TD cycle ATKINSON

OBJECTIFS

- Il s'agit de comparer les cycles théoriques Beau de Rochas et d'ATKINSON en termes de rendement théorique.
- En choisissant correctement le modèle et en réalisant les calculs de façon simple, on pourra tracer le cycle théorique en le faisant évoluer depuis un BDR jusqu'au Diesel, en passant par le Sabathé et l'Atkinson.

NOTIONS ABORDEES

- Thermodynamique : premier principe et lois usuelles des transformations isochore, isobare et isentropique.
- Dans le « TD comparaison de cycle », on a exprimé le rendement à partir des **températures** pour obtenir la formule connue pour le Sabathé :

$$\eta_{th} = 1 - \varepsilon^{1-\gamma} \cdot \frac{\alpha \cdot \delta^{\gamma} - 1}{(\alpha - 1) + \gamma \cdot \alpha \cdot (\delta - 1)}$$

- Dans cette étude, on déterminera le rendement du cycle à partir des **travaux et chaleurs** échangés :

$$\eta_{th} = \left| \frac{W_{cycle}}{Q_1} \right|$$

PROBLEMATIQUE

- On sait que, intrinsèquement, le rendement du cycle Beau de Rochas est déterminé par la chaleur perdue lors de la phase échappement isochore Q_2. Le rendement thermodynamique s'écrit :

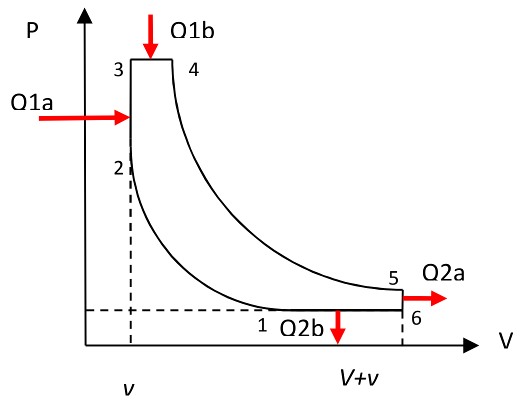
$$\eta_{th\_BdR} = \left| \frac{W_{cycle\_BdR}}{Q_1} \right| = \left| \frac{Q_1 + Q_2}{Q_1} \right| = 1 - \varepsilon_{BdR}{}^{1-\gamma}$$

- Une des raisons de cette perte d'énergie est le fait que les rapports volumétriques de compression et de détente sont égaux : on ne récupère pas toute l'énergie potentielle lors de la détente.
- De nombreuses « idées » existent pour tenter de récupérer cette énergie : la suralimentation, les cycles à compression « décalée », c'est-à-dire avec un fort RFA : cycle d'ATKINSON ou de MILLER (avec suralimentation). Il y a également un nouveau concept développé pour récupérer cette énergie : le « moteur à 5 Temps ».

CALCUL DU RENDEMENT THEORIQUE

1. Modèle de cycle proposé pour les calculs

- On choisit un cycle intégrant le début de compression décalé (Atkinson) et une combustion type Sabathé, de façon à obtenir un résultat générique que l'on pourra faire évoluer depuis le BdR jusqu'au Diesel, avec une compression plus ou moins décalée conformément à l'objectif. Ce modèle est par conséquent constitué :
  - ✓ D'une compression et d'une détente isentropiques. La particularité est que la compression ne commence pas au PMB, mais au point référencé « 1 » sur le schéma.
    - On pose : $\varepsilon_c = \frac{V_1}{V_2}$ et $\varepsilon_d = \frac{V_5}{V_4}$
- D'une combustion « en deux parties » :



- ✓ Isochore
- ✓ Isobare.
    - On peut « moduler » la répartition isochore / isobare en posant :

$$Q_1 = Q_{1a} + Q_{1b}$$

$$\text{Et : } \tau = \frac{Q_{1a}}{Q_1}$$

- On notera par ailleurs :

$$\varepsilon_b = \frac{V_5}{V_2} \ ; \ \alpha = \frac{P_3}{P_2}; \quad \delta = \frac{V_4}{V_3} = \frac{V_4}{V_2}$$

2. **Calcul des paramètres d'état des points du cycle**

- Déterminer, de façon la plus simple possible, la pression et la température de chaque point du cycle.
    - ✓ $p_2 = p_1.{\varepsilon_c}^{\gamma}$; $T_2 = T_1.{\varepsilon_c}^{\gamma-1}$
    - ✓ $Q_{1\text{a}} = m \cdot c_v \cdot (T_3 - T_2) \rightarrow T_3 = \frac{Q_{1\text{a}}}{m \cdot c_v} + T_2$; $p_3 = \frac{T_3}{T_2} \cdot p_2$
    - ✓ $p_4 = p_3$; $T_4 = \frac{Q_{1\text{b}}}{m \cdot c_p} + T_3$ et $\delta = \frac{V_4}{V_3} = \frac{T_4}{T_3} \rightarrow V_4 = V_3 \cdot \frac{T_4}{T_3}$
    - ✓ $p_5 = p_4.{\varepsilon_d}^{-\gamma}$; $T_5 = T_4.{\varepsilon_d}^{1-\gamma}$, avec $\varepsilon_d = \frac{V_5}{V_4} = \frac{V_5}{V_3} \cdot \frac{T_3}{T_4} = \varepsilon_b \cdot \frac{T_3}{T_4}$
    - ✓ $p_6 = p_1$; $T_6 = T_5 . \frac{p_1}{p_5}$

3. **Calcul des travaux et chaleur échangés durant le cycle.**

Déterminer, de façon simple, les travaux échangés durant le cycle.

- Travail de compression : $W_{comp} = W_6^1 + W_1^2$
    - ✓ $W_6^1 = p_1 \cdot (V_6 - V_1)$ et $(V_6 - V_1) = V_u \cdot \frac{\varepsilon_b - \varepsilon_c}{\varepsilon_b - 1}$
    - ✓ $W_1^2 = \frac{p_1 \cdot V_1}{\gamma - 1} \cdot \left[\varepsilon_c^{\gamma-1} - 1\right] = \frac{p_1}{\gamma-1} \cdot \frac{V_u}{\varepsilon_b - 1} \cdot \varepsilon_c \cdot \left[\varepsilon_c^{\gamma-1} - 1\right]$
- Travail de détente : $W_{det} = W_3^4 + W_4^5$
    - ✓ $W_3^4 = p_3 \cdot (V_3 - V_4)$
    - ✓ $W_4^5 = \frac{p_4 \cdot V_4^{\gamma}}{\gamma - 1} \cdot \left[V_5^{1-\gamma} - V_4^{1-\gamma}\right]$ et avec $V_5 = \varepsilon_d \cdot V_4$, il vient : $W_4^5 = \frac{p_4 \cdot V_4}{\gamma-1} \cdot [(\varepsilon_d)^{1-\gamma} - 1]$
- Chaleur sur l'isentropique 2-3 :
    - ✓ $Q_{1\text{a}} = m \cdot c_v \cdot (T_3 - T_2)$
- Chaleur sur l'isobare 3-4 :
    - ✓ $Q_{1\text{b}} = m \cdot c_p \cdot (T_4 - T_3)$
- Chaleur sur l'isochore 5-6 :
    - ✓ $Q_{2\text{a}} = m \cdot c_v \cdot (T_6 - T_5)$
- Chaleur sur l'isobare 6-1 :
    - ✓ $Q_{1\text{b}} = m \cdot c_p \cdot (T_1 - T_6)$

4. Calcul du rendement

- Par définition le rendement du cycle s'écrit :

$$\eta_{th} = \left|\frac{W_{cycle}}{Q_1}\right| = \frac{W_6^1 + W_1^2 + W_3^4 + W_4^5}{Q_1}$$

$$\eta_{th} = \frac{p_1 \cdot (V_6 - V_1) + \frac{p_1 \cdot V_1}{\gamma - 1} \cdot \left[\varepsilon_c^{\gamma-1} - 1\right] + p_3 \cdot (V_3 - V_4) + \frac{p_4 \cdot V_4}{\gamma - 1} \cdot \left[\left(\frac{\varepsilon_d}{\delta}\right)^{1-\gamma} - 1\right]}{Q_1}$$

Plutôt que de se lancer dans la recherche d'une expression plus simple du rendement, on propose de le calculer à l'aide des outils numériques à notre disposition. On calculera les paramètres d'état et les énergies exprimées plus haut, et on en déduira le rendement à l'aide de la formule surlignée ci-dessus.

5. Masse de gaz en œuvre et énergie introduite

- On se basera sur la masse de gaz théorique au point 1 dans les conditions p_1, T_1, V_1

$$m = \frac{p_1 \cdot V_1}{r \cdot T_1}$$

- On peut exprimer V_1 en fonction des rapports volumétriques :

$$\left.\begin{array}{l} \varepsilon_c = \frac{V_1}{V_2} \\ \\ \varepsilon_b = \frac{V_5}{V_2} \end{array}\right\} V_1 = V_5 \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_b}$$

Si on prend comme référence une cylindrée $V_u = V_5 - V_2$, il vient :

$$V_5 = V_u \cdot \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_b - 1}$$

Soit :

$$V_1 = V_u \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_b - 1} \text{ et } m = \frac{p_1 \cdot V_u}{r \cdot T_1} \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_b - 1}$$

- En toute rigueur, la masse de carburant se détermine à partir de la masse d'air déplacée et non de la masse d'air totale définie plus haut.

$$m_{a\_d} = \frac{p_1 \cdot (V_1 - V_2)}{r \cdot T_1}$$

$$V_1 - V_2 = V_1 \cdot \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_c}\right)$$

$$V_1 - V_2 = V_5 \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_b} \cdot \left(1 - \frac{1}{\varepsilon_c}\right)$$

$$V_1 - V_2 = V_u \cdot \frac{\varepsilon_b}{\varepsilon_b - 1} \cdot \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_b} \cdot \left(\frac{\varepsilon_c - 1}{\varepsilon_c}\right) = V_u \cdot \frac{\varepsilon_c - 1}{\varepsilon_b - 1}$$

On a enfin :

$$m_{a\_d} = \frac{p_1}{r \cdot T_1} \cdot V_u \cdot \frac{\varepsilon_c - 1}{\varepsilon_b - 1}$$

Et par conséquent :

$$Q_1 = \frac{\emptyset \cdot PCI}{PCO} \cdot \frac{p_1}{r \cdot T_1} \cdot V_u \cdot \frac{\varepsilon_c - 1}{\varepsilon_b - 1}$$

6. Expression de α et δ (repris du TD "comparaison des cycles")

- Les rapports α et δ dépendent de la répartition de l'énergie $\tau = \frac{Q_{1a}}{Q_1}$
- Il est donc judicieux d'exprimer α et δ en fonction de τ :

$$\alpha = \frac{P_3}{P_2} = \frac{T_3}{T_2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \varepsilon_c^{\gamma-1}$$

$$Q_{1a} = m \cdot c_v \cdot (T_3 - T_2) = m \cdot c_v \cdot T_2 \cdot (\alpha - 1) = m \cdot c_v \cdot T_1 \cdot \varepsilon_c^{\gamma-1} \cdot (\alpha - 1)$$

$$\alpha = 1 + \frac{Q_{1a}}{m \cdot c_v \cdot T_1 \cdot \varepsilon_c^{\gamma-1}} = 1 + \frac{\tau \cdot Q_1}{m \cdot c_v \cdot T_1 \cdot \varepsilon_c^{\gamma-1}}$$

Pour :

$$\delta = \frac{V_4}{V_3} = \frac{V_4}{V_2} = \frac{T_4}{T_3}$$

$$Q_{1b} = m \cdot c_p \cdot (T_4 - T_3) = m \cdot c_p \cdot T_3 \cdot (\delta - 1) = m \cdot c_p \cdot T_2 \cdot \alpha \cdot (\delta - 1) = m \cdot c_p \cdot T_1 \cdot \varepsilon_c^{\gamma-1} \cdot \alpha \cdot (\delta - 1)$$

$$\delta = 1 + \frac{Q_{1b}}{m \cdot c_p \cdot T_1 \cdot \varepsilon_c^{\gamma-1} \cdot \alpha} = 1 + \frac{(1-\tau) \cdot Q_1}{m \cdot c_p \cdot T_1 \cdot \varepsilon_c^{\gamma-1} \cdot \alpha}$$

7. Calcul : utilisation de Labview