Habituellement, on utilise le système décimal pour représenter les nombres, mais il est possible d’utiliser d’autres systèmes de numération. Nous nous intéressons dans ce chapitre aux systèmes de numération fréquemment rencontrés en technologie numérique. Il s'agit des systèmes binaire, octal, décimal et hexadécimal.

Avant de décrire ces systèmes, nous allons définir la notion de base d'un système de numération ainsi que le principe d’écriture d’un nombre dans un système de numération de base b quelconque.

**Base d’un système de numération**

La base b est définie comme étant le nombre de symboles différents utilisés pour représenter des nombres dans un système de numération de base b.

Le système de numération « Décimal »

Le système de numération que nous employons couramment utilise 10 symboles appelés chiffres : 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

On l'appelle pour cela "système décimal" ou système à base 10.

Dans ce système, un nombre peut-être décomposé en puissance de 10.

Par exemple, décomposons le nombre 546 :

546 = 5 x 100 + 4 x 10 + 6 x 1

- Le digit « 6 », situé au premier rang à partir de la droite a une valeur de 6

- Le digit « 4 », situé au deuxième rang a une valeur de 40.

- Le digit « 5 », situé au troisième rang a une valeur de 500.

Ainsi, chaque digit a un "poids" différent selon son rang :

- au premier rang (rang de niveau 0) : le poids est de 1 (ou 100),

- au deuxième rang (rang de niveau 1) : le poids est de 10 (ou 101),

- et au troisième rang (rang de niveau 2) le poids est de 100 (ou 102).

Le poids est la puissance nième de 10 ( 10n ) si on numérote les rangs de droite à gauche et en commençant par le rang n° 0.

Exercice :

Décomposer les nombres suivants sous forme de puissance de 10 :

28 = 2x101 + 8x100

4509 = 4x103 + 5x102 + 0x101 + 9x100

60123 =6x104 + 0x103 + 1x102 + 2x101 + 3x100

**Généralisation :** Décomposition d’un nombre

Les nombres tels que nous les utilisons sont, en réalité, une convention d'écriture. Tout nombre entier positif peut s'écrire sous la forme d'un polynôme arithmétique.

N = an x Bn + .......+ a1 x B1 + a0 x B0

où B est la base, a est le chiffre de rang n et n représente le poids.

Dans la base B, on a besoin d’un nombre B de symboles pour écrire tous les nombres.

**Les autres bases de numération utilisées**

A la place du décimal, nous pouvons utiliser la numération **binaire, octale ou l’hexadécimale :**

· La base 2 (binaire) est employée pour traduire les états d’un système logique

[**0 ou 1, tout ou rien, juste ou faux…]**

· La base 8 (octal) : **[0,1,2,3,4,5,6,7]** autrefois très utilisée, elle tend aujourd’hui à disparaître au profit de la base 16 suite à l’évolution technologique des composants (16 bits et +)

· La base 16 (hexadécimal) : **[0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,A,B,C,D,E,F]** est apparue avec la logique programmée et les microprocesseurs. Elle permet de traduire plus facilement un nombre binaire et autorise une représentation plus conviviale des grands nombres.

· La base 10 (décimal) est universellement employée par l’homme depuis qu’il sait compter sur ses doigts (10 doigts…)

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| base | système | Nb de Symboles | Symboles utilisés | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | binaire | 2 | 0 | 1 |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 8 | octal | 8 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 10 | décimal | 10 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |  |  |  |  |  |  |
| 16 | hexadécimal | 16 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | A | B | C | D | E | F |

Tableau de correspondance entre les différentes bases pour les premières valeurs:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Binaire | Octal | Décimal | Hexadécimal |
| 0000(2) | 0(8) | 0 | 0(16) |
| 0001(2) | 1(8) | 1 | 1(16) |
| 0010(2) | 2(8) | 2 | 2(16) |
| 0011(2) | 3(8) | 3 | 3(16) |
| 0100(2) | 4(8) | 4 | 4(16) |
| 0101(2) | 5(8) | 5 | 5(16) |
| 0110(2) | 6(8) | 6 | 6(16) |
| 0111(2) | 7(8) | 7 | 7(16) |
| 1000(2) | 10(8) | 8 | 8(16) |
| 1001(2) | 11(8) | 9 | 9(16) |
| 1010(2) | 12(8) | 10 | A(16) |
| 1011(2) | 13(8) | 11 | B(16) |
| 1100(2) | 14(8) | 12 | C(16) |
| 1101(2) | 15(8) | 13 | D(16) |
| 1110(2) | 16(8) | 14 | E(16) |
| 1111(2) | 17(8) | 15 | F(16) |