

# Réflexions sur l'utilisation de calcul de structures

PIERRE STEPHAN, DIDIER LABELLE<sup>[1]</sup>

*Les logiciels de calcul de structures intégrés aux outils de CAO sont de plus en plus accessibles et peuvent constituer une aide précieuse pour le technicien de bureau d'études. Ils n'en demeurent pas moins des outils très complexes qui demandent une utilisation prudente, raisonnée, basée sur les connaissances fondamentales de la RdM. Cet article, en s'intéressant aux contenus à enseigner en BTS CPI, amorce une réflexion sur un apprentissage permettant de concilier ces deux exigences.*

Sur des notions délicates ou marginales relatives à un programme d'enseignement, on relève parfois même chez des enseignants expérimentés une disparité des réponses sur l'identification des contenus à enseigner. Pourtant, cette première phase de construction d'un plan d'action pédagogique devrait au moins faire l'objet d'un consensus (les phases suivantes sont davantage liées à la sensibilité de l'enseignant, à son environnement et peuvent conduire à des réponses satisfaisantes variées).

Dans le référentiel du BTS CPI<sup>[2]</sup>, l'exploitation d'un logiciel de calcul de structures fait apparaître des compétences nouvelles. Pour l'enseignant, la définition des notions fondamentales associées à ces compétences n'est pas immédiate, non seulement parce qu'il ne les a jamais enseignées, mais sans doute également parce que les formations qu'il a suivies sur les méthodes par éléments finis (EF) étaient très conceptuelles et souvent très éloignées de celles qu'il doit proposer aujourd'hui.

**Mots-clés**  
élasticité, modélisation, postbac, résistance des matériaux

L'enseignant peut même se sentir quelque peu démuni face à ces nouvelles compétences, et le référentiel ne l'aide pas suffisamment à faire émerger l'essentiel des notions fondamentales qu'il doit enseigner. Il s'oriente alors naturellement vers un apprentissage où les fonctionnalités du logiciel occupent la plus grande place.

Dans ce contexte, la première phase d'élaboration d'un plan d'action pédagogique consistant à identifier les contenus à enseigner est sans doute la plus délicate.

L'objectif de cet article est d'apporter une contribution à la définition des contenus associés à l'exploitation d'un logiciel de structures en BTS CPI. Certains aspects sont sans doute transférables à d'autres formations bac + 2, ou même en prébac, où l'on voit apparaître depuis quelques années sur les sujets des questions relatives à l'interprétation de résultats de logiciels EF.

Nous commencerons par expliciter ce que doit savoir un étudiant de BTS CPI en définissant les aspects cognitifs et méthodologiques. C'est à partir de ce travail de décodage que l'enseignant pourra formaliser les connaissances à acquérir puis organiser les apprentissages.

## Le référentiel et les notions fondamentales Les compétences dans leur contexte

Sur le référentiel, dans la mise en relation des activités professionnelles et des compétences terminales à acquérir, on relève trois compétences relatives à l'exploitation d'un logiciel de calcul de structures :

### PHASE DE CONCEPTION PRÉLIMINAIRE

→ C13. Valider une géométrie ou une architecture, par simulation informatique ou calcul élémentaire des comportements mécaniques

### PHASE DE CONCEPTION DÉTAILLÉE

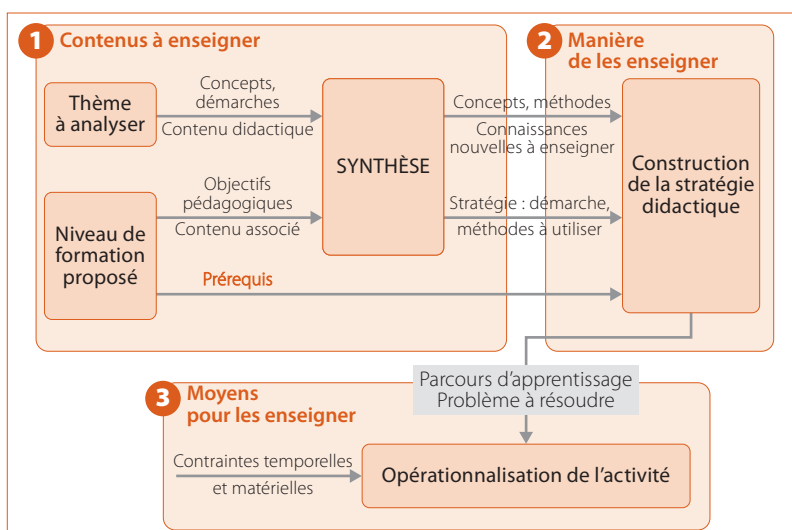
→ C19a. Exploiter un logiciel de calcul de structures : modélisation et saisie des données

→ C19b. Exploiter un logiciel de calcul de structures : exploitation des résultats

Un article introductif aux méthodes par éléments finis proposé par les *Techniques de l'ingénieur*<sup>[3]</sup> met en évidence les deux utilisations majeures du logiciel de calcul de structures en phase de conception préliminaire et en phase de conception détaillée :

### → Le calcul de validation

Il est présent à un état relativement avancé du projet. Il consiste à valider une certaine définition du produit,



**1** Les phases de construction d'un plan d'action pédagogique <sup>[1]</sup> <sup>[2]</sup>

# d'un logiciel

et donc un ensemble de choix de conception, par rapport aux spécifications. Une bonne **fiabilité des résultats** de calcul obtenus est nécessaire, d'où des modèles de calcul suffisamment précis pour simuler le comportement mécanique de la pièce (modèles souvent complexes et coûteux en termes de ressources informatiques). Cette tâche représente encore l'utilisation industrielle la plus courante des outils de simulation, bien qu'il soit toujours **difficile d'évaluer avec précision la qualité du calcul réalisé** [3].

Dans le milieu industriel, le calcul de validation est souvent du ressort du bureau de calcul. Il est donc important de préciser que le technicien de bureau d'études ne s'intéresse qu'à des cas qu'il peut maîtriser. Cette tâche correspond principalement aux compétences C19a et C19b, le logiciel de calcul de structures étant utilisé en conception détaillée une fois les formes, les dimensions et les matériaux des pièces définis. Le référentiel du BTS CPI précise bien que le technicien de bureau d'études procède « au prédimensionnement des structures dans des cas simples. Il s'adresse à un spécialiste de l'entreprise ou à un bureau de calcul pour les cas complexes ou sensibles ».

Il reste à définir ce que l'on entend par « cas simples ». D'ores et déjà, il est important de signaler que la simplicité s'applique aussi bien aux formes de la pièce qu'au comportement du matériau, aux conditions aux limites qu'au type de dimensionnement effectué.

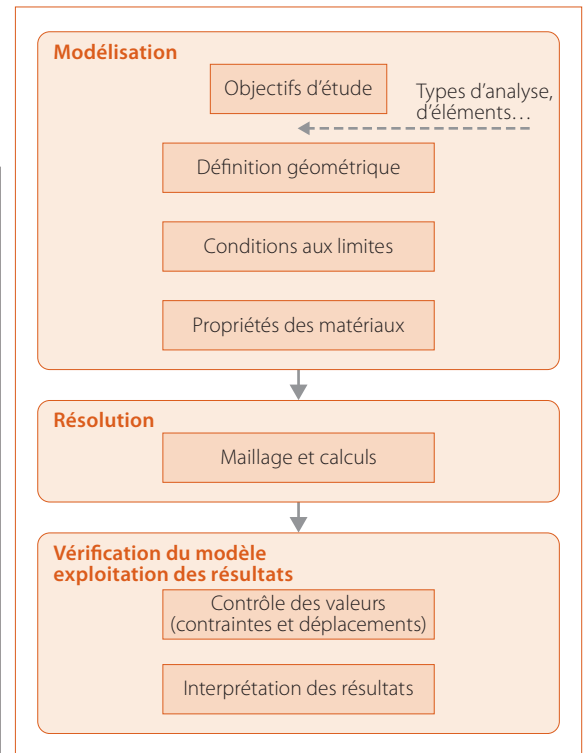
## → Le calcul d'aide au choix

Il consiste à **comparer des solutions** techniquement envisageables afin de choisir la meilleure du point de vue d'un critère mécanique donné. Il peut donc être envisagé même en présence de modèles de calcul assez rudimentaires, incluant des géométries ou des lois de comportement de matériaux très simplifiées.

Les **calculs d'analyse de sensibilité**, qui s'attachent à déterminer dans quelle mesure le comportement mécanique de la structure est sensible à la variation de certains paramètres, entrent évidemment dans cette catégorie de calcul.

Dans le milieu industriel, le calcul d'aide au choix est d'une utilisation généralement moins fréquente. Les logiciels de calcul ont longtemps été des outils de spécialistes un peu déconnectés du processus de conception. Avec l'évolution des logiciels, le calcul d'aide au choix de conception est donc **amené à se développer** très prochainement [3].

C'est principalement dans ce cadre, en conception préliminaire, que le technicien de bureau d'études utilise



## 2 La démarche EF [4]

le logiciel de calcul de structures. La compétence C13 correspond à cette utilisation. S'attachant davantage aux liens entre la simulation et les choix de conception du système mécanique, elle paraît plus complexe car elle va au-delà de la simple utilisation de l'outil comme validation d'une définition quasi complète des pièces. Mais elle nécessite de savoir exploiter un logiciel de calcul de structures, dans la limite des compétences C19a et C19b.

Une première étape consiste donc à définir le plus précisément possible les connaissances associées à ces compétences en s'appuyant sur les spécificités du BTS CPI. Il ne s'agit pas de proposer un cours théorique sur la méthode par éléments finis, ni de se limiter à des applications « presse-boutons » sans donner à l'étudiant les outils lui permettant d'avoir un regard critique sur les résultats obtenus.

Il est important de constater que l'on retrouve au travers des compétences C19a et C19b les parties « entrées des données » et « sorties des données et exploitation des résultats » présentées dans les ouvrages de référence traitant des méthodes EF [2].

[1] Professeurs de construction mécanique, respectivement à l'IUFM Midi-Pyrénées de Toulouse (31) et au lycée Gaston-Monnerville de Cahors (46).

[2] Les chiffres entre crochets sur fond grisé renvoient à la bibliographie en fin d'article.

**Les compétences détaillées**

Le décodage proposé ci-dessous n'est pas simplement une définition des différents termes employés, mais une proposition de traduction adaptée à l'étudiant en BTS CPI.

**La compétence C19a**

🔗 «*L'étudiant est capable de définir les éléments à dimensionner*»

Pour un objectif d'études, étant donné une géométrie et un chargement et les éléments d'un cahier des charges, l'étudiant doit être capable d'identifier les pièces pour lesquelles il existe un risque de non-respect des critères de dimensionnement (déplacements ou contraintes). Cependant, il ne semble pas raisonnable de conduire l'étudiant de BTS CPI à traiter des problèmes autres que ceux limités à des sollicitations statiques.

L'étudiant doit donc avoir une culture minimale en résistance des matériaux, afin de pouvoir identifier les sollicitations les plus pénalisantes et l'incidence de la géométrie et des accidents de forme sur la rigidité et/ou la résistance, et des critères de dimensionnement : sollicitations statiques ou dynamiques, problèmes thermiques, chocs, vibrations, problèmes de contact (matage)... Pour les cas de sollicitations statiques (uniquement), il doit identifier s'il s'agit d'un problème de résistance ou de rigidité.

La première exigence est que l'étudiant ne dimensionne pas des éléments standard ou des pièces peu sollicitées. On peut également attendre que, pour des problèmes complexes (en termes de conditions aux limites, de géométrie ou de comportement), il fasse appel à un spécialiste.

🔗 «*L'étudiant est capable de choisir le module de calcul adapté*»

Étant donné un système, ou une pièce, à dimensionner, l'étudiant doit être capable d'orienter l'étude vers un modèle 3D ou un modèle poutre (le modèle plaque étant trop complexe). Il doit connaître quelques notions sur les limites des modèles (formulation discrète, grandeurs calculées en des nœuds ou sur des éléments), sur l'influence du maillage, sur la qualité des différents types d'éléments.

L'objectif semble ambitieux ! L'étudiant doit au moins connaître le principe de la discrétisation et l'existence de différents éléments, plus ou moins bien adaptés selon la pièce dimensionnée et l'objectif d'étude. Rappelons que le niveau taxonomique est de 2 (savoir en parler).

🔗 «*L'étudiant est capable de proposer des modèles de chargement et d'identifier les conditions aux limites d'étude*»

Étant donné une pièce bien identifiée et un type d'éléments, l'étudiant doit être capable de « définir » sur le logiciel de structures les conditions aux limites en termes d'efforts et de déplacements :

→ En termes de déplacements, il doit savoir que la pièce doit être entièrement contrainte (pas de déplacement possible). Il doit savoir respecter les déplacements réels de la pièce en intégrant quand c'est possible les symétries géométriques et de chargement.

→ En termes d'efforts, il doit pouvoir choisir un modèle de chargement en fonction des charges appliquées, des contacts et de l'objectif d'étude.

Si sur les déplacements les prérequis nécessaires sont limités, il n'en est pas de même pour les conditions aux limites en termes d'efforts. En effet, la connaissance des modèles de répartition des pressions de contact est nécessaire (contacts de Hertz et modèles de répartition en contacts larges). D'autre part, l'interprétation des résultats au voisinage des zones d'application des efforts est souvent délicate, car elle dépend fortement du modèle de chargement et du maillage ; le problème est beaucoup plus simple loin de ces zones. Il nous semble illusoire de vouloir former les étudiants bac + 2 à l'interprétation des résultats proches des zones de chargement.

**La compétence C19b**

🔗 «*L'étudiant est capable de décoder et d'interpréter les résultats*»

→ Décoder les résultats passe dans un premier temps par l'identification de la grandeur concernée : déplacements ou contraintes.

S'il s'agit de déplacements, l'étudiant doit savoir préciser si les résultats correspondent à une norme de déplacements ou à une projection sur un axe choisi.

S'il s'agit de contraintes, l'étudiant doit savoir identifier sa nature : contrainte normale, contrainte tangentielle ou contrainte équivalente (avec l'unité correspondante).

Il semble évident que l'étudiant doit connaître la notion de contrainte, sa caractérisation en un point et la signification de contrainte équivalente.

→ Interpréter les résultats signifie pour le futur technicien, spécialiste de la définition de produit, qu'il est

S662	<p><b>Élasticité</b></p> <p>Un logiciel de prédimensionnement utilisant la méthode des éléments finis étant choisi</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Entrées du logiciel pour formuler l'étude : type et dimension du maillage conditions aux limites liaisons (ou connexions) entre pièces modèles de chargement</li> <li>• Sorties du logiciel pour finaliser l'étude : représentation par courbes ou zones d'isovaleurs (de contraintes, de déplacement...) selon un critère</li> </ul>				
------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--	--	--	--

**3 Les savoirs en élasticité**  
extraits du référentiel du BTS CPI [2]

capable dans le cadre d'un prédimensionnement de valider un critère ou/et de faire le lien avec le **choix du matériau**, la forme de la pièce (géométrie, singularités) et la façon dont sont appliquées les charges.

### Les savoirs associés

À la lumière de ce décodage, intéressons-nous aux savoirs associés définis par le référentiel **3**.

On retrouve logiquement les deux phases d'utilisation du logiciel de calcul de structures : entrées du logiciel et sorties du logiciel **2**.

On remarque que la compétence liée au choix du module de calcul adapté (C19a) nécessite l'acquisition de savoirs sur le type et les dimensions du maillage avec un niveau taxonomique de 2. Ces savoirs imposent une connaissance minimale du principe de la méthode par éléments finis. Quelle doit être cette connaissance minimale ?

On note également que l'on peut englober dans les conditions aux limites celles qui imposent les déplacements (liaisons entre pièces) et celles qui imposent les efforts (modèles de chargement). Là aussi, il est intéressant de se poser la question des connaissances à acquérir : S'agit-il d'aller rechercher des fonctionnalités d'un logiciel ? Doit-on conduire l'étudiant à raisonner sur des nœuds (blocage de degrés de liberté) ou de façon globale par l'intermédiaire de pièces virtuelles ?

On ne trouve pas de savoirs associés à la compétence « être capable de définir les éléments à dimensionner ». Dans le décodage, nous avons souligné la nécessité d'une connaissance générale des critères de dimensionnement et du niveau de complexité des différentes approches. Comment cette culture minimale du dimensionnement peut-elle être enseignée ?

Enfin, on peut remarquer que les savoirs liés à la compétence C19b (interprétation de résultats) sont assez limités. L'enseignant doit donc les expliciter et y associer la notion de contrainte équivalente, incontournable.

Il est par ailleurs évident qu'il faut s'appuyer sur les savoirs en résistance des matériaux (S661) pour aborder les compétences liées aux logiciels de dimensionnement. Inversement, l'enseignant ne doit pas s'interdire d'utiliser le logiciel de calcul de structures comme outil pédagogique (dispositif didactique) lorsqu'il aborde les savoirs en RdM.

L'objectif que nous nous sommes fixé est d'apporter des réponses à ces différentes questions et, plus globalement, de proposer des éléments de cours sous forme de points clés.

### L'architecture d'une leçon traitant de l'exploitation d'un logiciel de calcul de structures

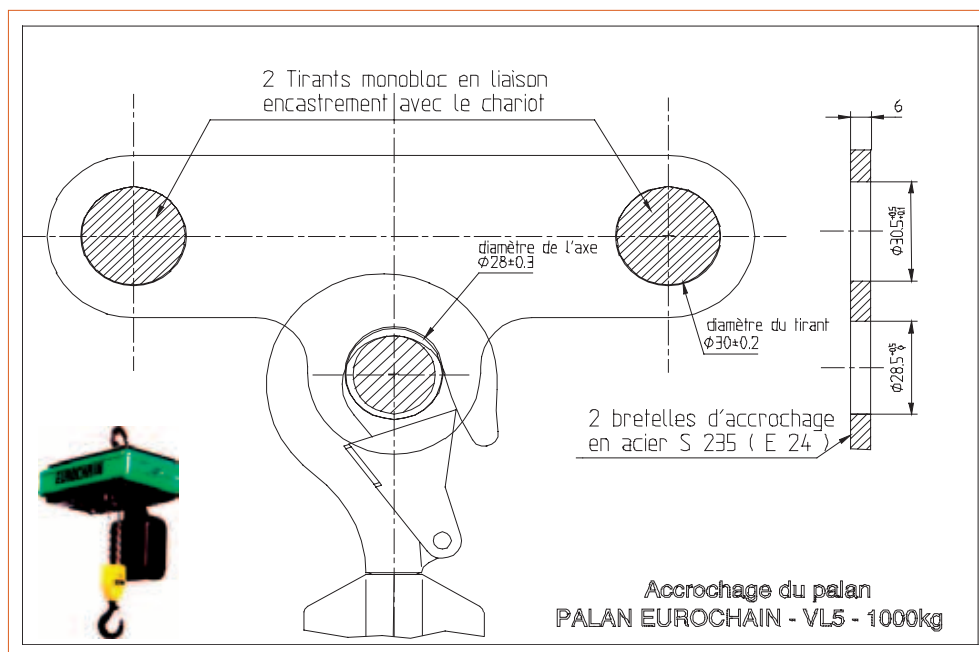
Le décodage précédent nous a permis de faire émerger les connaissances à traiter par l'enseignant. Pour certaines d'entre elles, nous avons souligné la difficulté de les formaliser (par exemple, « définir les éléments à dimensionner » ou « identifier des conditions aux limites »). Que doit-on faire figurer sur un document « étudiants » ? D'autre part, nous avons également mis en évidence la difficulté de définir les limites des notions à enseigner (par exemple, le principe de la méthode par éléments finis). Jusqu'où doit-on aller avec les élèves ?

Nous tenterons d'apporter des réponses à ces questions en définissant les contenus à enseigner qui nous semblent à la fois nécessaires et adaptés aux étudiants en BTS CPI.

Les extraits de leçon proposés doivent bien entendu s'appuyer sur des exemples traités par l'enseignant soit lors de séances de TP soit dans le cadre d'un autre centre d'intérêt.

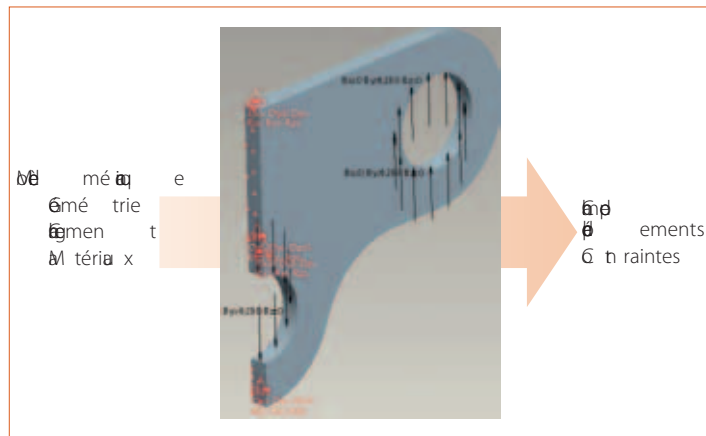
Nous distinguons six leçons clés :

- L'intérêt du modèle par éléments finis (besoin scientifique)
- L'utilisation du modèle par éléments finis dans le bureau d'études (besoin industriel)
- Les différents types de dimensionnement et l'énoncé du besoin
- La démarche et le principe du calcul par éléments finis
- Les différents types d'éléments et les conditions aux limites
- L'interprétation des résultats d'un logiciel de calcul par éléments finis



**4** L'exemple de la bretelle de palan (sujet du BTS CPI 2000)





**5** Les entrées et sorties d'un logiciel de calcul

### L'intérêt du modèle par éléments finis

Cette leçon permet d'introduire le besoin scientifique et de susciter l'intérêt chez l'étudiant. Elle s'appuie sur les limites du modèle RdM, en particulier sur l'aspect géométrique.

**point clé** Un rappel des hypothèses de la RdM

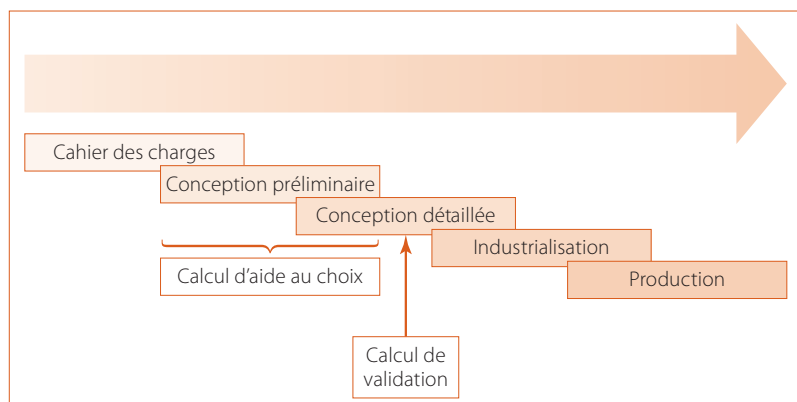
- **Géométrie**: une direction privilégiée (une dimension grande devant les deux autres), pas de variation brusque de section
- **Comportement**: matériaux homogènes, isotropes, loi de comportement élastique linéaire
- **Modélisation des liaisons**: torseur équivalent au centre de la section (on ne peut interpréter les résultats obtenus près des zones d'application des efforts)

**point clé** L'intérêt de la méthode pour des pièces quelconques

La plupart des pièces constituant un mécanisme ne vérifient pas ces hypothèses, en particulier celle de direction privilégiée (exemple de la bretelle de palan **4**). La méthode EF permet d'obtenir les déplacements ou/et l'état de contraintes dans une pièce quelconque.

### Généralisation

Dans le cas des calculs en RdM comme dans le cas du modèle EF, on retrouve en entrée la géométrie de la pièce (formes et dimensions), le modèle de chargement et les matériaux utilisés, et en sortie l'état de contraintes et le champ de déplacements **5**.



**6** Les étapes de conception d'un produit

### L'utilisation en milieu industriel

Cette leçon permet d'introduire le besoin « métier » pour le futur technicien de bureau d'études et de susciter l'intérêt chez l'étudiant.

**point clé** Utilisation du logiciel de calcul par un technicien de bureau d'études

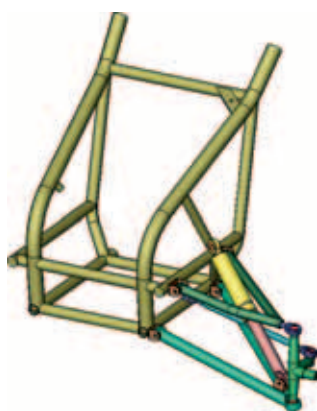
Les étapes de conception d'un produit sont données en **6**.

#### → Le calcul d'aide au choix

Le technicien de bureau d'études compare des solutions techniquement envisageables afin de choisir la meilleure du point de vue d'un critère mécanique donné. Les modèles de calcul utilisés sont souvent assez rudimentaires, incluant des géométries ou des lois de comportement de matériaux très simplifiées avec une approche plutôt qualitative par comparaison.

#### → Le calcul de validation

Le technicien de bureau d'études valide une certaine définition du produit et donc un ensemble de choix de conception. Il ne s'intéresse qu'à des cas simples, les cas plus complexes étant validés par un bureau de calcul.



**7** La première version de la suspension...



**8** ... et la seconde

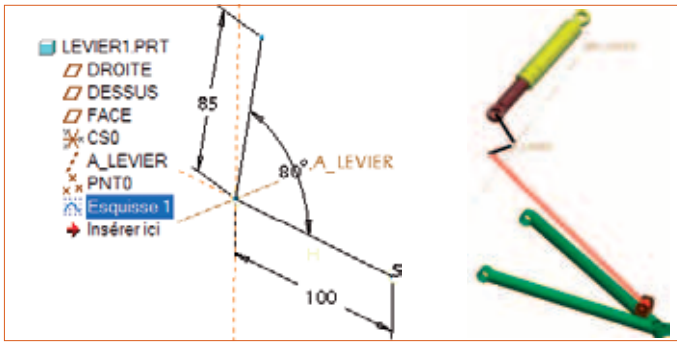
**exemple** Un calcul d'aide au choix

Il s'agit de la reconception d'une suspension avant de kart de cross. Dans la première version **7**, l'amortisseur avant est endommagé à chaque accident. Il est décidé de concevoir un système d'amortisseur protégé **8**.

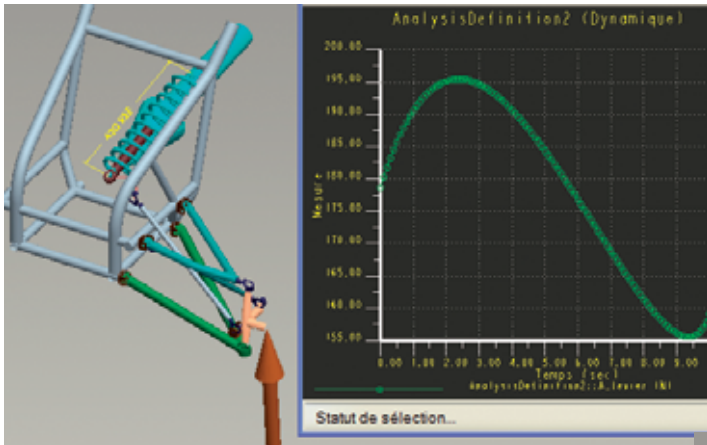
Dans une première étape, le concepteur choisit une cinématique en fonction de l'encombrement, de l'angle de débattement angulaire de la suspension et de la course de l'amortisseur **9**.

Ensuite, il détermine les efforts maximaux sur le levier (cette étape peut influencer sur la précédente) **10**.

Puis il identifie les surfaces fonctionnelles du levier (liées aux choix technologiques des liaisons). Un premier passage des surfaces fonctionnelles aux volumes fonctionnels intègre les dimensions des éléments tech-



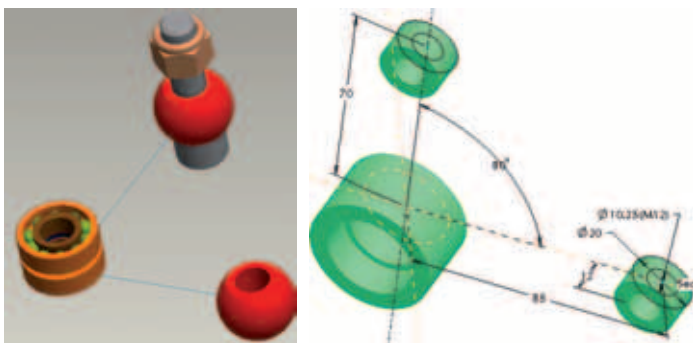
**9 L'étude cinématique**



**10 L'étude statique**

nologiques, les pressions de contact admissibles, une épaisseur minimale de matière... **11**

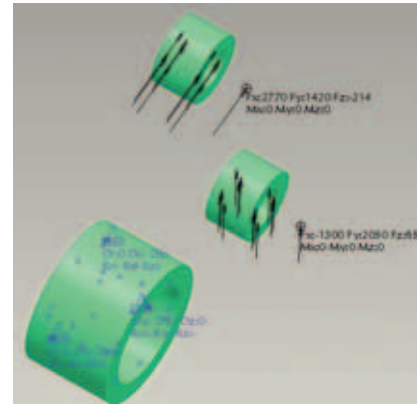
Étant donné la forme de la pièce, une étude préliminaire en RdM n'est pas envisageable ici. Les connaissances des sollicitations simples nous permettront juste de valider qualitativement le modèle EF proposé.



**11 Les choix technologiques et les surfaces fonctionnelles**

Il est possible à ce stade de l'étude de définir les conditions aux limites en termes aussi bien de chargement que de déplacements **12**. Notons que le chargement choisi ici, associé aux actions exercées sur les rotules, correspond à un modèle non maîtrisé par l'étudiant, qui interdit toute interprétation ultérieure au voisinage de cette zone de chargement.

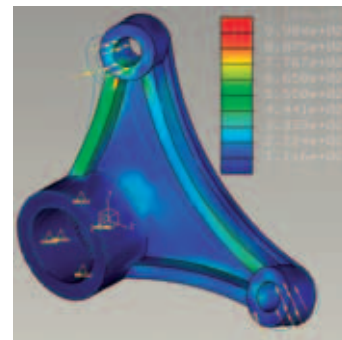
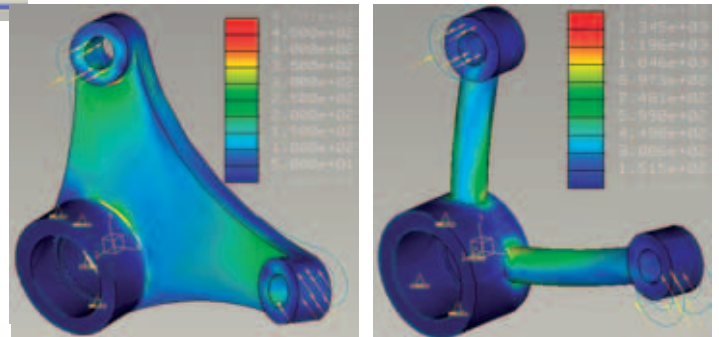
On peut alors envisager une prédéfinition de la structure rigidificatrice de cette pièce, par exemple en explorant différents modes de procédé **13**: usinage dans la masse, mécano-soudé, moulé..., l'intérêt étant évidemment de pouvoir passer d'une solution à l'autre avec la même modélisation (validée ou faite par le spé-



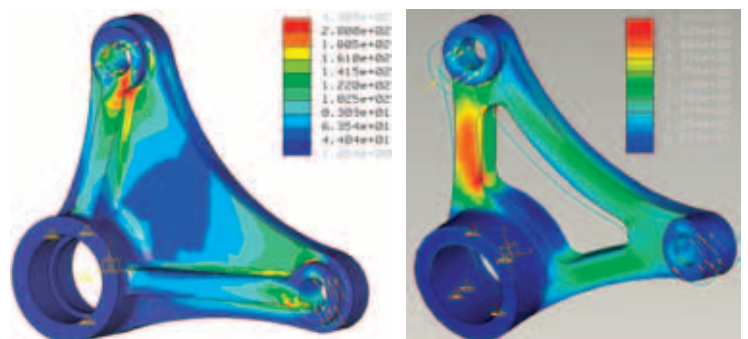
**12 Les conditions aux limites**

cialiste du calcul) et avec un temps de calcul qui reste très faible (inférieur à la minute sur l'exemple).

On peut ensuite, avec les mêmes conditions (et évidemment le même temps de calcul), affiner une solution en fonction de critères de résistance, rigidité, allègement..., et donc établir un dossier qui pourra par exemple être utilisé en revue de projet dans le choix d'une solution **14**.



**13 Les contraintes équivalentes pour différentes pièces**

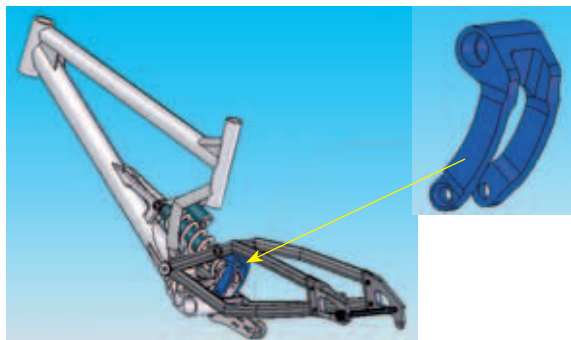


**14 L'affinage d'une solution**

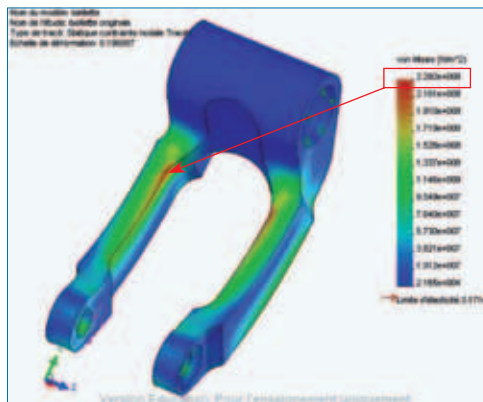


**exemple** Un calcul de validation

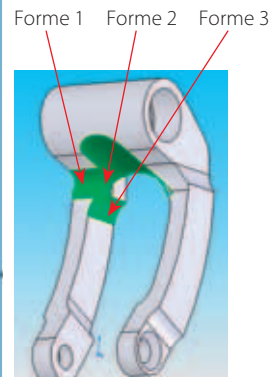
Il s'agit du dimensionnement d'une biellette de renvoi appartenant à un cadre de VTT de descente. La cinématique de l'ensemble du système a déjà fait l'objet d'une étude, et l'amortisseur a été choisi **15**.



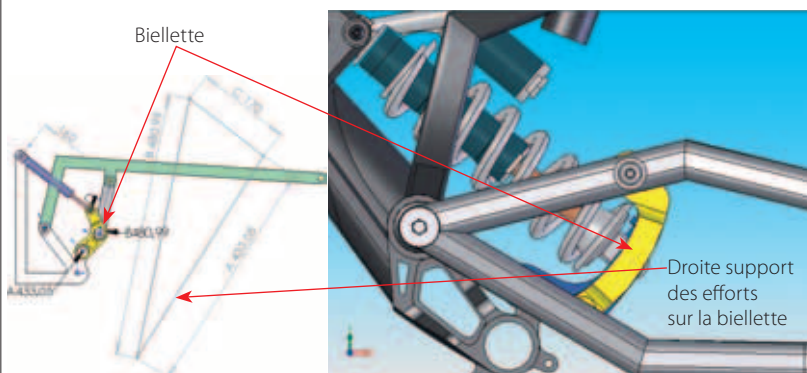
**15** La situation de la biellette sur le cadre



**17** L'étude par éléments finis



**18** L'analyse de la biellette



**16** L'étude statique

Une étude statique a ensuite permis de déterminer les actions exercées sur la biellette dans le cas le plus défavorable **16**.

Une étude par éléments finis montre une contrainte équivalente maximale égale à 230 MPa **17**.

Le matériau préalablement choisi (AU4G / 2017 A) a une limite élastique  $R_e = 320$  MPa, et le cahier des charges impose un coefficient de sécurité  $\alpha = 2$ .

On peut noter que les zones étudiées sont éloignées des zones d'application des conditions aux limites.

Une analyse du bureau d'études fait apparaître plusieurs types de solutions pour résoudre le problème de dimensionnement de la biellette : monter un amortisseur sans ressort, insérer une cale pour décaler le ressort, changer les points de pivot, changer le matériau de la biellette ou optimiser ses formes. Cette dernière solution étant la moins coûteuse, elle est étudiée dans un premier temps.

Les surcontraintes dans la biellette sont induites par les formes 1, 2 et 3 **18**.

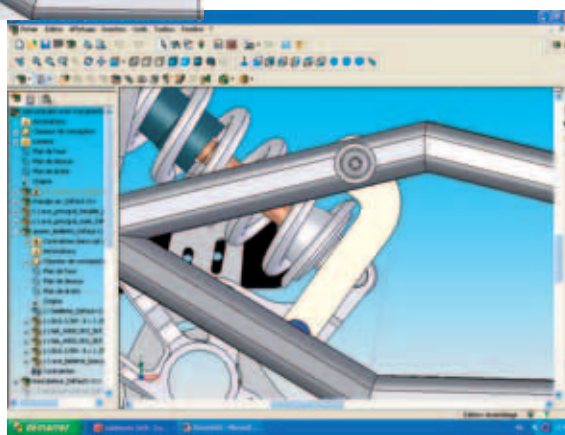
À partir des connaissances de base en résistance des matériaux et des contraintes d'encombrement **16**, nous proposons une redéfinition des dimensions de la biellette.

Au niveau de la section critique, la distance projetée sur l'axe y entre la fibre neutre et la droite support des forces est passée de 23,3 mm à 20 mm **19** ; sur l'axe z, de 5 mm à 1,5 mm **20**. Le congé de raccordement est déplacé dans une zone moins sollicitée.

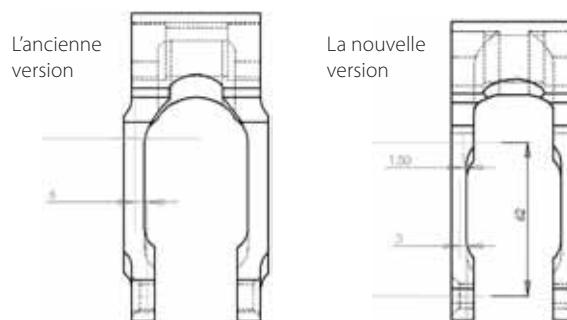
Le chargement et les conditions aux limites sont les mêmes que pour l'ancienne version.

Les résultats obtenus montrent un gain de 28 % sur la contrainte équivalente maximale **21**.

Après une étape de validation du calcul EF, on relève une contrainte maximale proche de 165 MPa. La nouvelle forme est adoptée par le bureau d'études, ce qui permet de ne pas revoir toute la cinématique du cadre.

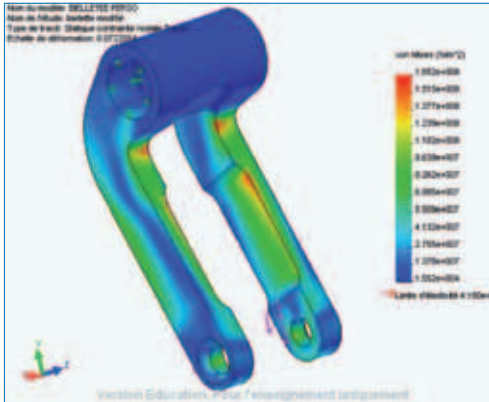


**19** La redéfinition de la biellette, de profil...



**20** ... et de face





21 L'étude par éléments finis

**Les différents types de dimensionnement et l'énoncé du besoin**

Cette leçon permet une première prise de conscience par l'étudiant des limites des modèles et répond à la compétence liée au choix des éléments à dimensionner. Elle semble peu évidente à enseigner, dans la mesure où elle requiert une expérience du dimensionnement que les étudiants n'ont pas et qu'ils ne peuvent acquérir que progressivement.

Il nous semble que l'enseignant doit initier cette expérience en conduisant l'étudiant, l'objectif d'étude étant fixé (la formulation du besoin), à :

- S'interroger sur les phénomènes physiques considérés (dépassement de limite élastique, fatigue, problèmes thermiques, chocs...);
- Prendre conscience de la complexité des modèles, pour ne traiter que ceux qu'il maîtrise.

Rappelons encore cet extrait du référentiel : le technicien de bureau d'études procède « au prédimensionnement des structures dans des cas simples. Il s'adresse à un spécialiste de l'entreprise ou à un bureau de calcul

pour les cas complexes ou sensibles ». C'est à l'enseignant d'aider l'étudiant à identifier ces cas simples.



**point clé** Le choix des éléments à dimensionner et du type d'étude

Étant donné les remarques précédentes, il est bien clair que l'illustration de cette partie n'est pas évidente. Le tableau 22 (volontairement simplifié) peut constituer une aide. Il nous semble important qu'à chaque début d'étude de dimensionnement l'enseignant questionne l'étudiant sur le choix du ou des critères de dimensionnement. Ce choix s'appuie sur les éléments du cahier des charges et sur les phénomènes physiques mis en jeu.

L'étudiant en BTS CPI n'est amené à traiter que des problèmes statiques de résistance et/ou de rigidité. Les leçons suivantes aborderont la complexité des modèles et devront sensibiliser l'étudiant à la difficulté de la modélisation et de l'interprétation des résultats.



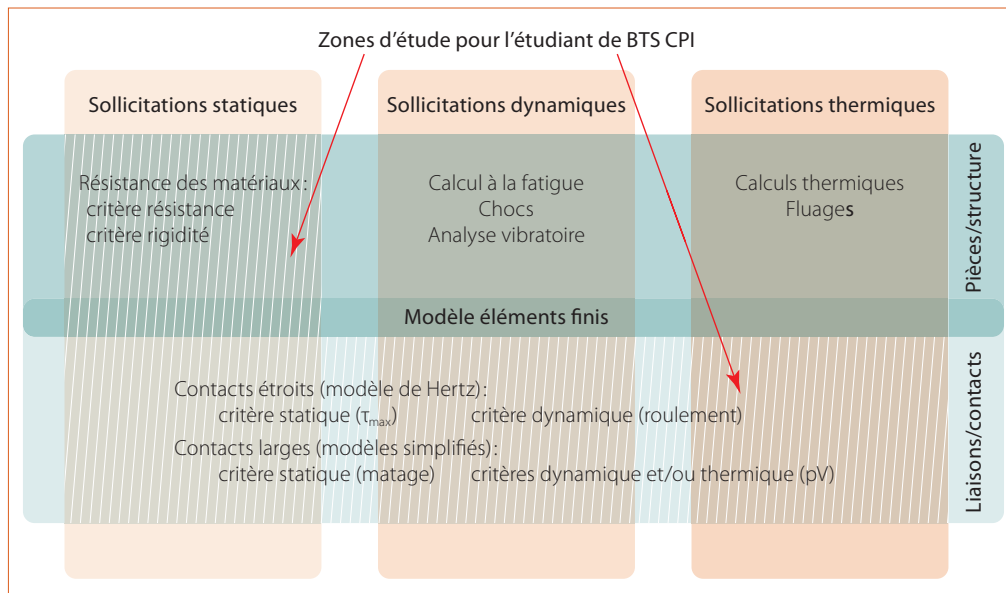
**exemple** La bretelle de palan

Dans le cas de la bretelle de palan 4, l'étudiant en BTS CPI doit pouvoir, avant de proposer une modélisation sur un logiciel de calcul de structures, émettre les réflexions suivantes :

- « Cette pièce est fortement sollicitée, avec une charge statique égale à environ 10 000 N. »
- « La première zone à risque se situe au niveau des contacts cylindriques (en rouge sur la figure 23). Un premier critère concerne le matage des surfaces. Un calcul à la main doit pouvoir renseigner sur la valeur des pressions de contact maximales (attention à l'influence des jeux dans ces liaisons). Un deuxième critère concerne des concentrations de contraintes au niveau de la chape (cisaillement à 45°). Dans ce cas, les résultats dépendent fortement des modèles de chargement, et il est préférable de faire appel à un spécialiste (bureau de calcul). »

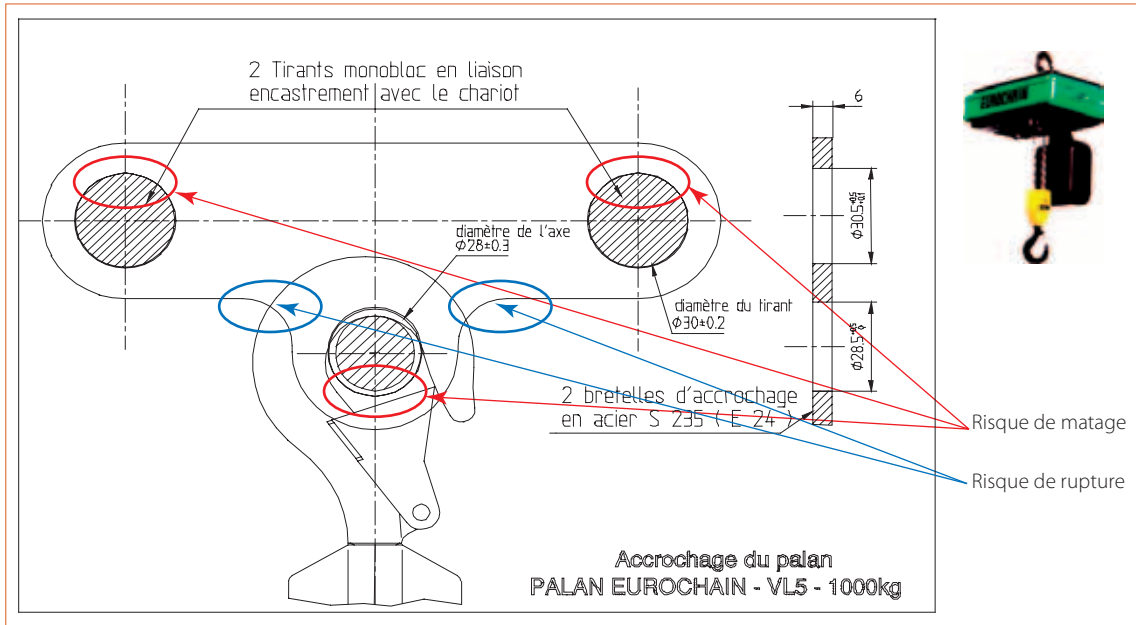
→ « L'autre zone à risque se situe au niveau du rayon de raccordement, avec des concentrations de contraintes pouvant conduire à un dépassement de la limite élastique (en bleu sur la figure 23). Le logiciel de calcul peut me donner des informations dans cette zone (nous nous situons loin des zones d'application des charges, avec une géométrie simple et un comportement du matériau maîtrisé). »

Nous verrons par la suite (dans « Les conditions aux limites ») l'intérêt de cette phase préliminaire, d'une part pour la définition des conditions aux limites, d'autre part pour l'interprétation des résultats du logiciel.



22 Les différents types d'étude de dimensionnement





23 L'identification des zones à risque et du mode de détérioration sur la bretelle de palan

**La démarche de dimensionnement**

Cette leçon permet de présenter le principe de la résolution d'un problème EF ainsi que la démarche de dimensionnement d'un logiciel de calcul de structures. Il semble opportun de s'appuyer sur la démarche vue en RdM.

**point clé** La présentation du principe de discrétisation

Le problème posé consiste à déterminer en tous points de la pièce ou de la structure le champ des déplacements (critère « rigidité ») et l'état de contraintes (critère « résistance »). Dans la pratique, il est très rare de pouvoir représenter ces grandeurs par des fonctions mathématiques. L'idée consiste donc à découper la structure en petits éléments de forme géométrique simple et de dimension finie: les **éléments finis**. Le résultat de ce découpage est ce que l'on appelle le **maillage** 24.

→ **Avantage:** On va pouvoir, par l'intermédiaire du logiciel de calcul, déterminer sur ces éléments les grandeurs recherchées (champs de déplacements et contraintes) pour des pièces de géométrie complexe.

→ **Inconvénient:** Cette détermination est liée au découpage effectué (forme des éléments, nombre d'éléments). Les résultats obtenus sont approchés et dépendent de la modélisation retenue. Ils sont calculés en chaque nœud ou sur chaque élément.

**point clé** La présentation du principe de résolution (système de type  $[K]\{u\} = \{F\}$ )

Chaque élément se comporte comme un ressort et se déforme en fonction des efforts appliqués aux nœuds. L'exemple donné en 23 montre un élément barre; son comportement s'apparente à un ressort de rigidité  $E \cdot S/l$  avec les relations

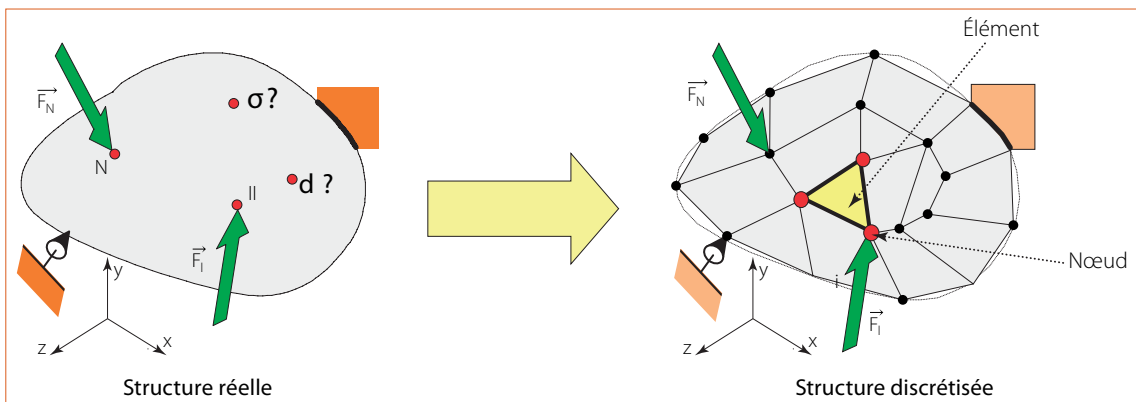
$$X_1 = -ES/l \cdot (u_1 - u_2)$$

$$X_2 = -ES/l \cdot (u_2 - u_1)$$

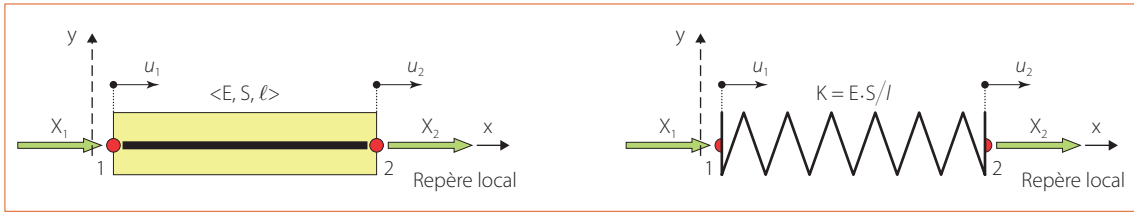
La méthode par éléments finis permet l'assemblage de tous ces éléments et conduit à la résolution d'un système de la forme

$$[K]\{u\} = \{F\}$$

**point clé** La présentation de la démarche EF  
On retrouve pratiquement la même démarche dans le cas d'un calcul EF et dans le cas d'un



24 La discrétisation d'une structure [4]



25 Le modèle de comportement d'un élément barre [4]

calcul en RdM, avec une partie modélisation (entrée des données sur le logiciel de calcul de structures), une partie calcul (transparente pour l'opérateur sur le logiciel de calcul de structures) et une partie interprétation des résultats qui s'appuie sur l'objectif d'étude et sur la modélisation choisie 25 (et on retrouve bien sûr en RdM le choix du matériau ainsi que du modèle de comportement, même si cet aspect n'apparaît pas explicitement dans la démarche). Dans les deux cas, une bonne définition de l'objectif de l'étude est nécessaire.

On peut souligner quelques différences sur le poids à accorder aux différentes parties :

→ La partie modélisation est plus complexe dans la démarche EF, même si l'on retrouve la définition géométrique de la pièce, les caractéristiques du maté-

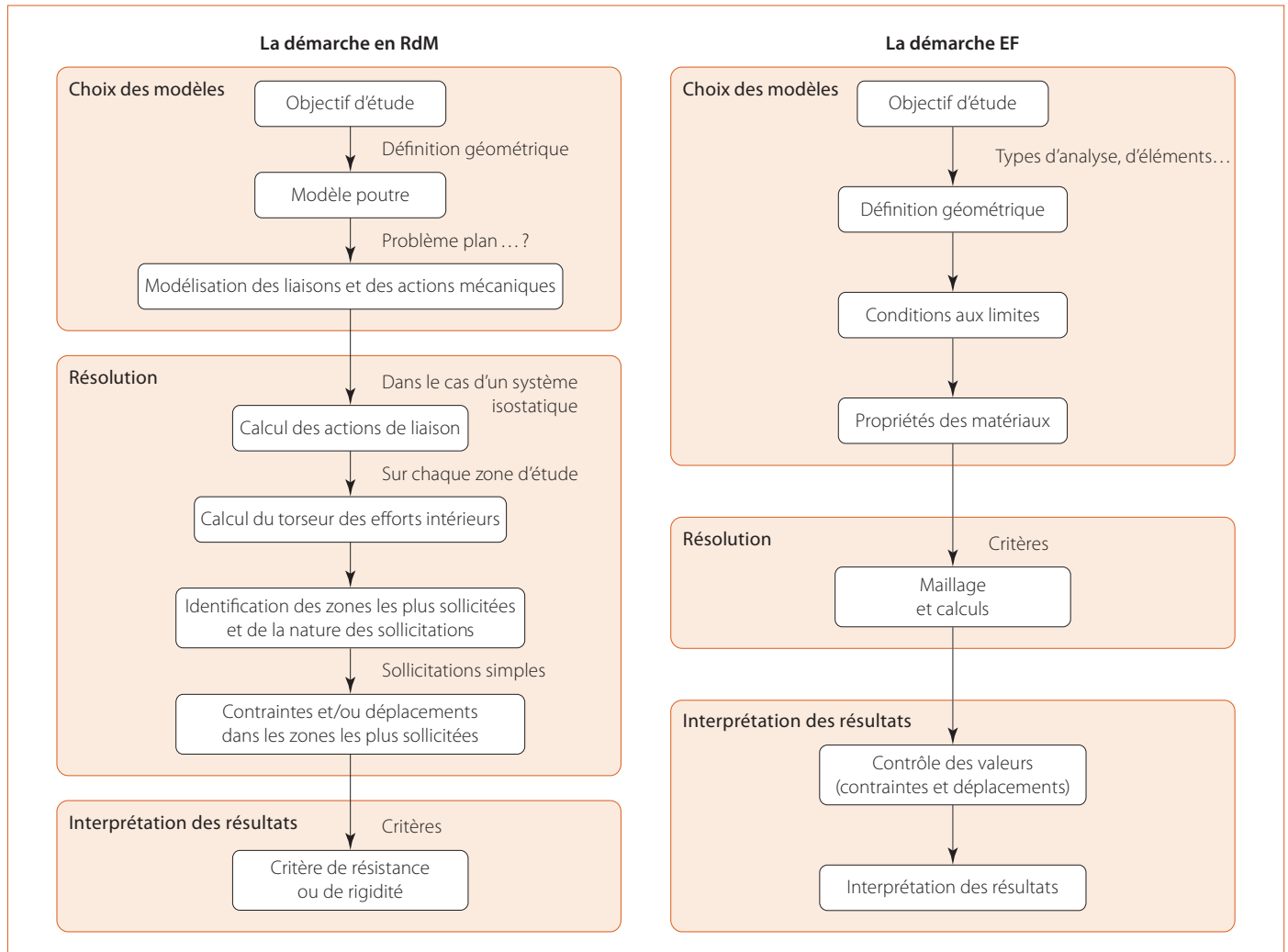
riau et la modélisation des liaisons et des actions mécaniques.

→ L'opérateur n'intervient pas dans la partie calcul sur la démarche EF.

→ La partie interprétation des résultats est plus développée dans la démarche EF. La complexité des modèles nécessite une phase importante de contrôle des valeurs. Durant cette phase, le concepteur utilise ses connaissances en RdM.

**La modélisation**

Cette leçon permet d'aborder la compétence liée au choix du modèle de calcul adapté et à l'identification des conditions aux limites en termes de déplacements imposés et de chargement.



26 La démarche de dimensionnement en RdM et sur un logiciel de calcul de structures

**Le choix du modèle de calcul adapté**

**point clé** La présentation des différents types d'éléments

Il existe trois types d'éléments, utilisés selon l'objectif de l'étude et la structure étudiée 27 :

→ **Les éléments poutres**

Ils sont bien adaptés lorsque la pièce possède une dimension privilégiée (grande devant les deux autres).

On retrouve les cas étudiés en RdM dans le cadre de la théorie des poutres.

→ **Les éléments plaques**

Ils sont bien adaptés lorsque la pièce possède deux dimensions privilégiées (grandes devant la troisième dimension).

On n'étudiera pas ce type d'éléments, plus complexe (bureau de calcul).

	Construction par CAO du modèle géométrique	Modèle en éléments finis pour le calcul	Éléments finis utilisés
STRUCTURES ÉLANCÉES ET MINCES			Éléments monodimensionnels ou linéiques (poutre)  (Théorie des poutres)
			Éléments bidimensionnels ou surfaciques (plaque)  Quadrangle Triangle  (Théorie des plaques et coques)
AUTRES STRUCTURES			Éléments tridimensionnels ou solides  Hexaèdre Tétraèdre Pentaèdre (Élasticité tridimensionnelle)

27 Les structures et types d'éléments utilisés [4]

→ **Les éléments 3D ou solides**

L'intérêt de ce type d'éléments est l'utilisation automatique du modèle numérique élaboré avec l'outil de CAO.

**point clé** Aide au choix des différents types d'éléments

Il n'est pas juste de penser que l'élément solide est forcément plus précis et mieux adapté que l'élément poutre. En effet, dans le cas d'une poutre en flexion 28a, si l'on modélise la pièce par des éléments poutres, on obtient dans la section une répartition de contraintes linéaire correspondant à la théorie de la RdM 28b. Si l'on modélise la pièce par des éléments solides, le résultat donne des contraintes constantes dans chaque élément, d'où une erreur plus ou moins importante suivant le nombre d'éléments 28c.

Lorsqu'il utilise un logiciel de calcul de structures, le concepteur doit dans la plupart des cas prendre en considération des critères de délai. Ces critères le contraignent à limiter le nombre d'éléments pour éviter des temps de calcul trop longs. C'est d'autant plus vrai que l'on se situe dans une phase de conception préliminaire.

En conclusion, disons que l'on privilégie un modèle poutre lorsque la pièce a une dimension très grande devant les deux autres et lorsque l'on ne recherche pas des résultats dans une zone très localisée. Dans les autres cas, on s'oriente vers des éléments solides.

Le maillage automatique, dont nous nous contenterons pour les éléments solides 3D dans l'ensemble des problèmes traités, permet une résolution rapide, mais utilise des éléments souvent peu performants et mal répartis. Il est alors nécessaire de considérer les résultats obtenus avec beaucoup de précaution.

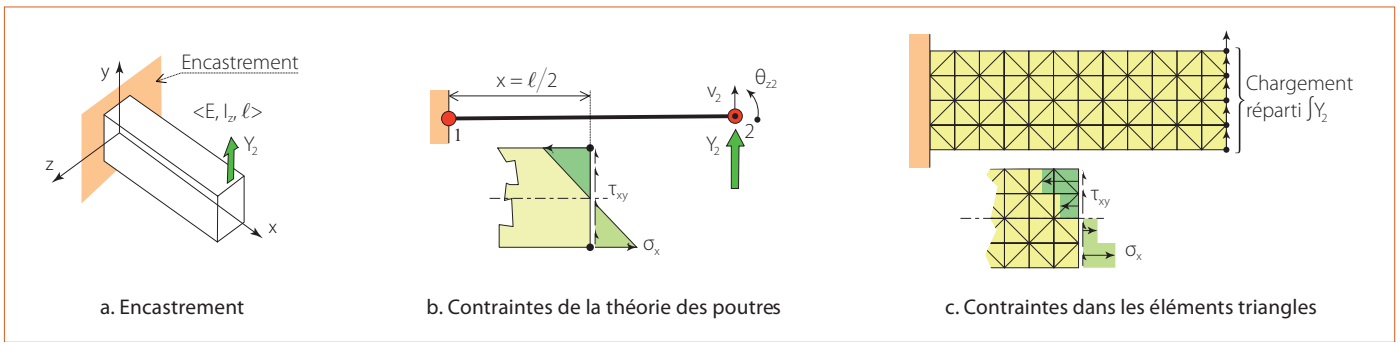
À ce propos, il semble utile de rappeler que les éléments triangulaires à trois nœuds sont parfois peu performants. La figure 29 illustre cette remarque. Sur l'exemple d'une poutre encastree soumise à un chargement réparti 29a, on trace la valeur du déplacement en bout de pièce en fonction du type d'éléments et du nombre de nœuds 29b. On constate :

- une convergence des résultats vers la valeur calculée en RdM ;
- des résultats médiocres dans le cas d'éléments triangulaires à trois nœuds.

**Les conditions aux limites**

Cette seconde partie de la leçon permet d'aborder la compétence liée à l'identification des conditions aux limites en termes de déplacements imposés et de chargement. Les nouveaux sujets d'examen abordent depuis peu cette question, avec le plus souvent un manque de rigueur lié à l'absence de démarche (voir les deux leçons précédentes). En effet, il nous semble difficile de proposer un modèle de conditions aux limites sans avoir correctement posé l'énoncé du besoin. Il est également





**28 Des exemples de structures et de types d'éléments utilisés [4]**

délicat de demander une traduction des conditions aux limites utilisant des fonctionnalités logicielles liées à un outil de CAO particulier, que tous les étudiants ne connaissent pas forcément.

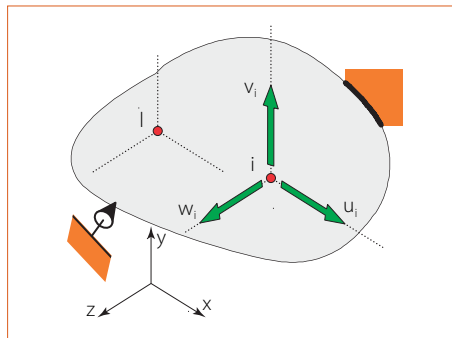
**point clé** Les conditions aux limites en termes de déplacements

La définition des conditions aux limites s'appuie principalement sur la modélisation des liaisons mécaniques. Dans le cas d'éléments solides, le blocage des nœuds s'effectue suivant les trois directions **30**. Il est donc possible d'imposer le blocage d'un nœud suivant une, deux ou les trois directions.

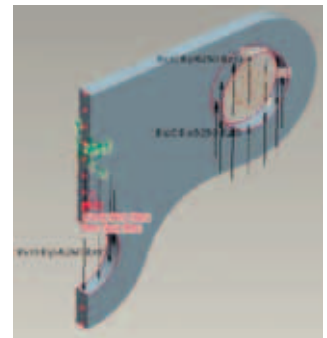
→ Règle 1: La pièce étudiée doit être entièrement contrainte (il ne reste pas de mouvement possible). Pour un problème plan, il faut bloquer deux translations et une rotation (contraintes planes).

→ Règle 2: Comme pour toute modélisation, on doit s'efforcer de se rapprocher des déplacements réels imposés par les liaisons. Là aussi, ce rapprochement est plus ou moins aisé, et sa pertinence dépend de l'objectif d'étude.

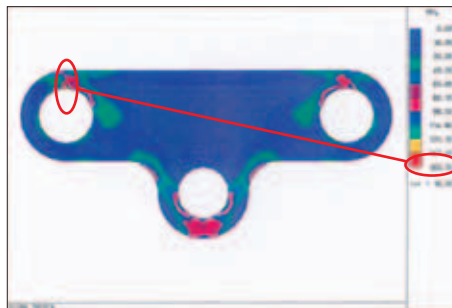
→ Règle 3: On utilise lorsqu'elles existent les symétries géométriques et de chargement.



**30 Le déplacement autorisé pour un nœud [4]**

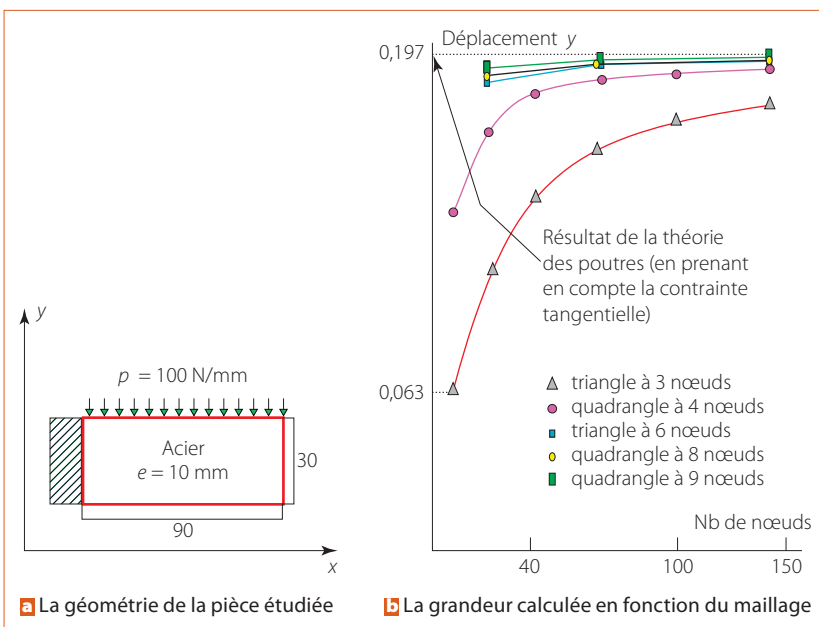


**31 Le modèle EF d'une demi-bretelle**



$\sigma_{equi} = 163,7 \text{ MPa}$

**32 Le modèle EF du sujet de BTS CPI**



**33 La géométrie de la pièce étudiée**

**34 La grandeur calculée en fonction du maillage**

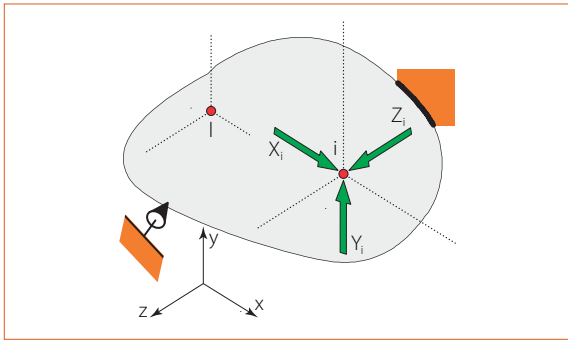
**29 La comparaison des différents types d'éléments [5]**

**exemple** La bretelle de palan

Le besoin étant correctement énoncé (voir « Les différents types de dimensionnement et l'énoncé du besoin »), il s'agit d'évaluer les contraintes au voisinage des congés de raccordement. Les deux paliers étant fixes, il peut être envisagé de bloquer radialement les portées cylindriques en ajoutant un arrêt transversal sur un des nœuds (règle 1). Cependant, ce blocage ne permet pas la déformation de l'alésage, pourtant présente dans la réalité. Une solution simple qui nous semble convenir consiste à utiliser la symétrie en modélisant une demi-pièce, en bloquant longitudinalement le plan de symétrie (règle 3) avec un arrêt transversal sur un des nœuds **31**.

Cet exemple apparemment simple conduit à des conditions de déplacements imposés peu évidentes.

La solution envisagée par l'auteur du sujet de BTS CPI est un appui ponctuel sur le premier palier et un contact sur le second. Au vu des résultats obtenus **32**, il est clair que le pic de contrainte équivalente



**33 Les composantes de l'effort appliqué à un nœud [4]**

observé au niveau du premier palier est directement lié au modèle et ne correspond pas à la réalité. Toute interprétation des résultats au voisinage de cette zone doit donc être évitée (c'est pourtant là que l'on observe la contrainte équivalente maximale que l'auteur utilise pour calculer un coefficient de sécurité!).

Malgré cette modélisation qui peut sembler grossière, les résultats obtenus dans les zones suffisamment éloignées des paliers sont conformes à ceux attendus.



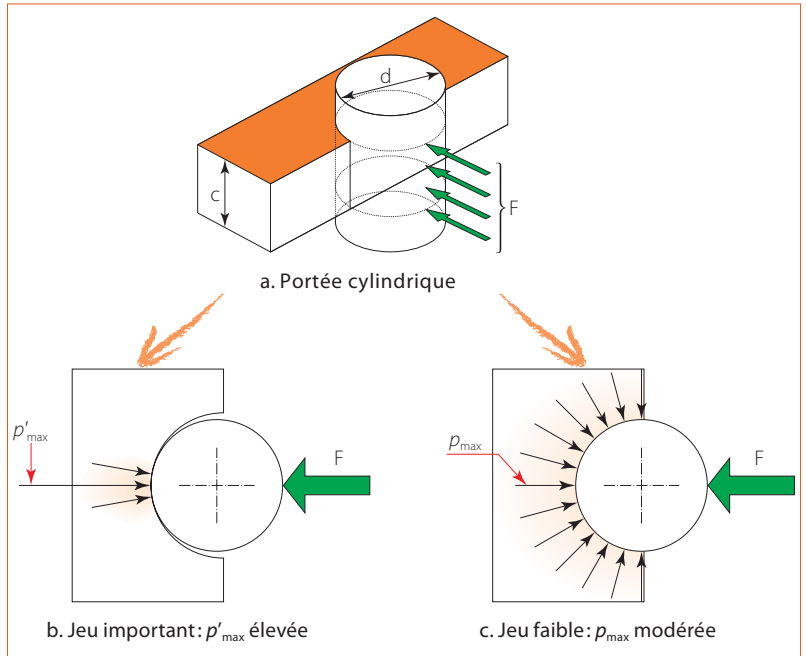
**Les conditions aux limites en termes d'efforts**

La définition des conditions aux limites s'appuie principalement sur la modélisation des actions mécaniques. Dans le cas d'éléments solides, le chargement des nœuds s'effectue par l'intermédiaire d'une force de composantes X, Y et Z suivant les trois directions **33**.

Les modèles de charges réparties dépendent du type de contact **34a**. Pour les contacts étroits (jeu important et c faible), le modèle couramment utilisé est le modèle de Hertz **34b**. Pour les contacts larges (jeu faible et c important), on retrouve le modèle de répartition uniforme de pressions de contact et le modèle de répartition proportionnelle à la déformation **34c**.

Il est important de rappeler les hypothèses simplificatrices liées à ces différents modèles, avec en particulier une influence du jeu dans la liaison.

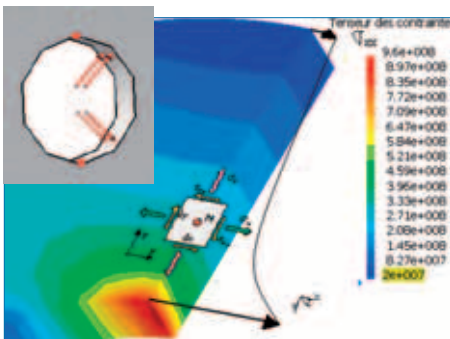
Lorsque l'opérateur choisit un modèle de chargement, le logiciel le traduit en répartissant les charges sur les différents nœuds. Il est alors bien évident que le résultat dépend également du maillage, en particulier du nombre de nœuds sur la surface apparente de contact.



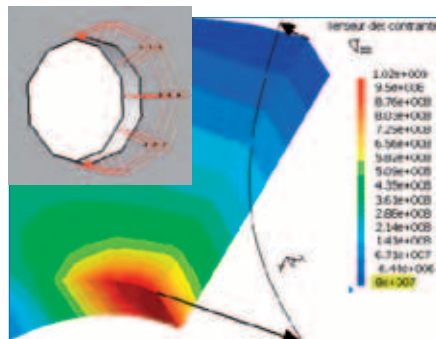
**34 Modèles de pressions de contact sur une portée cylindre**

La figure **35** donne trois répartitions des contraintes normales sur un maillon de chaîne en fonction du chargement imposé. Les différences relatives observées sont supérieures à 15 %. Cette expérience doit nous conduire à la prudence quant à l'interprétation des résultats proches des zones de chargement, car ils dépendent non seulement de modèles de chargement souvent simplistes, ne prenant pas en compte dans la plupart des cas les jeux dans les liaisons, mais également du maillage (c'est également le cas lorsque l'on utilise des pièces virtuelles).

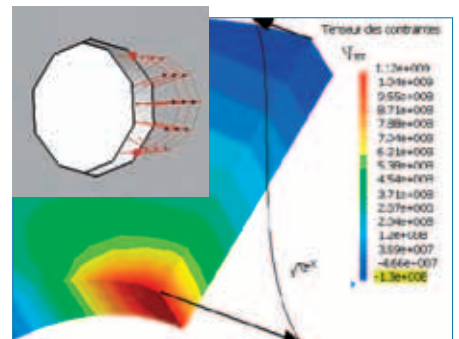
D'autres fonctionnalités des logiciels permettent de résoudre les problèmes de conditions aux limites par l'intermédiaire de pièces virtuelles. Souvent plus efficace, ce procédé paraît séduisant. L'enseignant doit cependant s'interroger sur sa portée pédagogique. Deux conditions nous semblent nécessaires : leur utilisation doit permettre de se rattacher à une liaison simple clairement identifiée. L'interprétation des résultats proches des zones considérées est à exclure au niveau BTS (il n'est en effet pas envisageable d'expliquer ce que fait le logiciel lorsqu'il utilise des pièces virtuelles).



Chargement uniforme



Chargement proportionnel (sans jeu)



Chargement proportionnel (avec jeu)

**35 La répartition des contraintes normales en fonction du modèle de chargement [4]**

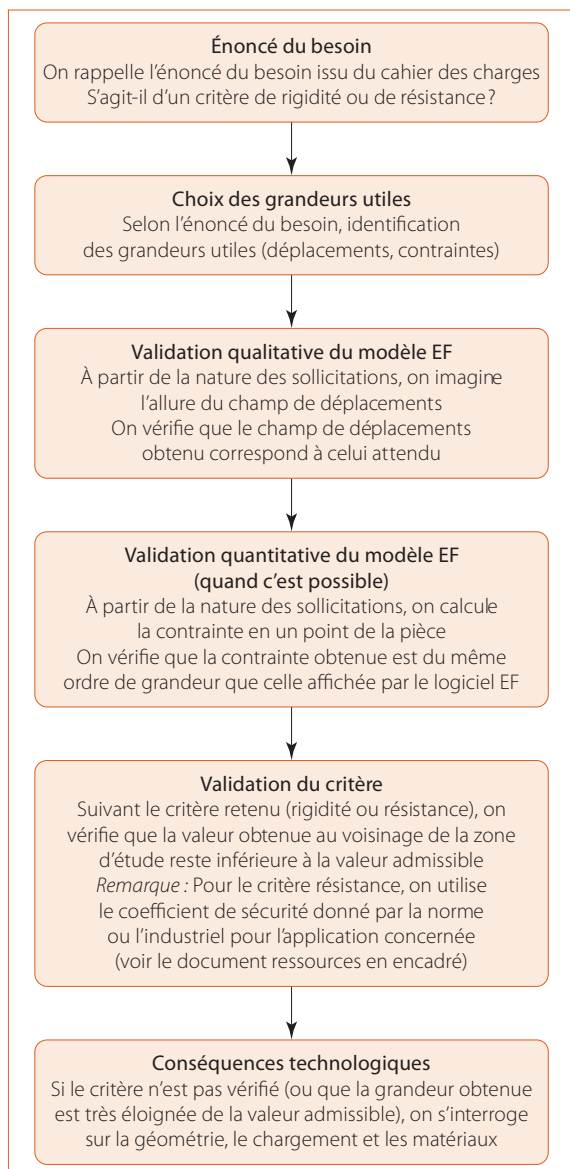
Concernant les conditions aux limites, il est bien sûr louable de proposer des modèles le plus proches possible de la réalité. Cependant, notamment en conception préliminaire, le technicien de bureau d'études s'intéresse à des cas simples et doit s'interdire toute interprétation des résultats proches des zones de chargement ou de déplacements imposés.

**L'interprétation des résultats**

Cette leçon permet d'aborder la compétence liée au décodage et à l'interprétation des résultats d'un logiciel de calcul de structures.

**point clé** Proposer une démarche d'interprétation de résultats

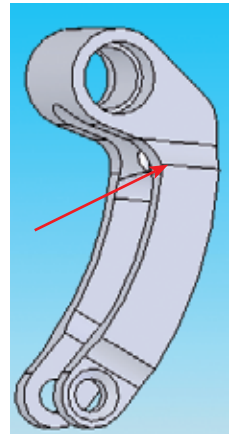
La démarche se décompose en six parties 36, que nous suivrons en reprenant l'exemple de la biellette (voir « L'utilisation en milieu industriel ») :



36 La démarche d'interprétation de résultats

→ **L'énoncé du besoin**

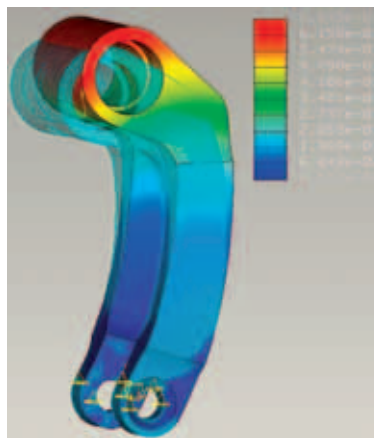
Dans le cas de la biellette, il s'agit de vérifier la résistance de la pièce en sollicitations statiques. On peut déjà identifier le type de sollicitations subies par la biellette (traction-flexion) et la zone où les contraintes risquent d'être maximales (au voisinage de la courbure) 37.



37 La zone de contraintes maximales

→ **Le choix des grandeurs utiles**

Il s'agit ici d'un critère de résistance. La pièce est sollicitée en traction-flexion (sollicitations composées). Nous visualiserons des contraintes équivalentes de von Mises (en mégapascals ou MPa).



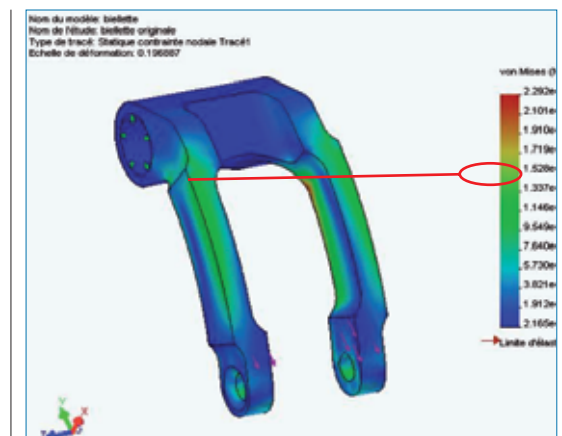
38 L'allure du champ de déplacement

→ **La validation qualitative du modèle EF**

L'allure du champ de déplacement correspond bien à celui d'une sollicitation de traction-flexion. Les conditions aux limites sont bien respectées (la portée de roulement reste bien bloquée radialement) 38.

→ **La validation quantitative du modèle EF**

Dans cette zone, on peut aisément, par la théorie des poutres, calculer la contrainte équivalente. On trouve alors 145 MPa, ce qui correspond environ à la valeur donnée par le logiciel, de plus ou moins 150 MPa 39.

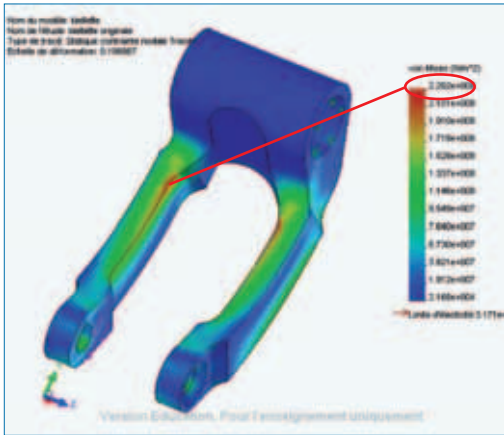


39 La contrainte en un point de la pièce

→ **La validation du critère**

Le coefficient de sécurité imposé par l'industriel est  $\alpha = 2$ . Le matériau utilisé a une limite élastique  $R_e = 330$  MPa, et le logiciel donne une valeur de contrainte





40 La valeur obtenue au voisinage de la zone d'étude

équivalente de plus ou moins 230 MPa 40. Le critère n'est donc pas validé.

→ Les conséquences technologiques

Étant donné le besoin formulé initialement, on a bien obtenu des contraintes élevées au voisinage de la zone sensible. Ces contraintes dépassent la limite admissible.

Dans un premier temps, le bureau d'études revoit la géométrie de la pièce dans les zones fortement sollicitées (voir «L'utilisation en milieu industriel»).

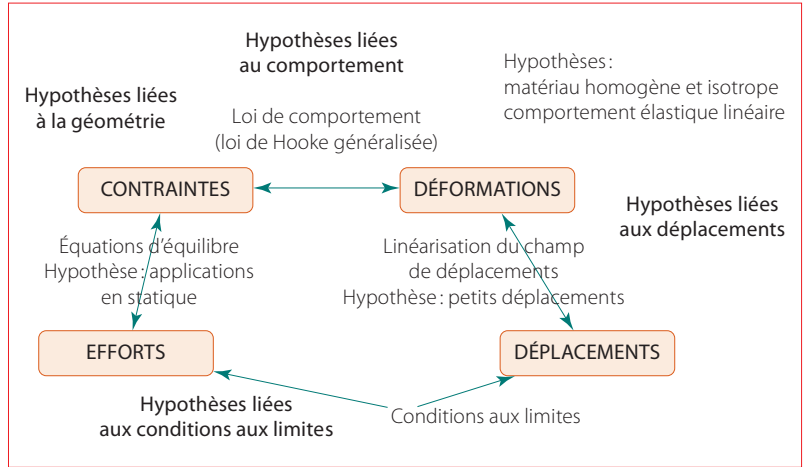


Connaître les sources d'erreurs d'une analyse par éléments finis

L'interprétation des résultats d'un logiciel de calcul par éléments finis nécessite une analyse qui doit permettre d'apporter une réponse au besoin énoncé. Cette réponse passe par une sélection des grandeurs utiles et par l'estimation de la fiabilité des résultats. On peut distinguer cinq types d'erreurs associées aux différentes phases de la résolution du problème 41, qui sont, hormis les erreurs d'interprétation des résultats, les suivants :

→ Les erreurs d'interprétation du problème physique

Elles sont dues à l'estimation des conditions d'utilisation du produit et à l'isolement d'un certain domaine d'étude. Le technicien de bureau d'études s'adresse à un spécialiste lorsque le problème physique concerne autre chose qu'un dimensionnement statique (critère de plastification) dans le cas d'une pièce simple (en termes de géométrie, de comportement et de conditions aux limites).



42 Les hypothèses de modélisation mécanique en élasticité

→ Les erreurs de modélisation mécanique

Elles sont issues des nombreuses hypothèses simplificatrices 42 qui conduisent :

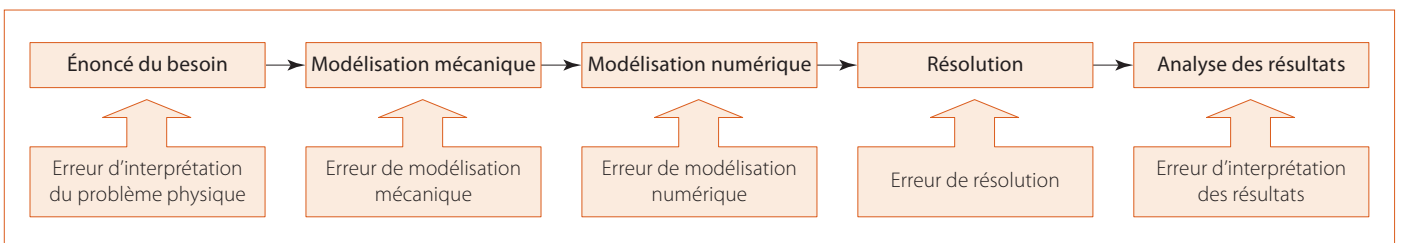
- aux modèles de conditions aux limites (rappelons que pour les modèles utilisés, nous n'interprétons pas les résultats proches de ces conditions aux limites) ;
- aux modèles de comportement des matériaux (les matériaux étudiés sont supposés homogènes, isotropes avec un comportement élastique linéaire) ;
- aux modèles géométriques (choix du type d'éléments et simplification géométrique).

→ Les erreurs de modélisation liées aux éléments finis

Elles concernent principalement les erreurs de discrétisation. Les logiciels de simulation intégrés en phase de conception sont le plus souvent utilisés avec des éléments standard et un maillage automatique. Les erreurs constatées peuvent alors être importantes à côté des zones de forts gradients de contraintes (dans les bureaux de calcul, les logiciels utilisés possèdent généralement des « estimateurs d'erreur » qui renseignent l'utilisateur sur ce type d'erreurs).

→ Les erreurs de résolution

Dues à des problèmes de précision numérique, elles sont souvent négligeables devant les erreurs d'autres types. Il est très difficile d'évaluer l'incidence de cette source d'erreurs sur le résultat. Toutefois, l'ingénieur doit être conscient de son existence, et il doit pouvoir estimer un niveau de confiance dans les résultats obtenus. Son expérience du calcul joue pour cela un rôle très important.



41 Les sources d'erreurs d'une étude par éléments finis [3]

**Un exemple de document ressources**

L'interprétation des résultats d'un logiciel de calcul de structures impose une connaissance minimale de la notion de contrainte équivalente et du sens donné au coefficient de sécurité. En encadré est présenté un exemple de document abordant ces notions très simplement, ce qui permet aux élèves de retenir l'essentiel (avec les explications de l'enseignant).

**Un outil à manier avec prudence**

L'évolution des logiciels EF, leur intégration dans les outils de CAO et leur convivialité bouleversent sans aucun doute notre façon d'enseigner la résistance des matériaux. Le nouveau référentiel de BTS CPI intègre cette évolution, avec une approche spécifique basée sur l'aide à la conception des produits, notamment en conception préliminaire.

Les apprentissages doivent cependant dépasser la simple utilisation de l'outil et la connaissance de ses fonctionnalités pour s'intéresser à la démarche EF intégrant une phase d'énoncé du besoin, une analyse critique des modèles retenus et une interprétation prudente des résultats obtenus.

Les quelques apports structuraux proposés peuvent aider à dégager l'essentiel des nouvelles notions à acquérir et à faire preuve d'une grande prudence sur la validité des modèles et leur utilisation.

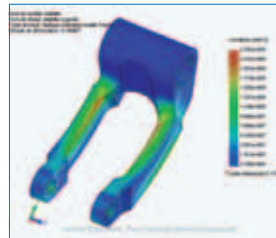
La validation expérimentale des modèles EF n'a pas été abordée ici. Elle constitue néanmoins un aspect fondamental à ne pas oublier, et doit faire l'objet d'une réflexion de la part de l'enseignant. Il reste également un travail important à réaliser sur l'aide à la conception préliminaire, avec une difficulté particulière pour formaliser les contenus d'enseignement et les démarches. Nous n'avons pas abordé non plus, dans la partie concernant les conditions aux limites, les éléments poutres. Leur utilisation en BTS, à la lecture du référentiel, n'est pas à exclure. Elle présente néanmoins une difficulté de modélisation supplémentaire. ➔

**Bibliographie**

- 1 MUSIAL (Manuel), « *Didactique en sciences et techniques industrielles* », séminaire académique, académie de Toulouse, 13 et 14 mai 2003
- 2 Référentiel du BTS CPI, décembre 2004
- 3 POURROY (Franck), « *Apport des éléments finis à la conception mécanique* », *Technique de l'ingénieur*, avril 1999
- 4 GAMBELIN (Jacques), GAY (Daniel), *Dimensionnement des structures : Une introduction*, éd. Hermès Lavoisier, octobre 1999
- 5 BONCOMPAIN (René), BUSATO (Jean-Paul), *Logiciel RDM dit RDM Le Mans : Module élasticité plane*, janvier 1998, cours sur les éléments finis à télécharger depuis le site du CNR-CMAO à l'adresse suivante : [http://www.cnr-cmao.ens-cachan.fr/fiches\\_dossiers/cours\\_rdm.php?t=12](http://www.cnr-cmao.ens-cachan.fr/fiches_dossiers/cours_rdm.php?t=12)
- 7 TEIXIDO (Christian), « *Des clés pour dénouer le maillage* », *Technologie* n° 127

**DOCUMENT RESSOURCES**

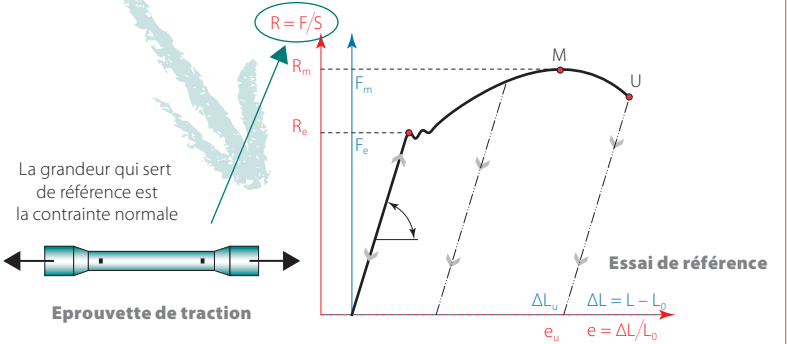
**Critères de résistance et coefficient de sécurité**



Pièce d'un système mécanique

Chaque point d'une pièce chargée subit un état de contraintes [6]. Cet état de contraintes, très complexe, est très variable suivant l'endroit où l'on se situe sur la pièce, la géométrie et le chargement extérieur. On peut observer des contraintes dans toutes les directions autour du point. Elles provoquent soit de l'extension ou de la compression, soit du cisaillement.

Le critère de résistance répond à la difficulté de passer d'un état de contraintes quelconque à celui de l'essai de référence.

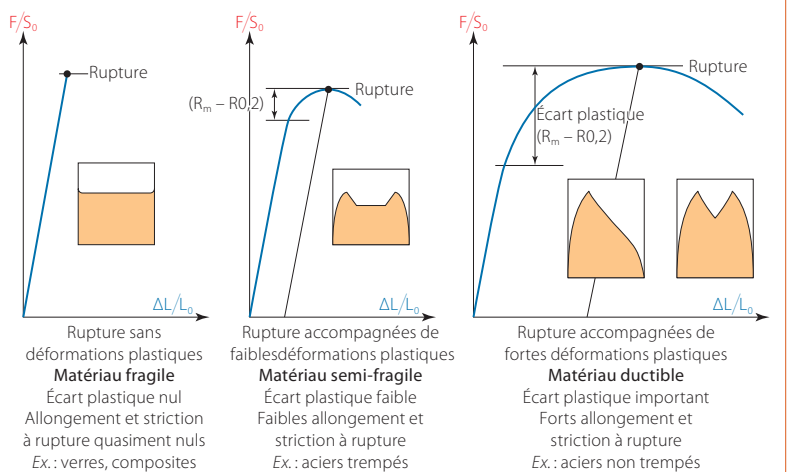


Von Mises: Deux états de contraintes *présentent le même danger* s'il y a égalité des énergies de variation de forme. On peut alors écrire:

$$\sigma_{equi} \leq \sigma_{adm}$$

Remarque: en RdM,  $\sigma_{equi}$  prend en compte les coefficients de concentrations de contraintes.

**Le choix du critère**



Classification des matériaux d'après leur comportement en traction

**Le coefficient de sécurité**

- Limite élastique:  $\sigma_{adm} = Re/\alpha$
- Résistance à la rupture:  $\sigma_{adm} = Rm/\alpha$

$\alpha$ : coefficient de sécurité ou d'incertitude

Ce coefficient dépend de la validité du modèle d'étude, de la qualité du matériau et de sa mise en forme, de la sécurité des personnes et des biens mis en jeu. Il est soit donné par l'expérience ou imposé par des règlements, soit fixé par le concepteur:

- $\alpha =$  de 1,5 à 2 en aéronautique
- $\alpha =$  de 2 à 5 pour la construction mécanique classique
- $\alpha =$  de 8 à 10 pour les matériaux non homogènes, les chocs...