

# La CAO de l'impossible !

## Les cadres impossibles

FRANCIS BINET\*

Quand l'image joue avec notre vision des formes, cela donne des illusions d'optique particulièrement saisissantes. Voici un nouvel objet de notre série pour tromper notre perception !

Les cadres impossibles sont des solides à quatre barres. Contrairement aux objets présentés jusqu'ici, leur paternité n'est pas clairement établie. On peut malgré tout citer Bruno Ernst qui en effectue une description détaillée dans son ouvrage *L'Aventure des figures impossibles* **1**.

Ce type de solide a déjà été rencontré dans l'article concernant l'arche d'Oscar Reutersvärd (*Technologie* n° 207), mais il en existe de nombreuses versions différentes suivant les types de coins reliés.

Nous allons d'abord détailler une méthode qui permet l'obtention du solide en deux parties. Puis nous verrons rapidement comment réaliser le solide d'un seul bloc par une méthode similaire à celle utilisée dans les précédents articles.

### Méthode 1

#### Étape 1 : extrusion d'un demi-cadre gauche

Esquisser un U couché sur le plan de droite **2**. Comme d'habitude, l'utilisation d'équations permet de modifier simplement l'allure du cadre *a posteriori*. Extruder sur une profondeur égale à la largeur des branches (ici, 10 mm), sinon la construction ne fonctionnera pas.

#### Étape 2 : génération d'un plan de projection isométrique

Créer un axe vertical passant par l'origine avec la fonction « géométrie de référence », puis un plan intermédiaire à 45° en effectuant une rotation du plan de droite de  $\alpha = 45^\circ$  autour de l'axe vertical avec inversion de décalage. Créer un axe horizontal, intersection des plans intermédiaire et de dessus, puis le plan isométrique en effectuant une rotation de 35,26° autour de l'axe horizontal **3**.

#### Étape 3 : génération d'un plan « U-droit »

Ce plan doit être orienté dans l'espace de telle manière que la projection du demi-cadre droit sur le plan

### MOTS-CLÉS

modélisation, CAO



**1** Solide impossible à quatre barres en vue isométrique

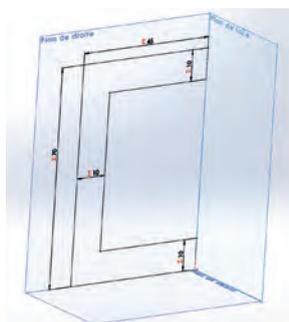
isométrique possède les mêmes directions que la projection du demi-cadre gauche (la place manque ici pour justifier cette construction) :

- créer un plan symétrique au plan intermédiaire à 45° par rapport au plan isométrique en effectuant une rotation du plan intermédiaire de 70,52° autour de l'axe horizontal avec inversion de décalage ;
- créer un plan normal au plan précédent, passant par l'axe vertical **4** ;
- créer un axe « axe plan sym », intersection du plan normal avec le plan symétrique ;
- créer le plan recherché « U-droit », en effectuant une rotation de 45° du plan symétrique autour de l'axe précédent **5**.

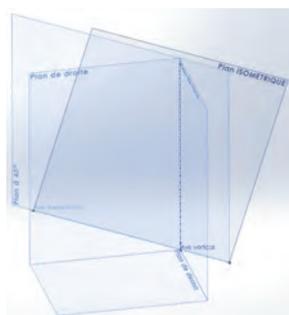
#### Étape 4 : génération d'un plan parallèle au plan « U-droit », « plan final U-droit », sur lequel sera esquisse le demi-cadre droit

Créer un plan parallèle au plan « U-droit » à une distance de 20 mm, par exemple, pour ne pas les confondre. Le réglage ultérieur de cette distance permettra de placer au choix l'un des deux demi-cadres en arrière-plan.

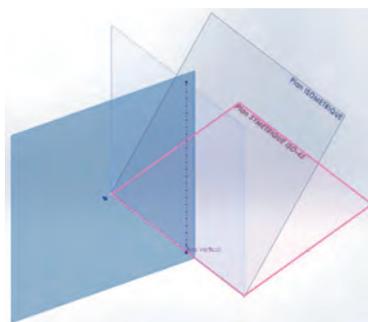
\* Professeur agrégé de SII ingénierie mécanique au lycée Jean-Jaurès de Châtenay-Malabry (92) et formateur vacataire aux IUT de Cachan (94) et d'Orsay (91).



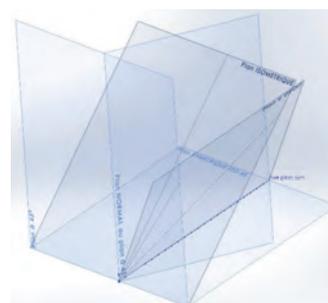
2 Esquisse du demi-cadre gauche



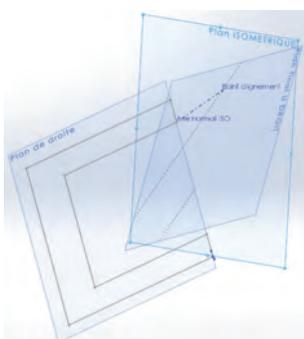
3 Plan isométrique



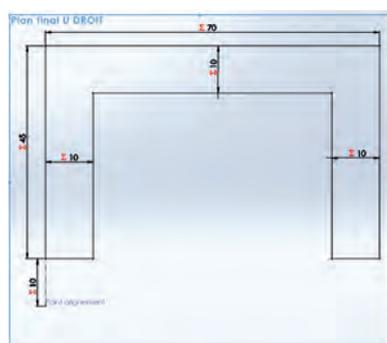
4 Plan normal au plan symétrique



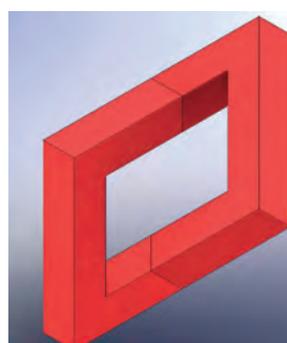
5 Plan « U-droit » permettant la réalisation du demi-cadre droit



6 Alignement des deux esquisses



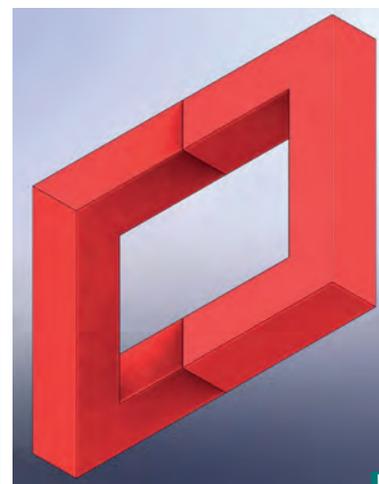
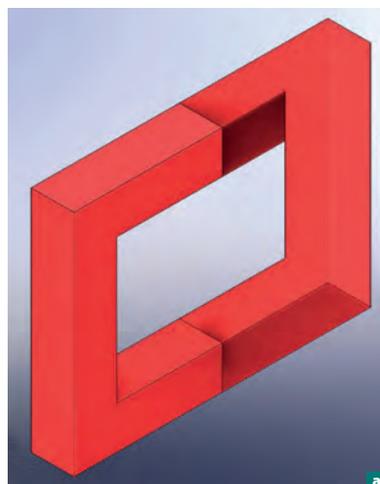
7 Esquisse du demi-cadre droit



8 Résultat en vue quelconque (a) et en vue isométrique (b)



9 Solide monobloc après lissage



10 Modification de la jonction en fonction de la position du plan final : (a) à 60 mm du plan U-droit ; (b) à -10 mm

**Étape 5 : alignement normal au plan isométrique des deux esquisses**

Créer un axe normal au plan isométrique passant par le coin supérieur avant droit de la partie interne de l'esquisse du demi-cadre gauche 6. Créer ensuite le point d'intersection de cet axe avec le plan final U-droit, « point alignement ». Ce point va nous servir de départ pour l'esquisse du demi-cadre droit.

**Étape 6 : extrusion du demi-cadre droit**

Esquisser sur le plan final U-droit conformément à 7. Tracer une ligne de construction verticale passant par le point d'alignement, sa longueur devant impérativement être égale à l'épaisseur du U (10 mm ici). L'extrémité de cette ligne correspond au coin inférieur gauche de l'esquisse. Les segments sont tous horizontaux ou verticaux. Extruder ensuite le U de la même épaisseur.

**Étape 7 : réalisation de deux lissages**

Joindre les sections les plus proches afin d'obtenir une seule pièce. Avec les valeurs fournies, les deux demi-cadres sont à cheval, un peu comme deux fourches de joint de cardan 8 9.

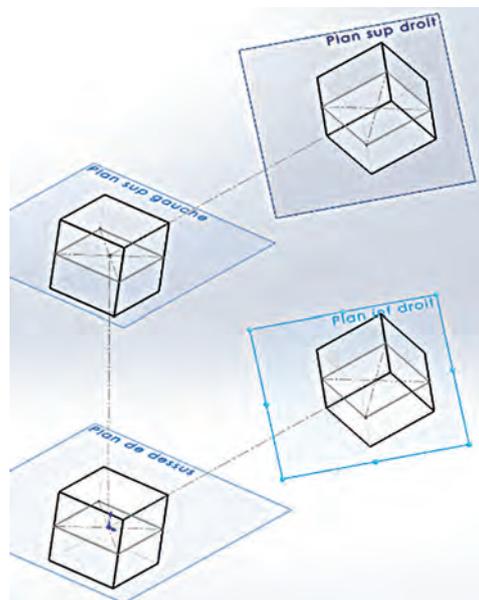
**Étape 8 : réglage de la position des deux demi-cadres**

En modifiant la position du plan final U-droit, il est possible de faire passer le demi-cadre droit en avant ou en arrière du cadre gauche par rapport à l'axe de vision de l'observateur (normal au plan isométrique dans notre cas). La zone de liaison entre les deux s'en trouve modifiée 10.

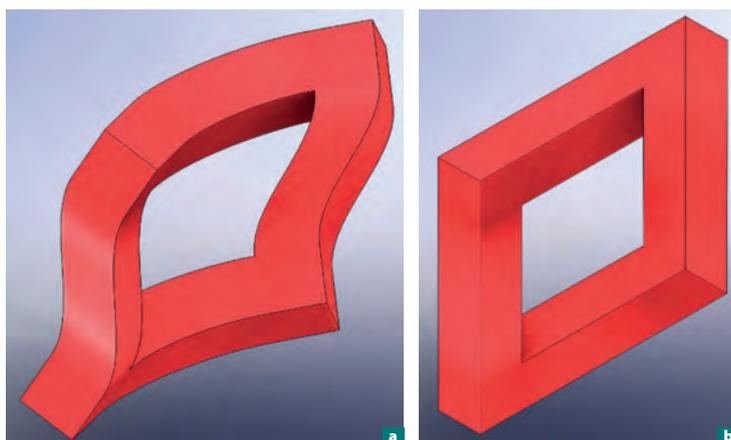
**Méthode 2**

Il est possible d'utiliser la méthode présentée dans les articles précédents 11 afin d'obtenir un cadre curviligne mais sans jonctions visibles :

- tracer un parallélogramme avec des droites à 30° de l'horizontale sur un plan isométrique ;
- faire passer deux plans parallèles au plan de dessus par les deux points de gauche. Extruder les deux cubes de gauche ;
- créer un plan symétrique au plan isométrique par rapport au plan de dessus par rotation du plan isométrique de 54,74° autour de l'axe horizontal ;
- faire passer deux plans parallèles au plan symétrique par les deux points de droite. Extruder les deux cubes de droite ;
- lisser les quatre barres devant relier les cubes 12. ■

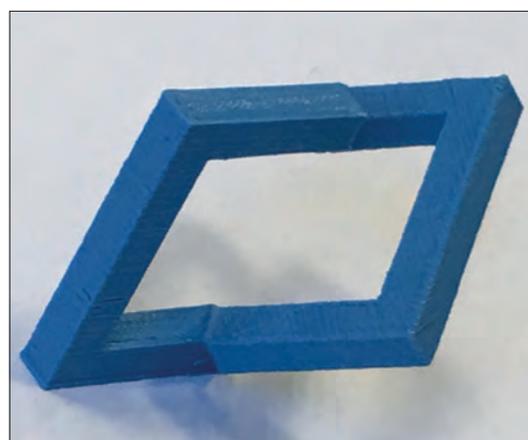


11 Plans et cubes



12 Vue quelconque (a) et vue isométrique (b) d'un cadre curviligne

**Réalisation du cadre impossible**



■ Impression 3D réalisée par Christophe Vié-Davidas