Annexe : Détermination de la loi de probabilité

La conception fiabiliste – Illustration pour les roulements à billes

Edité le 01/01/2005
François HILD - Jean-Loup PRENSIER

Lorsqu'un organe mécanique est soumis à de la fatigue, il est possible de tracer un diagramme de Wöhler. Le diagramme ci-dessous montre le point de fonctionnement choisi pour le dimensionnement des roulements.

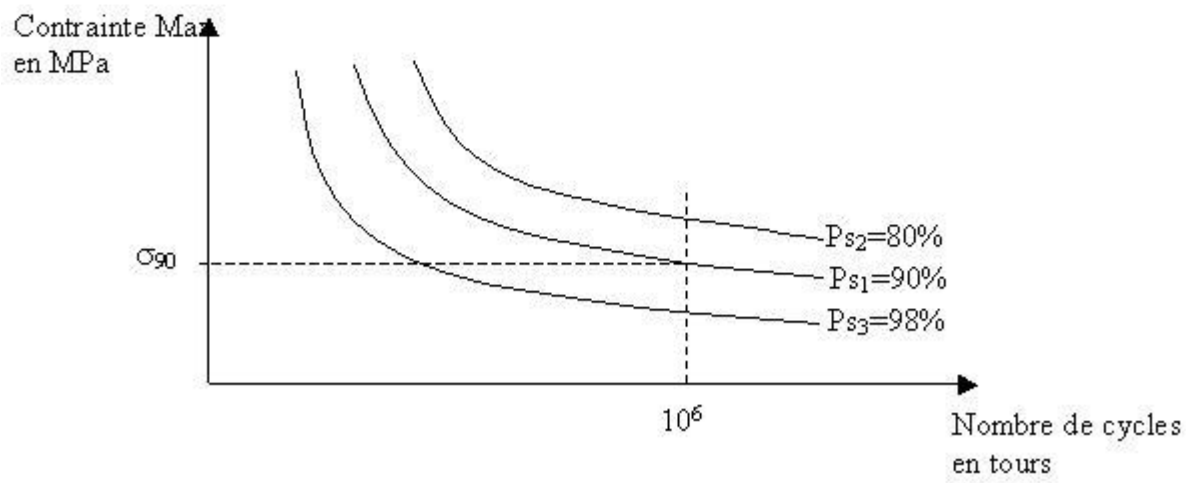

Figure 1 : Evolution des iso-probabilités de survie en fonction du nombre de cycles et de la sollicitation maximale appliquée au roulement

σ_{90} correspond à la contrainte maximale qui permet d'avoir une probabilité de survie de 90% pour 1 million de cycles. Cette contrainte est atteinte sous la charge C. Le problème posé par le coefficient de fiabilité est de savoir comment passer d'un calcul à une probabilité de 90% à une autre probabilité (de 99.989% par exemple). Ces probabilités sont liées par des lois de probabilités.

Afin de retrouver si le facteur de fiabilité suit une loi de probabilité utilisée dans le calcul fiabiliste, la démarche suivant a été adoptée :

1 - Choix d'une loi de probabilité

La loi choisie est une loi de type Weibull. On considère que

$$P_S = \exp\left[-\left(\frac{\sigma_{P_S}}{S_0}\right)^m\right] \quad \text{et} \quad 0,9 = \exp\left[-\left(\frac{\sigma_{90}}{S_0}\right)^m\right]$$

avec m le module de Weibull

2 - Choix d'une expression de a_1

On prend a_1 comme facteur de fiabilité :

$$a_1 = \frac{\sigma_{P_S}}{\sigma_{90}}$$

3 - Calcul des paramètres de la loi à partir des valeurs constructeurs

En faisant la soustraction des deux expressions

$$P_S = \exp\left[-\left(\frac{\sigma_{P_S}}{S_0}\right)^m\right] \quad \text{et} \quad 0{,}9 = \exp\left[-\left(\frac{\sigma_{90}}{S_0}\right)^m\right] \quad \text{avec} \quad P_{90} = 90\%(0{,}9)$$

On obtient

$$\ln[-\ln(P_S)] - \ln[-\ln(0{,}9)] = m\ln(a_1)$$

Le tableau suivant donne quelques étapes de calculs réalisés :

P_S	90%	95%	96%	97%	98%	99%
a_1	1	0,62	0,53	0,44	0,33	0,21
$\ln a_1$	0	-0,47	-0,63	-0,82	-1,10	-1,56
$\ln\left(\frac{\ln P_S}{\ln P_{90}}\right)$	0	-0,71	-0,94	-1,24	-1.65	-2.34

Il reste à vérifier si les données du constructeur peuvent être reliées par une telle relation. Les points sont placés dans un graphique. Il apparaît que tous les points sont alignés et on retrouve bien l'équation d'une droite dont le coefficient directeur est $m=1{,}5023$.

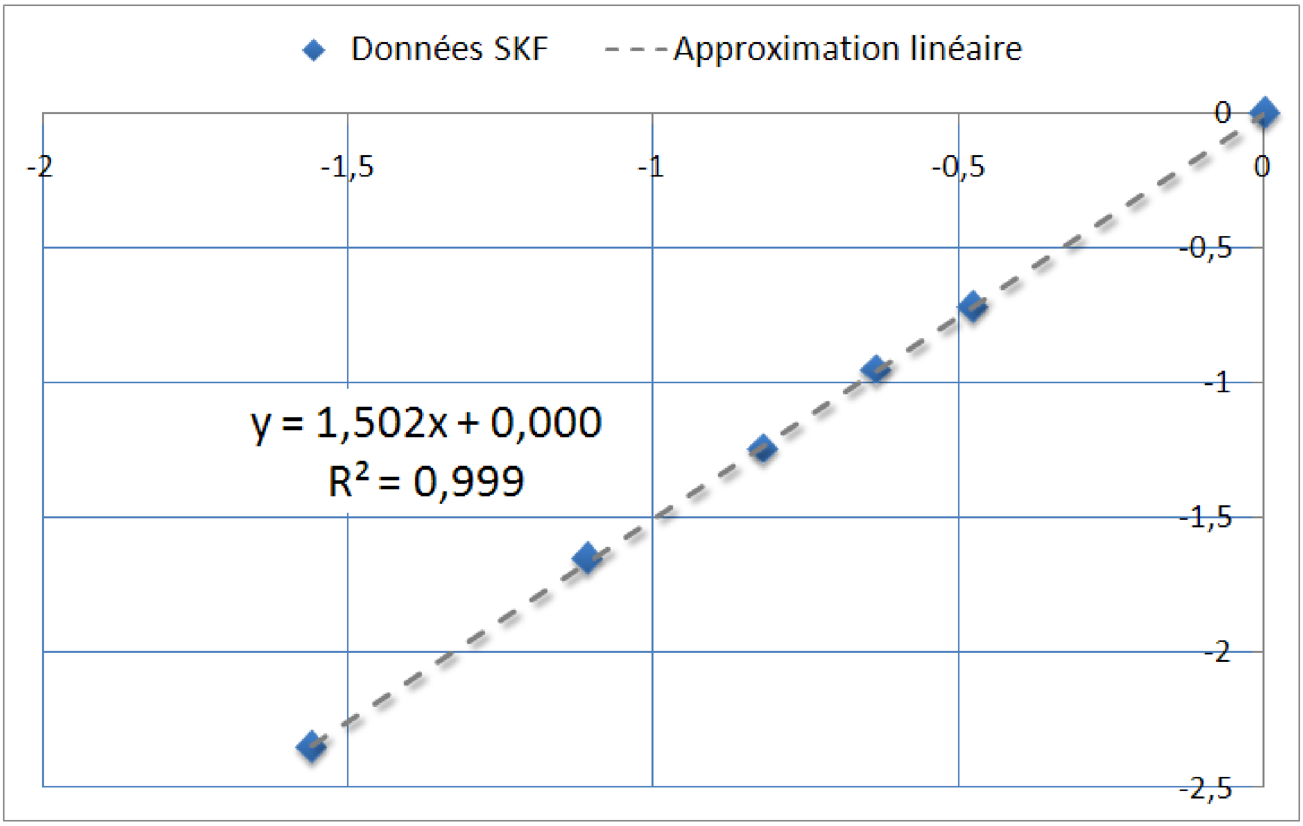

Figure 2 : Détermination des paramètres de la loi de probabilité

On peut conclure qu'une relation entre P_S et a_1 peut être

$$a_1 = \exp\left[\frac{1}{1{,}5023}\ln\left(\frac{\ln(P_s)}{\ln(0{,}9)}\right)\right]$$

La figure ci-dessous replace les valeurs du facteur a_1 données par le fabricant sur la loi de probabilité déterminée.

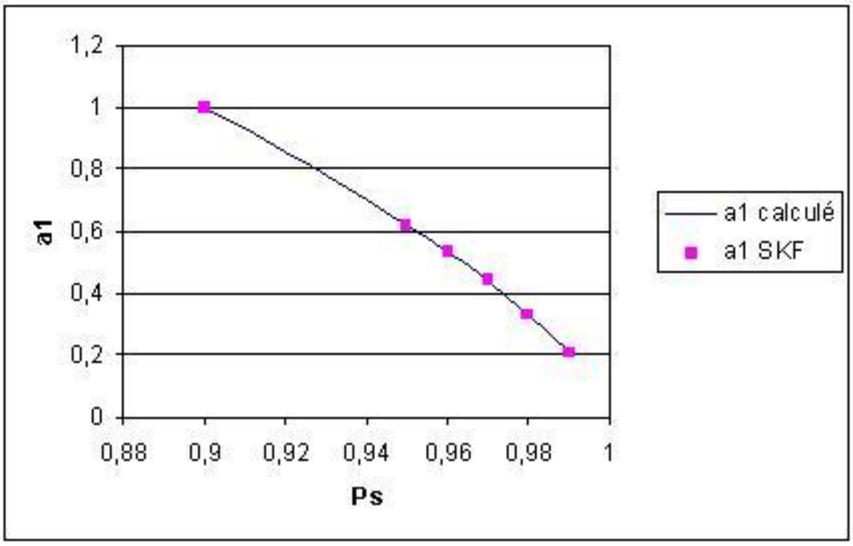

Figure 3 : Comparaison des données constructeurs et de la loi de probabilité

Ressource publiée sur EDUSCOL-STI : http://eduscol.education.fr/sti/si-ens-cachan/