

Le fonctionnement de la plupart des produits industriels met en jeu des interactions entre plusieurs phénomènes physiques de natures différentes (mécaniques, thermiques, chimiques, électromagnétiques...). Lors d'une simulation, il est souvent nécessaire de modéliser ces interactions pour prévoir correctement la réponse du produit, ce qui nécessite l'emploi de solveurs adaptés. Cette ressource présente et illustre les principales méthodologies permettant de réaliser de telles simulations, dites multi-physiques.

1 - Introduction

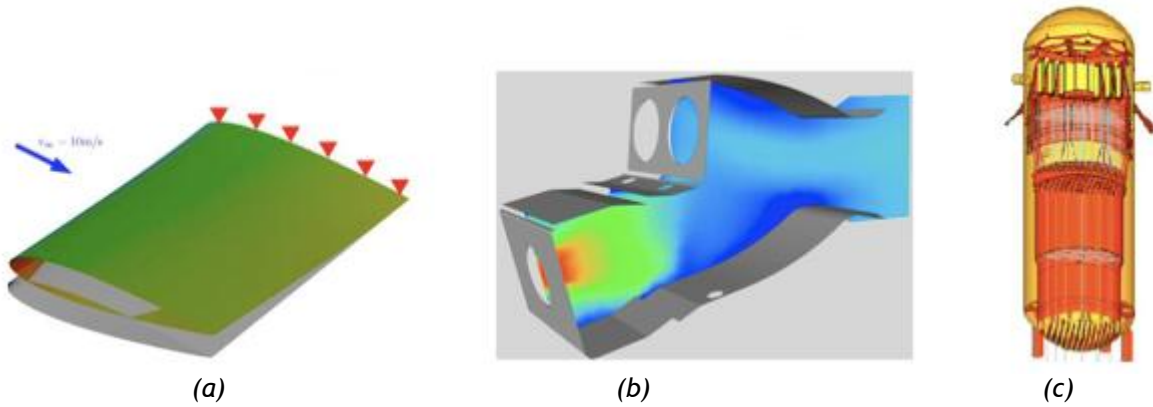
Les phénomènes physiques qui se produisent au cours du fonctionnement d'un produit industriel sont de natures très diverses. Pour les modéliser, on fait traditionnellement appel à différentes « disciplines » de la physique appliquée ; les plus fréquemment employées sont la mécanique des solides ou des fluides, l'électromagnétisme, la thermique et la chimie. La plupart des simulations étudiées au lycée ou dans l'enseignement supérieur font appel à *une seule* de ces « disciplines » (les spécialistes préfèrent parler de *physiques*).

Cependant, le fonctionnement de la plupart des produits industriels fait intervenir, de façon simultanée, des *phénomènes étudiés par des physiques différentes*, et la simulation de leur comportement est donc *multi-physiques*. Deux cas peuvent alors se présenter :

- Soit les phénomènes modélisés ou simulés par les différentes physiques n'interagissent pas du tout entre eux, ou alors de façon négligeable : la simulation du comportement se réduit alors à un ensemble de simulations « mono-physiques » indépendantes ;
- Soit les phénomènes interagissent de façon significative, et la simulation doit en tenir compte.

Cette ressource traite de ce dernier cas de figure ; on peut citer d'innombrables exemples industriels correspondant à cette situation. Ainsi (voir figure 1) :

- Les vibrations d'une aile d'avion en vol résultent de l'interaction entre les déformations de l'aile (modélisée par la *mécanique des solides déformables*) et l'écoulement de l'air (modélisés par la *mécanique des fluides*) ;
- La combustion dans un moteur à explosion résulte d'une interaction complexe entre l'écoulement du mélange air-carburant (*mécanique des fluides*), les phénomènes de dégagement de chaleur et de convection (*thermique*) et la réaction proprement dite (*chimie de la combustion*) ;
- La dégradation de la cuve d'un réacteur nucléaire résulte d'une interaction entre des phénomènes *mécaniques* (propagation de fissures) et *chimiques* (corrosion) ; ces phénomènes sont eux-mêmes conditionnés par les conditions de pression (*mécanique des fluides*) et de température (*thermique*), par le rayonnement reçu (*neutronique*)...



(a) (b) (c)
 Figure 1 : Quelques exemples de problèmes multi-physiques :
 (a) vibrations d'une aile d'avion en vol - image Université de Stuttgart [1],
 (b) calcul des températures dans une chambre de combustion - image ONERA [2],
 (c) tenue de la cuve d'un réacteur nucléaire - image Scanscot [3].

De telles simulations sont plus complexes que les simulations « mono-physiques » habituelles, et ce pour deux raisons :

- Les interactions entre phénomènes doivent être modélisées, ce qui conduit à des *couplages* entre les différentes physiques (un couplage est un modèle d'interaction) ;
- Les solveurs doivent gérer les différentes physiques (ce qui n'est pas toujours réalisable au sein d'un même solveur) et, de surcroît, prendre en compte les couplages.

2 - Modélisation des interactions entre les phénomènes

Pour modéliser les interactions entre les différents phénomènes, l'idée essentielle est d'identifier les *grandeurs physiques* communes à ces phénomènes, par le biais desquelles les interactions ont lieu ; on écrit alors les équations mathématiques modélisant ces interactions. Ces équations peuvent aussi bien porter sur le modèle du comportement que sur le modèle des conditions aux limites ou le modèle du produit. Nous présentons ici deux exemples classiques.

2.1 - Interaction fluide/structure

Considérons l'exemple d'une aile d'avion (figure 1a) ; nous souhaitons simuler les vibrations de cette aile au cours du vol, qui peuvent conduire à des accidents spectaculaires si leur amplitude augmente trop (figure 2). Ces vibrations sont gouvernées par l'interaction entre l'aile et l'air environnant (on parle d'*interaction fluide/structure*) et l'expérience des ingénieurs montre qu'elles peuvent être analysées de la façon suivante :

1. Du fait de l'avancement de l'avion, l'air s'écoule autour de l'aile ;
2. Ce faisant, l'air exerce des contraintes (pression et frottement) sur la peau de l'aile ;
3. Sous l'effet de ces contraintes, l'aile se déforme ;
4. Cela déplace la peau de l'aile, et perturbe donc l'écoulement de l'air.

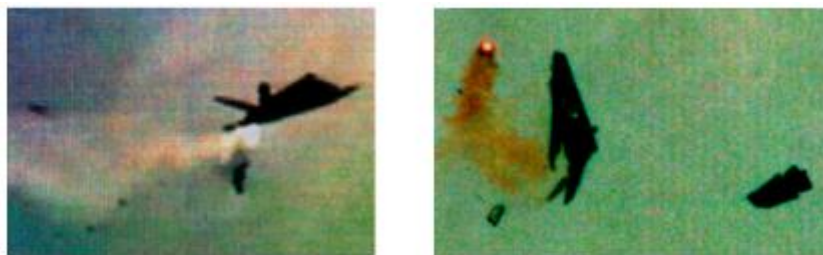


Figure 2 : Perte de l'aile d'un F-117A suite à des vibrations instables
 Source F-117A [4]

Pour simuler ces vibrations, le « produit » à modéliser comprend l'aile proprement dite, mais aussi un certain *volume d'air environnant* (voir figure 3). Les déformations de l'aile (*i.e.* le troisième phénomène de la liste ci-dessus) sont simulées à l'aide de la *mécanique des solides déformables*, par exemple en munissant l'aile d'un modèle de comportement élastique linéaire. L'écoulement de l'air (le phénomène 1 ci-dessus) relève de la *mécanique des fluides*, et est simulé en munissant l'air d'un modèle de comportement adapté (typiquement, visqueux linéaire et compressible).

Les phénomènes 2 et 4 représentent, quant à eux, « l'interaction entre les physiques ». Ainsi, l'action de l'air sur l'aile sera modélisée par une *condition aux limites* en contrainte, dont la *valeur numérique* est donnée par la mécanique des fluides. De même, l'action de l'aile sur l'air sera elle aussi modélisée par une condition aux limites en vitesse (l'air adhère à la peau de l'aile) ; la mécanique des solides donne la valeur de cette condition aux limites, mais aussi sa *position* (la peau se déplace !).

Ces conditions aux limites modélisent l'interaction entre la « structure » et le « fluide » : elles couplent les physiques. L'ensemble de cette modélisation est schématisé sur la figure 3.

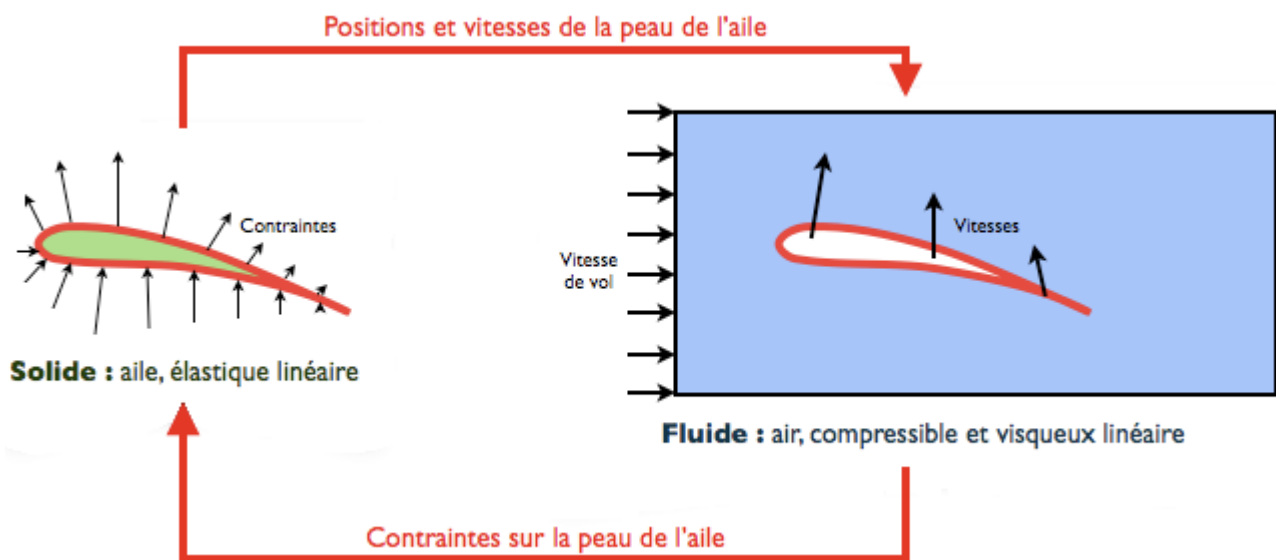


Figure 3 : Modélisation multi-physiques des vibrations d'une aile d'avion

On constate que le couplage est complètement localisé au niveau de la peau de l'aile, c'est-à-dire de la surface délimitant le fluide de la structure. Pour cette raison, cette surface est généralement nommée *interface* ; les quantités communes aux deux physiques, sur lesquelles porte le couplage, sont des déplacements, des vitesses et des contraintes sur l'interface.

Notons que sur cet exemple, ni le modèle « fluide » ni le modèle « solide » ne peuvent être analysés indépendamment l'un de l'autre. On dit alors qu'il y a *couplage fort* ou *bidirectionnel* entre les deux physiques. En revanche, si l'aile était suffisamment rigide pour que ses déformations restent très faibles (ce qui n'est manifestement pas le cas sur la figure 2 !), on pourrait alors supposer que les déplacements de la peau de l'aile auraient une influence négligeable sur l'écoulement de l'air ou, plus précisément, sur les efforts aérodynamiques obtenus. L'interaction n'aurait alors plus lieu que dans un seul sens ; dans ce cas, il y aurait *couplage faible* ou *unidirectionnel* entre les physiques (on parle quelquefois aussi de *découplage* ce qui peut prêter à confusion puisque l'une des physiques dépend toujours de l'autre, et il y a donc toujours un couplage !).

L'hypothèse du couplage faible simplifie grandement les calculs, et les ingénieurs l'emploient donc dès que possible. Toutefois, si on l'utilise de manière non pertinente (c'est-à-dire si l'on

néglige, dans la modélisation ou dans le calcul, une interaction qui est significative dans la réalité), cette hypothèse peut introduire des erreurs considérables dans les résultats de la simulation.

Le champ d'application des interactions fluide/structure ne se limite naturellement pas à l'aéronautique. Citons par exemple les problèmes de tenue d'un pont ou d'un bâtiment sous l'action du vent, d'écoulements de l'eau autour des piles d'un pont ou de la coque d'un navire, d'oscillations des liquides dans des réservoirs ou des conduits...

2.2 - Couplages thermo-mécaniques

Un autre exemple classique est celui des *couplages thermo-mécaniques*, qui interviennent dans de nombreuses applications. Considérons par exemple une aube de turbine d'un turboréacteur (voir figure 4). Cette aube est en contact avec un écoulement de gaz chauds sur sa paroi extérieure, et est percée de canaux de refroidissement dans lesquels circule de l'air plus froid. Simultanément, elle est soumise à la pression des gaz ainsi qu'à la force centrifuge, et fixée au disque porte-ailettes (solidaire de l'arbre de la turbine) au niveau de sa base. Dans un souci de simplicité, nous supposons que tous les chargements thermiques et mécaniques exercés sur l'aube sont connus.

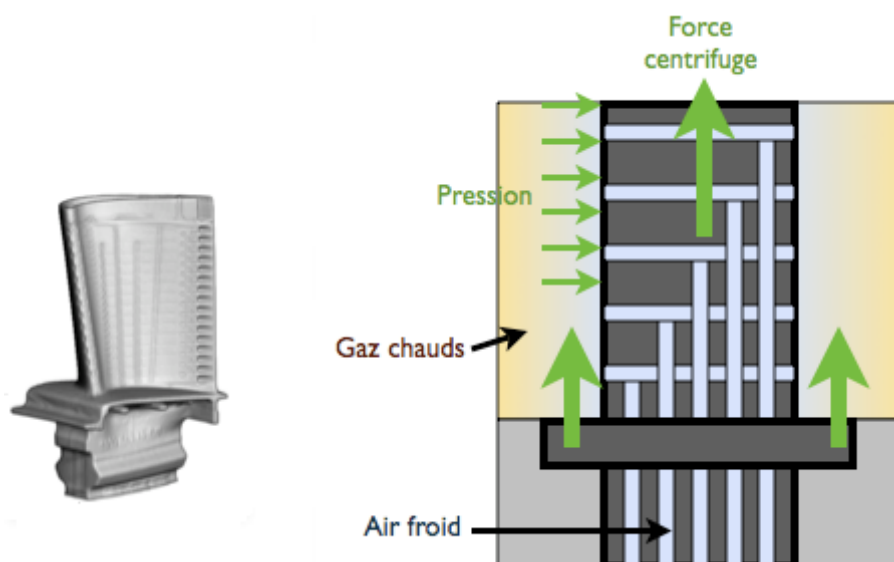


Figure 4 : Une aube de turbine (image de G.L. Kindlmann) et son chargement thermo-mécanique

Pour simuler le comportement de cette aube, il faut tenir compte des *dilatations thermiques* ; celles-ci sont importantes puisque l'aube passe de la température ambiante à près de 1000°C par endroits. Or, l'aube ne peut se dilater librement puisque sa base est encastree ; il se crée donc des contraintes de compression, qui s'ajoutent à l'effet des chargements mécaniques subis par l'aube. Afin de modéliser ce phénomène, on utilise un modèle de comportement *thermo-élastique linéaire*. Son écriture en chargement uniaxial est la suivante :

$$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon_{th})$$

où E est le module d'Young, σ la contrainte, ε la déformation, et ε_{th} la *déformation thermique*. Cette dernière est liée aux variations de température par la relation linéaire suivante :

$$\varepsilon_{th} = \alpha(T - T_0)$$

où α est le *coefficient de dilatation thermique* du matériau, T la température du point considéré et T_0 la température de référence, correspondant à l'état initial de la pièce. Le coefficient de dilatation est un paramètre du modèle de comportement du matériau, au même titre que le module d'Young. La modélisation correspondante est schématisée sur la figure 5.

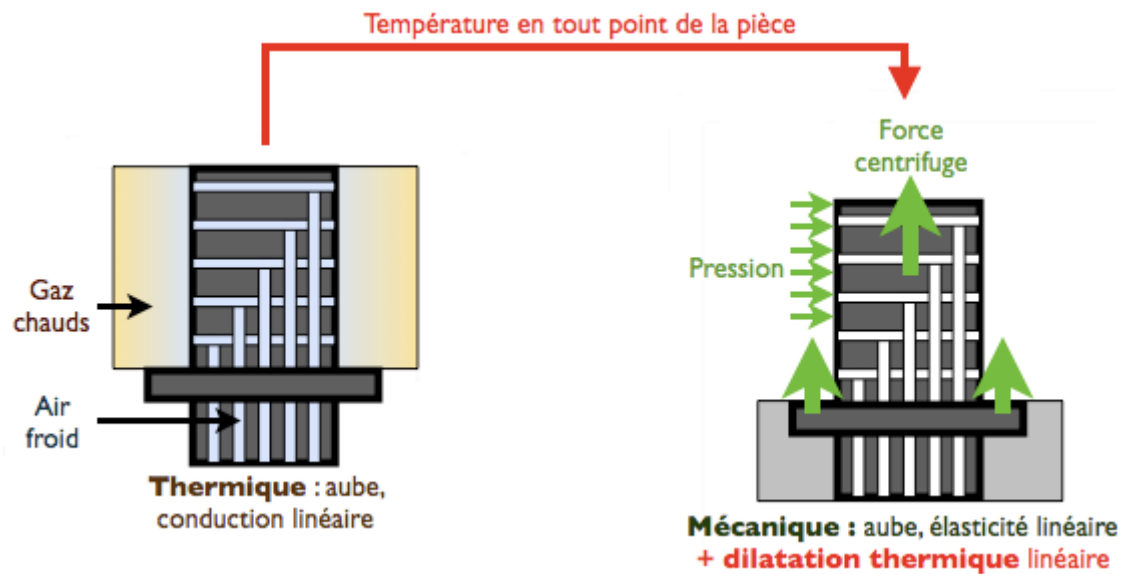


Figure 5 : Modélisation multi-physiques d'une aube de turbine

Dans l'exemple ci-dessus, le couplage est faible : les sollicitations thermiques ont un effet mécanique, mais la réciproque n'est pas significative et il n'y a donc pas besoin de la modéliser. Cela n'est naturellement pas toujours vrai et il existe des situations où le couplage thermo-mécanique est fort. Par exemple, lorsque l'on forge une pièce, on fait subir au matériau des déformations plastiques considérables ; celles-ci provoquent un échauffement non négligeable, et la simulation d'un tel procédé doit donc tenir compte de l'influence de chacune des deux physiques sur l'autre.

Remarquons enfin que dans les exemples ci-dessus, contrairement à ce qui se passait avec l'interaction fluide/structure, les deux physiques n'occupent pas des régions distinctes de l'espace, mais sont *superposées* : les quantités mécaniques (contrainte et déformation) et thermiques (température et flux de chaleur) sont définies sur toute la pièce. En outre, le couplage n'est plus *surfactive* et ne s'effectue plus par l'intermédiaire de conditions aux limites, mais est *volumique* et s'effectue en tout point de la pièce, par l'intermédiaire du *modèle de comportement* lui-même. Ici, le couplage provient des déformations thermiques et, le cas échéant, de sources de chaleur liées à la dissipation de l'énergie mécanique ; dans ce cas, le modèle retenu doit être cohérent vis-à-vis des deux principes de la thermodynamique.

Là encore, il existe de nombreux autres exemples de modèles de comportement couplés : poro-élasticité, piézo-électricité (*i.e.* champ électrique fonction de la contrainte), magnéto-mécanique... La formulation de tels modèles fait l'objet de nombreux travaux de recherche.

3 - Principe des solveurs multi-physiques

La seconde particularité des simulations multi-physiques réside dans le choix et l'utilisation des solveurs, qui doivent être adaptés aux couplages décrits ci-dessus. Pour ce faire, deux grandes familles d'approches existent :

- L'*approche partitionnée*, ou « *couplage de codes* », consiste à utiliser plusieurs solveurs « mono-physique » que l'on fait dialoguer entre eux pour prendre en compte le couplage ;
- L'*approche monolithique* consiste à utiliser un unique solveur prenant en compte l'ensemble des physiques ainsi que leurs couplages ; cela n'est pas toujours réalisable en pratique.

3.1 - Utilisation de plusieurs solveurs : l'approche partitionnée

L'approche partitionnée consiste à utiliser un modèle et un solveur « mono-physiques » pour chacune des physiques mises en jeu. Le plus souvent, les solveurs sont des logiciels de calcul que l'on utilise comme « boîtes noires », c'est-à-dire sans aucune intervention sur leur fonctionnement interne. Le principe général est toujours le même : à partir des *résultats* donnés par un solveur, on extrait les *quantités physiques sur lesquelles porte le couplage*, et on les *injecte en entrée* de l'autre solveur selon les modalités expliquées au paragraphe précédent.

Cas du couplage faible

Le cas le plus simple est celui du couplage faible : puisque l'un des deux modèles ne dépend pas de l'autre, il peut être analysé en premier. Par exemple, pour la simulation thermo-mécanique du comportement de l'aube de turbine du paragraphe précédent (figure 4 et 5), la démarche de résolution serait la suivante :

1. On simule le comportement thermique de l'aube ;
2. On récupère le champ de températures en tout point de la pièce ;
3. On simule le comportement mécanique de l'aube, en utilisant un modèle de comportement incluant la dilatation et en se donnant le champ de températures précédemment calculé en entrée.

La résolution est donc *séquentielle* (les deux simulations sont réalisées l'une après l'autre, dans un ordre donné). Le processus de simulation est schématisé sur la figure 6 ; le chaînage des calculs peut être réalisé manuellement par l'ingénieur, ou automatisé à l'aide d'un script.

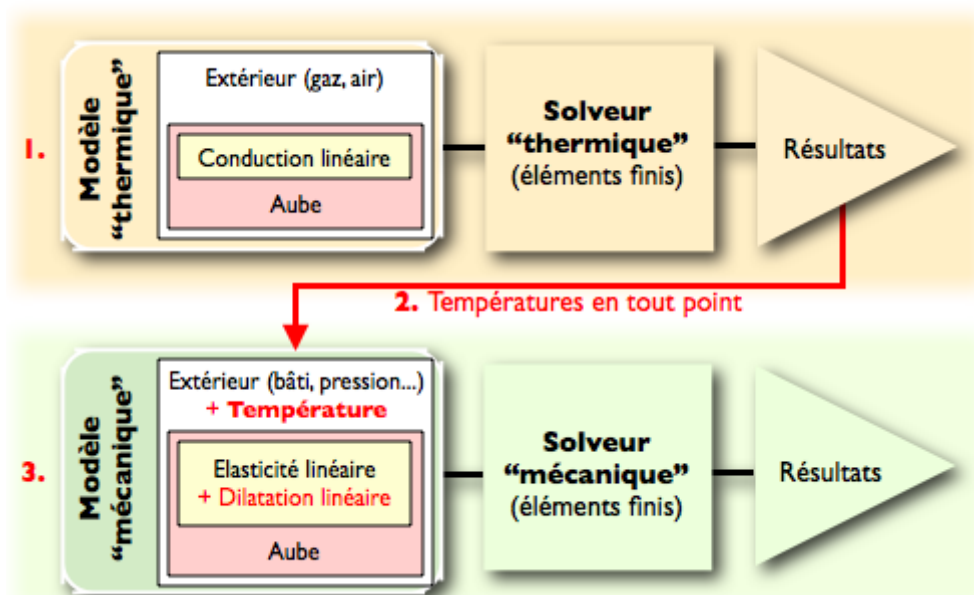


Figure 6 : Simulation du comportement thermo-mécanique faiblement couplé d'une aube de turbine

Cas du couplage fort

Le cas du couplage fort est plus complexe : chacune des deux physiques dépend de l'autre, et aucune simulation ne peut être menée à bien indépendamment. Il est donc nécessaire d'échanger des résultats entre les deux solveurs, dans les deux sens, afin d'assurer le couplage.

Pour ce faire, la technique la plus courante consiste à effectuer ces échanges à intervalles de temps réguliers. En effet, la plupart des simulations sont (ou peuvent être écrites comme) des problèmes d'évolution, posés sur un certain intervalle de temps. Cet intervalle de temps est divisé en petits intervalles élémentaires appelés « pas de temps », et la simulation est réalisée en

« avançant » d'un pas de temps à l'autre à partir des conditions initiales du problème, voir figure 7.

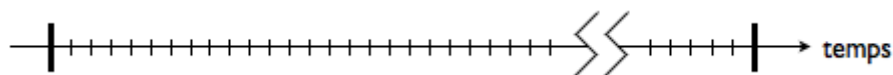


Figure 7 : Découpage de la durée de la simulation en "pas de temps"

L'idée est alors de mener chaque simulation *pas à pas*, en échangeant des résultats entre les solveurs à chaque pas de temps. Reprenons l'exemple de la simulation des vibrations d'une aile d'avion (figure 3) ; sur cet exemple, le couplage se traduit par trois conditions aux limites sur la peau de l'aile :

- Equilibre des contraintes solide et fluide ;
- Egalité des vitesses solide et fluide ;
- Coïncidence de la frontière de l'écoulement fluide avec la peau de l'aile déformée (*i.e.* égalité des positions).

Un algorithme simple permettant de mener cette simulation pas à pas est l'algorithme « *staggered* », terme anglais pouvant signifier « *décalé* » ou encore « *titubant* ». Cet algorithme, représenté sur la figure 8, consiste à utiliser des pas de temps *décalés* entre les deux simulations (comme son nom l'indique !) et à répéter les opérations suivantes à chaque pas de temps :

1. Transférer la nouvelle position et la nouvelle vitesse de la peau de l'aile à l'air ;
2. Effectuer un pas de la simulation fluide ;
3. Transférer la nouvelle valeur de la contrainte (pression et frottement) de l'air à l'aile ;
4. Effectuer un pas de la simulation solide.

Autrement dit, les données sont échangées de façon « *titubante* » d'un solveur à l'autre, ce que suggère aussi le nom de cette technique.

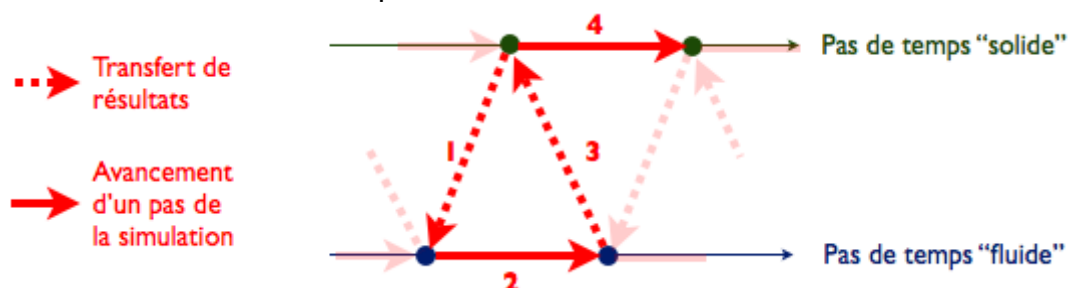


Figure 8 : Principe de l'algorithme de couplage "staggered" ("décalé" ou "titubant").

L'examen attentif du fonctionnement de cet algorithme montre que celui-ci *ne permet pas d'assurer rigoureusement le couplage fort* entre les deux physiques. En effet, les conditions de couplage ne sont jamais toutes vérifiées *simultanément* : on se contente de les imposer à *tour de rôle* au fil de la simulation. Cet algorithme « *affaiblit* » donc le couplage, et il existe un écart entre le résultat de la simulation et le résultat « idéal » que l'on obtiendrait en assurant parfaitement le couplage à chaque pas de temps. Cela peut poser des problèmes en pratique ; la formulation d'algorithmes limitant au maximum cet écart fait encore l'objet de nombreux travaux de recherche.

L'autre possibilité est de chercher à vérifier *exactement* le couplage fort à chaque pas de temps. Ceci peut être réalisé à l'aide d'algorithmes *itératifs*, consistant à effectuer un certain nombre d'"essais-erreurs" avant de passer au pas de temps suivant c'est-à-dire que les étapes 1 à 4 ci-dessus ne sont plus répétées *une fois* par pas de temps, mais recommencées *plusieurs fois* en corrigeant à chaque fois l'état du calcul, et ce jusqu'à l'obtention d'un couplage suffisamment

précis. L'inconvénient de ces méthodes est que le temps de calcul est multiplié par le nombre d'itérations ainsi effectuées ; en contrepartie, la fiabilité des résultats est accrue.

La figure 9 propose un schéma récapitulatif de la simulation fluide/structure avec couplage fort. On note que lorsque l'aile se déforme, la géométrie du volume d'air environnant est affectée ; la transmission de la position de l'aile à l'air se traduit donc par une modification du *modèle du « produit » fluide* (réalisée, en pratique, par une mise à jour automatique du maillage fluide).

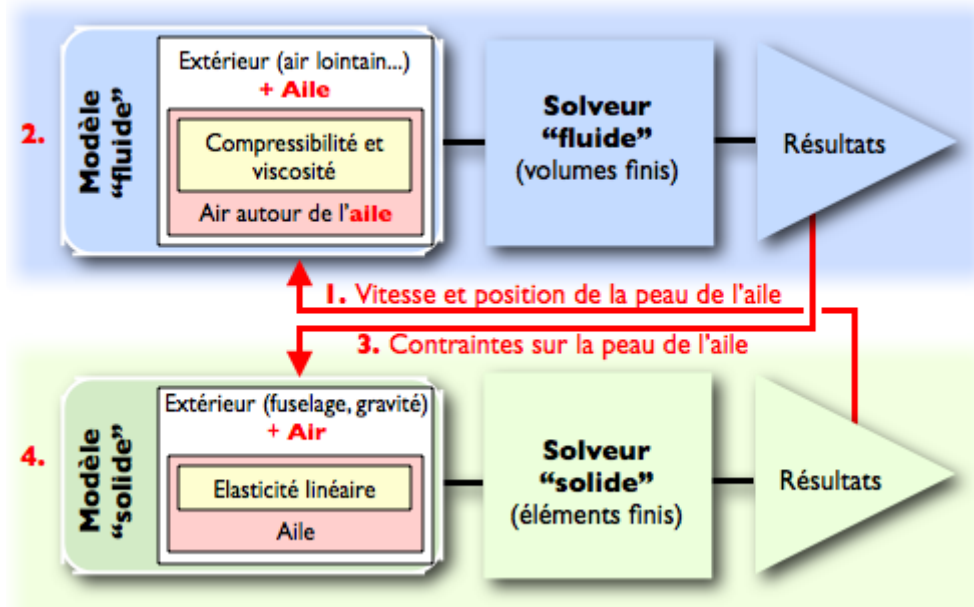


Figure 9 : Simulation fortement couplée des vibrations d'une aile d'avion

3.2 - Utilisation d'un seul solveur : l'approche monolithique

Certains solveurs permettent de réaliser des simulations multi-physiques à eux seuls. Dans ce cas, la plupart du temps, un seul modèle du produit est utilisé ; les modèles du comportement et des conditions aux limites doivent inclure l'ensemble des physiques, ainsi que leurs couplages. Le résultat de la simulation couplée est alors obtenu directement.

Par exemple, de nombreux solveurs éléments finis vendus dans le commerce peuvent réaliser des simulations thermo-mécaniques. Dans une telle simulation, chaque nœud possède trois degrés de liberté en déplacement (en 3D) et un degré de liberté en température ; le modèle de comportement inclut les déformations élastiques (voire permanentes), la conduction thermique et les couplages (dilatation et/ou dissipation d'énergie mécanique en chaleur) ; les chargements et les conditions aux limites sont à la fois mécaniques et thermiques. Le système d'équations résolu par le solveur traduit alors l'équilibre mécanique et thermique en chaque nœud ; une telle simulation est schématisée sur la figure 10.

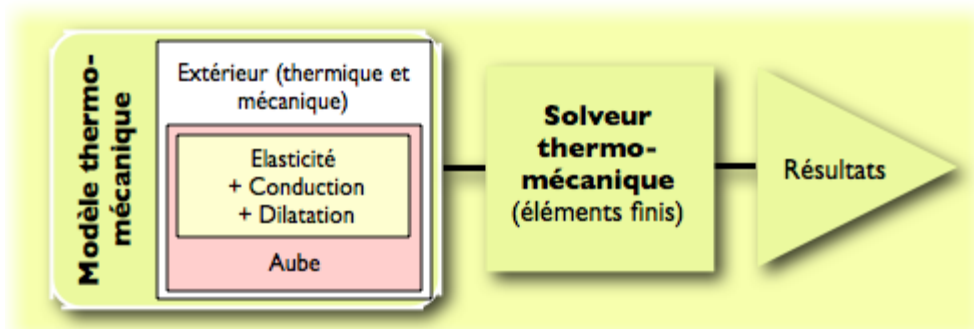


Figure 10 : Simulation monolithique du comportement thermo-mécanique de l'aube

L'approche monolithique permet de prendre en compte n'importe quel type de couplage (faible ou fort) sans effectuer d'approximations, mais ne permet pas d'optimiser la simulation aussi finement que l'approche partitionnée. En effet, elle demande d'utiliser la même formulation, les mêmes maillages et les mêmes pas de temps pour les deux physiques ; à l'inverse, l'approche partitionnée permet de choisir la discrétisation la plus adaptée pour chacune des deux physiques et, donc, d'optimiser les performances du calcul. Par exemple, la plupart des solveurs de mécanique des solides déformables sont basés sur la *méthode des éléments finis*, tandis que de nombreux solveurs de mécanique des fluides font appel à la *méthode des volumes finis* ; de plus, pour un modèle donné, la simulation « fluide » a souvent besoin de pas de temps plus petits que la simulation « solide ».

Pour cette raison, les simulations les plus complexes (interactions fluide/structure avec turbulences et non-linéarités, simulations de combustion air/carburant...) sont souvent réalisées à l'aide d'approches partitionnées, permettant d'utiliser un solveur performant pour chaque physique. Les solveurs monolithiques ne sont généralement employés que pour des couplages plus simples.

4 - Bilan et perspectives

Dans cette ressource, nous avons présenté les principales méthodologies permettant de modéliser et simuler des problèmes multi-physiques. La modélisation repose généralement sur la notion de *couplages*, c'est-à-dire de modèles d'interactions, entre les physiques. Ces couplages peuvent être forts ou faibles, volumiques ou surfaciques, et apparaître aussi bien dans le modèle du comportement que dans celui des conditions aux limites, voire du produit lui-même. La simulation doit alors prendre en compte ces couplages ; certains solveurs dits *monolithiques* peuvent traiter d'un bloc plusieurs physiques ainsi que leurs couplages, mais cela n'est pas toujours possible et il faut alors recourir à une approche *partitionnée*, consistant à faire dialoguer deux solveurs « mono-physiques » en transférant de l'un à l'autre les quantités physiques sur lesquelles portent les couplages.

Les problèmes multi-physiques font actuellement l'objet de nombreux travaux de recherche. Côté modélisation, l'enjeu est de mieux décrire expérimentalement certaines interactions complexes, et d'en tirer des modèles de comportement possédant des domaines de validité suffisants pour les applications considérées. Côté simulation, la plupart des travaux portent sur les approches partitionnées ; il s'agit alors de proposer de nouveaux algorithmes d'échange ou de perfectionner ceux qui existent afin d'optimiser le rapport qualité/coût des simulations, et de développer des outils logiciels permettant de réaliser les échanges entre solveurs de la façon la plus commode possible pour les ingénieurs.

Références :

[1]: <http://www.ihs.uni-stuttgart.de/315.html?L=1>

[2]: <http://www.onera.fr/>

[3]: <http://scanscot.com/>

[4]: <http://www.f-117a.com/793.html>

[a]: Notes de cours de l'ENPC sur l'interaction fluide/structure, par Serge Piperno. <http://cermics.enpc.fr/~piper/perso/papers/divers/IFS.pdf>

[b]: D. Néron, *Sur une stratégie de calcul pour les problèmes multi-physiques*, thèse de doctorat, ENS de Cachan, 2004. <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00133655/document>

[c]: Le [dimensionnement des réacteurs nucléaires](#) (document CEA)

Ressource publiée sur EDUSCOL-STI : <http://eduscol.education.fr/sti/si-ens-cachan/>