Poutres et maquettes didactiques sensorielles

YVES BRACCINI, ROBERT GOURHANT[1]

La première partie présentait les « poutres sensorielles », permettant de vérifier les hypothèses de la résistance des matériaux, de mettre en évidence l'influence des appuis et des charges et d'identifier les sollicitations et les déformations associées.
Cette seconde partie aborde la notion de torseur de cohésion et le calcul d'une flèche en flexion.
Cette approche pédagogique a été mise en œuvre avec succès dans une classe de BTS MAI composée d'étudiants issus de bacs aussi bien professionnels que technologiques.

L'identification des sollicitations et la notion de coupure

L'isolement d'un solide entier

Lorsque les solides, modélisés comme des poutres, sont soumis à des sollicitations à leurs extrémités, l'isolement du solide entier suffit. Pour la grue d'atelier **1**, l'isolement de l'élingue 9, ou de la tige du piston 3, par exemple, permet de montrer que le solide est soumis à deux forces directement opposées, d'identifier la traction ou la compression. En manipulant une poutre en mousse équipée de poignées sensorielles et sollicitée de la même façon, l'élève pourra observer la déformation induite, vérifier que l'identification des sollicitations est juste, et éventuellement la corriger. Il pourra ensuite calculer la déformation des pièces, par exemple.

[1] Respectivement : professeur de construction mécanique au lycée Hippolyte-Fontaine de Dijon (21) ; formateur associé à l'IUFM d'''e Créteil (94).

mots-clés
équipement didactique, lycée professionnel, lycée technologique, matériaux, postbac, prébac, résistance des matériaux, travaux pratiques

L'isolement d'une portion de solide

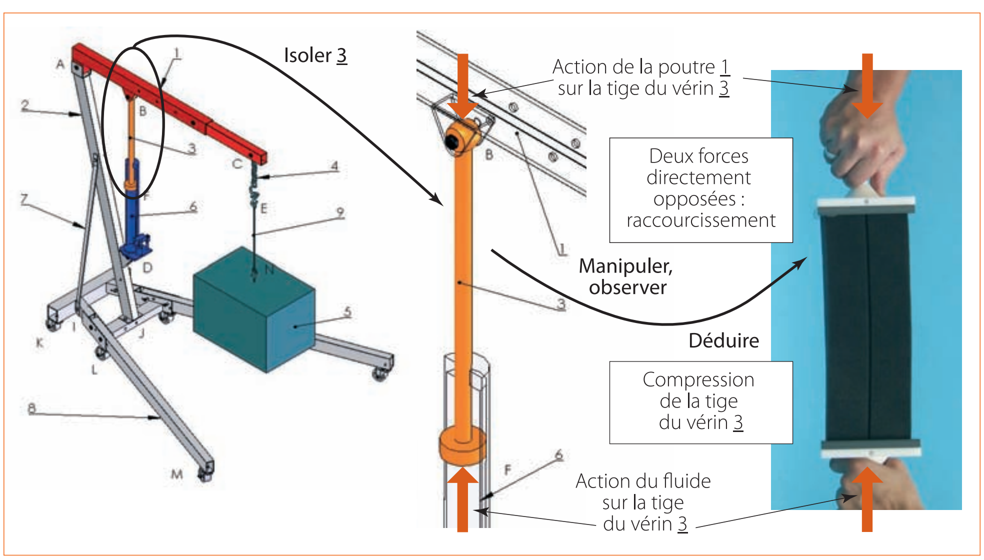
En isolant le bras 1, les élèves peuvent, dans un premier temps, mettre en évidence que la poutre est soumise à de la flexion et, en observant la poutre sensorielle posée sur deux appuis sollicitée manuellement, ils peuvent observer que la courbure n'est pas constante le long de la poutre **2** : il y a une zone plus fléchie en B. La poutre ne se comporte pas partout de la même façon. Pourquoi ?

Les enseignants savent que le rayon de courbure est inversement proportionnel au moment de flexion, mais comment transmettre cette information aux élèves ?

Nous allons poser comme hypothèse que la courbure est fonction du moment de flexion : lorsque le moment de flexion est maximal, le rayon de courbure est minimal.

Cela nécessite de calculer le moment de flexion en tout point de la ligne moyenne. Pour expliquer ce qui se passe dans la matière, nous allons réaliser des coupures pour déterminer les sollicitations entre A et B puis entre B et C. Ainsi nous pourrons rechercher la « section dangereuse » **3**.

La notion de coupure est très abstraite pour les élèves, ainsi que les notions d'isolement de la partie gauche, de forces de cohésion. Actions de quoi sur quoi ? Pourquoi trouve-t-on dans les évaluations des élèves ce mélange de forces à gauche et de forces à droite sur la partie gauche isolée ? Cette constatation nous a conduit à matérialiser ces opérations pour favoriser le passage à l'abstraction.



1 La démarche d'identification des sollicitations

Le calcul des forces de cohésion et l'identification des sollicitations

L'approche kinesthésique des forces de cohésion

La section droite de coupure est matérialisée par deux plaques en contact, maintenues par les forces attractives

(seconde partie)

de quatre aimants qui modélisent les forces de cohésion entre la partie I et la partie II.

En classe, nous réalisons l'expérience qui suit : on exerce des actions mécaniques extérieures – normales ou tangentielles – de plus en plus grandes sur chacune des deux parties I et II de la poutre assemblée. Il arrive un moment où les forces attractives ne sont plus suffisantes pour assurer l'équilibre des deux parties, et c'est la rupture selon la normale au plan de contact ou par glissement dans ce dernier. C'est la démonstration que les actions mécaniques de cohésion sont fonction des actions extérieures exercées sur la poutre.

Une aide pour calculer les forces de cohésion

La méthode habituelle consiste à demander aux élèves d'imaginer que, si la poutre est en équilibre, la partie I est en équilibre sous l'action des forces extérieures à gauche et des forces de cohésion de II sur I qui s'exercent au travers de la section droite S. Cet isolement est représenté par le schéma 4.

Mais on peut aussi isoler physiquement la partie I de la poutre et matérialiser les actions mécaniques de cohésion par les actions de la main qui saisit – en la serrant – la petite sphère liée à I et qui est située au barycentre de la section droite S (la distance ε de son centre au plan de la section est négligeable) 5.

● Première expérience

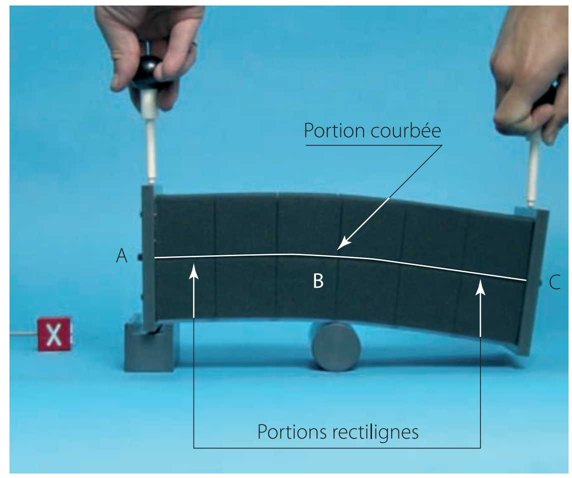
L'élève moteur va exercer la force en A qui représente l'action de l'appui, et l'élève récepteur va agir sur la petite sphère pour modéliser les actions de cohésion de II sur I et maintenir l'ensemble isolé en équilibre. Il va donc appliquer une force vers le haut pour empêcher la translation vers le bas, et un moment dans le sens négatif pour empêcher la rotation autour de G dans le sens positif.

Après avoir pris conscience de l'existence de ces deux actions, on peut les nommer « effort tranchant » et « moment de flexion » et les représenter 5. Ainsi, les grandeurs spécifiques à la résistance des matériaux sont définies en situation à partir des effets provoqués par la main. Les élèves peuvent écrire simplement :

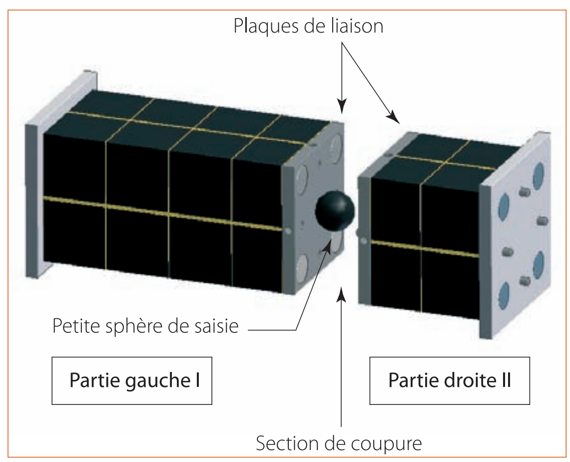
$$T - \|\vec{A}\| = 0$$

c'est-à-dire $T = \|\vec{A}\|$

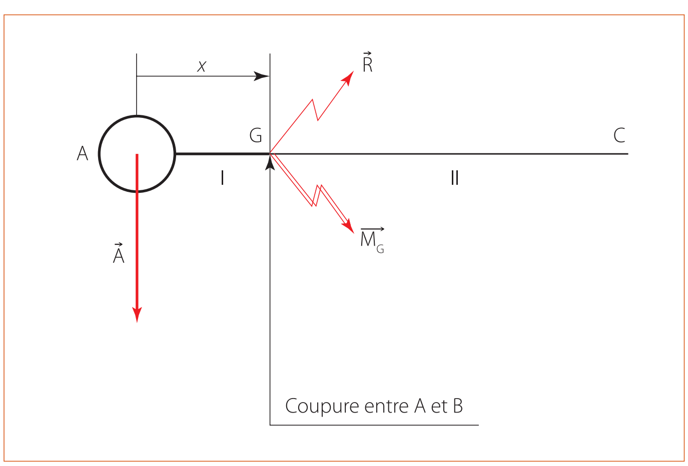
Ils en déduisent que la poutre est soumise à du cisaillement.



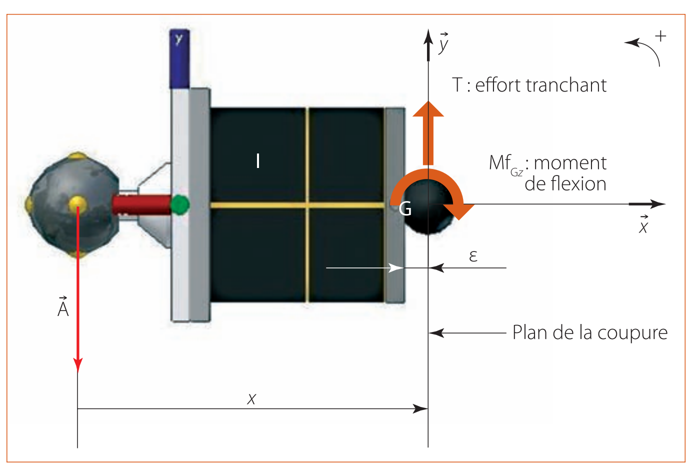
2 La courbure variable du bras 1 en flexion simple



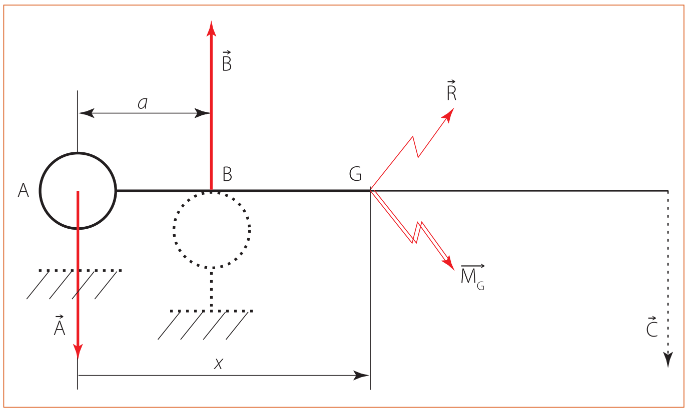
3 La coupure dans une poutre



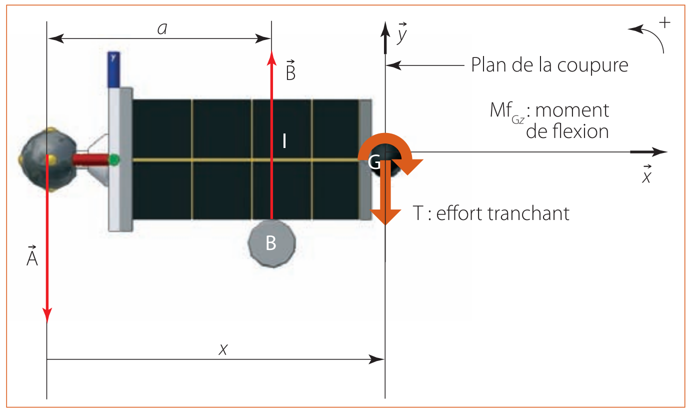
4 Le schéma de la partie I isolée du bras 1 de la grue



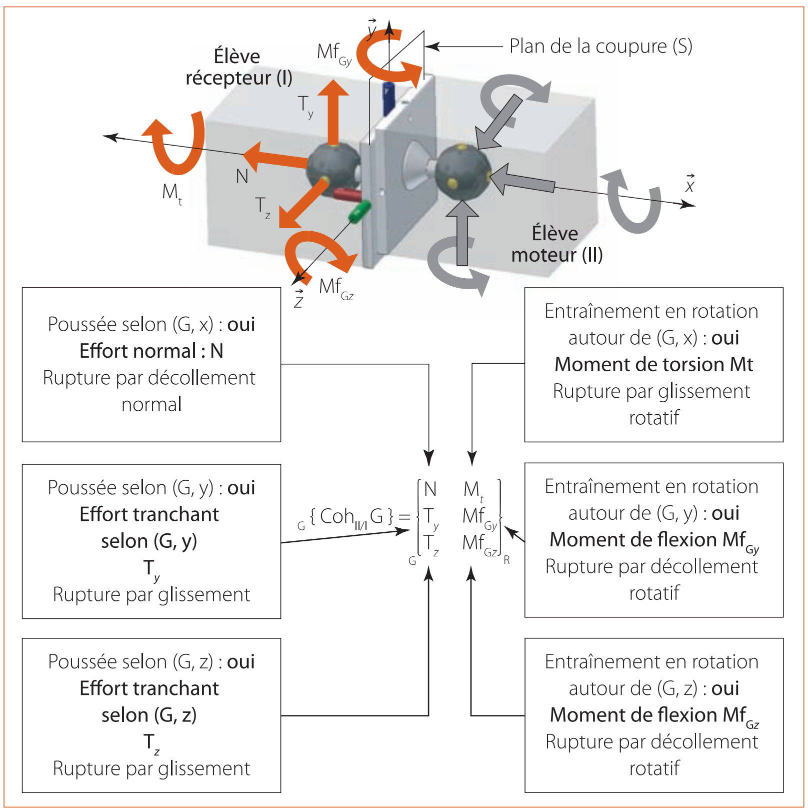
5 L'isolement physique de la partie gauche de la poutre



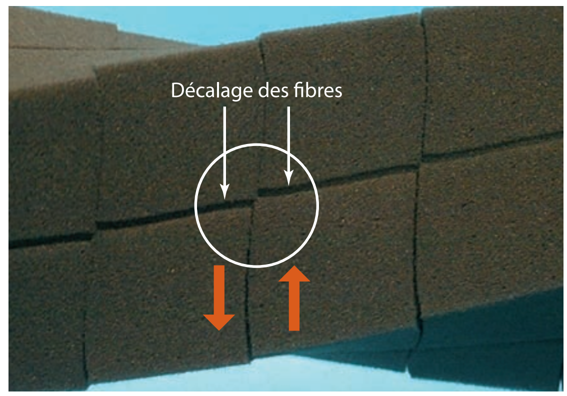
6 **Le schéma de la deuxième coupure du bras 1**



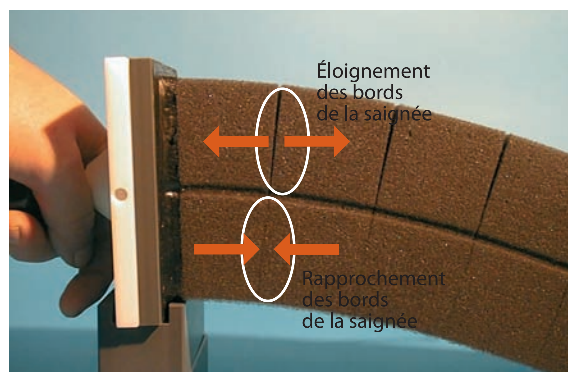
7 **L'isolement physique de la 2e coupure**



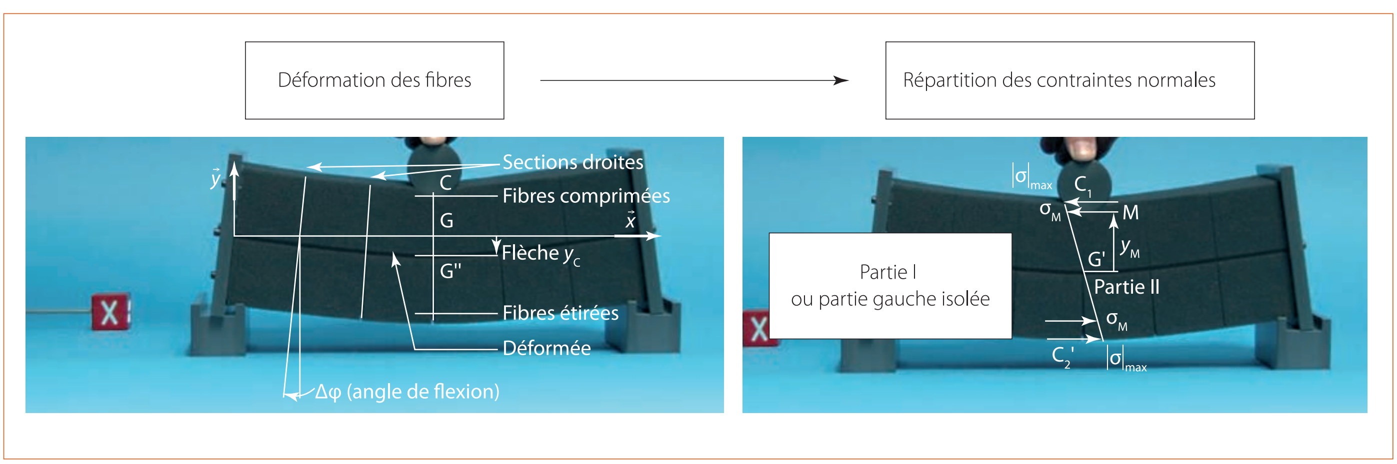
9 **L'image sensorielle des actions de cohésion de II sur I**



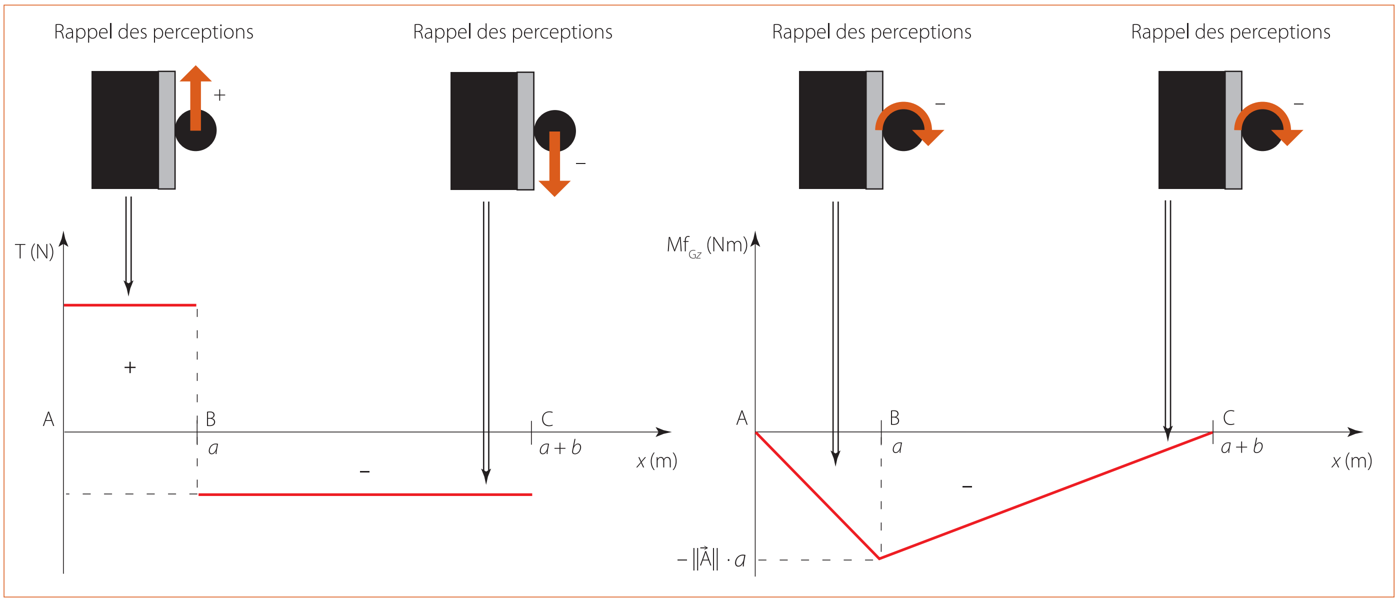
10 **La torsion : glissement des sections droites**



11 **La flexion : étirement des fibres**



12 **La relation déformations-contraintes**



8 **Les diagrammes de T et Mf**

Pour les moments, cela donne :

$$Mf_{Gz} + \|\vec{A}\| \cdot x = 0$$

et $$Mf_{Gz} = -\|\vec{A}\| \cdot x$$

La poutre est soumise à de la flexion dont le moment est fonction de la distance x.

On constatera que ces expressions ne changent pas lorsque x varie, et que la coupure reste comprise entre A et B.

Deuxième expérience

On réalise une deuxième coupure entre B et C **6**. L'élève moteur exerce sur la partie I de poutre matérielle isolée la force en A. Pour faciliter la manipulation, on garde l'appui pour réaliser la force en B. L'élève récepteur saisit la petite sphère pour modéliser les actions de cohésion qui maintiennent la poutre en équilibre conformément à la poutre complète isolée (A et B sont alors à l'horizontale, et la section droite de la coupure en G est inclinée vers la droite). À partir de cet instant, on va constater que l'élève applique un effort tranchant T (force verticale vers le bas, cette fois) et un moment de flexion (moment autour de l'axe des z, dans le sens négatif) **7**. On peut écrire que :

$$T - \|\vec{A}\| + \|\vec{B}\| = 0$$

c'est-à-dire $T = \|\vec{A}\| - \|\vec{B}\|$

On en déduit que la poutre est soumise à du cisaillement.

Pour les moments,

$$Mf_{Gz} + \|\vec{A}\| \cdot x - \|\vec{B}\| \cdot (x - a) = 0$$

c'est-à-dire

$$Mf_{Gz} = \|\vec{B}\| \cdot (x - a) - \|\vec{A}\| \cdot x$$

La poutre est soumise à de la flexion, dont le moment est fonction de la distance x.

Selon une démarche inductive, à partir de ces expériences, nous accompagnons les élèves dans la formulation des règles suivantes :

- L'expression des actions mécaniques à gauche change lorsqu'une nouvelle force apparaît sur la poutre matérielle isolée (par exemple, la force en B pour la 2^e coupure). Nous énonçons alors la règle suivante : le nombre de coupures est égal au nombre de discontinuités plus une.
- La résultante et le moment des forces de cohésion en G sont respectivement égaux à la somme des forces et à la somme des moments par rapport à G des actions mécaniques à gauche, changées de signe.
- Pour chaque coupure, dans le cas étudié, le diagramme représentatif de l'effort tranchant T (constant) est une droite horizontale, et celui du moment de flexion Mf_{Gz} (variable) une droite inclinée **8**.

Nous pourrons, à partir de là, interpréter les diagrammes issus d'un formulaire de mécanique ou d'une simulation informatique.

Le moment est maximal en B, ce qui confirme l'observation de départ : la ligne médiane est plus incurvée au point B.

Généralisation : la définition du torseur de cohésion

Le problème ci-dessus est un problème plan, et dans ce cas l'approche vectorielle suffit pour définir les actions mécaniques de cohésion. Mais, si le problème ne présente pas de plan de symétrie et si les programmes le mentionnent, l'introduction du torseur de cohésion est indispensable.

Là aussi, l'approche kinesthésique peut aider les élèves dans l'apprentissage de cet outil abstrait.

Expérience

Nous allons nous servir des poignées planes, équipées d'aimants. L'élève récepteur va saisir une poignée et se placer à gauche, pour « être » la partie gauche I de la poutre. Quant à l'élève moteur, saisissant l'autre poignée et se plaçant à droite, pour « être » la partie droite II de la poutre, il va solliciter la partie I au travers de la section droite S, plan de contact entre les deux parties de la liaison, et demander à l'élève récepteur ce qu'il ressent 9. Il va exercer successivement :

– une force normale, une force tangentielle horizontale, une force tangentielle verticale ;

– un moment autour de l'axe normal, un moment autour d'un axe tangentiel horizontal, un moment autour d'un axe vertical.

Après que les forces et les moments auront été exercés selon les trois directions de l'espace, les élèves vont nommer ces actions, et écrire les composantes du torseur de cohésion en reliant chaque composante à une sollicitation pouvant entraîner une rupture du contact – et donc de la poutre – soit par décollement normal soit par glissement tangentiel.

Remarque : Lorsque l'on applique des forces tangentielles, les moments provoqués par le décalage des centres des poignées par rapport à G sont faibles ; ils seront donc négligés.

La relation déformations-contraintes

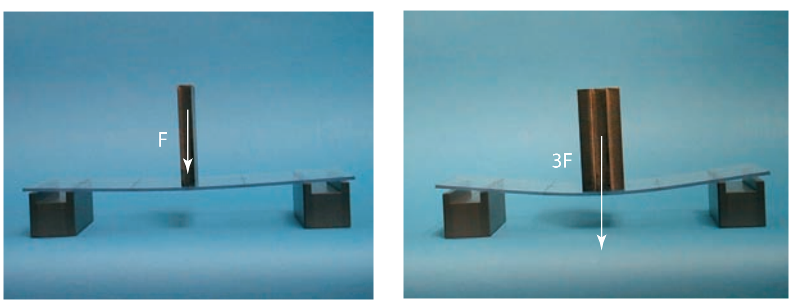
L'observation des directions des déformations de la mousse lorsque la poutre est sollicitée selon des directions normales ou tangentielles donne de précieux renseignements sur ce qui se passe dans la matière. Par exemple, on peut observer :

– un saut, une marche dans la ligne médiane ou sur la surface supérieure lors de la sollicitation de torsion, donc un glissement des sections droites (on remarque sur la figure 10 que, pour une poutre prismatique, l'hypothèse de Bernoulli n'est pas vérifiée : les sections planes et droites ne restent pas planes, elles se voilent) ;

– un éloignement (ou un rapprochement) des deux bords des saignées matérialisant les sections droites pour une sollicitation de flexion, donc un étirement des fibres 11.

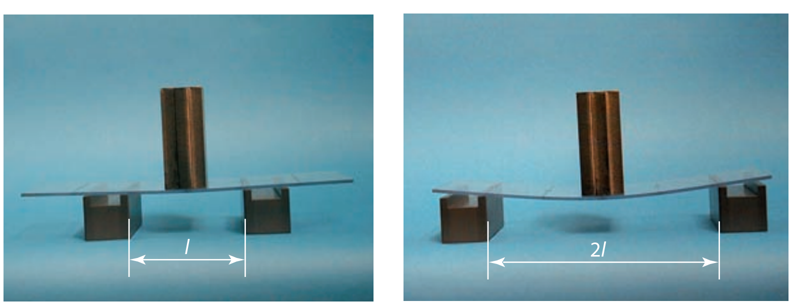
● La nature des contraintes dans une section droite

Lorsque nous faisons cette constatation pour la torsion ou la flexion, la traction et le cisaillement ont été étudiés selon la même démarche. La loi de Hooke est donc un prérequis ; il est possible de rappeler que les contraintes sont proportionnelles aux



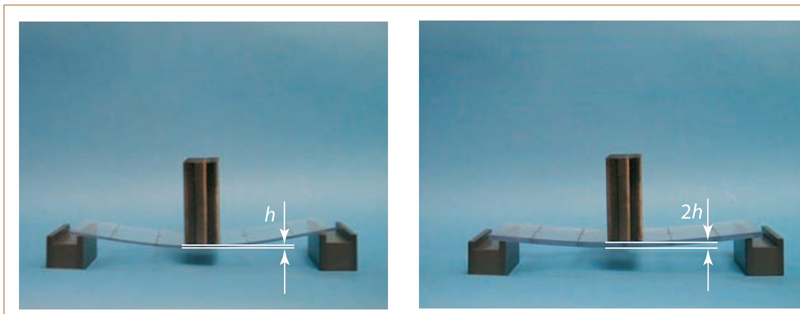
Constatation 1 (C_1)
La flèche est proportionnelle à la charge F

13 **La variation de la charge**



Constatation 2 (C_2)
La flèche est proportionnelle à la distance aux appuis l élevée au cube

14 **La variation de la distance aux appuis**



Constatation 3 (C_3)
La flèche est inversement proportionnelle à la hauteur h au cube de la section (introduction à la notion de moment quadratique)

L'expérience réalisée en divisant par 2 la largeur de la section montre que la flèche est doublée ; elle est inversement proportionnelle à cette largeur (voir moment quadratique)

15 **La variation de la géométrie (hauteur doublée)**

déformations (allongement unitaire ou angle de glissement unitaire).

De ces observations et de cette loi, on peut déduire que, selon les cas, on a des contraintes normales σ_M ou tangentielles τ_M en un point M d'une section droite S.

● La répartition des contraintes dans une section droite

Dans le cas de la flexion, on a une zone de traction au-dessus (ou en dessous) de la ligne moyenne 12. Pour une fibre située à une ordonnée y_M (mesurée à partir de la ligne moyenne), on peut visualiser l'allongement Δl et écrire la loi de Hooke :

$$\sigma_M = E \cdot \varepsilon_x \quad \text{avec} \quad \varepsilon_x = \Delta l / l$$

En petites déformations, on peut confondre l'arc et l'allongement Δl de la fibre, et donc écrire que :

$$\Delta l = y_M \cdot \Delta\varphi$$

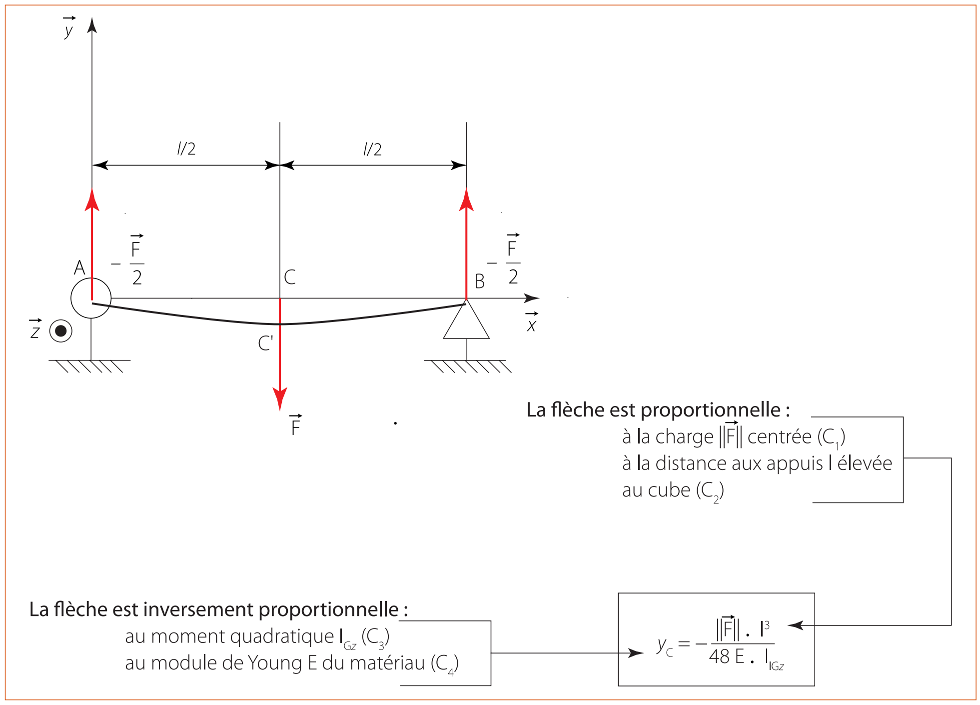
Dans une même section droite, l'angle de flexion $\Delta\varphi$ est constant, l'allongement (ou le raccourcissement) des fibres est donc proportionnel à y_M.

Par conséquent, la répartition des contraintes σ_M dans une section droite est linéaire.

L'apprentissage du calcul d'une flèche

Pour calculer une flèche, on peut faire appel à sa mémoire cognitive, soutenue par un aide-mémoire (un formulaire), ou relever les valeurs données par une simulation numérique. Mais quel est le lien avec la réalité physique pour les élèves ? Nous avons constaté qu'en projet ce savoir théorique n'est pas mobilisé dans la phase de conception des parties opératives. Les recherches se font souvent de façon empirique, par tâtonnements, comme si théorie et pratique étaient dissociées. Y aurait-il une démarche plus efficace pour guider les élèves ?

Pour réduire une flèche, par exemple, on a besoin de jouer sur plusieurs paramètres pour respecter le cahier des charges. Quelle est l'incidence sur la rigidité du mécanisme d'un changement de charge, de distance entre appuis, de géométrie transversale, ou de matériau ?



16 La fiche de formalisation du calcul d'une flèche

Pour répondre à ces questions, nous incitons nos élèves à réaliser des expériences simples – ou nous faisons la manipulation avec eux – pour appréhender une relation théorique, activer la mémoire kinesthésique – la mémoire du geste – et donner du sens à l'apprentissage. Pour cela, nous utilisons des poutres souples (polycarbonate, bois…), nous faisons varier un paramètre à la fois – charge 13, distance aux appuis 14, géométrie 15, etc. –, nous mesurons les flèches dans les différents cas, et nous établissons des relations.

Une dernière expérience, menée avec une poutre de mêmes dimensions, chargée de la même façon, mais avec un module de Young plus grand (autre matière plastique, bois…), montrera que la flèche diminue ; elle est donc inversement proportionnelle au module de Young (constatation C_4).

Après ces manipulations, on peut synthétiser les observations par une fiche de formalisation 16.

Conclusion

Dans les classes qui ont des difficultés pour apprendre, cette approche kinesthésique facilite les apprentissages. Le geste, le contact, l'observation d'un phénomène réel aident à définir les grandeurs spécifiques à la résistance des matériaux, permettent de vérifier des hypothèses et de modéliser facilement les comportements des poutres. Préparant la formalisation, les observations sont toujours accompagnées de l'énonciation d'une propriété, d'une règle ; on passe, sans hiatus, de la connaissance sensible à la connaissance rationnelle. Il n'y a pas la pratique d'un côté et la théorie de l'autre, mais articulation entre les deux. Cela constitue une aide en TP pour les approches instrumentales ou numériques.

On peut aussi faire ces manipulations devant la classe, au moment de l'introduction de notions nouvelles ou lors d'une synthèse, en gardant le bénéfice de cette démarche. Les neurosciences montrent en effet que, lorsque l'on décrit un geste devant quelqu'un en lui demandant de l'effectuer, la zone du cerveau correspondant à ce geste s'active de la même façon que s'il le faisait réellement.

Cette démarche qui met en jeu le corps est souvent synonyme, pour les élèves, d'action, de curiosité, de découverte, dans le cadre d'une relation à l'autre. Elle attise le désir d'apprendre. ■