

VERIN A VIS : RENDEMENT DE LA TRANSMISSION HELICOIDALE SYSTEME VIS-ECROU

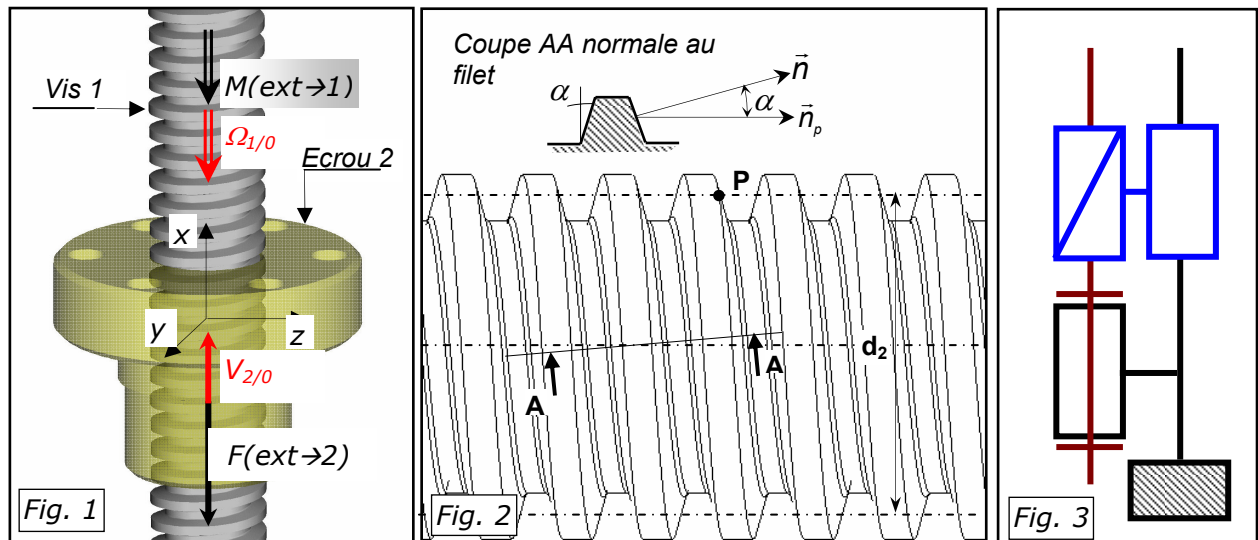
Objectifs de l'étude

- Permettre le calcul du moment à appliquer à la vis ou à l'écrou pour équilibrer une force axiale appliquée généralement à l'autre élément, respectivement écrou ou vis.
- Permettre le calcul du rendement du système

Systemes vis-ecrou : Caractéristiques dans le cas d'un exemple

On utilise à cet effet le modèle d'une vis 1 (fig. 2) que l'on imaginera associée à un écrou 2, montés conformément aux figures 1 et 3 et dont les caractéristiques principales sont :

- Filetage trapézoïdal symétrique $Tr\ 18 \times 4$
- Diamètre nominal : $d_1 = 18$
- Pas du profil : 4
- Sens du filetage : à droite



1. Caractéristiques géométriques de la vis

Pour cette vis, la norme NF E 03-615 nous indique les valeurs de l'angle d'inclinaison α du flanc de filet, le pas du profil P , nous pouvons calculer l'angle de filetage γ et le diamètre moyen d .

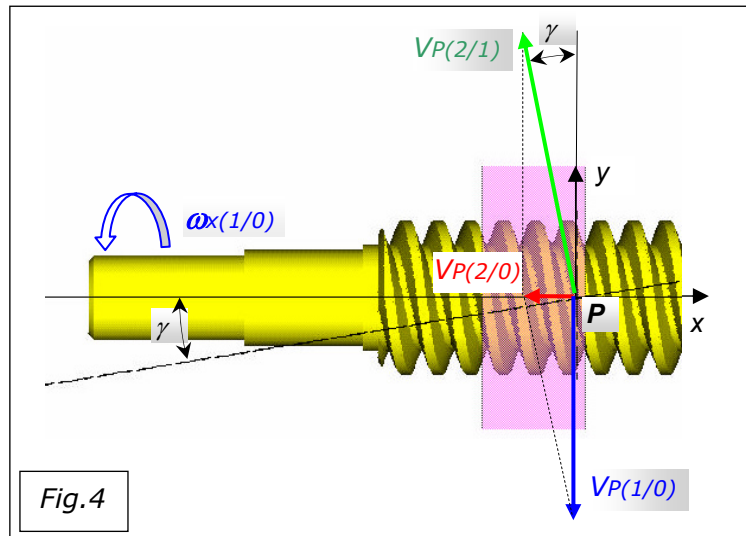
| | Expression | Valeur |
|--|---|-----------------------|
| Angle de flanc de filet | α (imposé par la norme) | $\alpha = 15^\circ$ |
| Angle d'inclinaison du filetage | $\tan \gamma = P/\pi.d_2$ (Voir §2 p.2) | $\gamma = 4,55^\circ$ |
| Diamètre moyen | $d_2 = d - H_1$ et $H_1 = 0,5.P$ | $d_2 = 16$ |

2. Etude cinématique

Conformément aux liaisons définies fig.3 les torseurs cinématiques associés aux mouvements de la vis 1 et de l'écrou 2 par rapport à un référentiel lié au bâti 0 s'écrivent dans le repère $P(x,y,z)$, P étant un point du cercle de diamètre moyen d_2 :

$$\{V_{1/0}\}_P = \begin{Bmatrix} \omega_{x(1/0)} & 0 \\ 0 & V_{P(1/0)} \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{V_{2/0}\}_P = \begin{Bmatrix} 0 & V_{P(2/0)} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$



Pour un tour de la vis, soit une rotation de $2.\pi$ radian, le déplacement de l'écrou est égal au pas, donc la relation entre les vitesses (déplacements par seconde) s'écrit :

$$V_{P(2/0)} = \frac{1}{2.\pi} \cdot \omega_{x(1/0)} \quad (R1)$$

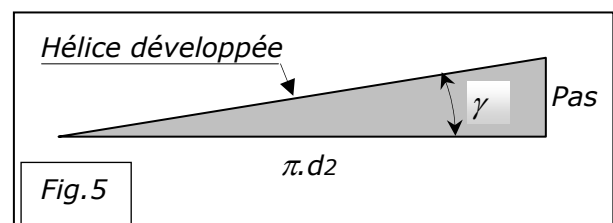
Par ailleurs, la loi de composition des vecteurs vitesse permet d'écrire (Fig.4) entre les solides 0, 1 et 2 :

$$V_{P(2/0)} = V_{P(2/1)} + V_{P(1/0)}$$

D'où la relation entre les vecteurs vitesse au point P :

$$V_{P(2/0)} = V_{P(1/0)} \tan \gamma \quad (R2)$$

Et, en développant l'hélice moyenne du filetage sur un tour (fig.5) on obtient une droite de pente égale à $\tan \gamma$:



La pente de celle-ci est définie par :

$$\tan \gamma = \frac{\text{Pas}}{\pi.d_2} \quad (R3)$$

3. Etude statique

3.1 Angle d'adhérence ou de frottement projeté φ'

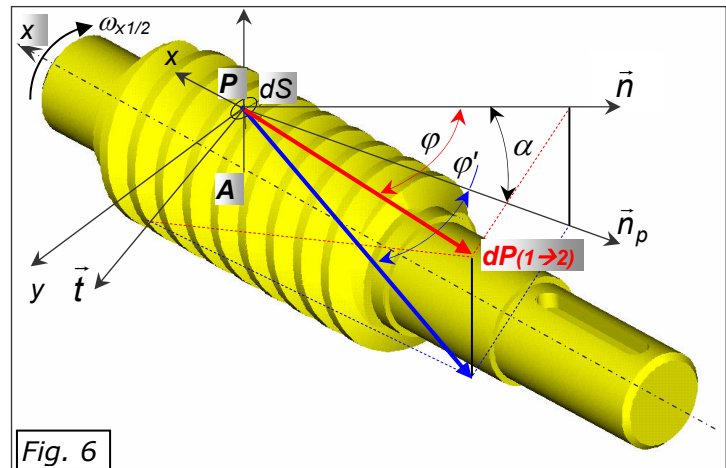
On considère une surface de contact dS entre le flanc de filet de la vis et celui de l'écrou, au voisinage d'un point P. Le contact a lieu avec frottement, caractérisé par l'angle φ : $dP_{(1 \rightarrow 2)}$, modélise la résultante des actions de contact entre vis et roue sur cette surface, ramenée au point P. (P, n, t) étant un repère constitué de n vecteur unitaire normal au flanc du filet et t tangent à celui-ci et normal au rayon, n_p est la projection de n sur le plan tangent au cylindre de diamètre moyen de la vis, passant par P.

On écrit la relation entre les angles φ' et φ en fonction de l'angle de flanc de filet α .

$$\tan \varphi' = \tan \varphi / \cos \alpha$$

Par exemple, en valeur
Numérique, pour $\varphi = 11.3^\circ$:

| | $\tan \varphi$ | $\tan \varphi'$ |
|--|----------------|-----------------|
| Filetage Tr ($\alpha = 15^\circ$) | 0,2 | 0,207 |



3.2 Système vis-écrou avec vis « motrice » en rotation, écrou « résistant » (soumis à une force de sens opposé à son mouvement) :

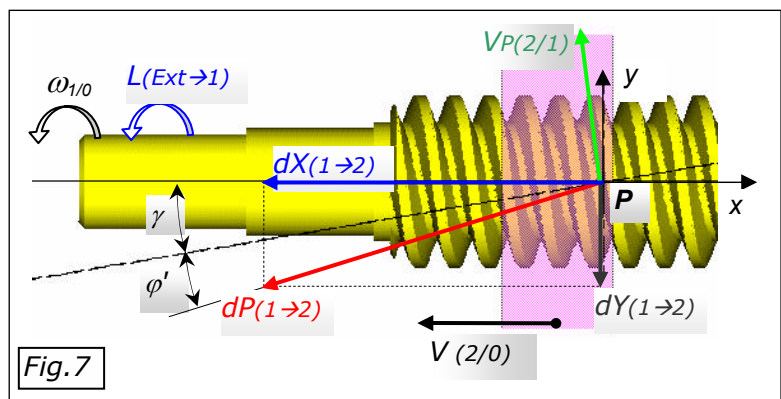
Hypothèses

- La vis 1 tourne dans le sens indiqué, P est un point du cylindre moyen de la vis.
- Le sens du déplacement de l'écrou 2 et le sens de rotation de la vis 1 sont donnés, et donc le vecteur vitesse de glissement de 1/2 au point P : $V_{(P2/1)}$ (voir §2).
- La vis 1 et l'écrou 2 sont respectivement soumis aux actions mécaniques définies par les torseurs associés, exprimés dans le repère $O(x,y,z)$:

$$\{\tau_{0 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & L_{0 \rightarrow 1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{\tau_{0 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} X_{0 \rightarrow 2} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

avec $X_{(Ext \rightarrow 2)} < 0$,
opposé au
déplacement de 2/0



Des données ci-dessus on déduit :

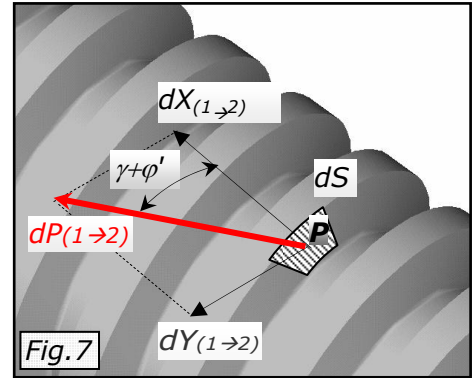
- La composante axiale élémentaire, sur une surface dS du filetage, de l'action de la vis 1 sur l'écrou 2 : $dX_{(1 \rightarrow 2)}$
- D'après la loi de Coulomb, la force élémentaire exercée en P par la vis 1 sur l'écrou 2 sur une surface dS : $dP_{(1 \rightarrow 2)}$
- La composante tangentielle élémentaire de l'action de la vis 1 sur l'écrou 2 : $dY_{(1 \rightarrow 2)}$, dont le moment par rapport à l'axe de la vis est : $r_{\text{moy}} \cdot dY_{(1 \rightarrow 2)}$
- Entre ces composantes on a la relation (Fig.7) :

$$dY_{(1 \rightarrow 2)} = dX_{(1 \rightarrow 2)} \cdot \tan(\gamma + \varphi')$$

- Le théorème du moment statique appliqué à la vis 1 permet alors d'écrire :

$$L_{0 \rightarrow 1} - \int r_{\text{moy}} \cdot dY_{2 \rightarrow 1} = 0 \quad \text{soit}$$

$$L_{0 \rightarrow 1} = - \int r_{\text{moy}} \cdot \tan(\gamma + \varphi') \cdot dX_{(1 \rightarrow 2)}$$



- Le théorème de la résultante statique appliqué à l'écrou 2 nous donne par ailleurs :

$$X_{(0 \rightarrow 2)} - \int dX_{(1 \rightarrow 2)} = 0 \quad \text{soit} \quad X_{(0 \rightarrow 2)} = \int dX_{(1 \rightarrow 2)}$$

d'où finalement :

$$L_{0 \rightarrow 1} = X_{(0 \rightarrow 2)} \cdot r_{\text{moy}} \cdot \tan(\gamma + \varphi') \quad (R4)$$

Calcul du rendement (vis « motrice », écrou « résistant »)

- Expression de la puissance sur l'écrou**

$$P_2 = \vec{F}_{(0 \rightarrow 2)} \cdot \vec{V}_{P(2/0)} \quad \text{donc} \quad P_2 = -X_{(0 \rightarrow 2)} \cdot V_{P(2/0)}$$

- Expression de la puissance sur la vis**

$$P_1 = \vec{M}_{(0 \rightarrow 1)} \cdot \vec{\Omega}_{(1/0)} \quad \text{donc} \quad P_1 = L_{(0 \rightarrow 1)} \cdot \omega_{1/0}$$

En faisant intervenir la relation R4 :

$$P_1 = -X_{(0 \rightarrow 2)} \cdot r_{\text{moy}} \cdot \tan(\gamma + \varphi') \cdot \omega_{1/0}$$

- Expression du rendement dans le cas de l'écrou soumis à une force résistante**

Et d'après R2 :

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} \quad \text{soit} \quad \eta = \frac{\tan \gamma}{\tan(\gamma + \varphi')} \quad (R5)$$

Calcul du rendement (écrou « moteur », vis « résistante »)

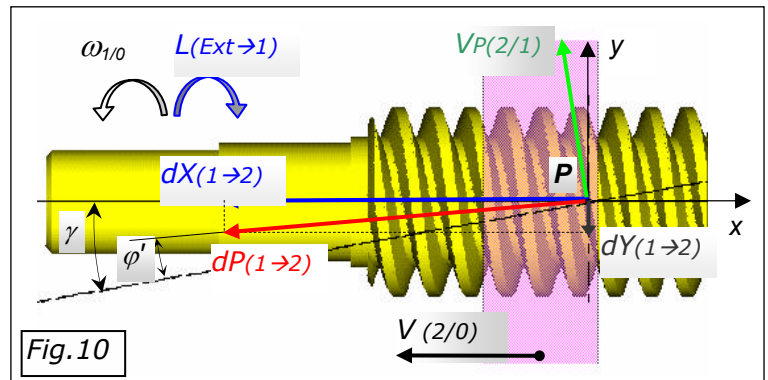
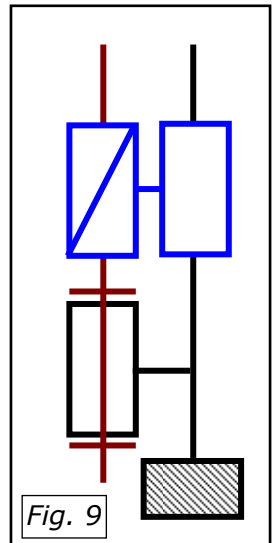
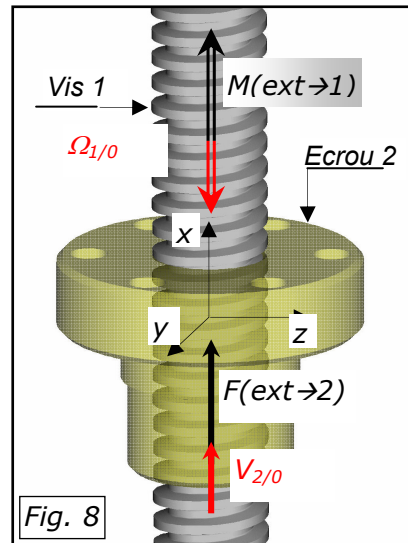
Hypothèses

- On reprend toutes les hypothèses de l'étude précédente (§3.2 page 3), à l'exception des sens des actions extérieures sur la vis et l'écrou, tels que :

$$\{\tau_{0 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & L_{Ext \rightarrow 1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{\tau_{0 \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} X_{Ext \rightarrow 2} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

avec $X_{Ext \rightarrow 2} > 0$ dans le sens du déplacement de 2 et $L_{Ext \rightarrow 1}$ s'opposant à la rotation de 1



Expression du rendement dans le cas de l'écrou soumis à une force motrice

- Une étude analogue à la précédente permet de montrer que dans le cas où l'écrou est soumis à une force motrice et la vis à un moment résistant :

$$L_{0 \rightarrow 1} = -X_{(0 \rightarrow 2)} \cdot r_{moy} \cdot \tan(\gamma - \phi') \quad (R6)$$

- Et le rendement s'exprime alors :

$$\eta = \frac{P_1}{P_2} \text{ soit } \eta = \frac{\tan(\gamma - \phi')}{\tan \gamma} \quad (R7)$$

Irréversibilité du système vis-écrou

- Le rendement tend vers 0 si $\phi' \rightarrow \gamma$ et le système est irréversible si : $\phi' \gamma$ (R8)
- Le rendement peut-être considéré comme négatif dans ce cas, il faut exercer un moment moteur sur la vis pour déplacer l'écrou même si celui-ci est soumis à une force dans le sens du mouvement (motrice)