

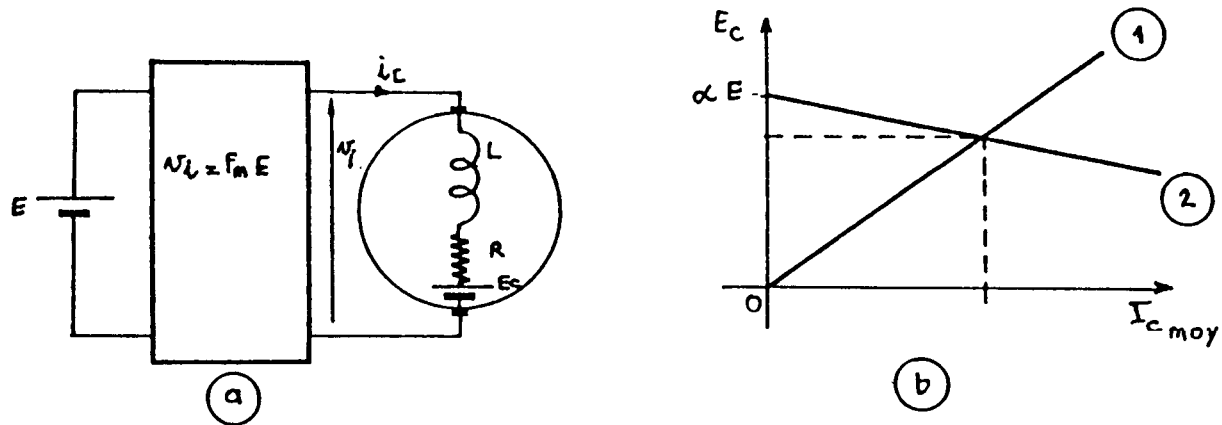
**Exemple : Variation de vitesse d'un moteur à courant continu à excitation indépendante**

Figure 12: Moteur à courant continu alimenté par un hâcheur et point de fonctionnement.

Le modèle d'un moteur à courant continu est un dipôle  $L, R, E_c$  (figure 12a)

$L$  : inductance de l'enroulement

$\Omega$  : vitesse angulaire du moteur

$R$  : résistance de l'enroulement

$C_{moy}$  : valeur moyenne du couple moteur

$E_c$  : f. c. e. m.

$I_{c moy}$  : valeur moyenne du courant d'induit

Rappelons que:  $E_c = k \Omega$  et  $I_{c moy} = K C_{moy}$

Le moteur entraîne une charge caractérisée par un couple résistant  $C_r = F(\Omega)$

En régime permanent établi la relation  $C_r = F(\Omega)$  impose au moteur une relation

$$I_{c moy} = F'(E_c) \quad \text{car} \quad C_{moy} = C_r$$

Soit par exemple un couple résistant proportionnel à la vitesse  $C_r = A \Omega$

Nous pouvons donc écrire :

$$C_r = C_{moy} = \frac{I_{c moy}}{K} = A \Omega = A \frac{E_c}{k}$$

d'où

$$I_{c moy} = A \frac{K}{k} E_c$$

La tension moyenne aux bornes de l'induit est :

$$V_{moy} = \alpha E = R I_{c moy} + E_c$$

Pour une valeur du paramètre  $\alpha$  le point de fonctionnement en régime permanent du moteur correspond au point commun des caractéristiques (figure 12b):

$$I_{c moy} = A \frac{K}{k} E_c \quad \text{et} \quad E_c = \alpha E - R I_{c moy}$$

Le contrôle du paramètre  $\alpha$  permet donc le contrôle de la puissance électrique reçue par le moteur.

$$P = E_c I_{c \text{ moy}} = A \frac{k}{K} (\alpha E)^2$$

Nous avons de plus :

$$\Omega = \frac{\alpha E - R I_{c \text{ moy}}}{k}$$

Le contrôle de  $\alpha$  assure simultanément le contrôle de la vitesse du moteur

**Régime dynamique :** Supposons une variation brusque et positive de  $\alpha$ . L'inertie du moteur ne permet pas à la vitesse de varier rapidement (les constantes de temps mécaniques sont bien plus grandes que les constantes de temps électriques). Le courant moyen prend la valeur :

$$I'_{c \text{ moy}} = \frac{\alpha' E - E_c}{R} \gg I_{c \text{ moy}} = \frac{\alpha E - E_c}{R}$$

qui correspond à une très forte augmentation du couple moteur alors que le couple résistant n'a pas encore varié. D'où la nécessité de prévoir un dispositif de **limitation du courant** agissant pendant les régimes transitoires.

## 5/ ETUDE DU HACHEUR DEVOLTEUR SUR CHARGE R,L,E

Le schéma correspondant est représenté sur la figure 13a.

A l'instant initial  $t = 0$  le système est au repos, tous les courants de branche sont nuls.

On ferme T. Il apparaît un courant  $i_c$  dans la charge, assuré par la conduction de la maille E, R, L,  $E_c$  (figure 13b). Ce courant croît exponentiellement pendant le temps  $t_f$ .

On ouvre T. Il y a alors commutation du courant  $i_c$  de l'interrupteur T à la diode D. Ce courant décroît exponentiellement, c'est la séquence de roue libre. (figure 13c)

Nous devons alors envisager deux cas :

a/ on ferme T avant que le courant de roue libre soit nul, il y a commutation du courant  $i_c$  de la diode D vers l'interrupteur T, le courant  $i_c$  croît à partir d'une valeur initiale, la conduction est *continue*.

b/ le courant  $i_c$  s'annule avant la nouvelle fermeture de T, la conduction est *discontinue*.

### 5- 1/ Fonctionnement en conduction continue

Au bout d'un certain temps de fonctionnement, s'établit un régime permanent où le courant  $i_c$  est un courant périodique de valeur  $I_{c(moy)}$ , d'ondulation  $\epsilon I_c$ . La forme d'onde de ce courant ainsi que celle de la tension  $v_c$  sont représentées sur la figure 13d.

Soit:  $t_f$  le temps de la phase active ( $F_m = 1$ ),  $t_0$  le temps de roue libre ( $F_m = 0$ )

$T = t_f + t_0$  est la période de fonctionnement du hacheur.

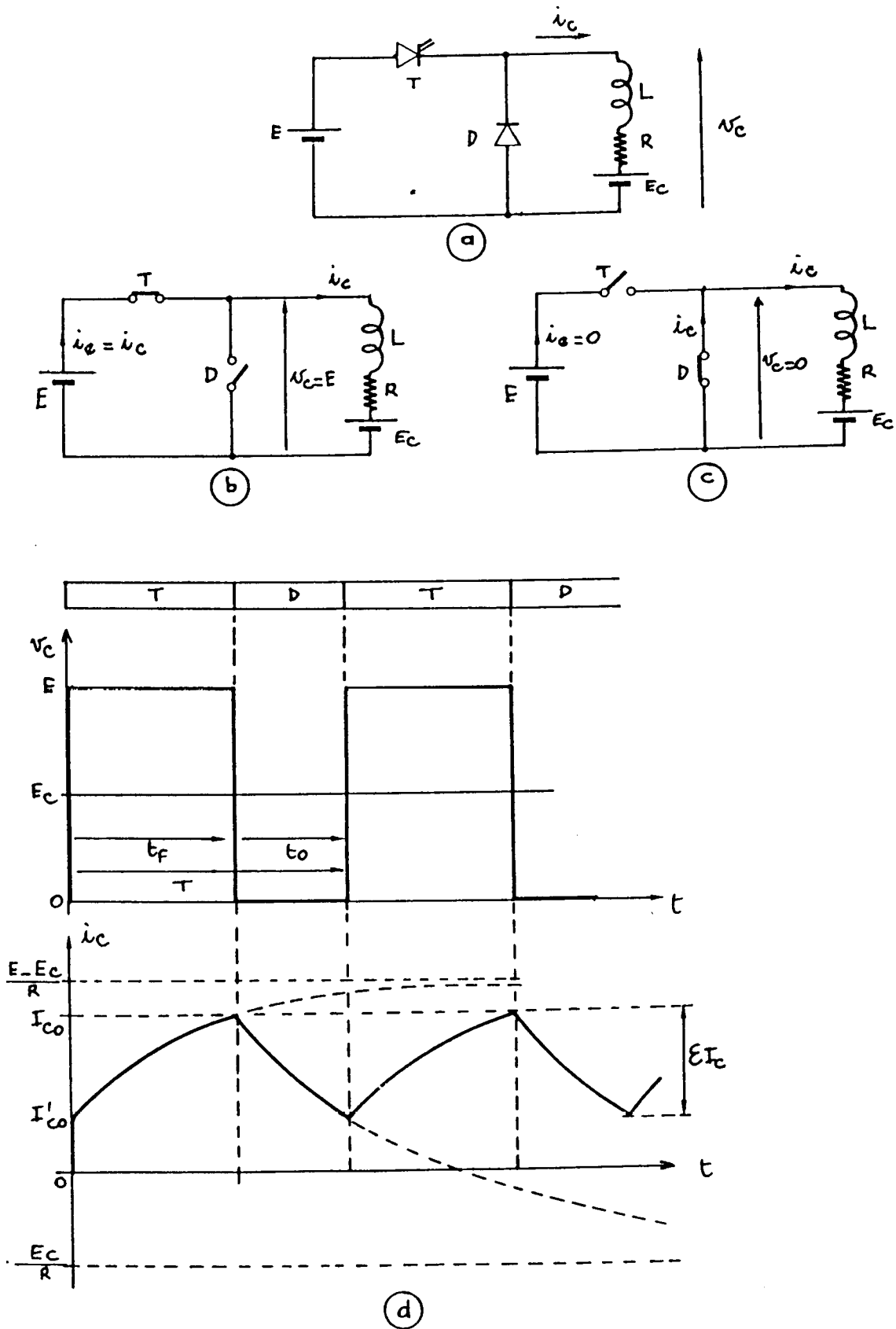


Figure 13: Hacheur dévolteur, fonctionnant en conduction continue sur charge  $R, L, E$ .

Le courant  $i_c$  est régi par l'équation différentielle :

$$V_c = E_c + R i_c + L \frac{di_c}{dt} = F_m E$$

### 5-1-1/ Etude des valeurs moyennes.

Les valeurs moyennes des grandeurs de sortie sont liées par la relation:

$$V_{c \text{ moy}} = E_c + I_{c \text{ moy}}$$

Pour simplifier les expressions et utiliser des unités réduites nous poserons:

$$\frac{t_f}{T} = \alpha \text{ (rapport cyclique)} \quad \frac{E_c}{E} = a \quad \frac{E}{R} = I_k$$

Les relations sur les valeurs moyennes deviennent:

$$\frac{V_{c \text{ moy}}}{E} = \alpha \quad \frac{I_{c \text{ moy}}}{I_k} = \alpha - a$$

Ces relations font apparaître immédiatement la possibilité de régler la tension moyenne aux bornes de la charge et le courant moyen par l'intermédiaire du rapport cyclique  $\alpha$ . En particulier le rapport cyclique apparaît, par analogie avec un transformateur, comme le rapport de transformation du hacheur.

On peut de même s'intéresser aux valeurs moyennes du courant et de la tension relatifs à la source, la diode et l'interrupteur. Nous le ferons dans le cas très fréquent, où l'ondulation du courant est faible, ce qui correspond à une période de fonctionnement très courte devant la constante de temps électrique de la charge :  $T \ll \tau$ . Nous pouvons alors écrire, par exemple pour le courant dans la source :

$$E I_{s \text{ moy}} = V_{c \text{ moy}} I_{c \text{ moy}} = \alpha E I_{c \text{ moy}}$$

$$\text{d'où} \quad \frac{I_{E \text{ moy}}}{I_{c \text{ moy}}} = \alpha \quad \text{et} \quad \frac{I_{E \text{ moy}}}{I_k} = \alpha (\alpha - a)$$

La figure 14 et le tableau ci-dessous regroupent les principaux résultats obtenus concernant les formes d'ondes et leurs valeurs moyennes.

	$\frac{V_{\text{moy}}}{E}$	$\frac{I_{\text{moy}}}{I_k}$
Charge	$\alpha$	$\alpha - a$
Source	1	$\alpha (\alpha - a)$
Interrupteur	$1 - \alpha$	$\alpha (\alpha - a)$
Diode	$-\alpha$	$(1 - \alpha) (\alpha - a)$

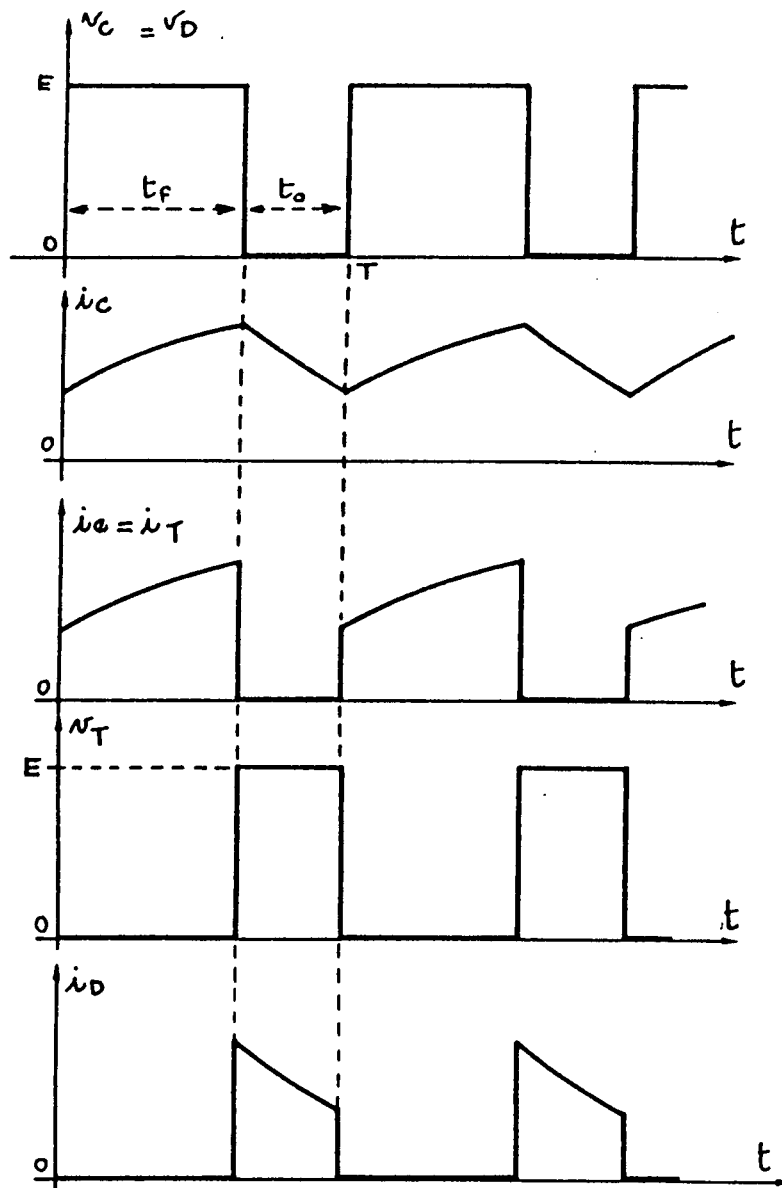


Figure 14: Formes d'onde d'un hacheur dévolteur

### 5-1-2/ Etude des valeurs instantanées

En prenant chaque fois comme origine des temps l'instant initial de l'alternance considérée, la valeur instantanée du courant s'écrit, en posant  $\tau = L/R$  :

- pendant le temps  $t_f$  de fermeture:

$$i = \left( i_m - \frac{E - E_c}{R} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E - E_c}{R}$$

où  $i_m$  est la valeur instantanée du courant à l'instant de la fermeture,

- pendant le temps  $t_o$  d'ouverture:

$$i = \left( i_m + \frac{E_c}{R} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{E_c}{R}$$

où  $i_m$  est la valeur instantanée du courant à l'instant de l'ouverture.

Ces deux relations permettent l'étude du courant en régime transitoire ou en régime permanent.

### 5-1-3/ Expression de l'ondulation du courant

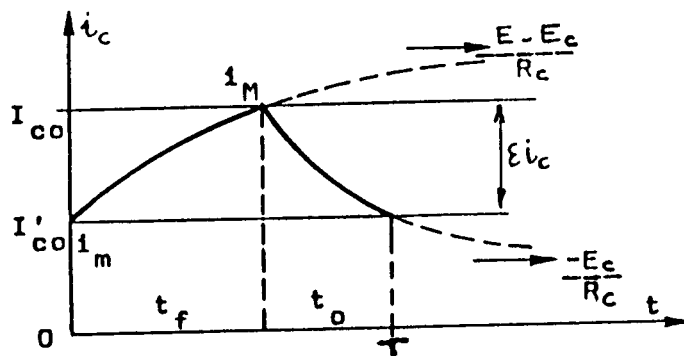


Figure 15: Hacheur dévolteur, courant de charge en régime permanent.

En régime permanent, nous appellerons  $I_{co}$  la valeur maximale instantanée du courant et  $I'_{co}$  la valeur minimale (figure 15). A partir des deux relations établies ci-dessus, nous pouvons écrire :

$$I_{co} = I'_{co} e^{-\frac{t_f}{\tau}} + \frac{E - E_c}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t_f}{\tau}} \right)$$

$$I'_{co} = I_{co} e^{-\frac{t_o}{\tau}} - \frac{E_c}{R} \left( 1 - e^{-\frac{t_o}{\tau}} \right)$$

d'où en utilisant des grandeurs réduites, les expressions des valeurs maximale et minimale du courant :

$$\frac{I_{co}}{I_k} = \frac{1 - e^{-\frac{t_f}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} - a \quad \text{et} \quad \frac{I'_{co}}{I_k} = \frac{e^{-\frac{t_o}{\tau}} - e^{-\frac{T}{\tau}}}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} - a$$

Si nous appelons  $\epsilon i_c = I_{co} - I'_{co}$  l'ondulation du courant:

$$\frac{\varepsilon I_c}{I_k} = \frac{\left(1 - e^{-\frac{t_f}{\tau}}\right) \left(1 - e^{-\frac{t_0}{\tau}}\right)}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} = \frac{\left(1 - e^{-\alpha \frac{T}{\tau}}\right) \left(1 - e^{-(1-\alpha)\frac{T}{\tau}}\right)}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}}$$

#### 5-1-4/ Procédés de réglage - Influence du paramètre de réglage

Pour faire varier la tension moyenne du hacheur, il faut faire varier le rapport cyclique  $\alpha$ , ce qui amène tout naturellement à concevoir deux procédés de réglage simples :

- réglage à  $t_f$  constant et  $T$  variable
- réglage à  $T$  constant et  $t_f$  variable

Nous étudierons successivement ces deux procédés et leur influence sur l'ondulation du courant.

##### a/ Réglage à $t_f$ constant et $T$ variable

La relation précédente s'écrit avec  $t_0 = T - t_f$ :

$$\frac{\varepsilon I_c}{I_k} = \frac{\left(1 - e^{-\frac{t_f}{\tau}}\right) \left(1 - e^{-\frac{T - t_f}{\tau}}\right)}{\left(1 - e^{-\frac{T}{\tau}}\right)}$$

Si  $T \ll \tau$ , cette relation peut s'écrire:

$$\frac{\varepsilon I_c}{I_k} \approx \frac{t_f}{\tau} \left(1 - \frac{t_f}{T}\right)$$

Elle permet d'étudier, pour différentes valeurs de  $t_f/\tau$  les variations de l'ondulation réduite  $\varepsilon I_c/I_k$  en fonction de  $T/\tau$  (figure 16).

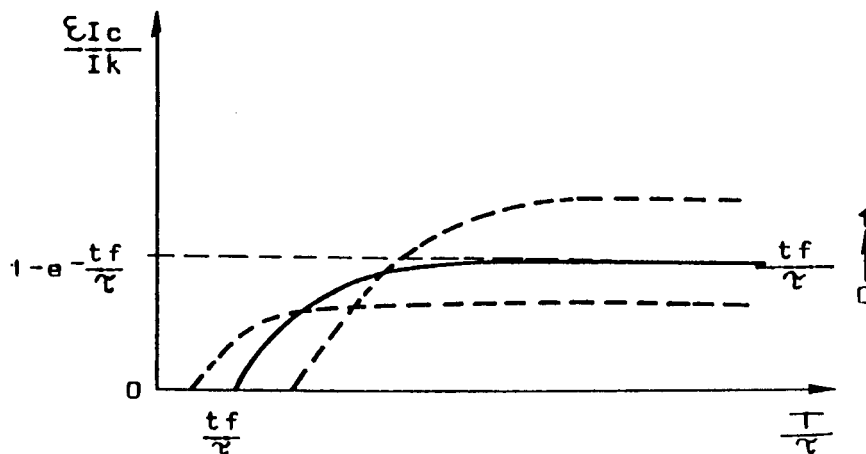


Figure 16: ondulation de courant de charge d'un hacheur dévolteur fonctionnant à  $t_f$  constant et  $T$  variable

Pour une valeur donnée de  $t_f/\tau$ , l'ondulation est nulle pour  $T=t_f$  (cas impossible car il y a une valeur minimale de  $t_0$  imposée par l'interrupteur et son circuit de commutation éventuel).

Lorsque  $T/\tau$  augmente, l'ondulation tend vers une limite asymptotique :

$$\frac{T}{\tau} \Rightarrow \infty \quad \frac{\Delta I_c}{I_k} \Rightarrow 1 - e^{-\frac{t_f}{\tau}}$$

Remarquons :

1/ que l'ondulation est maximale et pratiquement constante pour les valeurs élevées de  $T$  (fréquence faible) ce qui correspond au domaine des faibles valeurs de la tension de sortie.

2/ que l'ondulation est d'autant plus faible que le temps de conduction  $t_f$  est plus petit.

Ce type de réglage est donc particulièrement bien adapté au cas où la tension de sortie du hacheur doit prendre des valeurs très faibles (quelques % de la tension d'entrée).

#### b/ Réglage à $T$ constant et $t_f$ variable

Prenons comme paramètre de réglage le rapport cyclique  $\alpha$ :

$$\frac{\Delta I_c}{I_k} = \frac{\left(1 - e^{-\alpha \frac{T}{\tau}}\right) \left(1 - e^{-(1-\alpha) \frac{T}{\tau}}\right)}{1 - e^{-\frac{T}{\tau}}} \approx \frac{T}{\tau} \alpha (1 - \alpha) \text{ pour } T \ll \tau$$

Pour une valeur donnée de  $T$ , donc de la fréquence de fonctionnement du hacheur, l'ondulation est théoriquement nulle pour  $\alpha = 0$  et  $\alpha = 1$  (cas impossibles pour la même raison que précédemment).

Elle passe par un maximum pour  $\alpha = 0,5$  c'est-à-dire pour une tension de sortie moitié de la tension d'entrée (figure 17).

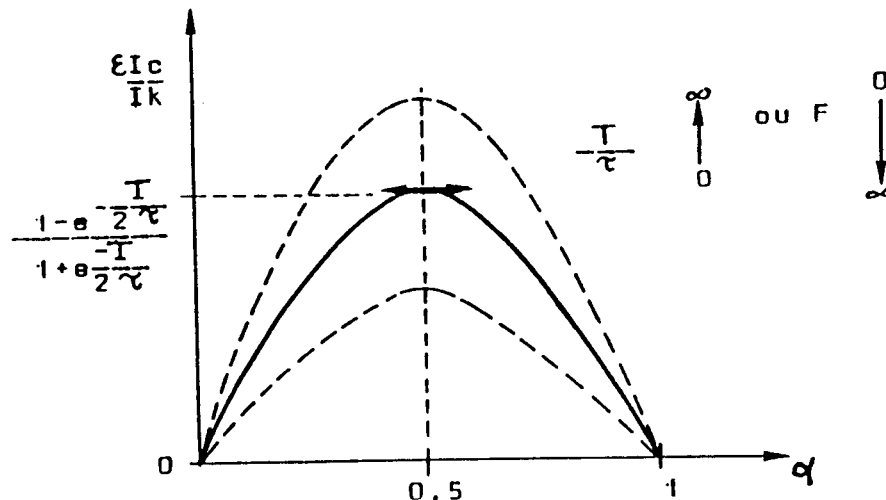


Figure 17: ondulation de courant de charge d'un hacheur dévolteur fonctionnant à  $T$  constant et  $t_f$  variable



Elle vaut alors :

$$\left(\frac{\varepsilon I_c}{I_k}\right)_M = \frac{\left(1 - e^{-\frac{T}{2\tau}}\right)^2}{1 - e^{-\frac{2T}{\tau}}} = \frac{1 - e^{-\frac{T}{2\tau}}}{1 + e^{-\frac{T}{2\tau}}}$$

Remarquons que l'ondulation diminue lorsque la fréquence augmente. En particulier, pour  $\alpha = 0,5$  et pour  $T \ll \tau$  nous pouvons écrire :

$$\left(\frac{\varepsilon I_c}{I_k}\right)_M \approx \frac{T}{4\tau}$$

L'ondulation est donc inversement proportionnelle à la fréquence.

Ce type de réglage ne permet pas de fournir des tensions de sortie très basses, surtout si la fréquence est élevée car le rapport cyclique  $\alpha$  ne peut descendre au dessous d'une valeur minimale qui dépend de l'interrupteur et de son circuit de commutation.

Or, dans de nombreux cas, il est nécessaire de fonctionner avec des tensions de sortie voisines de zéro, par exemple dans le cas du démarrage d'une machine à courant continu.

On a alors recours à une combinaison des deux types de réglages : le premier est utilisé pour le démarrage, donc avec une tension aussi faible que l'on veut et avec une fréquence de découpage très faible.

Une fois atteint le rapport cyclique minimal que l'on peut ainsi obtenir, on peut passer à un réglage du deuxième type : la fréquence de découpage est maintenue constante et on module le rapport cyclique.

### 5-1-5/ Procédés de limitation et de contrôle du courant

Les deux modes de réglage précédemment étudiés sont indépendants des valeurs prises par le courant d'utilisation. Généralement le circuit de commande du hacheur comprendra, en plus du circuit de réglage de la tension, un circuit de limitation du courant qui s'y substitue en cas de surcharge.

Lorsque l'interrupteur est surtout sensible aux dépassements de la valeur moyenne ou efficace du courant, ces dernières valeurs pourront être prises comme référence et un contrôle du type "cascade" pourra être utilisé.

Mais il peut être nécessaire de contrôler les valeurs instantanées de crête du courant (cas du transistor).

Examinons les diverses solutions :

1/ L'interrupteur est commandé à fréquence constante, l'instant d'ouverture étant déterminé par une valeur maximale de référence (figure 18a).

Une telle méthode est à rejeter car la stabilité du système n'est pas assurée sur toute la plage de fonctionnement.

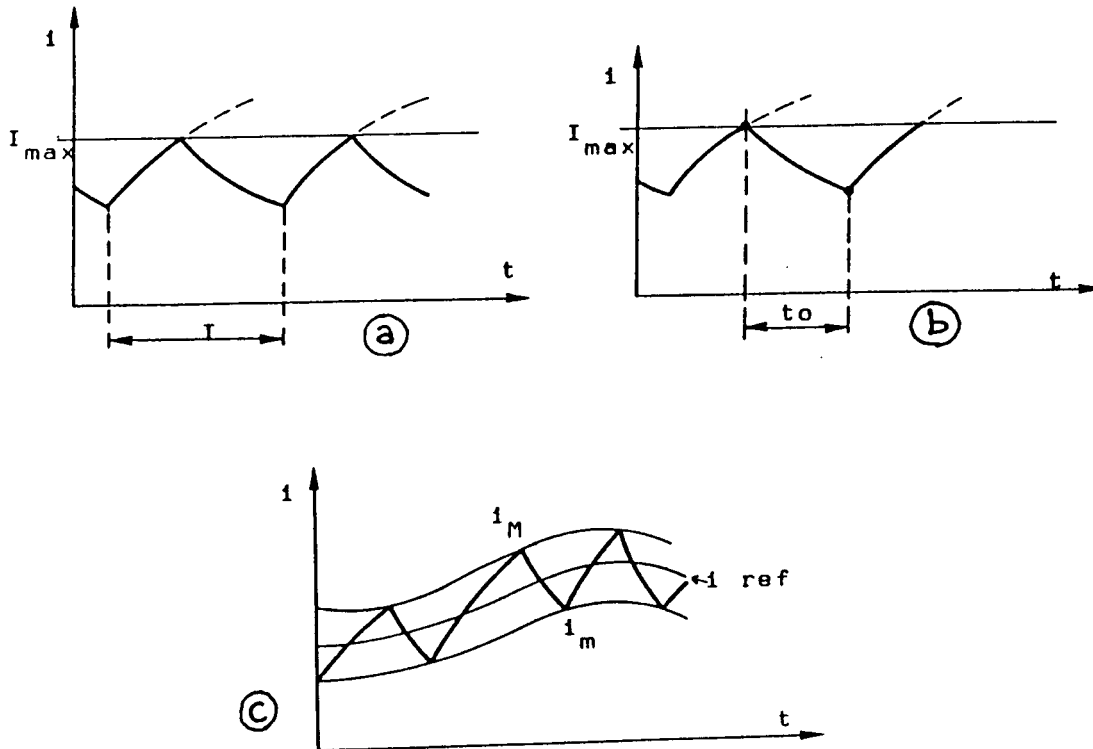


Figure 18: Procédés de contrôle et de limitation de courant d'un hacheur:  
 a) à fréquence constante    b) à temps  $t_0$  constant  
 c) par fourchette de courant

2/ Au lieu de maintenir constante la période de fonctionnement du hacheur, on maintient constant le temps d'ouverture  $t_0$  de l'interrupteur (figure 18b).

La protection de l'interrupteur est assurée mais la fréquence de fonctionnement est libre, l'ondulation de courant variable et la dynamique de réglage assez restreinte, si l'on ne joue pas simultanément sur  $I_{max}$  et  $t_0$ .

### 3/ Modulation par contrôle des valeurs extrêmes de courant

On impose au courant de sortie du hacheur de se trouver toujours en valeur instantanée entre deux limites, supérieure  $i_M$  et inférieure  $i_m$ , symétriques par rapport à une valeur de référence  $i_{ref}$  (figure 18c).

L'intérêt de ce mode de modulation est incontestable. Il permet un contrôle très poussé du courant, donc une protection particulièrement efficace contre les surcharges.

Si nous imposons une valeur constante  $\epsilon i_c = i_{co} - \epsilon i_c / 2$ , de l'ondulation du courant (en régime permanent), l'interrupteur s'ouvre dès que le courant  $i_c$  atteint la valeur maximale:

$$i_{co} = i_{ref} + \epsilon i_c / 2$$

et se ferme dès que le courant  $i_c$  retombe à la valeur minimale:

$$i_{co} = i_{ref} - \epsilon i_c / 2$$