition, dont on note – et + les deux niveaux et Y une réponse.

On a 8 essais, et si on considère l'effet moyen, les effets principaux et toutes les interactions, on a 8 paramètres.

N° essai	A	B	C	Y
1	–	–	–	15.5
2	+	–	–	17.5
3	–	+	–	13.5
4	+	+	–	9.5
5	–	–	+	7.5
6	+	–	+	11.5
7	–	+	+	9.5
8	+	+	+	11.5

Il est très facile d'estimer les paramètres à partir du tableau suivant.

On construit tout d'abord la colonne I avec seulement des + puis les colonnes AB, AC, BC et ABC en appliquant la règle des signes du produit (+ par + et – par – donne +, + par – et – par + donne –).

N° essai	I	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	Y
1	+	–	–	–	+	+	+	–	15.5
2	+	+	–	–	–	–	+	+	17.5
3	+	–	+	–	–	+	–	+	13.5
4	+	+	+	–	+	–	–	–	9.5
5	+	–	–	+	+	–	–	+	7.5
6	+	+	–	+	–	+	–	–	11.5
7	+	–	+	+	–	–	+	–	9.5
8	+	+	+	+	+	+	+	+	11.5
$\frac{1}{8}\Sigma$	12	+0.5	–1	–2	–1	+1	+1.5	+0.5	

Pour chaque colonne, on fait la somme des réponses aux 8 essais affectées du signe indiqué et on divise par 8.

On obtient l'effet général 12 dans la 1ère colonne et les effets des niveaux + des facteurs A, B, C des interactions AB, AC, BC et ABC.

Les effets des niveaux – sont alors les opposés.

Le nombre d'essais étant égal à celui des paramètres, l'erreur est nulle et on reconstitue exactement Y à partir des effets.

Par exemple l'essai n°6 a pour réponse 11.5.

On vérifie $11.5 = 12 + 0.5 + 1 - 2 + 1 + 1 - 1.5 - 0.5$

On a vu qu'il n'est pas possible, avec un tel plan, de mesurer la significativité des paramètres.

Nous avons construit un plan fractionnaire en choisissant les essais de façon à ce que ce plan vérifie la propriété *d'orthogonalité* c-à-d :

1) même nombre d'essais pour chaque niveau de chaque facteur,

2) pour chaque niveau de chaque facteur, même nombre d'essais pour chaque niveau de chacun des autres facteurs !

Soit X la matrice du plan fractionnaire orthogonal, à 4 lignes et 4 colonnes (colonnes I, A, B, C) où + est remplacé par +1 et – par –1. Cette matrice vérifie la relation : $X'X = 4\,I_4$ où I_4 désigne la matrice identité d'ordre 4.

La variance des estimateurs des paramètres est minimale lorsque la matrice $(X'X)^{-1}$ (appelée matrice d'information de Fisher) est diagonale.

Les estimateurs des paramètres dépendent de la réponse Y mais la variance de ces estimateurs (lorsqu'on peut l'estimer) ne dépend que de X.

On considère à présent un plan 2^3 pour lequel on cherche seulement à estimer l'effet moyen et les effets principaux des trois facteurs, c-à-d quatre paramètres.

On se propose d'utiliser un *plan fractionnaire*.
On choisit de n'utiliser que les essais 2, 3, 5 et 8 (ceux pour lesquels on a + dans la colonne ABC).

On obtient alors le plan suivant (colonnes A, B, C) :

N° essai	I	A	B	C	AB	AC	BC	ABC
2	+	+	–	–	–	–	+	+
3	+	–	+	–	–	+	–	+
5	+	–	–	+	+	–	–	+
8	+	+	+	+	+	+	+	+

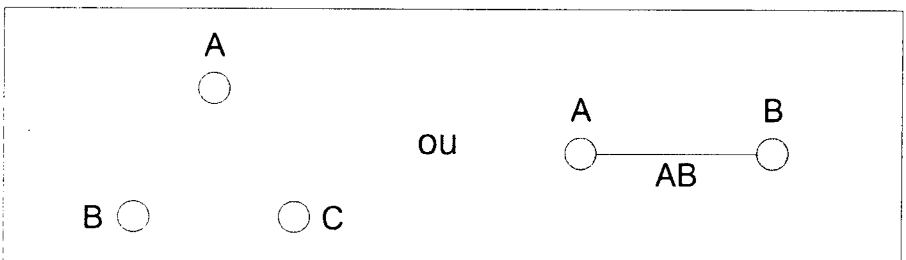
On remarque que les colonnes sont 2 à 2 égales :

$$\begin{array}{lcll} I & \leftrightarrow & ABC & \text{(par construction)} \\ A & \leftrightarrow & BC & \\ B & \leftrightarrow & AC & \\ C & \leftrightarrow & AB & \end{array}$$

On dit que l'effet principal de A et l'interaction BC sont des « *alias* » (de même I et ABC, B et AC, C et AB).

On peut donc utiliser ce plan de deux façons :

- soit estimer l'effet moyen et les effets principaux de trois facteurs A, B, C à 2 niveaux,
- soit estimer l'effet moyen, les effets principaux de 2 facteurs, A et B par exemple, et l'interaction AB placée alors dans la colonne C.



Blocs

Afin d'optimiser la production de billes on décide de faire un plan d'expériences en contrôlant la température de chauffe A (2 niveaux) et le diamètre du calibreur B (2 niveaux).

On a alors de bonnes raisons de penser que la réponse (masse de la bille) dépend aussi du fournisseur d'un des constituants.
Il s'agit d'un constituant assez difficile à obtenir et l'entreprise est obligée de se fournir auprès de 8 fournisseurs différents.

Bien que le réglage ne porte pas sur ce facteur, on souhaite le contrôler aussi car sa variabilité peut cacher celle des facteurs A et B.

Un tel facteur est appelé « *facteur bloc* ».

Les facteurs A et B sont les *facteurs principaux*.

Principaux Blocs	A B − −	A B − +	A B + −	A B + +	
1		×	×	×	3
2		×	×	×	3
3	×		×	×	3
4	×		×	×	3
5	×	×		×	3
6	×	×		×	3
7	×	×	×		3
8	×	×	×		3
	6	6	6	6	24

Le plan est donc $2^2 \times 8$; pour avoir un essai par bloc et par niveau croisé des facteurs principaux il faudrait 32 essais.

Le plan proposé ci-dessus est un *plan en blocs incomplet* (24 essais seulement) mais *équilibré* : même nombre d'essais par blocs (3), même nombre d'essais par paire de niveaux des facteurs principaux (4).

Aléarisation

Nous avons contrôlé certains facteurs : les facteurs principaux et les facteurs blocs.
Il reste encore des facteurs pouvant influer sur la réponse et qui n'ont pas été prix en compte : par exemple l'opérateur qui réalise l'essai.
Si plusieurs personnes participent aux essais, il ne faut pas systématiquement affecter une personne à un certain type d'essais et une autre à un autre type.

Il faut, au contraire, faire les affectations selon une *table au hasard*.
Cette procédure s'appelle une « *randomisation* » ou « *aléarisation* ».

Signal et bruit

Nous avons vu que la production moyenne devait être aussi proche que possible de la cible fixée, dans notre exemple fabriquer des billes de 12.5 g.
Taguchi montre bien l'importance de rapprocher autant que possible la valeur moyenne de la production, $\overline{y}$, appelée « ***signal*** », de la cible a, mais aussi de contrôler la variance, s^2, de la production, appelée « ***bruit*** ».

L'objectif est de réduire l'écart quadratique moyen :

$$EQM = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(y_i - a)^2 = (\overline{y} - a)^2 + s^2 \quad \left(\text{estimation de } (\mu - a)^2 + \sigma^2\right)$$

Dans ce but Taguchi propose de classer les facteurs contrôlés :

- ceux qui influent seulement sur σ^2, notés x_1,
- ceux qui influent sur μ et σ^2, notés x_2.

On a alors : $\mu = \mu(x_1, x_2)$ et $\sigma^2 = \sigma^2(x_1)$

On cherche $x_{1,0}$ minimisant $\sigma^2(x_1)$ puis $x_{2,0}$ minimisant $\left(\mu(x_{1,0}, x_2) - a\right)^2$.

Supposons que les facteurs x_1 soient au nombre de 2, A et B, à respectivement 2 et 3 niveaux, et que les facteurs x_2 soient au nombre de 2, C et D, à 2 niveaux chacun.

On propose alors de faire 24 essais (6×4) selon le plan suivant, appelé plan produit $P = Q \times R$, $Q = 2 \times 3$, $R = 2^2$ et tester les modèles suivants :

$$Y = (I+A+B+AB)\,(I+C+D)$$
$$S^2 = I+A+B+AB$$

On cherche alors les niveaux des facteurs A et B minimisant S^2 et les niveaux des facteurs A, B, C, D optimisant Y.

Q	R	C	1	1	2	2		
		D	1	2	1	2		
A	B							
1	1		y_{11}	y_{12}	y_{13}	y_{14}	$\bar{y}_{1.}$	$s^2_{1.}$
1	2		y_{21}	y_{22}	y_{23}	y_{24}	$\bar{y}_{2.}$	$s^2_{2.}$
1	3		y_{31}	y_{32}	y_{33}	y_{34}	$\bar{y}_{3.}$	$s^2_{3.}$
2	1		y_{41}	y_{42}	y_{43}	y_{44}	$\bar{y}_{4.}$	$s^2_{4.}$
2	2		y_{51}	y_{52}	y_{53}	y_{54}	$\bar{y}_{5.}$	$s^2_{5.}$
2	3		y_{61}	y_{62}	y_{63}	y_{64}	$\bar{y}_{6.}$	$s^2_{6.}$
			$\bar{y}_{.1}$	$\bar{y}_{.2}$	$\bar{y}_{.3}$	$\bar{y}_{.4}$	$\bar{y}_{..}$	

LES TABLES ET LES GRAPHES LINÉAIRES D'INTERACTION

On a vu que parmi les *plans fractionnaires*, les *plans orthogonaux* sont les plus intéressants pour mener à bien les expérimentations.

De plus un même plan fractionnaire peut être utilisé pour différents modèles grâce à la propriété des *alias*.

Taguchi a présenté des plans fractionnaires orthogonaux, appelés « *tables orthogonales standard* », accompagnés de graphes linéaires d'interaction visualisant différentes utilisations possibles de la table.

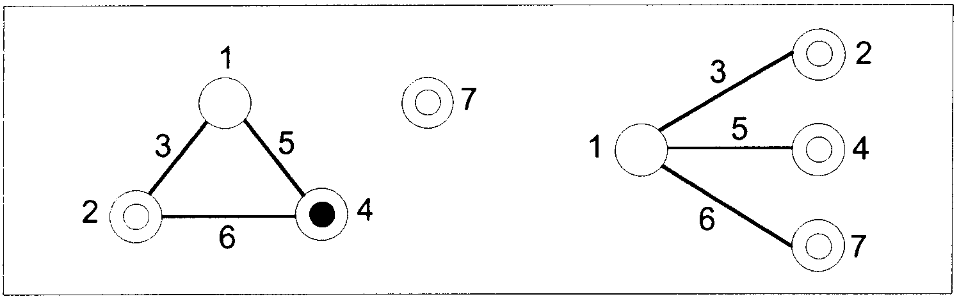
La table $L_8(2^7)$ (8 essais, 7 facteurs à 2 niveaux chacun) est la suivante :

N°	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2
	a	b	a b	c	a c	b c	a b c
Groupes	1	2		3			

Triangle des interactions entre deux colonnes

1	2	3	4	5	6	7
(1)	3	2	5	4	7	6
	(2)	1	6	7	4	5
		(3)	7	6	5	4
			(4)	1	2	3
				(5)	3	2
					(6)	1

Graphe des effets



Commentaire

Cette table ne peut être utilisée que si l'on a au plus 7 facteurs à 2 niveaux.

Considérons le graphe des effets.
Les sommets désignent les facteurs ; ils sont classés en plusieurs groupes 1, 2, 3, 4 représentés par les symboles ○, ◎, ◉, ●

Ceux du 1er groupe sont les facteurs pour lesquels il est très difficile de passer d'un niveau à l'autre, ..., ceux du 4ème groupe sont ceux pour lesquels il est très facile de changer de niveaux.

Les arêtes entre 2 sommets représentent l'interaction entre les facteurs représentés par les sommets.

Ainsi le premier graphe indique que, si l'on a 4 facteurs A, B, C et D à 2 niveaux chacun, et si l'on considère le modèle :

$$Y = I + A + B + C + D + AB + AC + BC$$

il faudra affecter la colonne 1 à A, la colonne 2 à B, la colonne 4 à C, la colonne 7 à D et utiliser les colonnes 3, 5 et 6 pour estimer les interactions AB, AC et BC respectivement.

Le deuxième graphe indique une autre utilisation possible de la table.
On dispose de 4 facteurs A, B, C, D à 2 niveaux chacun et on considère le modèle :

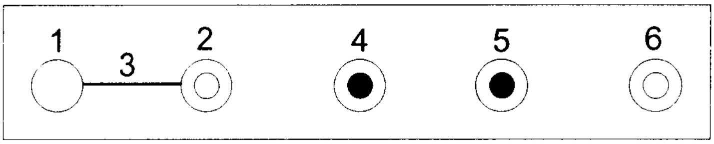
$$Y = I + A + B + C + D + AB + AC + AD$$

On affecte les colonnes 1, 2, 4 et 7 aux facteurs A, B, C, D respectivement et les colonnes 3, 5, 6 aux interactions AB, AC et AD respectivement.

On peut évidemment associer d'autres graphes à cette table et tester d'autres modèles, par exemple :

$$Y = I + A + B + C + D + E + AB$$

représenté par :



On affecte les colonnes 1, 2, 4, 5, 6 aux facteurs A, B, C, D, E respectivement et la colonne 3 à l'interaction AB.
Il reste alors une colonne non utilisée (la colonne 7).
La variance de l'erreur peut être évaluée.

Le triangle des interactions se lit de la façon suivante :
La colonne 3 représente l'interaction des colonnes 1 et 2, 4 et 7, 5 et 6.
La colonne 2 représente l'interaction des colonnes 1 et 3, 4 et 6, 5 et 7.
La colonne 5 représente l'interaction des colonnes 1 et 4, 2 et 7, 3 et 6.

Si l'on veut tester le modèle :

$$Y = I + A + B + C + D + AB + CD$$

on ne pourra pas utiliser la table $L_8(2^7)$ car si on affecte, par exemple, les colonnes 1, 2, 3 aux facteurs A et B et à l'interaction AB, les colonnes (4, 5) (4, 6) (5, 6) (5, 7) (6, 7) ne peuvent être affectées à C et D car l'interaction CD serait respectivement représentée par les colonnes 1, 2, 3, 3, 2 et 1 qui sont déjà utilisées pour A et B.

Si l'on a trois facteurs A, B, C à respectivement 2, 2 et 4 modalités on peut utiliser la table $L_8(2^7)$ de la façon suivante :
on construit le facteur C à 4 modalités à partir des colonnes 1 et 2 :

	1	2
1	1	2
2	3	4

et on élimine la colonne 3 (qui représentait l'interaction des colonnes 1 et 2).

On affecte la colonne 4 à A, la colonne 5 à B et on peut tester le modèle : $Y = I + A + B + C$.

MÉTHODOLOGIE DE LA RECHERCHE EXPÉRIMENTALE (Sergent et al., 1989)

- Formuler clairement le problème étudié
  Fixer les objectifs
- Faire la synthèse des connaissances
- Lister les facteurs susceptibles d'avoir de l'influence, les réponses et les contraintes ; définir le domaine expérimental d'intérêt
- Etablir une stratégie expérimentale ou plan d'expérimentation
- Effectuer les expériences
- En déduire les réponses aux questions posées

En conclusion, et bien que ce soit difficile à admettre :

« il n'y a aucune information dans le résultat d'une expérience et toute l'information est contenue dans les conditions expérimentales » (matrice d'information de Fisher)

« la qualité de l'information ne dépend pas du nombre d'expériences ».

- PILLET Maurice
  Introduction aux plans d'expériences par la méthode Taguchi
  Les Editions d'Organisation, 1992

- SERGENT Michelle, MATHIEU Didier et PHAN-TAN-LUU Roger
  Méthodologie de la Recherche Expérimentale
  LPRAI Marseille, 1989

- VIGIER Michel G.
  Pratique des Plans d'Expériences. Méthodologie Taguchi.
  Les Editions d'Organisation, 1988

- Gestion de la qualité. Méthodologie Taguchi
  Revue de Statistique Appliquée, 1989, Vol XXXVII N°2
  CERESTA, 10 rue Bertin Poirée, 75001 Paris

APPLICATION D'UN PLAN D'EXPERIENCES A LA PRESENTATION D'UN TEXTE DACTYLOGRAPHIE (méthode Taguchi)

Professeur: Pierre SOUVAY

INTRODUCTION

Avertissement:

L'application proposée n'a pas la prétention de faire le tour du problème des choix qui se posent au rédacteur d'un texte dactylographié.

Son seul objectif est de faire pratiquer un plan Taguchi simple et dont les données sont accessibles au plus grand nombre.

Les résultats correspondront au public concerné et toute généralisation hâtive est à éviter.

Pierre SOUVAY
26, allée des noisetiers
88000 EPINAL
Tél: 29 34 39 12

Professeur de génie mécanique et productique au lycée Pierre Mendès France à Epinal.

Auteur des ouvrages (non scolaires à destination des ingénieurs et techniciens),

- La statistique - Outil de la qualité (Afnor Gestion) 1986,
- Statistique de base appliquée à la maîtrise de la qualité (Afnor) à paraître début 94,
- Tables statistiques - Mode d'emploi (Afnor) à paraître début 94,
- Statistique et Qualité - Etude de cas (Afnor) à paraître début 1994.

Auteur de nombreux articles relatifs à la qualité parus dans Technologies et formations et dans Technologie Sciences et Techniques Industrielles (CNDP).

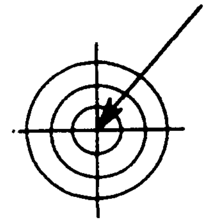
Auteur des logiciels: Qualistat, Basicstat et Capastat distribués par Createc Innovation à Epinal

Formateur **MAFPEN** (académies de Nancy-Metz, Strasbourg, Besançon),
Formateur **GRETA** en entreprises,
Formateur à l'Institut de Formation des Industries Pharmaceutiques (**IFIP**) à Paris (outils statistiques de la qualité pour les pharmaciens des laboratoires pharmaceutiques - France et Etranger),
Intervenant à l' **IUFM** à Metz (génie mécanique en lycée et technologie en collège).
Intervenant à l'Ecole Supérieure des Sciences et Technologies des Industries du Bois **(ESSTIB - Nancy 1).**

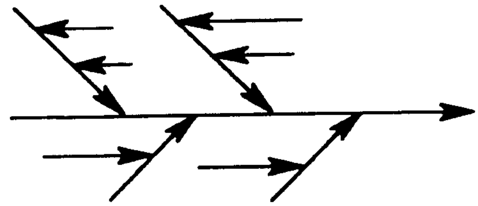
Membre du Mouvement Français pour la Qualité depuis 1978 (**MFQ** ex. AFCIQ).

Méthode Taguchi
Les 6 Etapes de la méthode

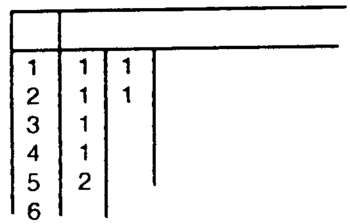
1 - Définir l'objectif et sa mesure



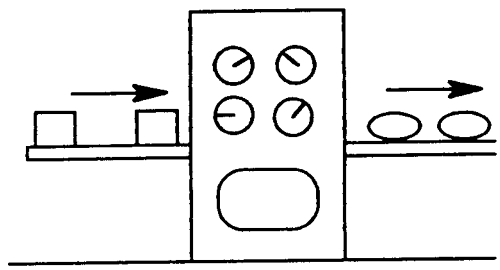
2 - Sélectionner les facteurs
Choisir les modalités



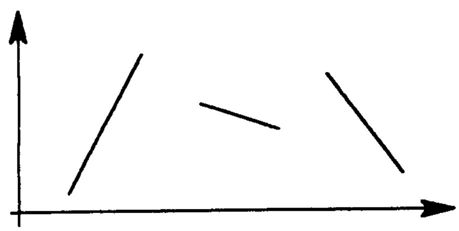
3 - Choisir la table orthogonale
(elle va définir les essais à réaliser)



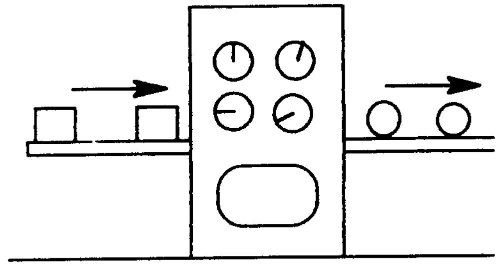
4 - Réaliser les essais



5 - Analyser les résultats



6 - Vérifier les résultat
(réaliser l'expérience de confirmation)



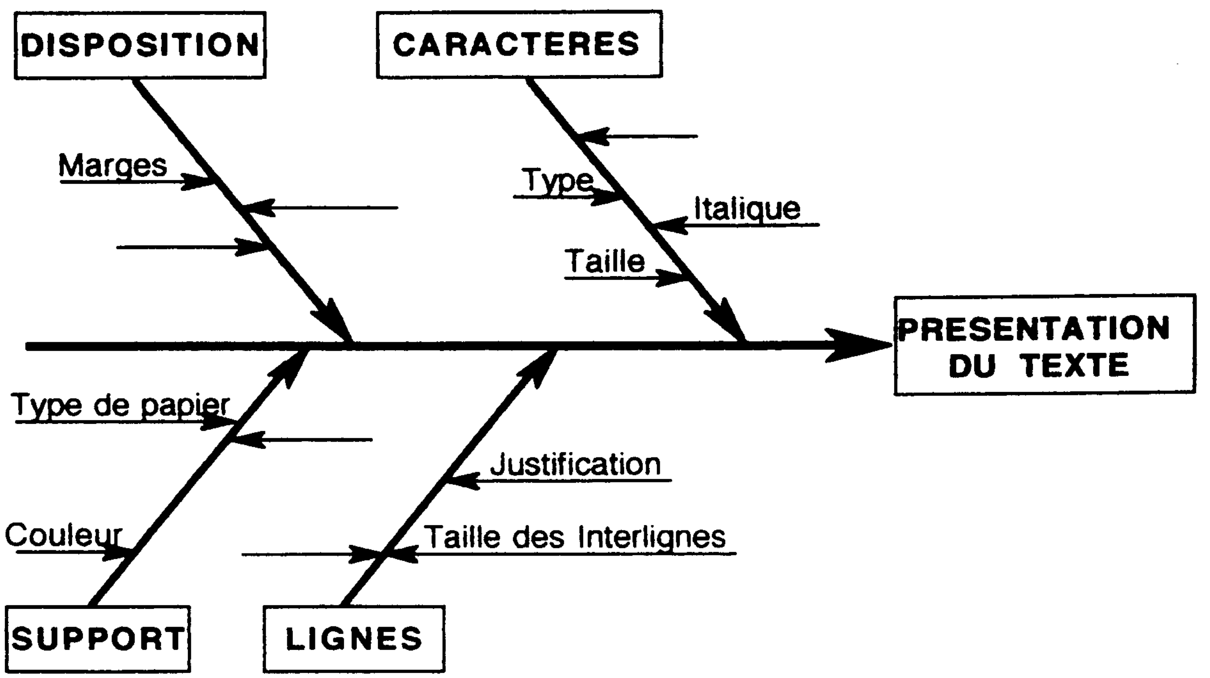
Application N° 16 - 4 : essai Taguchi sur textes

1 - Définition de l'objectif et de sa mesure

Expérimentation Taguchi concernant une optimisation de la présentation d'un document dactylographié.
L'objectif est d'obtenir la présentation la meilleure concernant un texte imprimé sur un format A4.
La mesure se fait par une notation effectuée par le public concerné. Les notes vont de 0 à 10.
La solution est d'autant meilleure que son score est élevé.

2 - Sélection des facteurs et des modalités

Les facteurs pressentis figurent dans le diagramme causes-effet ci-dessous.



Les facteurs retenus et leurs modalités figurent dans le tableau ci-dessous. Une interaction sera testée entre le type de caractères et italique où non.

Facteurs retenus	niveau 1	niveau 2
Type des caractères	Helvetica	Times
Italiques	oui	non
Marge à gauche	0	2,5
Interlignes	1	1,5
Justification	oui	non
Taille des caractères	10 points	12 points

3 - Choix de la table orthogonale.

On utilise une table L8 (2^7).

Le placement retenu est le suivant:

Essai N°	Type des caractères	Italique	Interaction Type-Ital.	Marge à gauche	Interlignes	Justification	Taille des caractères
1	Helvetica	oui	1	0	1	oui	10
2	Helvetica	oui	1	2,5	1,5	non	12
3	Helvetica	non	2	0	1	non	12
4	Helvetica	non	2	2,5	1,5	oui	10
5	Times	oui	2	0	1,5	oui	12
6	Times	oui	2	2,5	1	non	10
7	Times	non	1	0	1,5	non	10
8	Times	non	1	2,5	1	oui	12

Tableau des combinaisons possibles. Les combinaisons testées sont repérées par les numéros des essais.

		Inter lignes = 1								linter lignes = 1,5							
		Marge = 0				Marge = 2,5				Marge = 0				Marge = 2,5			
	Italiques	oui		non		oui		non		oui		non		oui		non	
	Type de caract.	H	T	H	T	H	T	H	T	H	T	H	T	H	T	H	T
10	O	1														4	
	N						6						7				
12	O								8		5						
	N			3										2			

Justification

Taille des caractères

8 combinaisons des facteurs sont testées.
L'essai permettra d'estimer les réponses pour l'ensemble des 64 combinaisons possibles.

4 - Tableau des résultats des notations

N° essai	Résultats																				moy.
1																					
2																					
3																					
4																					
5																					
6																					
7																					
8																					
																			Moyenne		

5 - Analyse des résultats

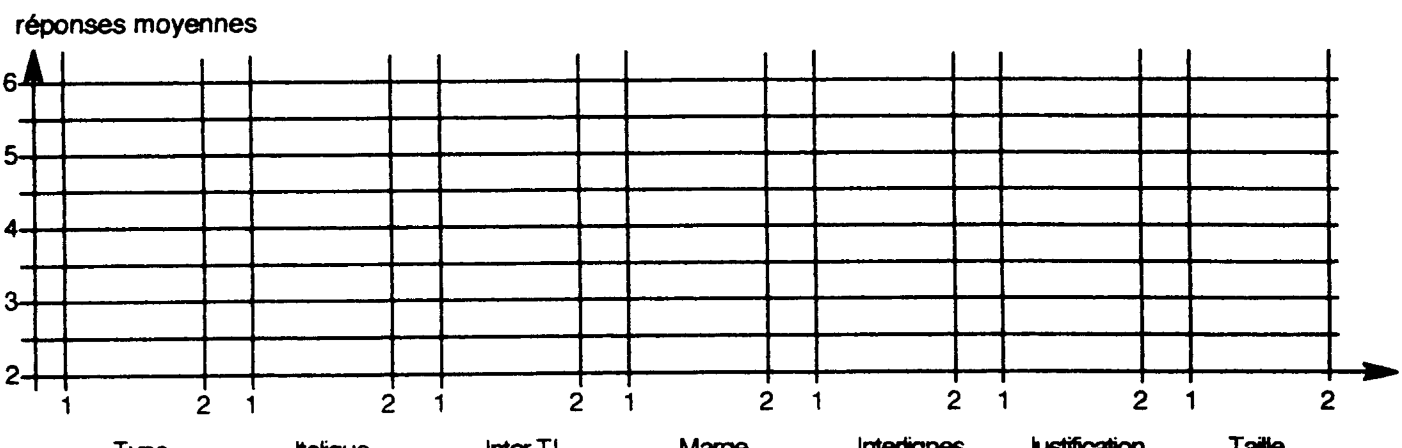
Tableau des réponses.

Facteurs	Type	Italique	inter Tl	Marge	Interl.	Justif.	Taille
Niveau 1							
Niveau 2							
Ecarts							

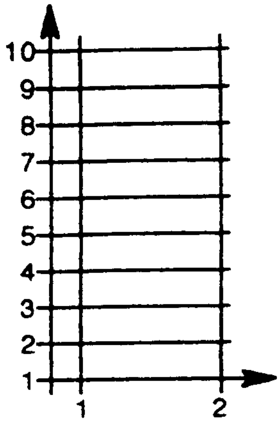
Interaction

		Italique	
		1	2
Type de carac-tères	1		
	2		

Graphe des effets et choix de la combinaison optimale



Etude éventuelle de l'interaction entre le type de caractères et italique



Observations et choix d'une combinaison

Facteur	Choix	Valeur
Type de caractères		
Italiques		
Marge à gauche		
Interlignes		
Justification		
Taille des caractères		

Prédictions

Les prédictions peuvent se calculer pour toutes les combinaisons possibles.

6 - Vérification des résultats

		Inter lignes = 1								linter lignes = 1,5							
		Marge = 0				Marge = 2,5				Marge = 0				Marge = 2,5			
	Italiques	oui		non		oui		non		oui		non		oui		non	
	Type de caract.	H	T	H	T	H	T	H	T	H	T	H	T	H	T	H	T
10	O	1				A	B	C	D					E	F	4	G
	N						6						7				
12	O					H	I	J	8		5			K	L	M	N
	N			3										2			

Justification

Taille des caractères

Les cases repérées par une lettre correspondent à des solutions dont un tirage a été réalisé.
On compare la moyenne attribuée à la page de confirmation et sa moyenne prédite.

Essai N°	Type des caractères	Italique	Interaction Type-Ital	Marge à gauche	Interlignes	Justification	Taille des caractères	Réponses																Moy
1	Helvetica	oui	1	0	1	oui	10																	
2	Helvetica	oui	1	2,5	1,5	non	12																	
3	Helvetica	non	2	0	1	non	12																	
4	Helvetica	non	2	2,5	1,5	oui	10																	
5	Times	oui	2	0	1,5	oui	12																	
6	Times	oui	2	2,5	1	non	10																	
7	Times	non	1	0	1,5	non	10																	
8	Times	non	1	2,5	1	oui	12																	

5 - Analyse des résultats

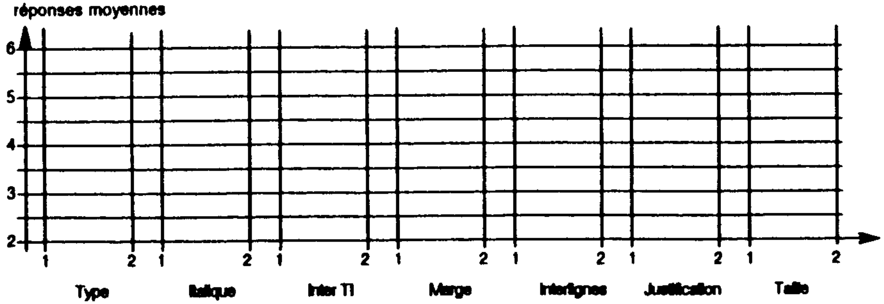
Tableau des réponses.

Facteurs	Type	Italique	Inter TI	Marge	Interl.	Justif.	Taille
Niveau 1							
Niveau 2							
Ecarts							

Interaction

		Italique	
		1	2
Type de carac-tères	1		
	2		

Graphe des effets et choix de la combinaison optimale



Interaction

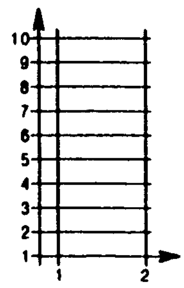


TABLE ORTHOGONALE

Table L8 (2^7)

N° \ Col.	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

Graphes linéaires

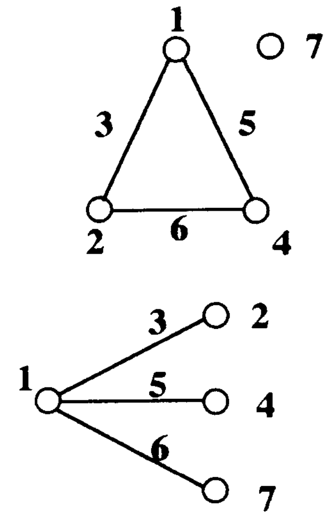


Table des interactions

N° \ Col	1	2	3	4	5	6	7
	(1)	3	2	5	4	7	6
		(2)	1	6	7	4	5
			(3)	7	6	5	4
				(4)	1	2	3
					(5)	3	2
						(6)	1
							(7)

METHODE TAGUCHI - BIBLIOGRAPHIE

- **Les méthodes Taguchi dans l'industrie occidentale**
  Traduit de Lance A. Ealey "Quality By Design"
  Editions d'Organisation 1990

- **Initiation à l'Engineering de la qualité**
  Manuel de formation du séminaire de 5 jours
  Institut des méthodes Taguchi à Issy les Moulineaux (92)
  Manuel de formation d'un institut, créé par Taguchi, et chargé de la diffusion des méthodes Taguchi .

- **Les plans d'expériences**
  Goupy Editions DUNOD (ne traite pas des méthodes Taguchi)

- **Pratique des plans d'expérience - Méthodologie Taguchi**
  Michel G. Vigier Editions d'organisation 1988

- **Taguchi Techniques for Quality Engineering**
  P.J. Ross Mac Graw Hill (U.S.A.) 1988

- **Articles parus dans Qualité Magazine**
  Bulletin du Mouvement Français pour la qualité (ex.AFCIQ)

- **La méthode Taguchi**
  Article de P. Souvay Technologies Sciences et techniques industrielles CNDP (N° 44-45 1991)

- **Approche expérimentale des asservissements**
  Article de Pierre Souvay et Jean Filippini Technologies et Formations N° 38

- **Optimisation de la constitution du copeau en tournage**
  Article de Christophe Petitjean et Pierre Souvay Technologie oct/nov 1993

- **Introduction aux plans d'expériences par la méthode Taguchi**
  Maurice Pillet Les Editions d'organisation Université

- **Articles "Réglages des asservissements par plans d'expériences"**
  Articles de Jean Filippini, Pierre Souvay et Thierry Hans Revue l'automaticien 1993

Facteurs pris en compte = x

B + D + E + F + G − 4 moy.

		x		x	x	x	x		
Niv. 1	4,46	4,22	4,29	3,20	3,45	5,32	4,17		
Niv. 2	4,28	4,51	4,39	5,54	5,29	3,42	4,57		
Repères	Type	Ital.	Int. T.I.	Marge	Interl	Justif.	Ta.car.	Réponses	
combin	A	B	C	D	E	F	G	prédites	Combinaisons
1	4,46	4,22	4,29	3,20	3,45	5,32	4,17	2,88	1111111
	4,46	4,22	4,29	3,20	3,45	5,32	4,57	3,28	1111112
	4,46	4,22	4,29	3,20	3,45	3,42	4,17	0,99	1111121
	4,46	4,22	4,29	3,20	3,45	3,42	4,57	1,38	1111122
	4,46	4,22	4,29	3,20	5,29	5,32	4,17	4,72	1111211
	4,46	4,22	4,29	3,20	5,29	5,32	4,57	5,12	1111212
	4,46	4,22	4,29	3,20	5,29	3,42	4,17	2,83	1111221
	4,46	4,22	4,29	3,20	5,29	3,42	4,57	3,22	1111222
A	4,46	4,22	4,29	5,54	3,45	5,32	4,17	5,22	1112111
H	4,46	4,22	4,29	5,54	3,45	5,32	4,57	5,62	1112112
	4,46	4,22	4,29	5,54	3,45	3,42	4,17	3,33	1112121
	4,46	4,22	4,29	5,54	3,45	3,42	4,57	3,72	1112122
E	4,46	4,22	4,29	5,54	5,29	5,32	4,17	7,07	1112211
K	4,46	4,22	4,29	5,54	5,29	5,32	4,57	7,46	1112212
	4,46	4,22	4,29	5,54	5,29	3,42	4,17	5,17	1112221
2	4,46	4,22	4,29	5,54	5,29	3,42	4,57	5,57	1112222
	4,46	4,22		3,20	3,45	5,32	4,17		1121111
	4,46	4,22		3,20	3,45	5,32	4,57		1121112
	4,46	4,22		3,20	3,45	3,42	4,17		1121121
	4,46	4,22		3,20	3,45	3,42	4,57		1121122
	4,46	4,22		3,20	5,29	5,32	4,17		1121211
	4,46	4,22		3,20	5,29	5,32	4,57		1121212
	4,46	4,22		3,20	5,29	3,42	4,17		1121221
	4,46	4,22		3,20	5,29	3,42	4,57		1121222
	4,46	4,22		5,54	3,45	5,32	4,17		1122111
	4,46	4,22		5,54	3,45	5,32	4,57		1122112
	4,46	4,22		5,54	3,45	3,42	4,17		1122121
	4,46	4,22		5,54	3,45	3,42	4,57		1122122
	4,46	4,22		5,54	5,29	5,32	4,17		1122211
	4,46	4,22		5,54	5,29	5,32	4,57		1122212
	4,46	4,22		5,54	5,29	3,42	4,17		1122221
	4,46	4,22		5,54	5,29	3,42	4,57		1122222
	4,46	4,51		3,20	3,45	5,32	4,17		1211111
	4,46	4,51		3,20	3,45	5,32	4,57		1211112
	4,46	4,51		3,20	3,45	3,42	4,17		1211121
	4,46	4,51		3,20	3,45	3,42	4,57		1211122
	4,46	4,51		3,20	5,29	5,32	4,17		1211211
	4,46	4,51		3,20	5,29	5,32	4,57		1211212
	4,46	4,51		3,20	5,29	3,42	4,17		1211221
	4,46	4,51		3,20	5,29	3,42	4,57		1211221
	4,46	4,51		5,54	3,45	5,32	4,17		1212111
	4,46	4,51		5,54	3,45	5,32	4,57		1212112
	4,46	4,51		5,54	3,45	3,42	4,17		1212121
	4,46	4,51		5,54	3,45	3,42	4,57		1212122
	4,46	4,51		5,54	5,29	5,32	4,17		1212211
	4,46	4,51		5,54	5,29	5,32	4,57		1212212
	4,46	4,51		5,54	5,29	3,42	4,17		1212221
	4,46	4,51		5,54	5,29	3,42	4,57		1212222
	4,46	4,51	4,63	3,20	3,45	5,32	4,17	3,17	1221111
	4,46	4,51	4,63	3,20	3,45	5,32	4,57	3,57	1221112
	4,46	4,51	4,63	3,20	3,45	3,42	4,17	1,28	1221121
3	4,46	4,51	4,63	3,20	3,45	3,42	4,57	1,67	1221122

	4,46	4,51	4,63	3,20	5,29	5,32	4,17	5,01		1221211
	4,46	4,51	4,63	3,20	5,29	5,32	4,57	5,41		1221212
	4,46	4,51	4,63	3,20	5,29	3,42	4,17	3,12		1221221
	4,46	4,51	4,63	3,20	5,29	3,42	4,57	3,51		1221222
C	4,46	4,51	4,63	5,54	3,45	5,32	4,17	5,51		1222111
J	4,46	4,51	4,63	5,54	3,45	5,32	4,57	5,91		1222112
	4,46	4,51	4,63	5,54	3,45	3,42	4,17	3,62		1222121
	4,46	4,51	4,63	5,54	3,45	3,42	4,57	4,01		1222122
4	4,46	4,51	4,63	5,54	5,29	5,32	4,17	7,36		1222211
M	4,46	4,51	4,63	5,54	5,29	5,32	4,57	7,75	choix	1222212
	4,46	4,51	4,63	5,54	5,29	3,42	4,17	5,46		1222221
	4,46	4,51	4,63	5,54	5,29	3,42	4,57	5,86		1222222
	4,28	4,22		3,20	3,45	5,32	4,17			2111111
	4,28	4,22		3,20	3,45	5,32	4,57			2111112
	4,28	4,22		3,20	3,45	3,42	4,17			2111121
	4,28	4,22		3,20	3,45	3,42	4,57			2111122
	4,28	4,22		3,20	5,29	5,32	4,17			2111211
	4,28	4,22		3,20	5,29	5,32	4,57			2111212
	4,28	4,22		3,20	5,29	3,42	4,17			2111221
	4,28	4,22		3,20	5,29	3,42	4,57			2111222
	4,28	4,22		5,54	3,45	5,32	4,17			2112111
	4,28	4,22		5,54	3,45	5,32	4,57			2112112
	4,28	4,22		5,54	3,45	3,42	4,17			2112121
	4,28	4,22		5,54	3,45	3,42	4,57			2112122
	4,28	4,22		5,54	5,29	5,32	4,17			2112211
	4,28	4,22		5,54	5,29	5,32	4,57			2112212
	4,28	4,22		5,54	5,29	3,42	4,17			2112221
	4,28	4,22		5,54	5,29	3,42	4,57			2112222
	4,28	4,22	4,16	3,20	3,45	5,32	4,17	2,88		2121111
	4,28	4,22	4,16	3,20	3,45	5,32	4,57	3,28		2121112
	4,28	4,22	4,16	3,20	3,45	3,42	4,17	0,99		2121121
	4,28	4,22	4,16	3,20	3,45	3,42	4,57	1,38		2121122
	4,28	4,22	4,16	3,20	5,29	5,32	4,17	4,72		2121211
5	4,28	4,22	4,16	3,20	5,29	5,32	4,57	5,12		2121212
	4,28	4,22	4,16	3,20	5,29	3,42	4,17	2,83		2121221
	4,28	4,22	4,16	3,20	5,29	3,42	4,57	3,22		2121222
B	4,28	4,22	4,16	5,54	3,45	5,32	4,17	5,22		2122111
I	4,28	4,22	4,16	5,54	3,45	5,32	4,57	5,62		2122112
6	4,28	4,22	4,16	5,54	3,45	3,42	4,17	3,33		2122121
	4,28	4,22	4,16	5,54	3,45	3,42	4,57	3,72		2122122
F	4,28	4,22	4,16	5,54	5,29	5,32	4,17	7,07		2122211
L	4,28	4,22	4,16	5,54	5,29	5,32	4,57	7,46		2122212
	4,28	4,22	4,16	5,54	5,29	3,42	4,17	5,17		2122221
	4,28	4,22	4,16	5,54	5,29	3,42	4,57	5,57		2122222
	4,28	4,51	4,39	3,20	3,45	5,32	4,17	3,17		2211111
	4,28	4,51	4,39	3,20	3,45	5,32	4,57	3,57		2211112
	4,28	4,51	4,39	3,20	3,45	3,42	4,17	1,28		2211121
	4,28	4,51	4,39	3,20	3,45	3,42	4,57	1,67		2211122
	4,28	4,51	4,39	3,20	5,29	5,32	4,17	5,01		2211211
	4,28	4,51	4,39	3,20	5,29	5,32	4,57	5,41		2211212
7	4,28	4,51	4,39	3,20	5,29	3,42	4,17	3,12		2211221
	4,28	4,51	4,39	3,20	5,29	3,42	4,57	3,51		2211222
D	4,28	4,51	4,39	5,54	3,45	5,32	4,17	5,51		2212111
8	4,28	4,51	4,39	5,54	3,45	5,32	4,57	5,91		2212112
	4,28	4,51	4,39	5,54	3,45	3,42	4,17	3,62		2212121
	4,28	4,51	4,39	5,54	3,45	3,42	4,57	4,01		2212122
G	4,28	4,51	4,39	5,54	5,29	5,32	4,17	7,36		2212211

4.28	4.51	4.39	5.54	5.29	3.42	4.17	5.46	2212221
4.28	4.51	4.39	5.54	5.29	3.42	4.57	5.86	2212222
4.28	4,51		3.20	3.45	5.32	4.17		2221111
4.28	4.51		3.20	3.45	5.32	4.57		2221112
4 28	4.51		3.20	3.45	3.42	4.17		2221121
4.28	4.51		3.20	3.45	3.42	4.57		2221122
4.28	4.51		3.20	5.29	5.32	4.17		2221211
4 28	4.51		3.20	5.29	5.32	4.57		2221212
4.28	4,51		3,20	5,29	3.42	4.17		2221221
4,28	4,51		3,20	5.29	3,42	4.57		2221222
4,28	4.51		5.54	3.45	5.32	4,17		2222111
4,28	4,51		5,54	3,45	5,32	4,57		2222112
4.28	4.51		5,54	3,45	3.42	4.17		2222121
4.28	4,51		5,54	3,45	3,42	4,57		2222122
4.28	4.51		5,54	5,29	5.32	4.17		2222211
4.28	4,51		5,54	5,29	5,32	4,57		2222212
4,28	4,51		5.54	5,29	3,42	4,17		2222221
4.28	4.51		5.54	5.29	3.42	4,57		2222222

Nota: les prédictions absentes correspondent à des combinaisons impossibles.

La prédiction de la solution optimale retenue Italique niv 2, marge niv. 2 interlignes niv 2, justifications niveau 1 et taille caractères niv. 2 est égale à

4,51 + 5,54 + 5,29 + 5,32 + 4,57 − 4 × 4,37 = 7,75.

cette valeur est à comparer au résultat du vote pour la feuille M qui correspond à un choix pareille (8,21)

Essai	RESULTATS DE L'ESSAI EFFECTUE																		Moyennes
1	1	0	1	5	10	2	3	4	4	5	3	0	3	5	6	0	0	1	3	2,95
2	4	10	9	1	2	7	8	6	1	6	6	4	5	1	8	7	9	3	10	5.63
3	2	4	2	0	2	0	4	0	0	0	0	0	2	3	0	2	7	0	6	1,79
4	8	7	8	9	7	8	9	9	8	7	9	7	10	6	5	5	5	8	7	7,47
5	7	5	3	8	1	6	7	1	5	2	3	10	3	8	5	8	4	2	8	5,05
6	5	1	5	2	3	3	1	2	3	10	3	5	4	1	2	3	2	5	2	3,26
7	3	3	2	3	5	4	5	3	4	3	4	3	0	2	1	4	3	0	5	3,00
8	6	2	7	6	8	5	6	8	7	9	10	4	7	7	3	5	7	2	1	5,79
M	6	9	6	10	6	10	10	10	10	4	6	5	9	9	7	10	10	10	9	8,21

Pierre SOUVAY

4/:

L'ENGINEERING DE LA QUALITE LES METHODES TAGUCHI

ses au point dans les années 50 par le docteur Genichi guchi, les méthodes Taguchi constituent un puissant outil périmental mis à la disposition des ingénieurs pour néliorer **la qualité en réduisant les coûts.**

spirées de méthodes statitiques expérimentales mises au int en occident, elles ont l'avantage d'être adaptées aux marches de l'ingénieur

système Taguchi se propose d'intervenir, soit en amont la production (off line), soit pendant la production (on line) ut en privilégiant les expérimentations le plus en amont ssible du processus de conception et de production

es méthodes Taguchi appliquées au suivi des processus e traduisent par un système SPC où les limites des cartes e contrôle sont déterminées à partir des coûts du contrôle de ceux des défauts lorsqu'ils ne sont pas détectés

ppliquée à la conception des produits ou à celle des rocessus, elle comporte plusieurs étapes:

la conception de système,
la détermination des paramètres,
ia détermination des tolérances

- La conception des systèmes
C'est la phase de développement classique qui consiste à éterminer l'architecture générale du produit ou du rocessus
lle se fonde sur les besoins des clients et utilise notamment analyse fonctionnelle C'est une phase classique de onception.

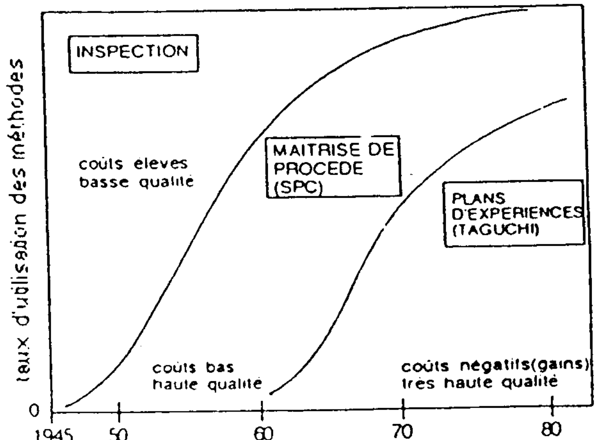
? - La détermination des paramètres
C'est la phase consacrée au dimensionnement des éléments
C'est une phase importante de l'étude car elle conditionne ortement les coûts
Elle se fonde essentiellement sur l'expérimentation à l'aide des plans orthogonaux de Taguchi qui permettent de choisir es niveaux les plus favorables au fonctionnement et aux coûts en rendant les fonctions robustes aux bruits influences extérieures)
Elle permet, en particulier, de déceler la nature des différents acteurs (facteurs de contrôle, de signal et de coûts)

3 - La détermination des tolérances
C'est la phase de l'étude qui concerne la détermination des limites d'acceptation ou de rejet.
Cette phase est importante car elle conditionne également les coûts de production.
Elle se fonde sur la fonction perte de qualité en équilibrant les pertes subies par l'entreprise lorsque le produit est considéré comme étant non conforme et donc éliminé ou retouché et les pertes subies par le client lorsque le produit, non situé au nominal, est tout de même livré au client.
Nota: la détermination des tolérances ne doit pas faire oublier l'un des fondements de la méthodologie de Taguchi à savoir que l'on cherchera toujours (et malgré ces tolérances) à viser la cible et à disperser le moins possible autour de cette cible

4 - Les outils des méthodes Taguchi
Les tables orthogonales proposées par Taguchi permettent, par l'intermédiaire d'expérimentations, de déterminer les paramètres tant en conception (dimensionnement) qu'en production (valeurs des réglages).
Le ratio Signal sur Bruit (S/B), mis au point par Taguchi dans ce type d'application, permet de rendre les fonctions robustes c'est à dire insensibles aux influences externes.
La fonction perte de qualité, inventée par Taguchi, permet à l'ingénieur de connaître l'incidence, sur les pertes financières, d'une fabrication ou d'un réglage à d'autres valeurs que les valeurs cibles (valeurs idéales) Ces pertes pouvant être subies par le producteur ou par le client

5 - L'application des méthodes Taguchi au Japon
L'application des méthodes qualité au Japon se fait avec plusieurs dizaines d'années d'avance par rapport à l'occident.
L'occident a introduit les méthodes Taguchi au début des années 80 alors que les ingénieurs japonais les utilisent couramment depuis les années 70

QUALITE AU JAPON



Pierre SOUVAY

METHODE TAGUCHI

Exemple d'application (on recherche une valeur minimale pour la réponse).

1 - Niveau des facteurs selectionnés (A ,B, C, E)

Les quatre facteurs selectionnés seront testés aux niveaux de la figure 1

FACTEURS / NIVEAUX	A	B	C	E
NIVEAU 1	54	3	10	52
NIVEAU 2	90	6	20	63

fig 1

2 - Tableau des combinaisons retenues des interactions effectuées et des réponses obtenues

On a utilisé une table L8 (2^7)

- Le facteur C est placé en colonne 1
- Le facteur B est placé en colonne 2
- Le facteur A est placé en colonne 4
- Le facteur E est placé en colonne 7
- la colonne 3 est réservée à l'interaction CB
- la colonne 4 est réservée à l'interaction CA

facteurs	C	B	CB	A	CA	E	Réponses
1	10	3	1	54	1	52	4
2	10	3	1	90	2	63	3
3	10	6	2	54	1	63	10
4	10	6	2	90	2	52	4
5	20	3	2	54	2	63	18
6	20	3	2	90	1	52	10
7	20	6	1	54	2	52	12
8	20	6	1	90	1	63	8
							$\overline{R}$ = 8,625

fig 2

3 - Table des réponses

Les résultats sont obtenus à partir des moyennes des réponses pour chaque niveau des facteurs

facteurs	C	B	A	E	CB	CA
niveau 1	5,25	8,75	11	7,5	6,75	8
niveau 2	12	8,5	6,25	9,75	10,5	9,25
écarts	6,75	0,25	4,75	2,25	3,75	1,25

fig 3

4 - Graphes des effets des facteurs et des interactions

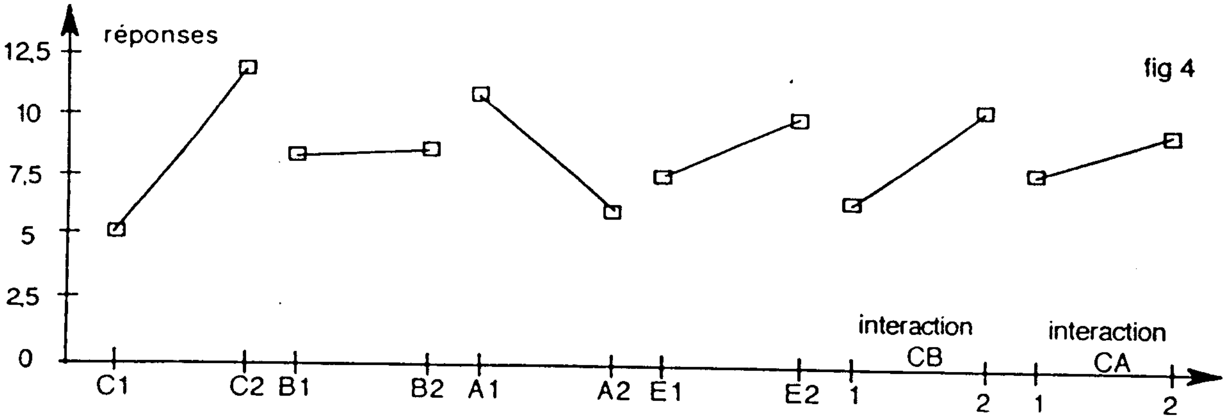


fig 4

L'observation du graphe des réponses montre que les facteurs C et A ont une influence significative sur la réponse . C1 et A2 fournissent les meillers résultats.

Les facteurs B et E semblent n'avoir aucune influence significative.

Pour les interactions, nous retiendrons celle de C avec B pour laquelle nous allons déterminer la meilleure combinaison.

table des réponses
de l'interaction CB

		C	
	Niv.	1	2
B	1	3,5	14
	2	7	10

fig 5

Graphe des réponses de l'interaction CB

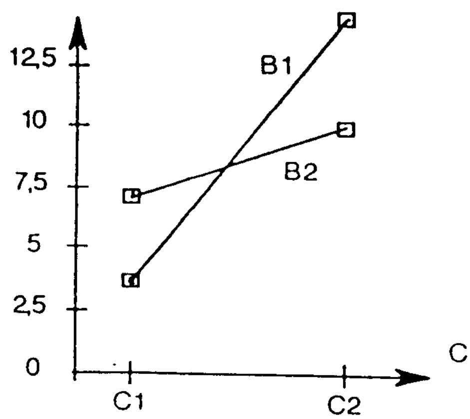


fig 6

La combinaison C1 B1 fournit une réponse favorable, c'est pourquoi nous retiendrons ausi le facteur B à son niveau 1.

5 - Choix final

Le choix final se porte sur la combinaison des facteurs suivante qui minimise la fonction:
A2 = 90 **B1 = 3** **C1 = 10**
E sera fixé en fonction de critères économiques (c'est un facteur de coût)

6 - Réponse moyenne attendue et à vérifier par un essai complémentaire ou en exploitation

Réponse moyenne des 8 essais réalisés = 69 / 8 = 8,625

Chaque optimisation d'un facteur apporte une réduction de la réponse qui est fonction de l'influence de ce facteur.

Dans notre cas, on peut écrire:

$$Y = \overline{R} + (\overline{C1} - \overline{R}) + (\overline{A2} - \overline{R}) + (\overline{C1B1} - \overline{R}) - (\overline{C1} - \overline{R}) - (\overline{B1} - \overline{R})$$

$$Y = 8{,}625 + (5{,}25 - 8{,}625) + (6{,}25 - 8{,}625) + (3{,}5 - 8{,}625) - (5{,}25 - 8{,}625) - (8{,}75 - 8{,}625) = 1{,}125$$

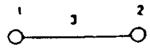
Quelques exemples de matrices orthogonales Taguchi

fig. 1

L4 (2^3)

Col / N°	1	2	3
1	1	1	1
2	1	2	2
3	2	1	2
4	2	2	1

graphe linéaire pour L4



L4 (2^3) signifie que la table comporte 4 lignes que le nombre de colonnes est de 3 et que chaque facteur est à 2 niveaux (8 combinaisons)
Le graphe linéaire nous indique que la colonne 3 est le siège de l'interaction entre les facteurs placés dans les colonnes 1 et 2

fig. 2

Table L8 (2^7)

Col / N°	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

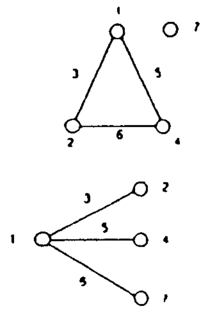


fig 3

Table L9 (3^4)

Col / N°	1	2	3	4
1	1	1	1	1
2	1	2	2	2
3	1	3	3	3
4	2	1	2	3
5	2	2	3	1
6	2	3	1	2
7	3	1	3	2
8	3	2	1	3
9	3	3	2	1

Les tables à 3 niveaux permettent de détecter la non linéarité de certains facteurs

fig. 4

Table L 16 (2^{15})

Col / N°	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	1	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2
3	1	1	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2
4	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	1	1	1	1
5	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2
6	1	2	2	1	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1
7	1	2	2	2	2	1	1	1	1	2	2	2	2	1	1
8	1	2	2	2	2	1	1	2	2	1	1	1	1	2	2
9	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
10	2	1	2	1	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1
11	2	1	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1
12	2	1	2	2	1	2	1	2	1	2	1	1	2	1	2
13	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1	1	2	2	1
14	2	2	1	1	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2
15	2	2	1	2	1	1	2	1	2	2	1	2	1	1	2
16	2	2	1	2	1	1	2	2	1	1	2	1	2	2	1

fig 5

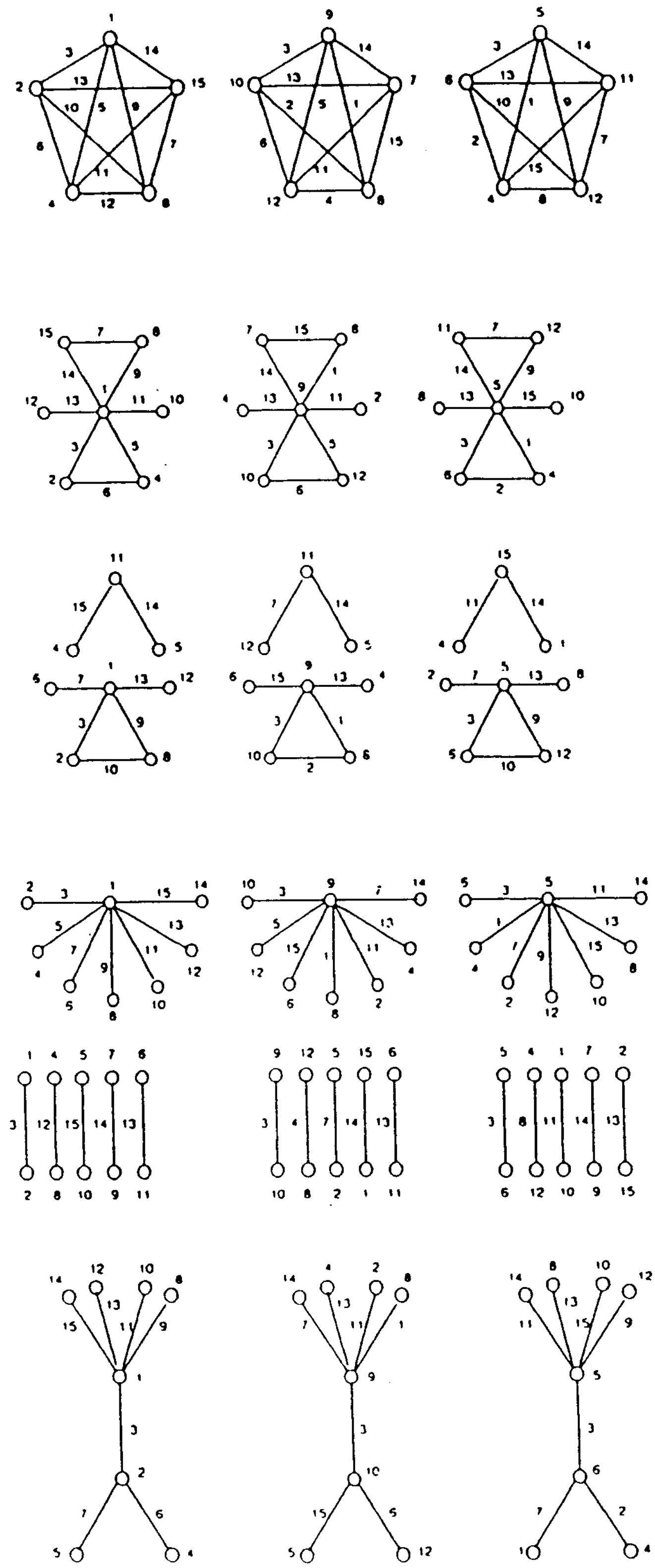
Interactions entre deux colonnes de la table L 16

Col / N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
	(1)	3	2	5	4	7	6	9	8	11	10	13	12	15	14
		(2)	1	6	7	4	5	10	11	8	9	14	15	12	13
			(3)	7	6	5	4	11	10	9	8	15	14	13	12
				(4)	1	2	3	12	13	14	15	8	9	10	11
					(5)	3	2	13	12	15	14	9	8	11	10
						(6)	1	14	15	12	13	10	11	8	9
							(7)	15	14	13	12	11	10	9	8
								(8)	1	2	3	4	5	6	7
									(9)	3	2	5	4	7	6
										(10)	1	6	7	4	5
											(11)	7	6	5	4
												(12)	1	2	3
													(13)	3	2
														(14)	1

Les interactions se produisent dans les colonnes situées à l'intersection des numéros de colonnes indiqués en haut et entre parenthèses
Exemple la colonne 5 est le siège de l'interaction entre les facteurs placés dans les colonnes 4 et 1

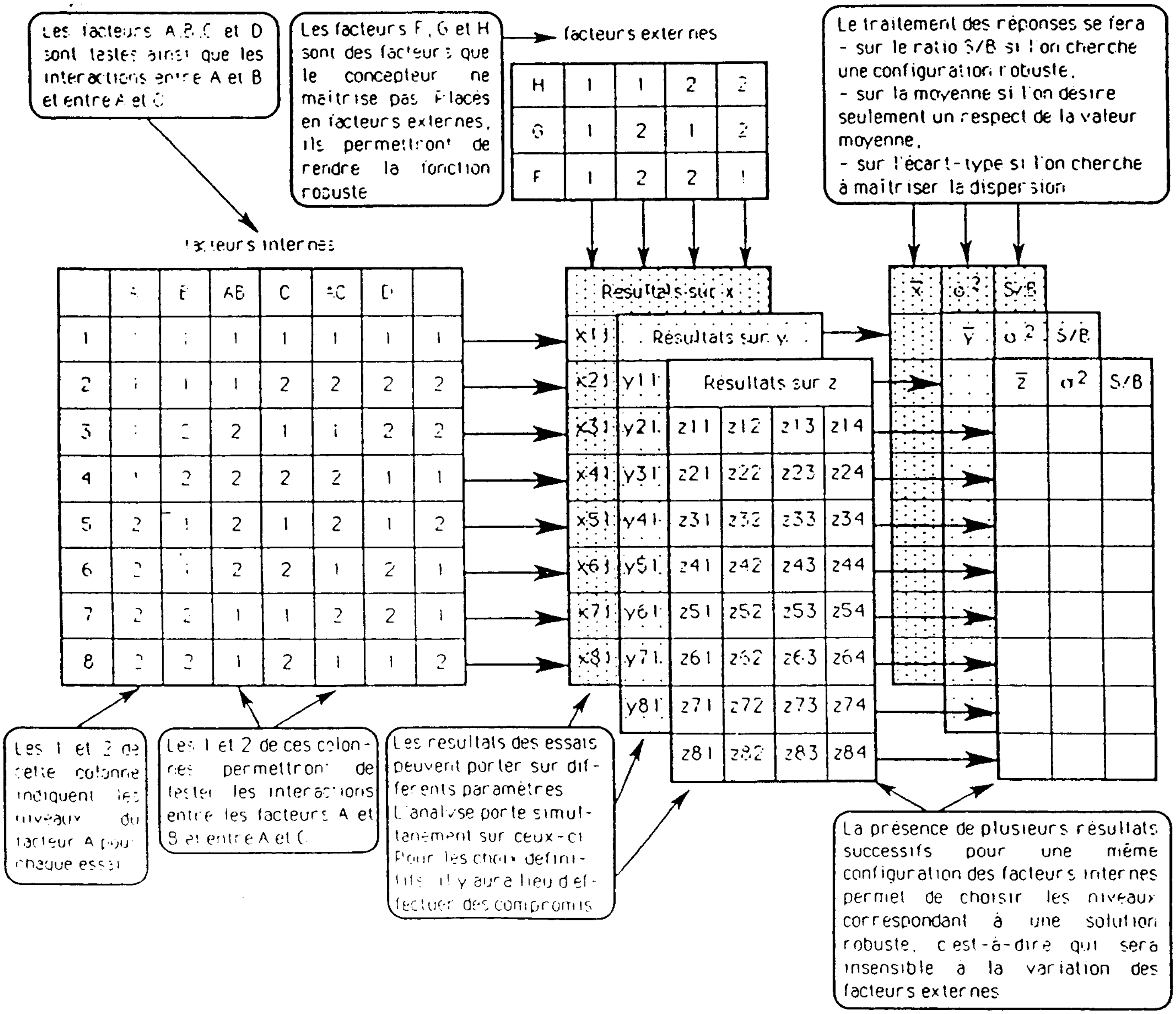
fig. 6

Quelques graphes linéaires pour la table L 16



Pierre SOUVAY

SCHEMA SYNTHETIQUE DES POSSIBILITES D'UTILISATION DES MATRICES ORTHONALES DE TAGUCHI



Facteurs externes :

H	1	1	2	2
G	1	2	1	2
F	1	2	2	1

Facteurs internes :

	A	B	AB	C	AC	D	
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

METHODE TAGUCHI - BIBLIOGRAPHIE

- **Les méthodes Taguchi dans l'industrie occidentale**
  Traduit de Lance A? Ealey "Quality By Design"
  Editions d'Organisation 1990

- **Initiation à l'Engineering de la qualité**
  Manuel de formation du séminaire de 5 jours
  Institut des méthodes Taguchi àIssy les Moulineaux (92)
  Manuel de formation d'un institut, créé par Taguchi, et chargé de la diffusion des méthodes Taguchi

- **Les plans d'expériences**
  Goupy Editions DUNOD (ne traite pas des méthodes Taguchi)

- **Pratique des plans d'expérience - Méthodologie Taguchi**
  Michel G Vigier Editions d'organisation 1988

- **Taguchi Techniques for Quality Engineering**
  P.J. Ross Mac Graw Hill (U.S.A.) 1988

- **articles parus dans Qualité Magazine**
  bulletin du Mouvement Français pour la qualité (ex.AFCIQ)

- **La méthode Taguchi**
  Article de P. Souvay Technologies Sciences et techniques industrielles CNDP (à paraître 1991)

METHODES TAGUCHI - HISTORIQUE

- début d'application, au Japon, dès la fin des années 40,

- utilisées couramment dans les entreprises industrielles, au Japon, depuis les années 60,

- introduites aux U.S.A. en 1980/82 avec comme pionniers:

AT & T BELL Laboratories

Ford Motors Company

Xeros Corporation

puis des centaines d'entreprises industrielles

- introduites en Europe, au milieu des années 80, dans les industries où les réglages représentent un coût très important (plastiques, chimie,..)

Plastic Omnium, Paulstra, Michelin,.....

- Puis dans les industries de grande série:

Peugeot, Citroën, Aérospatiale, SNECMA, Garrett,GEC Alsthom, Télémécanique,....

Annexe 1

LA METHODE TAGUCHI

La méthode Taguchi est une méthode d'expérimentation tournée vers un usage industriel

Les essais sont réalisés en nombre réduit et tous les facteurs d'essais varient simultanément en suivant des plans préétablis fournis par des tables orthogonales choisies en fonction des objectifs.

Elle permet, en particulier la fixation des paramètres de conception et de fabrication à partir d'essais réalisés sous la forme de plans d'expériences.

1 - Exemple de table orthogonale

La méthode Taguchi suppose l'usage de tables orthogonales. La lable $L8(2^7)$ permet de tester jusqu'à 7 facteurs ou intéractions en 8 essais.

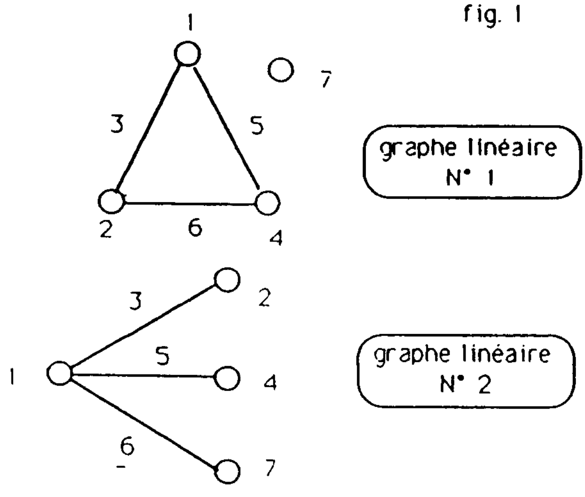
Chaque facteur sera testé pour 2 niveaux qu'il faudra choisir judicieusement. Le placement des facteurs dans les colonnes dépend des intéractions que l'on veut étudier. Pour ce faire on utilise des graphes linéaires: par exemple , l'utilisation du triangle (graphe linéaire N° 1) nous montre que l'intéraction entre les facteurs placés dans les colonnes 1 et 2 sont exploitées dans la colonne N° 3.

L'exemple(fig. 2 et 3) est construit sur ce modèle: les trois facteurs A, B et K sont placés dans les colonnes 1,2 et 4 conformément au graphe linéaire N° 1. Les intéractions seront étudiées dans les colonnes 3, 5, 6 (la colonne 7 permet ici de tester l'intéraction ABK).

Table $L8(2^7)$

Col. N°	1	2	3	4	5	6	7
1	1	1	1	1	1	1	1
2	1	1	1	2	2	2	2
3	1	2	2	1	1	2	2
4	1	2	2	2	2	1	1
5	2	1	2	1	2	1	2
6	2	1	2	2	1	2	1
7	2	2	1	1	2	2	1
8	2	2	1	2	1	1	2

fig. 1



2 - Exemple d'application

Un exemple de résultats est reproduit en page 2. Il comporte un tableau des essais et les résultats sont consignés dans les trois dernières colonnes;

Les quatre premiers essais ont été réalisés en plaçant le facteur A au niveau 1 (A1 = 64). Pendant ce temps, le facteur B a été placé deux fois au niveau 1 (B1 = 64) et deux fois au niveau 2 (B2 = 192). Il en est de même pour le facteur K placé deux fois au niveau 1 (K1 = 64) et deux fois au niveau 2 (K2 = 192). Celà a pour conséquence d'annuler les effets de ces deux facteurs B et K sur les réponses moyennes lors de ces quatre essais. Il en est de même pour les quatre essais suivants

Il en résulte que la différence entre les résultats moyens des quatre premiers essais et des quatre derniers est uniquement dûe au changement du niveau de A: c'est l'effet du facteur A qui est obtenu dans la table des réponses et qui est visualisé sur le graphe des résultats.

Ceci est également valable pour les autres facteurs ou intéractions.

3 - Calcul des effets

Le calcul des effets de chaque facteur se fait dans la table des réponses(page 4).

Par exemple: la réponse moyenne concernant le facteur A au niveau 1 est constituée par la moyenne des 4 résultats correspondants:

$(1,50+1,50+1,50+1,50)/4 = 1,50$

Pour le niveau 2, on obtient:

$(1,10+1,20+1,20+1,20)/4 = 1,175$ arrondi à 1,18 dans la table

L'effet de la variation de A est donc: $1,50-1,18 = 0,32$

On agit de la même façon à propos des intéractions Par exemple pour le niveau 1 de l'intéraction AB, on obtient:

$(1,50+1,50+1,20+1,20)/ = 1,33$

4 - Autres développements de la méthode

Ceci n'est qu'un petit aperçu de la méthode Taguchi:

Le catalogue fournit un éventail de tables que l'expérimentateur choisit en fonction du nombre de variables et intéractions ainsi que du nombre de niveaux (2 ou plus) de chaque variable.

La méthode permet également de fixer de paramètres rendant la fonction robuste (exploitation du signal/bruit) et de définir les tolérances sur des bases économiques (fonction perte).

5 - Bibliographie

- Les méthodes Taguchi dans l'industrie occidentale par Lance A. Ealey (éditions d'organisation),
- Pratique des plans d'expériences, méthodologie Taguchi par Michel Vigier (éditions d'organisations),
- Cours de l'Institut des méthodes Taguchi,
- Cours de l'UTC de Compiégne (C. Constant 1987),
- Articles de Qualité Magazine MFQ-AFCIQ),
- Article P. Souvay Technologie Sciences et Techniques Industrielles (CNDP).

Tableau des essais et résultats Table L8 2(7)

8 essais, 7 facteurs ou intéractions maxi., 2 niveau chacun

fig 2

facteurs pris en compte dans les essais réalisés

colonnes où siègent les intéractions entre les facteurs désignés

résultats des essais successifs pratiqués

N° essai	A	B	AB	K	AK	BK	ABK	Dépass	Temps	Erreur
1	64	64	1	64	1	1	1	1,50	60	0
2	64	64	1	192	2	2	2	1,50	60	0
3	64	192	2	64	1	2	2	1,50	60	0
4	64	192	2	192	2	1	1	1,50	60	0
5	192	64	2	64	2	1	2	1,10	75	0
6	192	64	2	192	1	2	1	1,20	75	0
7	192	192	1	64	2	2	1	1,20	75	0
8	192	192	1	192	1	1	2	1,20	75	0

les trois résultats de cette ligne ont été obtenus dans la configuration A= 64 B=64 K=192

8 essais ont été pratiqués dans les configurations des facteurs A,B,K indiquées dans chaque ligne

l'effet de l'interaction entre les facteurs A et B sera étudié en utilisant les 1 et 2 de la table.

ces 4 valeurs ont pour moyenne 1,175 qui constitue la réponse moyenne lorsque le facteur A a pour valeur 192

ces 4 valeurs ont pour moyenne 1,500 qui constitue la réponse moyenne lorsque le facteur A a pour valeur 64

Tables des réponses et graphes

colonnes de calcul des reponses pour les facteurs A,B et K

colonnes de calcul des réponses pour les interactions AB, AK, BK et ABK

fig 2

Table des reponses

	A	B	K	AB	AK	BK	ABK
Niveau 1	1,50	1,33	1,33	1,33	1,33	1,33	1,35
Niveau 2	1,18	1,35	1,35	1,35	1,35	1,35	1,33
| Ecart |	0,32	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02	0,02

moyenne des dépassements constatés lorsque le facteur A est au niveau 1: A1 = 64

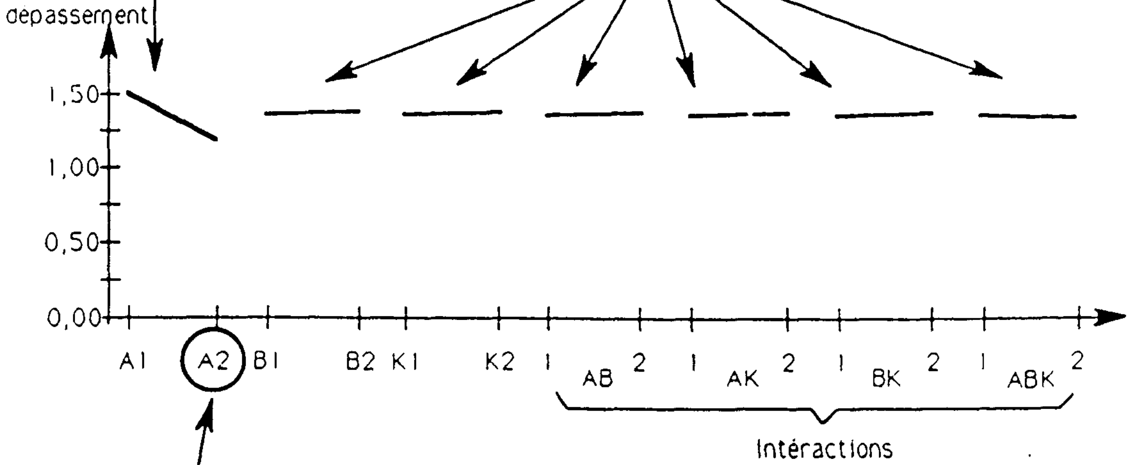
moyenne des dépassements constatés lorsque le facteur A est au niveau 2: A2 = 192

différence entre les moyennes des dépassements pour A au niveau 1 et A au niveau 2 Cette différence est de 0,32 ce qui est considéré comme étant significatif

la forte pente de la droite indique une influence significative

la faible pente des droites indique une influence non significative

Graphe des résultats



si l'on cherche à minimiser les dépassements, on choisira le niveau 2 pour le facteur A, soit 192

les facteurs B et K pourront être fixés indifféremment aux niveaux 1 ou 2 puisqu'ils sont sans influence significative sur les dépassements et qu'aucune intéraction n'est constatée