

# Le dimensionnement d'une motorisation d'axe

FRANCIS BINET<sup>[1]</sup>

*Chaque fois que l'on conçoit une machine automatique se pose le problème du choix et du dimensionnement des motoréducteurs d'axe. L'actionneur est rotatif, le transformateur de mouvement peut être du type vis-écrou, poulie-courroie ou pignon-crémaillère, et la loi de commande tout ou rien, trapézoïdale ou en sinus. Et, dans tous les cas, la motorisation doit réaliser un déplacement donné dans un temps maximal, fixé par une cadence imposée. La contribution dont nous vous présentons ici le premier des deux volets, très complète, s'attelle résolument à la tâche ; nul doute qu'elle fera référence en la matière. La première partie pose le problème et modélise la chaîne d'action en vue de son dimensionnement. La seconde proposera aux concepteurs une méthode guidée de calcul de moteur et l'appliquera à un cas réel de machine automatique.*

Il n'existe pas de méthode systématique et infaillible de choix d'un servomoteur dans le cas général, vu le nombre considérable de paramètres technico-économiques à prendre en compte. En pratique, on fait abondamment appel à l'expérience et au savoir-faire. En revanche, il existe de nombreuses règles à connaître [1] [2], lesquelles permettent de s'orienter rapidement vers des solutions crédibles.

On se place dans le cas d'une machine automatique sur laquelle on désire effectuer un déplacement en translation. L'actionneur est un moteur rotatif, le transformateur de mouvement pouvant être de n'importe quel type : vis-écrou, poulie-courroie, pignon-crémaillère, etc. Les résultats sont aisément extensibles à un déplacement en rotation en posant  $k = 1$ ,  $J_t = 0$  et en remplaçant la masse  $M$  par une inertie  $J_c$ .

En général, le cahier des charges impose un déplacement donné  $X$  en un temps maximal  $T$  imposé par le temps de cycle de la machine  $T_{cy}$ .

La partie opérative est complètement définie [1].

## Le choix de la loi (ou profil) de commande

Les profils usuels ont été présentés dans un article paru dans le n° 111 de la revue (janvier-février 2001) : « Guide de dimensionnement : les actionneurs rotatifs et linéaires ». Quelques-unes de leurs caractéristiques sont rappelées dans le tableau [2].

En phase d'avant-projet, on va chercher à déterminer la vitesse et l'accélération maximales afin de dimensionner le moteur ainsi que l'éventuel réducteur. À ce

stade, la commande n'est pas nécessairement connue : les cartes d'axe modernes sont capables de générer des lois de commande complexes du type polynôme ou sinus. Ces profils requièrent une accélération supérieure à celle déterminée pour un profil simple en triangle, comme on peut le constater sur la figure [3]. Géométriquement parlant, les aires des courbes de vitesse, qui représentent la distance parcourue, doivent être égales : l'aire « perdue » en accélérant moins fort au départ doit nécessairement être compensée en accélérant plus fort ensuite. L'actionneur doit être capable de fournir ce couple d'accélération, qui s'additionne éventuellement aux couples résistants.

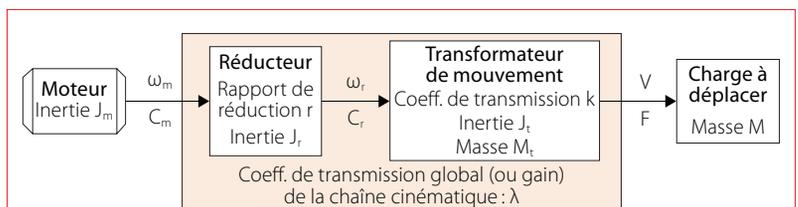
## Le choix d'une loi trapézoïdale de commande en vitesse

Lorsque l'on est certain que la loi de commande utilisée sera une loi en trapèze, il reste encore à choisir laquelle : en effet, pour effectuer un déplacement  $X$  en un temps donné  $T$ , il existe une infinité de lois en trapèze utilisables, comprises entre deux extrêmes : la loi en triangle et la loi rectangulaire.

La figure [4] représente les deux cas extrêmes et le cas quelconque ainsi qu'un cas particulier qui, comme nous le verrons bientôt, n'est pas présent par hasard. La vitesse de déplacement en loi rectangulaire est égale à  $X/T$ , qui est également la vitesse moyenne de déplacement  $V_{moy}$  dans tous les cas. Les valeurs des

### Mots-clés

actionneur, automatismes, mécanique, puissance, transmission



- $C_m$  : couple moteur
- $J_m$  : inertie du rotor autour de son axe
- $J_r$  : inertie du réducteur sur l'arbre d'entrée (côté moteur)
- $J_t$  : inertie du transformateur de mouvement sur son arbre d'entrée (côté réducteur)
- $r$  : coefficient de réduction du réducteur  $> 1$  :  $\omega_r = \omega_m/r$
- $k$  : coefficient de transmission\* (gain en vitesse) du transformateur de mouvement :  $V = k\omega_r$
- $\lambda$  : coefficient de transmission global (gain en vitesse) de la chaîne cinématique :  $\lambda = V/\omega_m = k/r$

\* Le coefficient de transmission d'un composant mécanique est le rapport « vitesse en sortie » / « vitesse en entrée », de telle manière que la vitesse en sortie s'exprime logiquement comme le produit de la vitesse en entrée par le coefficient de transmission. Généralement, les constructeurs – et la tradition – veulent que l'on utilise l'inverse de cette définition pour caractériser les réducteurs, le rapport de réduction étant égal à « vitesse en entrée » / « vitesse en sortie ». Un rapport de réduction de 35 est effectivement plus parlant qu'un coefficient de transmission de 0,02857 = 1/35...

[1] Le schéma de la chaîne cinématique

# (première partie)

Loi (ou profil) de commande	Avantages	Inconvénients
<b>Loi tout ou rien en vitesse</b> (loi à accélération nulle)	Vitesse maxi minimale pour un déplacement donné en un temps donné Simplicité maximale	Accélération théoriquement infinie: en pratique, l'évolution en vitesse n'est pas contrôlée dans les phases transitoires Puissance et couple maximaux demandés au moteur Précision d'arrêt difficile à obtenir
<b>Loi trapèze ou triangle en vitesse</b> (loi à accélération constante)	Vitesse maxi et accélération maxi contrôlées par le profil Simplicité	<i>Jerk</i> * théoriquement infini: chocs mécaniques Puissance importante en fin d'accélération
<b>Lois à accélération continue:</b> • trapèze en accélération • sinus ou $\sin^2$ en accélération • polynomiale...	Le <i>jerk</i> est contrôlé: pas de chocs et moins de vibrations Meilleur suivi de trajectoire	Lois plus complexes à élaborer Accélération maxi supérieure à celle requise par les autres lois Ne permettent pas le déplacement en un temps minimal

\* Les Anglo-Saxons utilisent le terme imagé de *jerk* (secousse, à-coup) pour nommer la dérivée de l'accélération. Cette grandeur est proportionnelle à la variation de l'accélération et donc aux efforts dynamiques, en conformité avec la seconde loi de Newton. Effectivement, c'est plus le *jerk* (le choc) que l'accélération (l'effort) qui induit des problèmes mécaniques, en particulier si la

chaîne cinématique a du jeu ou est peu rigide. Les auteurs russes vont encore plus loin en distinguant les chocs « durs » et les chocs « mous » suivant que le *jerk* est infini ou fini [2]. Dans les cas où il est indispensable de minimiser le *jerk* (transport, robotique, machines UGV, etc.), on utilise systématiquement des lois à accélération continue.

## 2 Les différentes lois de commande

vitesse maximale se calculent très simplement en considérant que l'aire délimitée par le profil, qui est égale à l'intégrale de la vitesse entre 0 et T, représente le déplacement X. D'autre part, la pente *a* de la loi de vitesse, qui correspond à l'accélération, est proportionnelle au couple moteur  $C_{ma}$  requis pour accélérer dans cette phase.

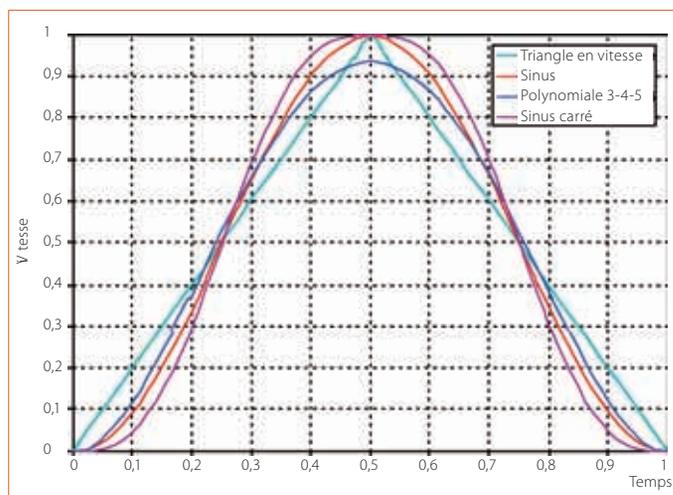
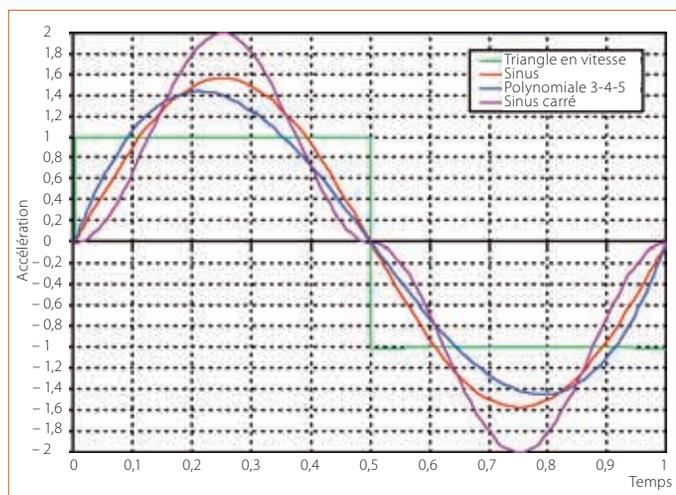
La question qui vient immédiatement à l'esprit est la suivante : quel profil choisir, parmi l'infinité de profils envisageables ?

D'une manière générale, la loi triangulaire demande une vitesse maximale et un couple minimal, la loi rectangulaire demandant une vitesse minimale et un couple maximal avec tous les intermédiaires possibles. On

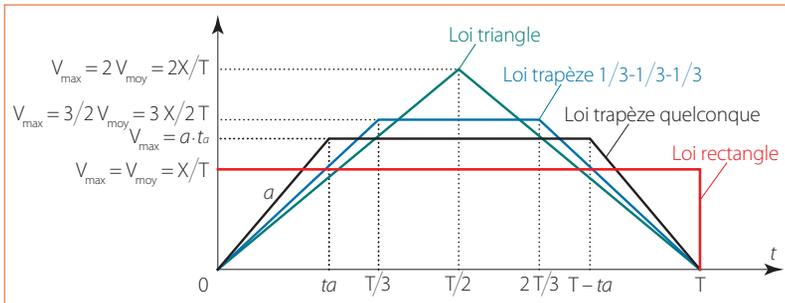
peut noter que les lois dissymétriques avec accélération différente de la décélération ne sont généralement pas intéressantes puisqu'elles requièrent dans tous les cas un couple plus important que la loi symétrique équivalente (à même vitesse maximale). Il est clair que le profil rectangulaire, qui induit une accélération infinie et, par ricochet, un couple moteur infini, est à éviter. Même remarque pour les lois « proches » de la loi rec-

[1] Professeur agrégé de génie mécanique en STS MAI à Châtenay-Malabry (92).

[2] Les chiffres grisés entre crochets renvoient à la bibliographie. La plupart des références internet concernent des sites anglophones publics. Il est malheureusement très difficile de trouver leur équivalent en français.



## 3 La comparaison en vitesse et accélération des lois usuelles pour un déplacement identique



4 Les lois de vitesse en trapèze pour un déplacement X en un temps T

tangle, qui vont imposer un surdimensionnement du moteur à seule fin d'obtenir le couple d'accélération. D'un autre côté, la loi en triangle, qui impose une plus grande vitesse de déplacement, sera parfois interdite car dépassant la vitesse maximale autorisée pour un élément de la chaîne cinématique ou pour le type de moteur choisi. Sans compter que le moteur déterminé sur le profil en triangle qui demande le couple d'accélération le plus faible risque finalement de n'avoir aucune marge de couple.

En fait, dans beaucoup de cas, il n'y a pas de critère évident de choix. Une solution consiste alors à choisir un profil qui minimise la puissance maximale demandée au moteur lors du déplacement. Cette loi est précisément celle représentée sur la figure 4. Appelée « loi 1/3-1/3-1/3 », elle requiert une vitesse de 25 % plus faible que celle de la loi en triangle, au prix d'une augmentation raisonnable de 12,5 % du couple moteur, tout en minimisant la puissance maximale.

En<sup>[3]</sup> observant les lois de commande, on remarque que les couples d'accélération sont soit constants soit nuls (phases de vitesse constante). La puissance maximale sera nécessairement atteinte en phase d'accélération et à la vitesse maximale, soit :

$$P_{\max} = C_{ma} \omega_{m\_max}$$

En posant  $\lambda = V/\omega_m$  coefficient de transmission de la chaîne cinématique, la relation devient :

$$P_{\max} = C_{ma} \frac{V_{\max}}{\lambda}$$

Par ailleurs, le couple moteur  $C_{ma}$  requis en phase d'accélération est constant et égal à :

$$C_{ma} = J_e \frac{d\omega_m}{dt}$$

L'accélération du moteur peut s'écrire :

$$\frac{d\omega_m}{dt} = \frac{a}{\lambda} \Rightarrow C_{ma} = \frac{J_e a}{\lambda}$$

En remplaçant dans l'expression de la puissance :

$$P_{\max} = \frac{J_e}{\lambda^2} a V_{\max}$$

Le déplacement parcouru (aire du trapèze) est :

$$X = V_{\max} (T - t_a) \Rightarrow V_{\max} = \frac{X}{(T - t_a)}$$

La vitesse maximale atteinte est :

$$V_{\max} = a t_a \quad \spadesuit \quad a = V_{\max} / t_a$$

En remplaçant  $a$  et  $V_{\max}$  dans l'expression de la puissance :

$$P_{\max} = \frac{J_e}{\lambda^2} \frac{V_{\max}^2}{t_a} = \frac{J_e}{\lambda^2} \frac{X^2}{t_a (T - t_a)^2}$$

...

Cherchons la dérivée de la puissance par rapport à  $t_a$  :

$$\frac{dP_{\max}}{dt_a} = \frac{d}{dt_a} \left[ \frac{J_e}{\lambda^2} \frac{X^2}{t_a (T - t_a)^2} \right] = \frac{J_e \cdot X^2}{\lambda^2} \frac{d}{dt_a} \left[ \frac{1}{t_a (T - t_a)^2} \right]$$

La dérivée s'annule si :

$$\frac{d}{dt_a} \left[ \frac{1}{t_a (T - t_a)^2} \right] = 0$$

Après calculs (forme  $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$ ), il vient :

$$\frac{d}{dt_a} \left[ \frac{1}{t_a (T - t_a)^2} \right] = \frac{4Tt_a - 3t_a^2 - T^2}{t_a^2 (T - t_a)^4}$$

$t_a$  ne pouvant être supérieur ou égal à T, le dénominateur est toujours strictement positif, et l'expression s'annule si :

$$4Tt_a - 3t_a^2 - T^2 = 0$$

Il s'agit d'un trinôme du second degré en  $t_a$  dont la résolution classique donne deux racines réelles :  $t_a = T$ , solution impossible, et  $t_a = T/3$ , solution retenue.

En conclusion, le profil de vitesse en trapèze à puissance minimale consiste à répartir le temps de déplacement T en 1/3 d'accélération, 1/3 de vitesse constante et 1/3 de décélération.

Lors de la détermination du moteur, et en l'absence de valeurs relatives à l'accélération et à la vitesse dans le CdCF, il est commode de choisir comme modèle de commande en vitesse trapézoïdale une loi 1/3-1/3-1/3.

Les principales relations sont les suivantes :

$$V_{\max} = \frac{3X}{2T} \quad a = \frac{9X}{2T^2} \quad \omega_{m\_max} = \frac{3X}{2\lambda T}$$

$$C_{ma} = \frac{9J_e X}{2\lambda T^2} = \frac{9X [r^2 (J_m + J_r) + J_t + k^2 M]}{2r k T^2}$$

### La détermination de la vitesse et de l'accélération maximales

Ce point est fondamental, car ces deux valeurs conditionnent directement le choix du moteur et celui du réducteur. La plupart des exemples proposés dans la littérature spécialisée partent du principe que ces valeurs sont fournies par le cahier des charges, ce qui n'avance pas beaucoup le lecteur. Rappelons que nous cherchons une motorisation permettant d'effectuer un déplacement X en un temps T sur une machine automatique. Les valeurs maximales tolérées par la chaîne cinématique étant généralement élevées, elles ne constituent pas une limite.

Pour un déplacement X en un temps T, on peut calculer les valeurs maximales relatives atteintes par les fonctions cinématiques, qui s'expriment sous la forme suivante [3] :

$$V_{\max} = C_v \frac{X}{T} \quad a_{\max} = C_a \frac{X}{T^2} \quad j_{\max} = C_j \frac{X}{T^3}$$

[3] Certaines démonstrations à caractère mathématique pourront être contournées sans préjudice pour la compréhension générale. Elles sont notées dans un encadré portant le logo [3].

	Loi	C <sub>v</sub>	C <sub>a</sub>
Lois à accélération discontinue ( <i> jerk infini</i> )	Triangle en vitesse	2	4
	Trapèze 1/3-1/3-1/3 en vitesse	1,5	4,5
Lois à accélération continue ( <i> jerk fini</i> )	Polynomiale 3-4-5	1,9	5,8
	Sinus en accélération	2	6,3
	Sinus <sup>2</sup> en accélération	2	8

**5 Le tableau comparatif des vitesses et accélérations maximales suivant la loi de commande**

Le tableau 5 donne les valeurs des deux premiers coefficients, en conformité avec les courbes de la figure 3 :

→ **Vitesses**

Le type de loi retenu influe peu sur la vitesse maximale : la valeur requise par la loi en triangle est un maximum.

→ **Accélérations**

*A contrario*, le type de loi retenu influe beaucoup sur l'accélération maximale : la valeur requise par la loi en sinus carré est deux fois supérieure à celle requise par la loi en triangle.

Conclusion : dans l'ignorance de la loi de commande finalement retenue, il faut choisir pour le cahier des charges une vitesse maximale égale et une accélération maximale double de celles respectivement requises pour une loi triangulaire en vitesse, soit :

$$V_{\max} = 2X/T \quad \text{et} \quad a_{\max} = 8X/T^2$$

**Les critères de choix du rapport de réduction**

Un réducteur joue deux rôles fondamentaux : cinématique (adaptation de la vitesse) et dynamique (adaptation du couple).

→ **Le critère cinématique**

Ce critère n'est pas toujours simple à appliquer, car, à ce stade, le moteur n'est pas nécessairement déterminé. Il va falloir choisir une vitesse de rotation plausible pour le moteur. Dans le cas où le rapport de réduction est proche de 1, on peut choisir l'entraînement direct.

De plus, dans le cas général en translation, le coefficient de transmission  $\lambda = k/r$  dépend à la fois du réducteur et du transformateur de mouvement : en l'absence de critères précis pour ce dernier, il faut choisir une combinaison des deux satisfaisante, parmi un grand nombre de possibilités.

→ **Le critère dynamique**

On démontre qu'il existe un rapport de réduction permettant de maximiser l'accélération à couple moteur donné : suivant que le mouvement final est en translation ou en rotation, les expressions diffèrent.

Inertie équivalente totale ramenée sur l'arbre moteur :

$$J_e = J_m + J_r + \frac{J_t + k^2 M}{r^2}$$

Couple moteur C<sub>ma</sub> requis en phase d'accélération :

$$C_{ma} = J_e \frac{d\omega_m}{dt} = \frac{r}{k} J_e \frac{dv}{dt}$$

D'où on déduit l'accélération linéaire :

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{C_{ma} k}{r \left[ J_m + J_r + \frac{J_t + k^2 M}{r^2} \right]} = \frac{r C_{ma} k}{(J_m + J_r) r^2 + J_t + k^2 M}$$

La dérivée de l'accélération par rapport à r est (forme  $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{vu' + uv'}{v^2}$ ) :

$$\frac{da}{dr} = \frac{d}{dr} \left[ \frac{r C_{ma} k}{(J_m + J_r) r^2 + J_t + k^2 M} \right] = \frac{C_{ma} k \left[ k^2 M + J_t - (J_m + J_r) r^2 \right]}{\left[ k^2 M + J_t + (J_m + J_r) r^2 \right]^2}$$

Elle s'annule lorsque  $k^2 M + J_t - (J_m + J_r) r^2 = 0$

Soit lorsque :  $\frac{\frac{k^2 M + J_t}{r^2}}{J_m + J_r} = \frac{J_m + J_r}{\text{inertie de l'ensemble motoréducteur}}$

J<sub>t</sub> : inertie ramenée de la charge et du transformateur de mouvement

Ce qui correspond à un rapport d'inertie

$$\frac{\frac{k^2 M + J_t}{r^2}}{J_m + J_r} = \frac{J_c}{J_m + J_r} = 1$$

Rapport de réduction optimal :

$$r_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{k^2 M + J_t}{J_m + J_r}}$$

**Simplifications usuelles :**

En négligeant l'inertie du réducteur (que l'on ne connaît pas toujours à ce stade), la relation devient :

$$r_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{k^2 M + J_t}{J_m}}$$

Si, de plus, on néglige l'inertie du transformateur de mouvement (poulies, pignons, vis, etc.), l'expression devient :

$$r_{\text{opt}} = k \sqrt{\frac{M}{J_m}}$$

Dans ce cas, on peut optimiser le coefficient de transmission global :

$$\frac{r_{\text{opt}}}{k_{\text{opt}}} = \sqrt{\frac{M}{J_m}} \Rightarrow \lambda_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{J_m}{M}}$$

Dans le cas d'un mouvement en rotation,  $k = 1$ ,  $J_t = 0$ , M devient J<sub>c</sub>, on retrouve la relation plus connue :

$$r_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{J_c}{J_m}}$$

*Remarques :*

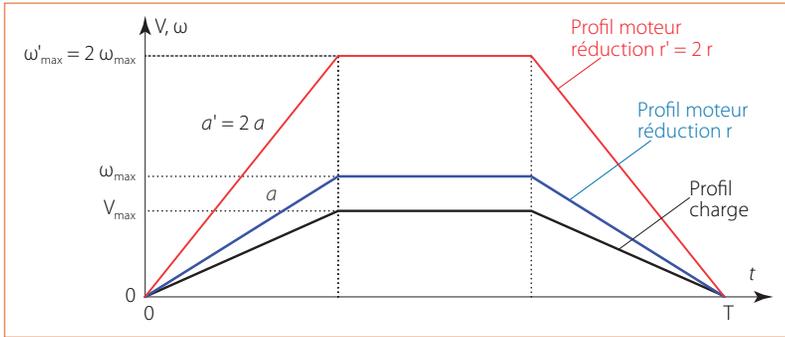
Si, dans ce calcul, on prend en compte un effort résistant F<sub>r</sub> sur la charge, on obtient avec les deux simplifications ci-dessus une relation plus complexe du type :

$$r_{\text{opt}} = \frac{k F_r}{C_m} + \sqrt{\left( \frac{k F_r}{C_m} \right)^2 + \frac{J_c}{J_m}}$$

Même remarque dans le cas d'un mouvement de rotation pour un couple résistant C<sub>r</sub> :

$$r_{\text{opt}} = \frac{C_r}{C_m} + \sqrt{\left( \frac{C_r}{C_m} \right)^2 + \frac{J_c}{J_m}}$$

Ces deux valeurs sont dans tous les cas supérieures à celles calculées sans efforts résistants.



**6 L'augmentation de la vitesse et de l'accélération proportionnelle au rapport de réduction**

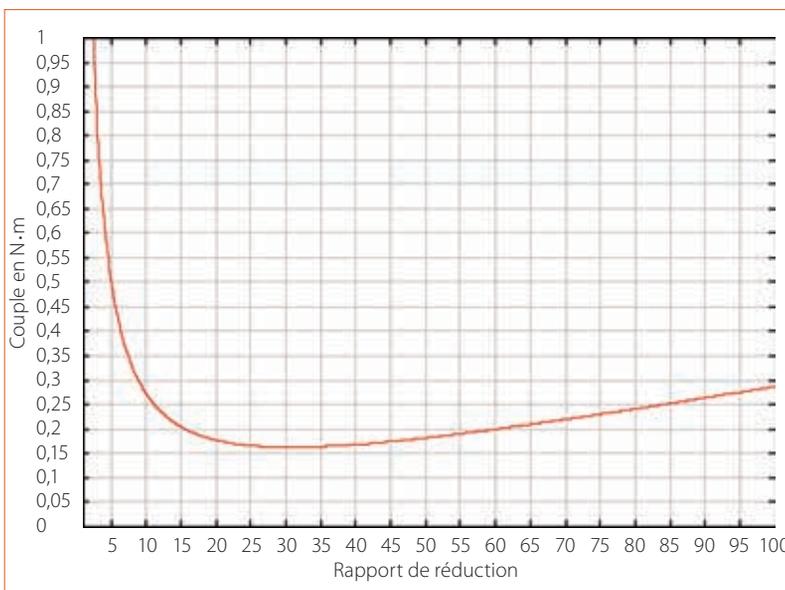
**L'adaptation d'inertie**

Le rapport de réduction permettant d'obtenir l'accélération maximale pour la charge est atteint lorsque l'inertie ramenée de la charge est égale à celle du moteur  $J_m$  : le rapport d'inertie  $(J_c/r^2)/J_m$  (en rotation) ou  $\lambda^2 M/J_m$  (en translation) est alors égal à 1:1. On démontre de la même manière que ce rapport permet de minimiser le couple moteur pour une accélération donnée.

Ce résultat peut heurter le bon sens : en effet, il est bien connu que l'augmentation du rapport de réduction conduit à une diminution des couples ramenés au moteur. Mais il ne faut pas oublier que, parallèlement, le couple nécessaire à l'accélération augmente proportionnellement à  $r$  si l'on veut respecter la durée de déplacement **6**. Cette augmentation de l'accélération se traduit par une augmentation du couple moteur. L'expression simplifiée du couple moteur

$$C_m = \alpha \left( r J_m + \frac{J_c}{r} \right)$$

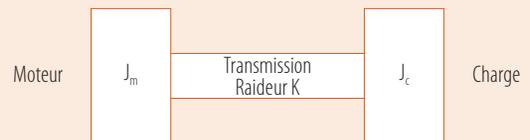
montre bien les deux influences opposées que l'on peut visualiser sur la courbe en figure **7**. Cette courbe correspond au cas qui sera étudié en détail dans la seconde partie de cet article avec un moteur Parvex NX110EAP.



**7 L'influence du rapport de réduction sur le couple d'accélération nécessaire**

L'adaptation d'inertie ne va pas sans problèmes. Le rapport de réduction optimal est souvent élevé, conduisant alors à des vitesses de rotation trop importantes pour le moteur et/ou le réducteur. Dans ce cas, on cherchera à s'en approcher au mieux. Quelles sont les valeurs acceptables? Cette question est récurrente, et la réponse varie suivant les auteurs. Il est clair que, si l'on choisit un rapport de réduction inférieur à l'optimal, le rapport d'inertie augmente, l'inertie ramenée de la charge devenant prépondérante sur celle du moteur. Cela pose rapidement des problèmes, particulièrement pour les systèmes asservis pour lesquels on cherche à augmenter le gain de boucle afin d'obtenir les performances maximales. On constate en pratique que le seuil d'instabilité est d'autant plus bas que le rapport d'inertie est grand, c'est-à-dire que le gain et donc les performances du système devront être diminués. Par ailleurs, cette influence est plus ou moins marquée suivant la qualité de la mécanique : un mécanisme de grande raideur et à faible jeu autorise des rapports d'inertie élevés. Le calcul suivant montre l'influence de la raideur sur la bande passante mécanique et donc sur les performances potentielles de l'asservissement en termes de rapidité et de stabilité.

En simplifiant considérablement, on peut modéliser le système complet comme deux inerties, celle de la charge et celle du moteur, mécaniquement liées par un arbre de masse nulle et de raideur  $K$ .



On démontre **4** que la fréquence de vibration naturelle d'un tel système est la suivante :

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{(J_m + J_c)K}{J_m J_c}}$$

La résonance est atteinte lorsque le système est excité à une fréquence égale à  $f$ .

Cette expression met en évidence le fait que l'augmentation de la raideur  $K$  de la transmission provoque une augmentation de la fréquence de vibration naturelle  $f$  et donc de la résonance du système. En d'autres termes, on augmente la bande passante mécanique, tout en repoussant les phénomènes indésirables à plus haute fréquence.

D'un autre côté, on sait que « pour une bande passante en boucle fermée spécifiée, l'accroissement de la bande passante des constituants de la chaîne directe réduit le risque d'instabilité en boucle fermée » **11**.

Conclusion : un système mécanique plus raide possède une fréquence de résonance plus élevée permettant une commande plus performante et/ou garantissant une stabilité plus importante.

Inversement, la diminution de la raideur provoque une diminution de la bande passante mécanique avec un risque accru d'apparition de l'instabilité.

D'un point de vue pratique et dans le cas de mécanismes asservis typiques (poulies-courroies, vis-écrou, etc.), les recommandations des constructeurs sont

assez variées : de 3:1 à 5:1 pour Harmonic Drive, de 4:1 à 10:1 pour Thomson Micron, inférieur à 6:1 pour Wilfred Voss [5], etc.

En résumé, les valeurs de 5:1 ou 6:1 sont utilisables dans les cas courants. Ces valeurs peuvent être dépassées dans le cas d'un mécanisme de qualité (faibles jeux, grande raideur) ou inversement diminuées dans le cas d'un mécanisme moins raide (poulie-chaîne par exemple).

Quelles sont les limites ? Pour répondre à cette question, un cas extrême est rapporté par le constructeur Kollmorgen [6] : il s'agit d'une table de forte inertie ( $6,37 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ ) entraînée directement en rotation par un moteur *brushless* dont l'asservissement est réglé par placement de pôles et qui fonctionne correctement malgré un rapport d'inertie de 552:1 ! Ces valeurs élevées du rapport d'inertie ne sont généralement pas souhaitables, car elles augmentent de manière non négligeable la puissance requise au niveau du moteur. Par exemple, un rapport d'inertie de 5:1 provoque une consommation de puissance 6 fois supérieure à celle requise par un rapport de 1:1 [7].

### Le cas particulier de l'entraînement direct

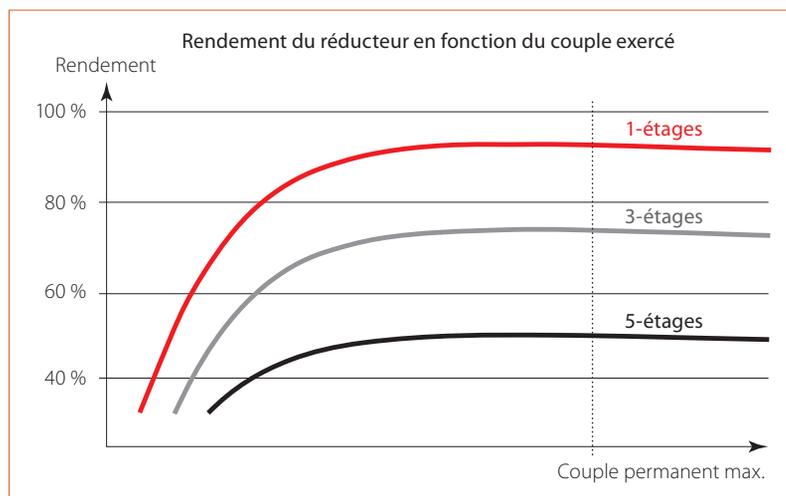
Cette solution est de plus en plus employée, en commande numérique de machine-outil par exemple : en effet, la suppression du réducteur diminue les jeux, augmente la raideur et améliore le rendement de la chaîne cinématique. Le rapport d'inertie peut devenir un problème, mais l'augmentation de la raideur de la chaîne cinématique permet de repousser les limites usuelles, comme nous venons de le voir. Pour éviter que l'on choisisse un moteur trop gros à seule fin de limiter le rapport d'inertie, les constructeurs produisent des moteurs adaptés à l'entraînement direct avec une inertie du rotor volontairement augmentée : chez Num, le moteur 115 2N (7,4 Nm, 3000 tr/min) est proposé en deux versions, BPH 115 2N d'inertie  $J_m = 0,7 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$  et BPG 115 2N d'inertie  $J_m = 2,45 \text{ g} \cdot \text{cm}^2$ , soit une inertie 3,5 fois plus importante pour des caractéristiques identiques [8] ; idem chez Kollmorgen avec les modèles Goldline M d'inertie 2,2 fois plus grande que celle des modèles B [9].

### Le rendement, un outil pratique... sous certaines conditions

Le rendement d'un système est un coefficient  $\eta$  compris entre 0 et 1, traditionnellement défini par la relation :

$$\eta = \frac{P_{\text{disponible\_en\_sortie}}}{P_{\text{fournie\_en\_entrée}}} = \frac{P_{\text{fournie\_en\_entrée}} - P_{\text{dissipée\_dans\_le\_système}}}{P_{\text{fournie\_en\_entrée}}}$$

Ce coefficient masque généralement notre ignorance du détail des phénomènes dissipatifs (frottements, déformations, pertes électromagnétiques, etc.) qui ont lieu au sein du système considéré.



8 La variation du rendement d'un réducteur à pignons droits

© D'APRÈS MAXON

Son utilisation est fort pratique lorsque l'on considère un système en régime permanent, pour lequel on peut conjecturer que la puissance dissipée est sensiblement constante. C'était le cas général avant l'avènement de la commande d'axe, et c'est encore le cas dans nombre d'applications : transporteurs, ventilateurs, motopompes, etc.

Dans le cas des systèmes asservis, pour lesquels il est indispensable de prendre en compte les phénomènes dynamiques en phase transitoire, l'utilisation du rendement est beaucoup moins pratique, voire dangereuse. En effet, il faut l'introduire au sein des équations dynamiques obtenues par l'application du PFD ou du théorème de l'énergie cinétique avec deux précautions :

→ D'une part, il faut prendre en compte le rendement de manière qu'il intervienne comme un « frein » en phase d'accélération et comme une « aide » en phase de ralentissement. Mais est-on certain que les diverses pertes dans le système sont équivalentes dans ces deux phases et en régime permanent ?

→ D'autre part, un calcul sans précautions peut aboutir à des résultats posant des questions de fond, le rendement apparaissant typiquement dans l'expression de l'inertie équivalente. Le lecteur intéressé pourra se rendre sur le site de la liste PGM : le sujet « Inertie et rendement » y est traité en détail par des collègues qui montrent les difficultés et les dangers inhérents à la prise en compte du rendement dans des équations dynamiques associées aux régimes transitoires [10].

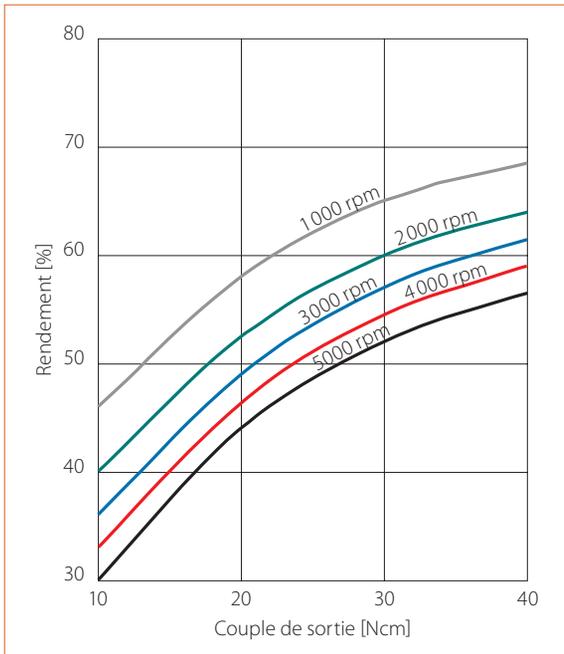
Nous aboutissons à la même conclusion en nous plaçant d'un point de vue purement technique. Il suffit de considérer les courbes de rendement de quelques composants classiques fournies par les constructeurs :

#### → Réducteur à pignons droits

La figure 8 montre la variation du rendement du réducteur en fonction du couple transmis. Le constructeur précise que le rendement varie peu avec la vitesse.

#### → Réducteur Harmonic Drive HDUC

Sur la figure 9, on remarque que le rendement dépend du couple, comme précédemment, mais également de la vitesse.



9 La variation du rendement d'un réducteur Harmonic Drive HDUC-5

→ Vis trapézoïdales (power screws) et vis à billes (ball screws)

Leur rendement (efficiency) n'est pas le même, suivant le sens de transfert de l'énergie. La figure 10 fournit les courbes de rendement  $e_f$  lorsque la vis est motrice et  $e_h$  lorsque la vis est réceptrice. L'angle d'hélice (lead angle) ne nous intéresse pas directement, puisque, pour une vis donnée, il est évidemment constant.

Dans le cas des vis trapézoïdales, un rendement négatif correspond à une vis irréversible (self-locking).

Dans le cas des vis à billes, le rendement ne semble pas dépendre de l'angle d'hélice. D'autres constructeurs, Bosh par exemple [11], fournissent des courbes de variations du rendement des vis à billes en fonction de l'angle d'hélice...

On pourrait multiplier les exemples à l'envi (moteurs, réducteurs épicycloïdaux, réducteurs à vis sans fin, glissières, mécanismes variés, etc.) avec les mêmes conclusions :

- Les rendements des composants mécaniques varient dans des proportions parfois non négligeables en fonction de grandeurs diverses : vitesse, couple, température, lubrification, etc.
- Les pertes ne sont pas les mêmes suivant le sens de transfert de l'énergie, pour les vis et certainement pour nombre d'autres composants.

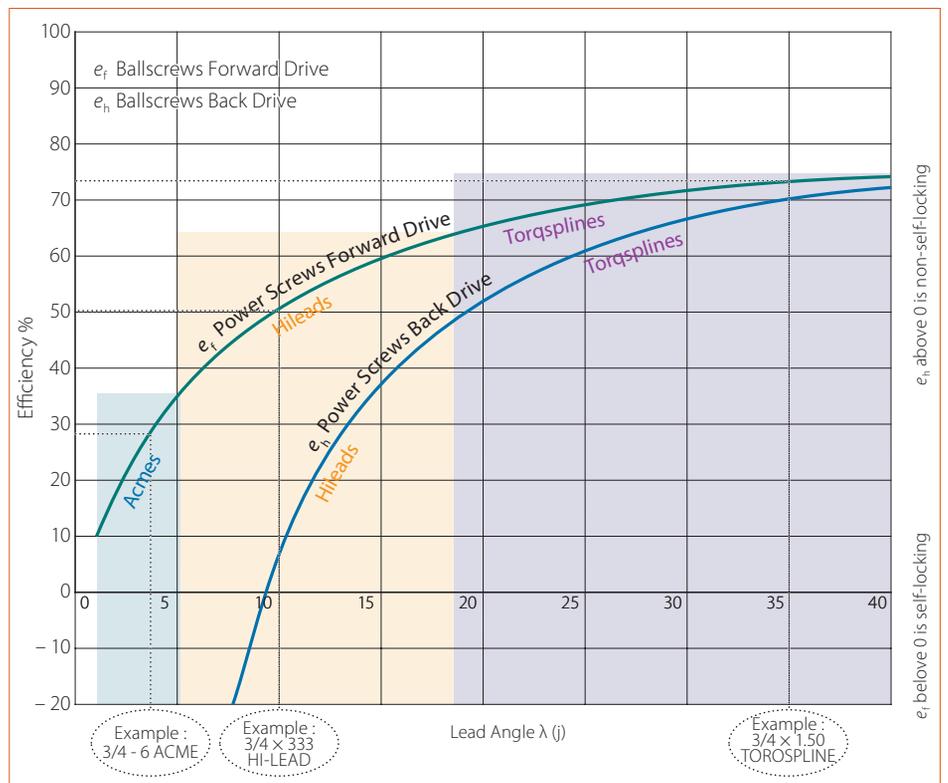
En conclusion, il est préférable pour l'avant-projet de ne pas introduire le rendement dans les calculs en phase transitoire, en limitant son utilisation au régime permanent.

Le servomoteur : l'arme absolue ?

Les moteurs d'asservissement sont conçus afin de fournir des performances dynamiques supérieures à celles des moteurs classiques. La technologie brushless, maintenant courante, a permis de franchir un pas supplémentaire dans les caractéristiques, à tel point que la technologie hydraulique est en voie de disparition en robotique où l'on rencontre maintenant des robots « 500 kg » à actionneurs électriques (ABB IRB 7600, Kuka KR500, etc.).

Ses qualités

- Puissance massique élevée. Cette qualité est recherchée pour tous les moteurs embarqués afin de minimiser les masses en mouvement, comme en robotique par exemple.
- Couple important (voire maximal) disponible sur toute la gamme de vitesse. Il fournit une même capacité d'accélération ou de décélération quelle que soit la vitesse.
- Inertie faible du rotor. Elle améliore la dynamique et donc la rapidité. Certains moteurs sont spécifiquement conçus pour minimiser l'inertie du rotor : moteurs à rotor discoïdal (AXEM), moteurs « cloches », etc. Inver-



10 Les rendements des vis suivant le sens de transfert de l'énergie

© D'APRÈS ROTON

sement, on cherche parfois à augmenter l'inertie du rotor, typiquement dans le cas de l'entraînement direct (voir la partie sur le rapport de réduction).

### Ses défauts

→ **Échauffement important.** C'est la principale limite des servomoteurs et la raison pour laquelle il convient généralement de vérifier le couple thermique. Dans les cas extrêmes, il faut utiliser un refroidissement à l'eau (moteurs de pinces de soudage robotisé, par exemple). Les moteurs *brushless* sont plus faciles à refroidir que les moteurs à courant continu, car leurs bobinages sont sur le stator, ce qui facilite l'évacuation de la chaleur au moyen de radiateurs.

→ **Consommation électrique plus grande.**

→ **Coût plus élevé.**

Les deux premiers défauts sont dus au fait que les servomoteurs, généralement petits et puissants, offrent un moins bon rendement que les moteurs classiques, de puissance massique beaucoup plus faible : les gros moteurs tournant à la vitesse nominale et fournissant

un couple faible eu égard à leur taille possèdent des rendements impressionnants, jusqu'à à 0,95 (Baldor super-E, par exemple [12]), à comparer avec le rendement de 0,7 à 0,8 typique d'un moteur d'asservissement en fonctionnement nominal. De plus :

→ Le rendement devient rapidement mauvais pour les faibles couples : il est donc important de ne pas surdimensionner abusivement un moteur qui par la suite va consommer beaucoup d'énergie, d'une part parce qu'il est gros, et d'autre part parce qu'il travaille dans une zone de mauvais rendement.

→ Il est impossible d'obtenir à la fois un rendement et une puissance élevés : il faut choisir ! En fait, on n'a pas tellement le choix, puisque les moteurs d'asservissement sont typiquement utilisés dans les applications à couple et vitesse variables : on utilise leur puissance maximale au prix d'une consommation d'énergie importante, heureusement de manière intermittente (phases dynamiques).

Le critère de coût d'achat pourrait sembler prépondérant par rapport à celui de la consommation électrique, mais c'est loin d'être le cas. On estime que le coût global d'un moteur électrique se répartit de la manière suivante [5] [12] :

→ Coût d'achat : < 2 %

→ Coût de maintenance : < 2 %

→ Consommation électrique : > 96 %

Il faut tout de fois signaler que ces problèmes de rendement et de consommation ne sont pas essentiels en commande d'axe, où l'on vise d'abord la performance.

### La vérification du couple thermique

Lorsque le moteur travaille de manière intermittente dans la zone de fonctionnement transitoire, il faut vérifier que l'échauffement est supportable. Dans les cas complexes, la solution consiste généralement à contacter le constructeur. Dans les cas plus simples, avec  $n$  cycles de durée respective  $t_i$  sous un couple constant  $C_i$ , on détermine le couple équivalent thermique par la formule :

$$C_{th} = \sqrt{\frac{C_1^2 t_1 + C_2^2 t_2 + \dots + C_n^2 t_n}{t_1 + t_2 + \dots + t_n}}$$

On vérifie ensuite que ce couple est inférieur au couple de définition (ou nominal ou permanent) du moteur présélectionné. →

### ► Bibliographie et sources

- [1] *Technoguide E : Le guide de la commande d'axe*, Adepa, Paris, 1989
- [2] ARTOBOLEVSKI (I.), *Théorie des mécanismes et des machines*, éd. MIR, Moscou, 1977
- [3] MARTIN (J.), « Mécanismes à cames – Principales lois de mouvement », in *Mécanismes de transformation de mouvement à contact local : cames, coulisses et indexeurs*, éd. Techniques de l'ingénieur, 1988
- [4] TIMOSHENKO (S.), *Théorie des vibrations*, Librairie polytechnique Ch. Béranger, Paris, 1954, p. 12
- [5] VOSS (W.), « The Aspects Of Servo Motor Sizing » : <http://www.visualsizer.com/Articles/MotorSizing.html>
- [6] ARMSTRONG JR (R. W.), « Load to Motor Inertia Mismatch : Unveiling the Truth », Drives and Controls Conference, Telford (England), 1998 : [http://www.motionvillage.com/welcome\\_center/articles/Inertia.PDF](http://www.motionvillage.com/welcome_center/articles/Inertia.PDF)
- [7] MAZURKIEWICZ (J.), « Load Inertia and Motor Selection » : [http://www.motioncontrolonline.org/files/public/Load\\_Inertia\\_Motor\\_Selection.pdf](http://www.motioncontrolonline.org/files/public/Load_Inertia_Motor_Selection.pdf)
- [8] La version 2007 en français du catalogue *Systèmes CNC numérique Axiom Power* : [http://www.num.com/hosting/NUM/NUM\\_CNC.nsf/Framesetstart\\_FR\\_F?OpenPage](http://www.num.com/hosting/NUM/NUM_CNC.nsf/Framesetstart_FR_F?OpenPage)
- [9] Servomoteurs Kollmorgen Goldline : [http://www.motionvillage.com/products/motors/dc\\_brushless\\_motors/goldline.html](http://www.motionvillage.com/products/motors/dc_brushless_motors/goldline.html)
- [10] FICHO (P.), LAJOIE (M.), LODIER (B.), PASSIN (B.), « Inertie et rendement », 2005 : <http://www.listepgm.org/index.php?page=publis.htm>
- [11] *Precision Ball Screws Assemblies*, catalogue Rexroth : [http://www.boschrexroth.com/various/utilities/mediadirectory/index.jsp?oid=14820&publication=1&pagesize=8&ccat\\_id=69&remindCcat=1&language=en-US&objectlang=en-US](http://www.boschrexroth.com/various/utilities/mediadirectory/index.jsp?oid=14820&publication=1&pagesize=8&ccat_id=69&remindCcat=1&language=en-US&objectlang=en-US)
- [12] Des contributions à propos de l'efficacité énergétique sur le site de Baldor (en anglais) : [http://www.baldor.com/support/energy\\_savings.asp](http://www.baldor.com/support/energy_savings.asp)