

Pour aller plus loin : TD confort thermique d'un travailleur

EXERCICE 1: *Confort thermique d'un travailleur*

Le but de cet exercice est d'étudier le confort thermique d'un travailleur dans une usine où le chauffage est réalisé par des panneaux rayonnants.

En hiver, la température de l'air est $T_a = 10^\circ\text{C}$. L'humidité relative est $HR = 50 \%$.

Les parois sont à la température T_p uniforme (inconnue).

On supposera que la personne est habillée avec une tenue légère (résistance des vêtements $R_{CL} = 0,7\text{CLO}$). Le travailleur effectue un travail sur machine outil. Son métabolisme est $M = 1,7$ Mets. Et la puissance qu'il fournit est $W = 18$ Watts.

On rappelle l'équivalence entre les Mets et les Watts : $1 \text{ Met} = 58,15 \text{ W/m}^2$. La surface corporelle est $S_c = 1,8 \text{ m}^2$. La température interne du corps est de 37°C .

On supposera que la personne est en situation de confort.

La conductance du corps k_b vaut $k_b = 21,5 \text{ W/m}^2\cdot\text{K}$.

1. Compléter le diagramme d'échange de chaleur entre le corps humain et le milieu environnant, en utilisant les noms de variable donnés en annexe 1.
2. On désire calculer les flux de chaleurs intervenants dans l'équilibre thermique du corps humain. Les flux seront donnés en **Watt par m²**.
 - 2.1 Calculer la pression de vapeur d'eau p_{va} dans l'air en Pa, le métabolisme M de l'ouvrier et la puissance W fournie en en Watt par m². On s'aidera de l'annexe 2 pour le calcul de p_{va} .
 - 2.2 Déterminer les échanges par respiration sensible C_{res} et latente E_{res} . A quoi correspondent physiquement ces échanges ?
 - 2.3 En déduire alors le flux de chaleur Φ_b traversant le corps humain par conduction, puis la température de peau T_{sk} .
 - 2.4 Déterminer la pression de vapeur saturante $p_{vs}(T_{sk})$. Calculer les échanges par perspiration E_{diff} . Que valent les échanges par transpiration E_{sw} ? A quoi correspondent ces échanges physiquement ?
 - 2.5 Déterminer le flux de chaleur Φ_{cl} traversant les vêtements par conduction en fonction de la température de surface des vêtements T_{cl} . En déduire alors T_{cl} .
 - 2.6 La vitesse de l'air est de $0,25 \text{ m/s}$. Calculer les échanges par convection Φ_{conv} .
 - 2.7 Donner l'expression des échanges par rayonnement Φ_{ray} en fonction de la température des parois T_p .
 - 2.8 En déduire alors la valeur de T_p pour laquelle le confort est optimal.

3. L'objectif est de déterminer la température des parois T_p pour laquelle on a un optimum technico-économique. On ne prend donc pas la température de paroi de la question 2.8.

Pour évaluer le confort dans une pièce de façon simplifiée, Franger propose la relation suivante :

$$PMV = (0,0303 \cdot e^{(-0,036 \cdot M)} + 0,028) \times CT$$

PMV est le vote moyen prévisible, M le métabolisme en **Watt** et CT est la différence entre la chaleur métabolique et la puissance dégagée plus l'émission de chaleur dans l'environnement en **Watt** :

$$CT = M - (W + C_{res} + E_{res} + E_{dif} + E_{sw} + \Phi_{conv} + \Phi_{ray})$$

- 3.1 A quoi correspond le vote moyen prévisible?

- 3.2 A l'aide des résultats précédents (question 2), on peut mettre CT sous la forme $CT = a + b \cdot T_p$. Donner les valeurs numériques de a et de b .

- 3.3 Donner alors l'expression de PMV en fonction de T_p . Vérifier alors que $PMV = 0$ pour la valeur de température de paroi de la question 2.8.

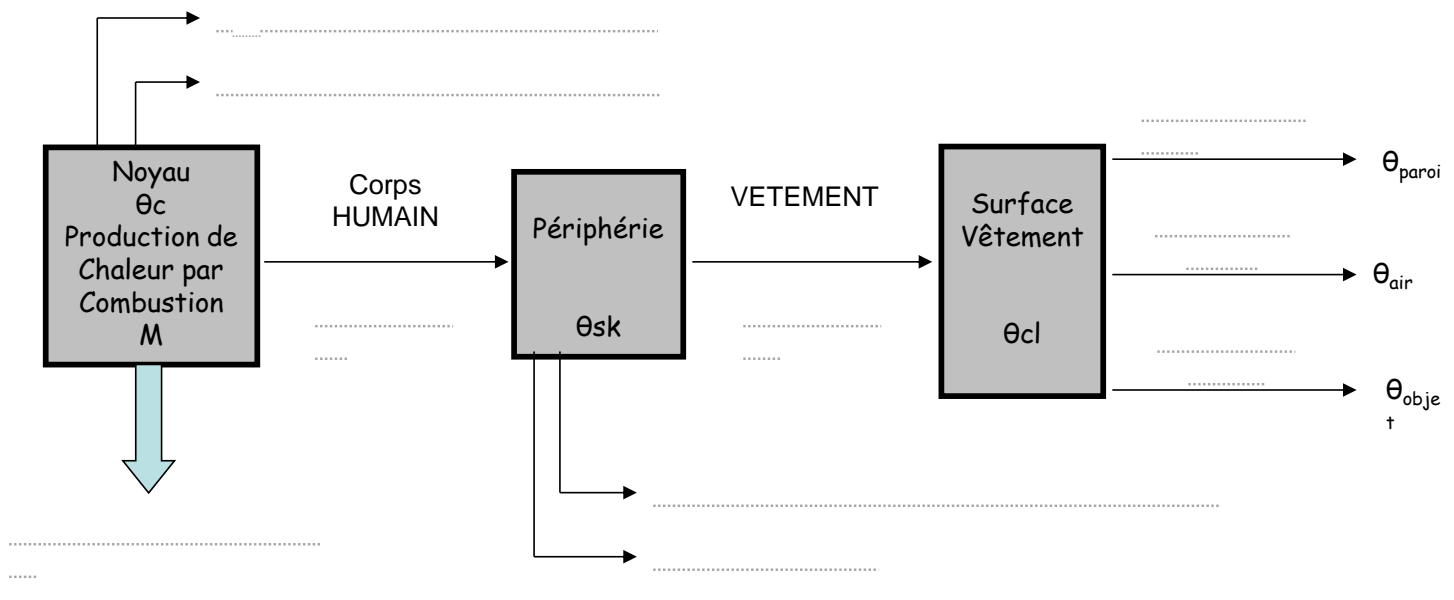
Les coûts de chauffage CU en milliers d'euros sont fonction de la température des parois selon la formule simplifiée $CU = 20 + 0,01 \cdot (T_p^2 - 100)$. Le chiffre d'affaire CA de la société en milliers d'euros est fonction du degré de confort des travailleurs selon la relation $CA = 25 + 0,9 \cdot (16 - PMV^2)$. Avec T_p en °C.

- 3.4 Déterminer le bénéfice B de la société en fonction de la température des parois T_p .

- 3.5 Déterminer alors la valeur de T_p pour laquelle le bénéfice est optimal, puis calculer le bénéfice correspondant. Comparer alors cette valeur à celle obtenue pour la température de parois à la question 2.8.

- 3.6 Pour cette valeur de T_p , donner alors le PMV puis le PPD (pourcentage des personnes insatisfaites). Que peut-on alors conclure?

Diagramme d'échange :



Annexe 1 : Equations du confort thermiqueRespiration :

- Sensible : $C_{res} = 1,4 \cdot 10^{-3} \cdot M \cdot (32,6 + 0,066 \cdot T_{air} + 2 \cdot 10^{-4} \cdot p_{va} - T_{air})$ [W/m²]

- Latente : $E_{res} = 2 \cdot 10^{-5} \cdot M \cdot (5867 - p_{va})$ [W/m²]

Conduction dans le corps : $\Phi_b = k_b \cdot (37 - T_{sk})$ [W/m²]

Perspiration : $E_{diff} = 3,05 \cdot 10^{-3} \cdot (p_{vs}(T_{sk}) - p_{va})$ [W/m²]

Transpiration : $E_{sw} = L_v(T_{sk}) \cdot q_e \cdot m$ [W/m²]

Avec : $q_e = 4,77 \cdot 10^{-8} (p_{vs}(T_{sk}) - p_{va})$ [kg./m².s]

Conduction dans les vêtements : $\Phi_{cl} = \frac{1}{0,155 \times R_{CL}} \cdot (T_{sk} - T_{cl})$ [W/m²]

Convection : $\Phi_{conv} = h_{conv} \cdot (T_{cl} - T_{air})$ [W/m²]

Avec : $h_{conv} = 6,72 \cdot \sqrt{v}$ [W/m².K]

Rayonnement : $\Phi_{ray} = h_{ray} \cdot (T_{cl} - T_p)$ [W/m²]

Avec : $h_{ray} = 3,97$ [W/m².K]

- M : Métabolisme [W/m²]
- $T_{air}, T_{sk}, T_{cl}, T_p$ Température de l'air, de la peau, des vêtements, des parois [°C]
- p_{va} : Pression de vapeur de l'air à la température T_{air} [Pa]
- $p_{vs}(T)$: Pression de vapeur saturante à la température T [Pa]
- k_b : Coefficient de conduction dans le corps humain [W/m².K]
- $L_v(T)$: Enthalpie de vaporisation à la température T [J/kg]
- m : Mouillure de la peau
- v : Vitesse de l'air [m/s]
- k_b : Coefficient de conduction dans le corps humain [W/m².K]
- HR : humidité relative $HR = \frac{p_{va}}{p_{vs}}$
- R_{cl} : Résistance thermique des vêtements [Clo]

Annexe 2 : Propriétés de l'eau et de la vapeur d'eau à la saturation

PROPRIÉTÉS DE L'EAU ET DE LA VAPEUR D'EAU À LA SATURATION. 1.							
Température [°C]	Pression [Pa]	Volume massique		Enthalpie			Température [°C]
		eau [m³/kg]	vapeur [m³/kg]	eau [J/kg] (1)	vaporisation [J/kg] (1)	vapeur [J/kg] (1)	
0	610,7	0,001 000 21	206,29	0,0	2 500 640	2 500 640	0
1	656,6	0,001 000 16	192,59	4 216,4	2 498 304	2 502 520	1
2	705,4	0,001 000 12	179,91	8 429,2	2 495 961	2 504 390	2
3	757,5	0,001 000 08	168,15	12 638,9	2 493 621	2 506 260	3
4	812,9	0,001 000 03	157,26	16 845,6	2 491 274	2 508 120	4
5	871,9	0,001 000 08	147,15	21 049,6	2 488 930	2 509 980	5
6	934,6	0,001 000 12	137,77	25 251,2	2 486 589	2 511 840	6
7	1 001,2	0,001 000 16	129,05	29 450,4	2 484 240	2 513 690	7
8	1 072,1	0,001 000 21	120,95	33 647,6	2 481 902	2 515 550	8
9	1 147,3	0,001 000 28	113,42	37 842,8	2 479 547	2 517 390	9
10	1 227,1	0,001 000 35	106,42	42 036,4	2 477 204	2 519 240	10
11	1 311,8	0,001 000 45	99,900	46 228,3	2 474 852	2 521 080	11
12	1 401,5	0,001 000 56	93,828	50 418,7	2 472 511	2 522 930	12
13	1 496,7	0,001 000 68	88 169	54 607,9	2 470 152	2 524 760	13
14	1 597,4	0,001 000 81	82,893	58 795,8	2 467 804	2 526 600	14
15	1 704,1	0,001 000 95	77,973	62 982,6	2 465 457	2 528 440	15
16	1 817,0	0,001 001 10	73,380	67 168,4	2 463 102	2 530 270	16
17	1 936,4	0,001 001 26	69,091	71 353,3	2 460 747	2 532 100	17
18	2 062,6	0,001 001 44	65,085	75 537,4	2 458 393	2 533 930	18
19	2 196,0	0,001 001 64	61,339	79 720,7	2 456 029	2 535 750	19
20	2 336,8	0,001 001 84	57,836	83 903,4	2 453 677	2 537 580	20
21	2 485,5	0,001 002 04	54,559	88 085,5	2 451 315	2 539 400	21
22	2 642,4	0,001 002 26	51,490	92 267,0	2 448 953	2 541 220	22
23	2 807,9	0,001 002 50	48,617	96 448,0	2 446 592	2 543 040	23
24	2 982,4	0,001 002 75	45,925	100 629	2 444 231	2 544 860	24
25	3 166,3	0,001 003 01	43,401	104 809	2 441 871	2 546 680	25
26	3 360,0	0,001 003 27	41,033	108 989	2 439 501	2 548 490	26
27	3 563,9	0,001 003 53	38,812	113 169	2 437 131	2 550 300	27
28	3 778,5	0,001 003 81	36,727	117 348	2 434 762	2 552 110	28
29	4 004,3	0,001 004 11	34,769	121 527	2 432 393	2 553 920	29
30	4 241,8	0,001 004 42	32,929	125 706	2 430 024	2 555 730	30
31	4 491,4	0,001 004 73	31,199	129 885	2 427 645	2 557 530	31
32	4 753,6	0,001 005 05	29,572	134 064	2 425 276	2 559 340	32
33	5 029,1	0,001 005 37	28,042	138 243	2 422 897	2 561 140	33
34	5 318,3	0,001 005 70	26,601	142 422	2 420 518	2 562 940	34
35	5 621,8	0,001 006 05	25,245	146 600	2 418 140	2 564 740	35
36	5 940,2	0,001 006 40	23,967	150 779	2 415 761	2 566 540	36
37	6 274,1	0,001 006 76	22,763	154 958	2 413 372	2 568 330	37
38	6 624,1	0,001 007 12	21,627	159 137	2 410 983	2 570 120	38
39	6 990,9	0,001 007 50	20,556	163 316	2 408 594	2 571 910	39
40	7 375,0	0,001 007 89	19,546	167 495	2 406 205	2 573 700	40
41	7 777,4	0,001 008 28	18,592	171 674	2 403 816	2 575 490	41
42	8 198,4	0,001 008 68	17,691	175 854	2 401 416	2 577 270	42
43	8 639,1	0,001 009 09	16,840	180 033	2 399 027	2 579 060	43
44	9 099,9	0,001 009 51	16,036	184 213	2 396 627	2 580 840	44
45	9 581,8	0,001 009 93	15,276	188 393	2 394 227	2 582 620	45
46	10 085,5	0,001 010 35	14,557	192 573	2 391 817	2 584 390	46
47	10 611,8	0,001 010 78	13,876	196 753	2 389 417	2 586 170	47
48	11 161,5	0,001 011 32	13,232	200 934	2 387 006	2 587 940	48
49	11 735,5	0,001 011 68	12,623	205 115	2 384 595	2 589 710	49
50	12 335	0,001 012 1	12,045	209 296	2 382 184	2 591 480	50
51	12 960	0,001 012 6	11,498	213 478	2 379 772	2 593 250	51
52	13 612	0,001 013 1	10,979	217 660	2 377 350	2 595 010	52
53	14 292	0,001 013 6	10,487	221 842	2 374 928	2 596 770	53
54	15 001	0,001 014 0	10,021	226 025	2 372 505	2 598 530	54
55	15 740	0,001 014 5	9,577 9	230 208	2 370 072	2 600 280	55
56	16 510	0,001 015 0	9,157 8	234 391	2 367 649	2 602 040	56
57	17 311	0,001 015 5	8,758 8	238 575	2 365 215	2 603 790	57
58	18 146	0,001 016 1	8,379 8	242 759	2 362 781	2 605 540	58
59	19 015	0,001 016 6	8,019 7	246 944	2 360 336	2 607 280	59
60	19 919	0,001 017 1	7,677 6	251 129	2 357 901	2 619 013	60
61	20 859	0,001 017 6	7,352 1	255 314	2 355 456	2 610 770	61
62	21 837	0,001 018 1	7,042 7	259 501	2 352 999	2 612 500	62
63	22 854	0,001 018 7	6,748 2	263 687	2 350 553	2 614 240	63
64	23 910	0,001 019 3	6,468 0	267 874	2 348 096	2 615 970	64
65	25 008	0,001 019 9	6,201 2	272 062	2 345 638	2 617 700	65
66	26 148	0,001 020 5	5,947 2	276 250	2 343 170	2 619 420	66
67	27 332	0,001 021 1	5,705 2	280 439	2 340 701	2 621 140	67
68	28 561	0,001 021 6	5,474 6	284 628	2 338 232	2 622 860	68
69	29 387	0,001 022 2	5,254 8	288 813	2 335 762	2 624 580	69