

## VERIN A VIS : RENDEMENT DU SYSTEME ROUE-VIS TANGENTE

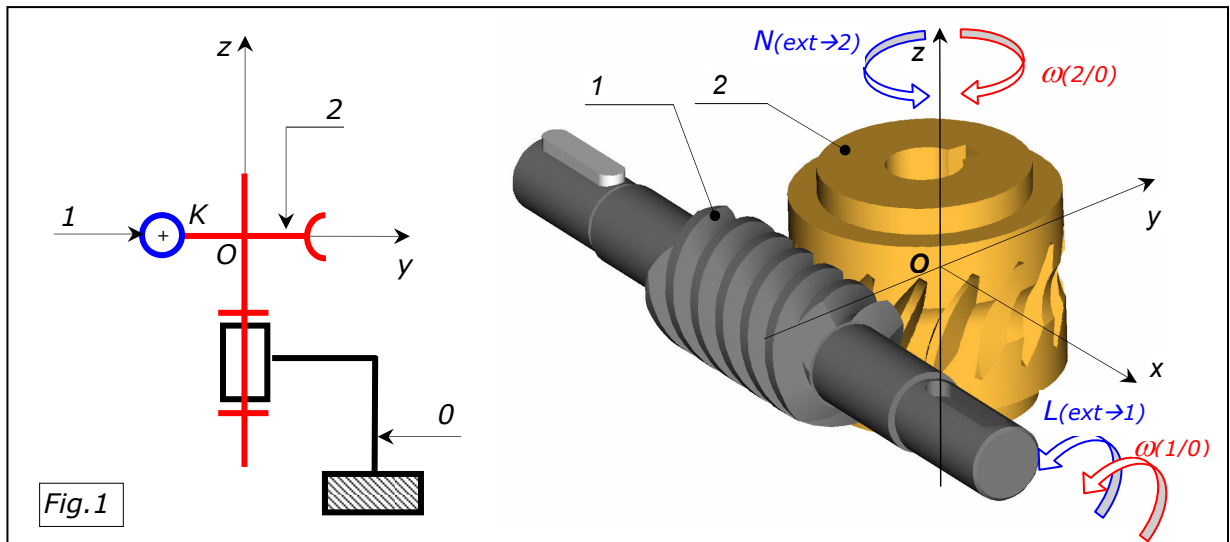
### Objectifs de l'étude

- Permettre le calcul du moment à appliquer à la vis ou à la roue pour équilibrer un moment appliqué généralement à l'autre élément, respectivement roue ou vis.
- Permettre le calcul du rendement du système

### Systemes roue-vis :

- On considère le système roue 2 et vis tangente 1 défini fig.1.
- La vis est soumise à un moment « moteur » et la roue à un moments « résistant » définis par les torseurs des actions mécaniques exprimés dans le repère  $(O, x, y, z)$  :

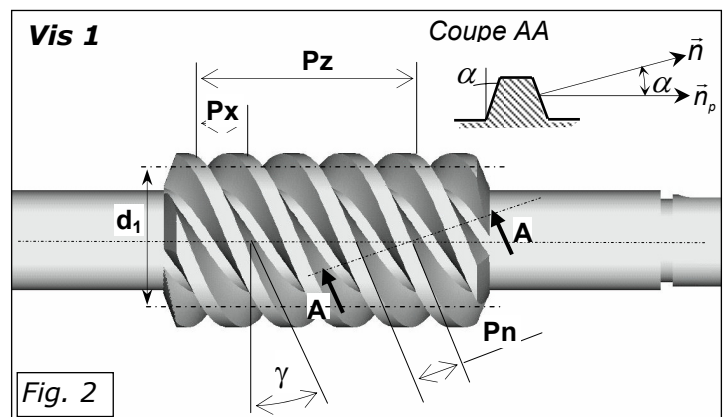
$$\{\tau_{(Ext \rightarrow 1)}\} = \begin{Bmatrix} 0 & L_{(Ext \rightarrow 1)} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix} \quad \text{et} \quad \{\tau_{(Ext \rightarrow 2)}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & N_{(Ext \rightarrow 2)} \end{Bmatrix} \quad \text{avec} \quad \begin{matrix} L_{(Ext \rightarrow 1)} > 0 \\ N_{(Ext \rightarrow 2)} < 0 \end{matrix}$$



### Caractéristiques de la vis 1

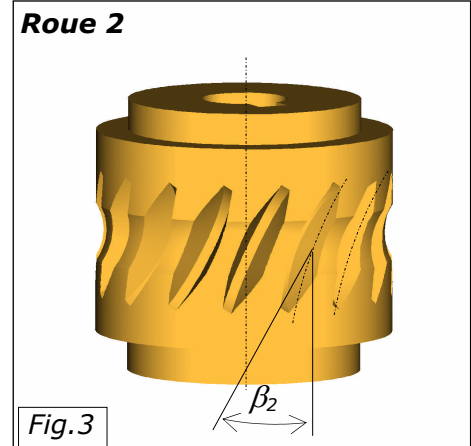
On utilise le modèle d'une vis 1 (fig. 2) que l'on imaginera associée à une roue 2 (fig. 3), montés conformément à la figure 1 et dont les caractéristiques principales sont :

- Module réel  $m_n$
- Denture hélicoïdale normale
- Angle de pression  $\alpha = 20^\circ$
- Diamètre primitif :  $d_1$
- Pas axial  $P_x$
- Pas de l'hélice  $P_z$
- Sens du filet : à droite
- Angle d'inclinaison du filet  $\gamma$  :  
 $\tan \gamma = P_z / \pi d_1$
- Nombre de filets :  $Z_1$



## Caractéristiques de la roue 2

- Denture hélicoïdale normale
- Angle de pression  $\alpha = 20^\circ$
- Diamètre primitif :  $d_1$
- Pas apparent  $P_t$
- Inclinaison de la denture : à droite
- Angle d'hélice :  $\beta_2$        $\beta_2 = \gamma = \pi/2 - \beta_1$
- Nombre de dents :  $Z_2$

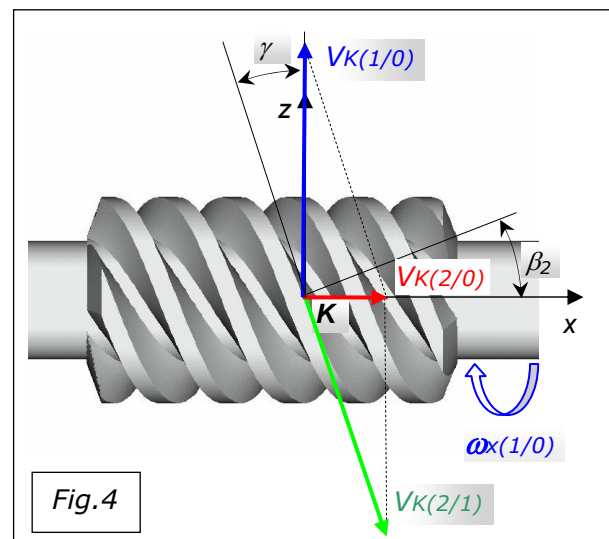


## 1. Etude cinématique

Conformément aux liaisons définies fig.3 les éléments de réduction au point K (contact des éléments primitifs) des torseurs cinématiques associés aux mouvements de la vis 1 et de l'écrou 2 par rapport à un référentiel lié au bâti 0 s'écrivent dans le repère  $P(x,y,z)$  :

$$\left\{ \mathcal{V}_{(1/0)} \right\}_K = \begin{Bmatrix} 0 & \omega_{x(1/0)} \\ 0 & 0 \\ v_{K(1/0)} & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\left\{ \mathcal{V}_{(2/0)} \right\}_K = \begin{Bmatrix} v_{K(2/0)} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \omega_{z(2/0)} \end{Bmatrix}$$



La loi de composition des vecteurs vitesse permet d'écrire (Fig.4) entre les solides en K :

$$\vec{V}_{K(2/0)} = \vec{V}_{K(2/1)} + \vec{V}_{K(1/0)}$$

D'où la relation entre les vecteurs vitesse au point K :

$$\left\{ \mathcal{V}_{(2/0)} \right\}_K = \left\{ \mathcal{V}_{(2/1)} \right\}_K + \left\{ \mathcal{V}_{(1/0)} \right\}_K \quad (R1)$$

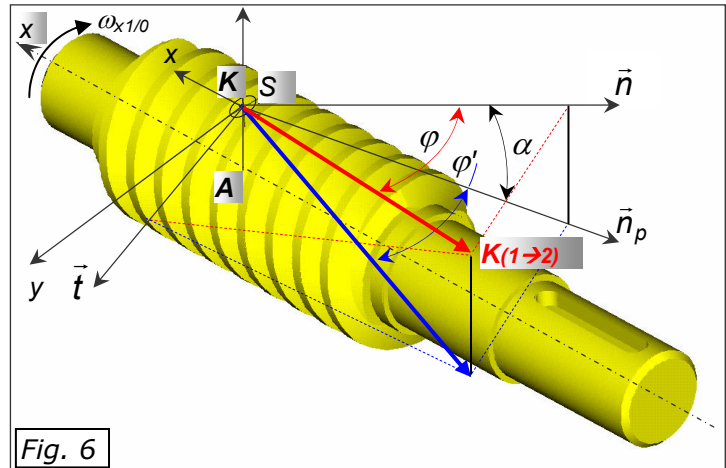
## 2. Etude statique

### 2.1 Angle d'adhérence ou de frottement projeté $\varphi'$

On considère une surface de contact  $S$  entre le flanc de filet de la vis et la dent de la roue, au voisinage d'un point  $K$ . Le contact a lieu avec frottement, caractérisé par l'angle  $\varphi : K(1 \rightarrow 2)$ , modélise la résultante des actions de contact vis sur roue sur cette surface, ramenée au point  $K$ .  $(K, n, t)$  étant un repère constitué de  $n$  vecteur unitaire normal au flanc du filet et  $t$  tangent à celui-ci et normal au rayon,  $n_p$  est la projection de  $n$  sur le plan tangent au cylindre primitif de la vis passant par  $K$ .

On écrit la relation entre les angles  $\varphi'$  et  $\varphi$  en fonction de l'angle de flanc de filet  $\alpha$  :

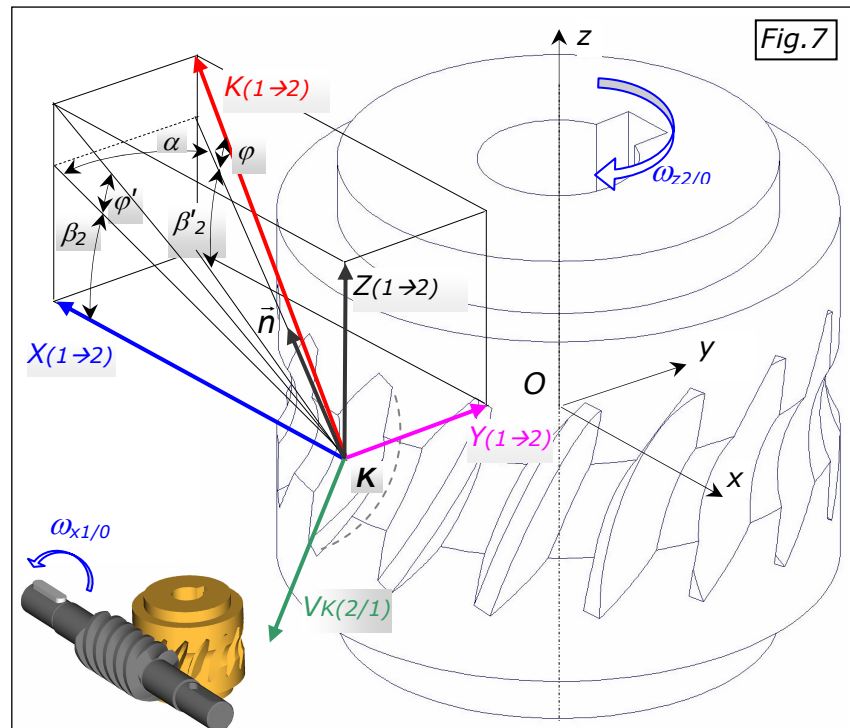
(R2)



### 2.2 Système roue-vis avec vis « motrice » et roue « résistante » :

#### Hypothèses

- La vis 1 tourne dans le sens indiqué,  $K$  est le point de contact des cylindre et tore primitifs respectivement de la vis et de la roue.
- Le vecteur vitesse de glissement au point  $K$  de 1 / 2 a été déterminé au §2 :  $V_{K(2/1)}$
- La vis 1 et la roue 2 sont soumises aux actions mécaniques extérieures définies page 1.



Le torseur associé à l'action de contact de la dent de la roue sur la vis, opposée à celle représentée fig.7 ci-dessus, s'exprime :

au point K :

$$\{ \tau_{(2 \rightarrow 1)} \}_K = \begin{Bmatrix} X_{(2 \rightarrow 1)} & 0 \\ -Y_{(2 \rightarrow 1)} & 0 \\ -X_{(2 \rightarrow 1)} \cdot \tan(\beta_2 + \varphi') & 0 \end{Bmatrix} \quad \text{avec } \beta_2 = \gamma$$

au point A de l'axe de la vis :

$$\{ \tau_{(2 \rightarrow 1)} \}_A = \begin{Bmatrix} X_{(2 \rightarrow 1)} & -r_1 \cdot Z_{(2 \rightarrow 1)} \\ -Y_{(2 \rightarrow 1)} & 0 \\ -X_{(2 \rightarrow 1)} \cdot \tan(\beta_2 + \varphi') & 0 \end{Bmatrix}$$

Le théorème du moment statique appliqué à la vis 1 permet alors d'écrire :

$$L_{(Ext \rightarrow 1)} - r_1 \cdot Z_{(2 \rightarrow 1)} = 0 \quad \text{soit} \quad L_{(Ext \rightarrow 1)} = r_1 \cdot X_{(2 \rightarrow 1)} \cdot \tan(\beta_2 + \varphi') \quad (R3)$$

Le théorème de la résultante statique appliqué à la roue 2 nous donne par ailleurs :

$$N_{(Ext \rightarrow 2)} = r_2 \cdot X_{(1 \rightarrow 2)} \quad (R4)$$

### Calcul du rendement (vis « motrice », roue « résistante »)

- Expression de la puissance sur la vis 1**

$$P_1 = \vec{L}_{(Ext \rightarrow 1)} \cdot \vec{\Omega}_{1/0} \quad \text{donc} \quad P_1 = r_1 \cdot X_{(2 \rightarrow 1)} \cdot \tan(\beta_2 + \varphi') \cdot \omega_{x1/0}$$

- Expression de la puissance sur la roue 2**

$$P_2 = \vec{N}_{(Ext \rightarrow 2)} \cdot \vec{\Omega}_{2/0} \quad \text{donc} \quad P_2 = -r_2 \cdot X_{(1 \rightarrow 2)} \cdot \omega_{z2/0}$$

En remarquant que  $v_{K(2/0)} = \omega_{z2/0} \cdot r_2$  et  $v_{K(1/0)} = \omega_{x1/0} \cdot r_1$

Avec la relation R1  $v_{K(2/0)} = v_{K(1/0)} \cdot \tan \beta_2$

- Expression du rendement dans le cas vis motrice – roue résistante**

On montre finalement :

$$\boxed{\eta = \frac{P_2}{P_1} \quad \text{soit} \quad \eta = \frac{\tan \beta_2}{\tan(\beta_2 + \varphi')}} \quad (R5)$$

## Calcul du rendement (roue « motrice », vis « résistante »)

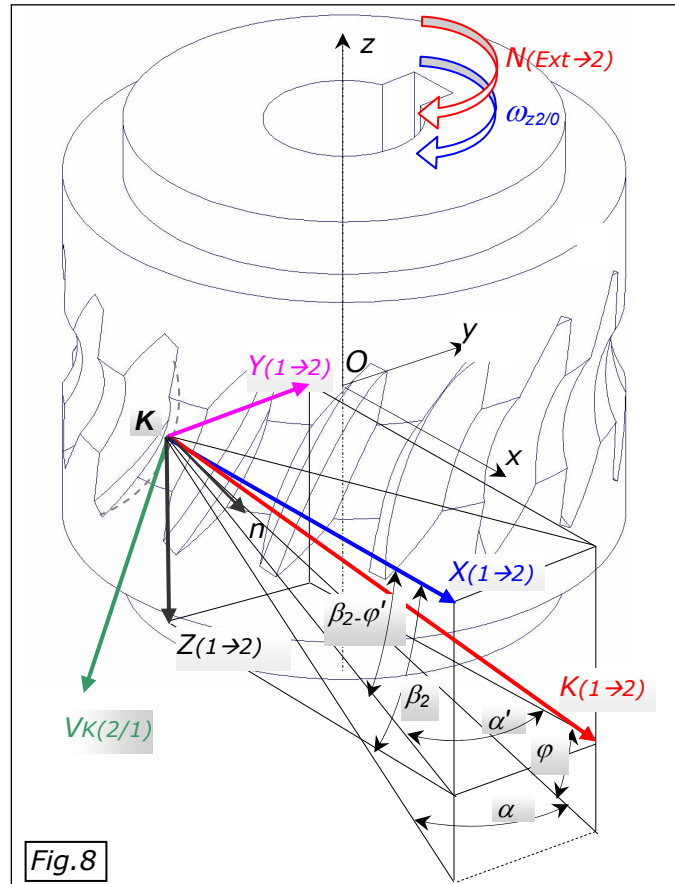
### Hypothèses

- On reprend toutes les hypothèses de l'étude précédente (§2.2 page 3), à l'exception des sens des actions extérieures sur la vis et la roue, tels que :

$$\{\tau_{0 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} 0 & L_{Ext \rightarrow 1} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}$$

$$\{\tau_{(0 \rightarrow 2)}\} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & N_{(Ext \rightarrow 2)} \end{Bmatrix}$$

avec  $N_{(Ext \rightarrow 2)} > 0$  de même sens que  $\omega_{z2/0}$  et  $L_{(Ext \rightarrow 1)}$  de sens opposé à  $\omega_{x1/0}$



### Expression du rendement dans le cas de la roue soumise à un moment moteur

- Une étude analogue à la précédente permet de montrer que dans le cas où la roue est soumise à un moment moteur et la vis à un moment résistant :

$$N_{(Ext \rightarrow 2)} = r_2 \cdot X_{(1 \rightarrow 2)} \quad (R6)$$

$$\text{donc} \quad L_{(Ext \rightarrow 1)} = -r_1 \cdot X_{(2 \rightarrow 1)} \cdot \tan(\beta_2 - \varphi') \quad (R7)$$

- Et le rendement s'exprime alors, en admettant  $\alpha = \alpha'$  :

$$\eta = \frac{P_1}{P_2} \text{ soit } \eta = \frac{\tan(\beta_2 - \varphi')}{\tan \beta_2} \quad (R8)$$

### Irréversibilité du système roue-vis

- Le rendement tend vers 0 si  $\varphi' \rightarrow \beta_2$  et le système est irréversible si  $\varphi' > \beta_2$  (R9)
- Le rendement peut-être considéré comme négatif dans ce cas, il faut exercer un moment moteur sur la vis pour entraîner la roue même si celle-ci est soumise à un moment dans le sens du mouvement (moteur)