

# Annexe : Influence de la géométrie de la poutre

Mise en évidence du domaine de validité de la théorie des poutres par la corrélation d'images numériques

Edité le 17/05/2006

Damien CLAIRE - Jean-Loup PRENSIER

## 1-Essai 1 : géométrie proche d'une poutre

L'éprouvette utilisée pour effectuer la mesure est la suivante :



Dimensions de la structure :

- Hauteur = 26 mm
- Longueur = 160 mm
- Epaisseur = 52 mm

Longueur entre appui : L = 100 mmModule de Young : E = 6 Mpa

Figure 1 : Poutre 1

Le calcul de la flèche s'effectuant au niveau de la fibre neutre, il faut pouvoir retrouver celle-ci. Nous disposons d'un champ de déplacement à partir duquel il est possible de réaliser des opérations. Notamment, nous allons pouvoir obtenir un champ de déformation  $\varepsilon_{xx}$ . Par exemple, on obtient sur cet essai :



Figure 2 : Déformée amplifiée de la poutre en flexion 3 points



Figure 3 : Carte de déformations  $\varepsilon_{xx}$ 

Sur la carte des déformations  $\varepsilon_{xx}$  ci-dessus, nous pouvons voir que, dans la zone située entre les deux appuis, l'éprouvette est bien soumise à la traction sous la fibre neutre, et à la compression au dessus. Ceci illustre bien la linéarité de cette déformation le long de l'axe y. Les écarts par rapport au calcul du modèle poutre peuvent avoir différentes explications :

- Hétérogénéité locale de la structure,
- Point de mesure aberrant : nous pouvons remarquer que le déplacement d'un point situé proche du coin supérieur droit ne correspond pas exactement aux déplacements des points alentours. Il en résulte immédiatement une zone comprimée et une zone étendue à son voisinage.

*Nota* : Il est bien sûr possible de calculer d'autres composantes du tenseur des déformations. Par exemple, la composante  $\varepsilon_{xy}$  pourra nous donner une information sur l'effort tranchant.



Figure 4 : Carte des déformations  $\varepsilon_{xy}$ 

Il apparaît de manière évidente que l'effort tranchant sur y est négatif sur la gauche de l'effort  $F_i$ , et positif à droite.

#### Détermination de la flèche



Figure 5 : Déformée amplifiée de la poutre avec sa ligne moyenne et ses sections droites

Comparons les différents moyens à notre disposition pour déterminer la flèche sur cet essai.

Modèle poutre ( $F = 16 N$ )	f = 0,73 mm
Déplacement du vérin	f = 1 mm
Corrélation d'images	f = 0,899 mm

Le déplacement du vérin et la corrélation d'images numériques donnent des résultats proches. L'écart entre ces deux résultats est dû au fait que le matériau utilisé est mou (E = 6 MPa), ce qui implique que sa déformation  $\varepsilon_{yy}$  ne soit pas négligeable. La mesure du déplacement du vérin surestime la flèche réelle (mesurée sur la fibre neutre). La corrélation d'images numériques donne donc un résultat plus pertinent du fait du caractère local (et donc de la richesse) des mesures.

D'autre part, nous pouvons voir que le modèle poutre est déjà éloigné de la réalité expérimentale. Pour un essai sur une structure généralement considérée raisonnable pour l'hypothèse de poutre, on remarque déjà une erreur de 23% par rapport à l'essai.

### 2 – Essai 2 : géométrie éloignée d'une poutre

Le deuxième essai se fait sur une structure avec une géométrie qui s'écarte fortement de l'hypothèse "poutre". Ce second essai est réalisé sur une éprouvette ayant le même matériau que la première. Seules les dimensions sont modifiées comme suit :



Dimensions de la structure :

- Hauteur = 52 mm
- Longueur = 160 mm
- Epaisseur = 26 mm

Longueur entre appui : L = 100 mmModule de Young : E = 6 Mpa

Figure 6 : Poutre 2

#### Détermination de la flèche

Modèle poutre ( $F = 16 N$ )	f = 0,36 mm
Déplacement du vérin	f = 1 mm
Corrélation d'images	f = 0,62 mm

Pour analyser ces résultats, nous avons besoin de connaître les cartes de déformation :

#### Carte des déformations $\varepsilon_{xx}$

La carte des déformations  $\varepsilon_{xx}$  est intéressante pour voir l'effet des appuis et donc illustrer le principe de Barré de Saint-Venant.



Figure 7 : Carte des déformations  $\varepsilon_{xx}$ 

Carte des déformations  $\varepsilon_{xy}$ 



**Figure 8** : Carte des déformations  $\varepsilon_{xy}$ 

Sur cette carte des déformations  $\varepsilon_{xy}$ , nous pouvons voir que les courbes d'isovaleurs sont inclinées par rapport au modèle poutre (et au premier essai vu précédemment). La contrainte de cisaillement n'est plus constante sur chaque portion de l'éprouvette, et le problème poutre unidimensionnel du départ est en fait un problème bidimensionnel. Ceci explique en partie le fort écart avec la théorie observé dans le tableau ci-dessus.

#### Carte des déformations $\varepsilon_{yy}$



**Figure 9** : Carte des déformations  $\varepsilon_{yy}$ 

La carte des déformations  $\varepsilon_{yy}$  permet aussi d'illustrer le principe de Barré de Saint-Venant.

#### Calcul du moment fléchissant

Nous pouvons calculer le moment fléchissant à l'aide de la déformée obtenue par corrélation d'images à l'aide de la formule :  $M_{fz} = EI_{Gz}y''(x)$ 



Figure 10 : Moment fléchissant projeté sur le plan xz



**Figure 11** : Moment fléchissant  $M_{fz}(x,y)$ 

Le fait de dériver deux fois ce champ de déplacement augmente substantiellement l'erreur, les points de mesure n'étant pas assez rapprochés les uns des autres. Nous reconnaissons quand même un moment fléchissant approximativement linéaire par morceaux.

Le moment fléchissant n'a pas de valeur nulle en x=0. Ceci s'explique par le chargement réel de l'éprouvette. Elle subit bien sûr l'action du vérin de la machine mais aussi l'action de la pesanteur. Cette dernière action implique que le rayon de courbure change de signe (et donc le moment fléchissant par la même) au passage des appuis gauche et droit.

Ressource publiée sur EDUSCOL-STI : <u>http://eduscol.education.fr/sti/si-ens-cachan/</u>