

## ETUDE DE LA TORSION (poutre de section circulaire)

Mise en situation :



La rallonge de clef à douille que l'on peut voir sur la photo constitue un bon exemple de pièce soumise à la torsion, le couple exercé sur l'écrou ( $\varnothing M8$ ) est de 30 N.m.

Nous allons étudier une pièce cylindrique en mousse analogue à la partie centrale de cette rallonge.

### Description du banc d'essai :

La **photo Tor1** montre une vue générale du banc, la mousse ( $\varnothing 7\text{cm}$ , longueur 35cm) est en liaison encastrement du côté gauche, et en liaison pivot du côté droit. La **photo Tor2** montre la poutre avant et après déformation ( $\alpha_{\text{Maxi}} = 90^\circ$ )

La pièce de liaison du côté droit joue le rôle de poulie de chargement ( $\varnothing 5.5\text{cm}$ ) associée à un fil de nylon, une poulie de renvoi, et un jeu de poids. On peut ainsi exercer un moment de torsion connu sur la pièce.

La mesure des angles de torsion se fait sur des cadrans gradués en degrés. Les 3 cadrans permettent de mesurer l'angle de torsion à l'extrémité de la poutre, mais aussi à 1/3 et 2/3 de sa longueur. La **photo Tor3** représente la poutre déformée pour  $\alpha_{\text{Maxi}} = 60^\circ$ , et la **photo Tor4** pour  $\alpha_{\text{Maxi}} = 90^\circ$ .

L'étude des tracés effectués sur la surface de la poutre n'est pas très facile du fait de sa forme cylindrique, aussi nous allons travailler sur un développement de la surface latérale du cylindre (voir **figTor1**) qui est déroulée et mise à plat. Les mesures effectuées sur l'axe des ordonnées représentent des portions de circonférence, donc des angles  $\alpha$  (éch :  $\pi.d = 220\text{mm} \leftrightarrow 360^\circ$ ).

**Plan du TP :** (Réponses sur **DRTor1** et **DRTor2**).

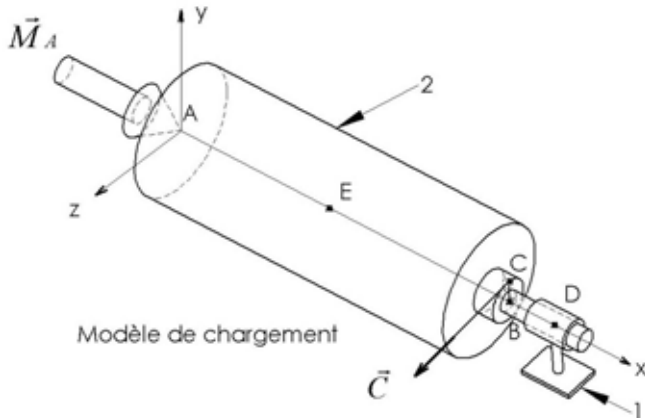
- 1 – Recherche des sollicitations dans la pièce.
- 2 – Relation entre  $\alpha$  et  $x$ .
- 3 – relation entre  $\alpha$  et  $M_t$ .
- 4 – Type de contrainte rencontré.
- 5 – Recherche expérimentale de contrainte.
- 6 – Calcul de contrainte théorique et comparaison.

## ETUDE DE LA TORSION

**Utiliser la figTor1 et les photos Tor1, 2, 3, 4.**

### 1 – Recherche des sollicitations dans la poutre :

A partir des informations du dessin, rechercher les sollicitations dans une section de centre E (d'abscisse x quelconque) de la poutre 2.



$$\vec{M}_A = \begin{vmatrix} M_{Ax} \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad \text{inconnu}$$

$$\vec{C} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ C_z \end{vmatrix} \quad \text{connu (poids)}$$

$CB = 2.75 \text{ cm}$

### 2 – Relation entre $\alpha$ (angle de torsion) et x (longueur de poutre) :

Remplir le tableau 1 à partir de l'observation de la photo Tor3, et le tableau 2 à partir de la photo Tor4, ou de la figTor1( développement de la poutre vue sur la photo Tor4).

Tableau1

x(cm)	$\alpha(d^\circ)$	$\alpha(\text{rd})$	$\alpha/x$ (rd/cm)
11.66			
23.33			
35			

Tableau2

x(cm)	$\alpha(d^\circ)$	$\alpha(\text{rd})$	$\alpha/x$ (rd/cm)
11.66			
23.33			
35			

En déduire le rapport entre  $\alpha$  et x :

## DRTor2

### 3 – Relation entre $\alpha$ et $M_t$ :

Compléter le tableau, le système de chargement est représenté sur la photo tor1,  $C_z$  est l'effort exercé par les poids,  $\alpha$  l'angle de torsion maxi correspondant.

$C_z(N)$	$M_t(N.cm)$	$\alpha (d^\circ)$	$\alpha (rd)$	$\alpha/M_t(rd/N.cm)$	$C_z(N)$	$M_t(N.cm)$	$\alpha (d^\circ)$	$\alpha (rd)$	$\alpha/M_t(rd/N.cm)$
0.9		10			5.4		60		
1.8		20			6.4		70		
2.7		30			7.2		80		
3.6		40			8.2		90		
4.5		50							

En déduire la relation entre  $\alpha$  et  $M_t$ .

### 4 – Type de contrainte rencontré :

Observer le développement de la **figTor1**, peut on dire si la déformation est due à une contrainte normale ou tangentielle ? pourquoi ? (au repos, les carreaux sont des carrés de 1 cm de côté).

### 5 – Recherche expérimentale de contrainte $\tau_{exp}$ (par extensométrie) : (sur la surface extérieure de la poutre).

Sur la **figTor1**, dans le triangle ABB' (supposé rectangle en B), calculer l'angle de glissement  $\gamma$ , en déduire la contrainte ( $G = 2.1 \text{ N/cm}^2$ ,  $\tau = G.\gamma$ ).

### 6 – Calcul de la contrainte théorique $\tau_{th}$ : (sur la surface extérieure de la poutre).

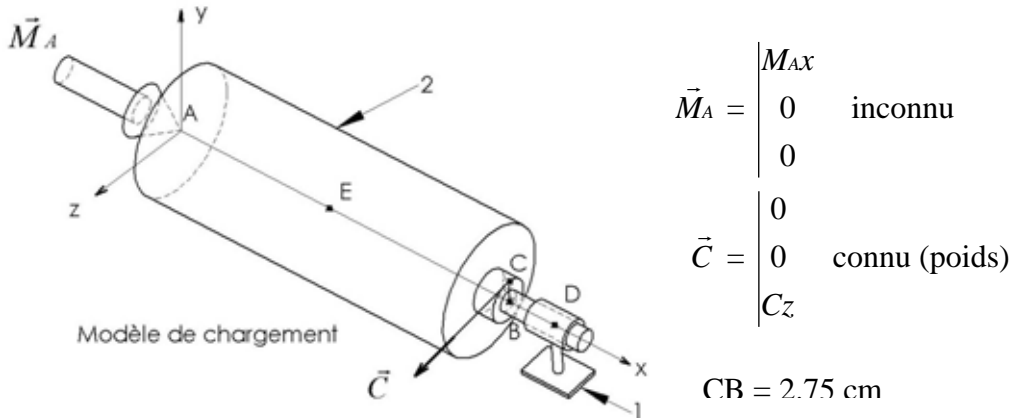
En utilisant les relations :  $\tau_{th} = \frac{M_t}{I_0} . \rho$  avec  $I_0 = \frac{\pi.d^4}{32}$

**ETUDE DE LA TORSION**

Utiliser la figTor1 et les photos Tor1, 2, 3, 4.

**1 – Recherche des sollicitations dans la poutre :**

A partir des informations du dessin, rechercher les sollicitations dans une section de centre E (d'abscisse x quelconque) de la poutre 2.



Etat de torsion pure ;  $M_t = 2.75 \times C_z$  (N.cm si  $C_z$  est exprimé en N).

**2 – Relation entre  $\alpha$  (angle de torsion) et x (longueur de poutre) :**

Remplir le tableau 1 à partir de l'observation de la photo Tor3, et le tableau 2 à partir de la photo Tor4, ou de la figTor1( développement de la poutre vue sur la photo Tor4).

Tableau1

x(cm)	$\alpha(d^\circ)$	$\alpha(rd)$	$\alpha/x$ (rd/cm)
11.66			
23.33			
35			

Tableau2

x(cm)	$\alpha(d^\circ)$	$\alpha(rd)$	$\alpha/x$ (rd/cm)
11.66			
23.33			
35			

En déduire le rapport entre  $\alpha$  et x :

$\alpha$  est proportionnel à x.

**DRTor2      CORRIGE****3 – Relation entre  $\alpha$  et  $M_t$  :**

Compléter le tableau, le système de chargement est représenté sur la photo tor1,  $C_z$  est l'effort exercé par les poids,  $\alpha$  l'angle de torsion maxi correspondant.

$C_z(N)$	$M_t(N.cm)$	$\alpha (d^\circ)$	$\alpha (rd)$	$\alpha/M_t (rd/N.cm)$	$C_z(N)$	$M_t(N.cm)$	$\alpha (d^\circ)$	$\alpha (rd)$	$\alpha/M_t (rd/N.cm)$
0.9		10			5.4		60		
1.8		20			6.4		70		
2.7		30			7.2		80		
3.6		40			8.2		90		
4.5		50							

En déduire la relation entre  $\alpha$  et  $M_t$ .

$\alpha$  est proportionnel à  $M_t$ .

**4 – Type de contrainte rencontré :**

Observer le développement de la **figTor1**, peut on dire si la déformation est due à une contrainte normale ou tangentielle ? pourquoi ? (au repos, les carreaux sont des carrés de 1 cm de côté).

Etat de cisaillement pur (le carré devient losange sans changement de longueur d'arête).

**5 – Recherche expérimentale de contrainte  $\tau_{exp}$  (par extensométrie) : (sur la surface extérieure de la poutre).**

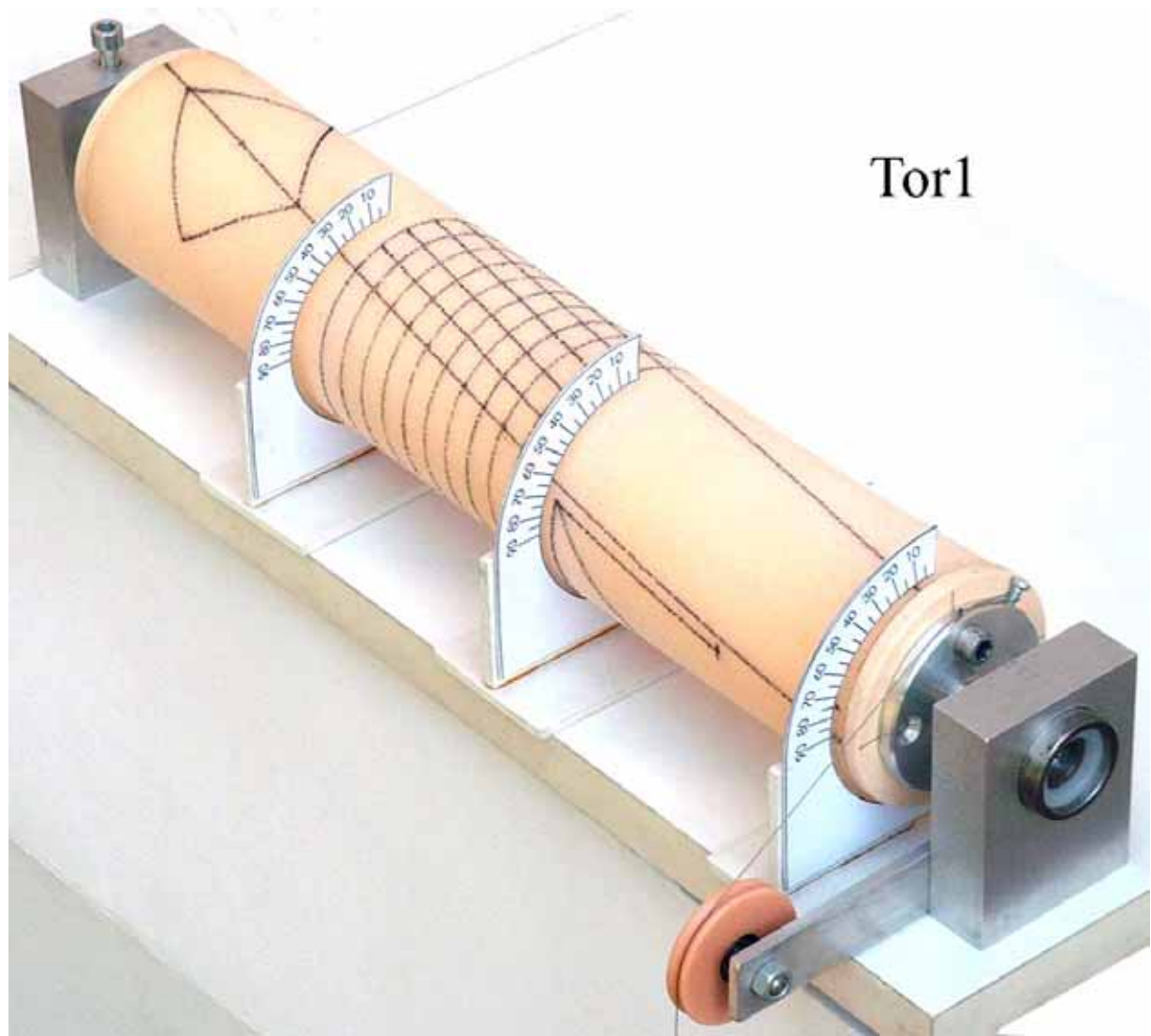
Sur la **figTor1**, dans le triangle ABB' (supposé rectangle en B), calculer l'angle de glissement  $\gamma$ , en déduire la contrainte ( $G = 2.1 \text{ N/cm}^2$ ,  $\tau = G.\gamma$ ).

$$\gamma = 0.157 \text{ rd} \qquad \tau_{exp} = 0.33 \text{ N/cm}^2$$

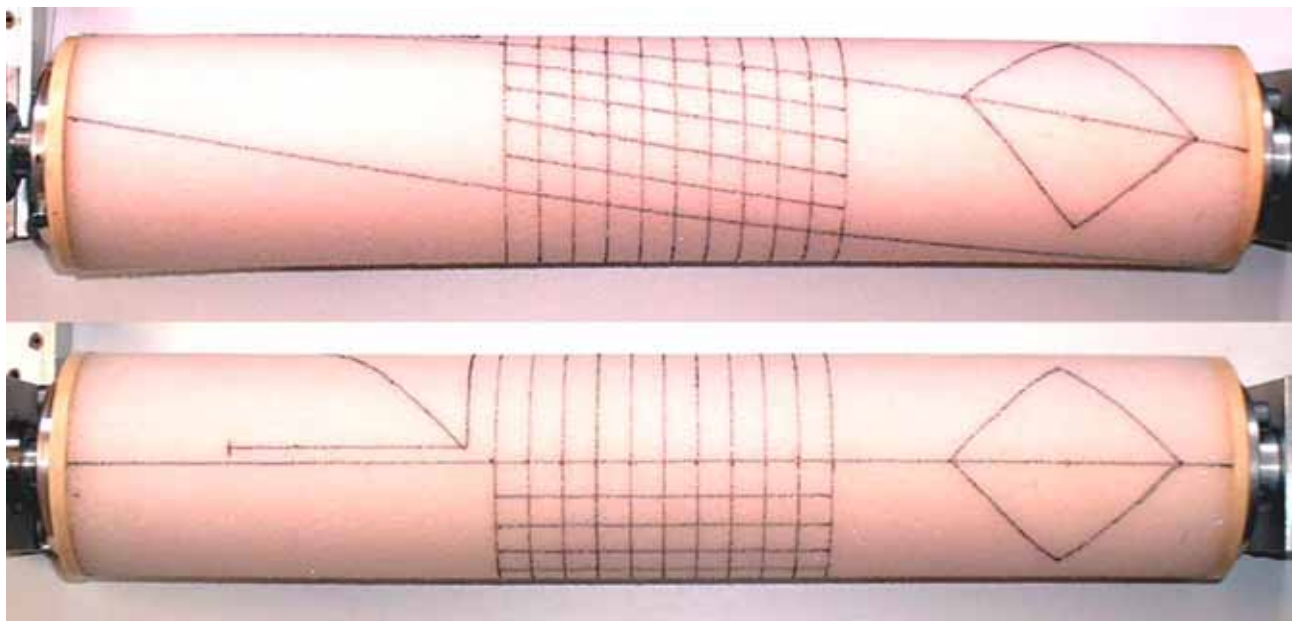
**6 – Calcul de la contrainte théorique  $\tau_{th}$  : (sur la surface extérieure de la poutre).**

En utilisant les relations :  $\tau_{th} = \frac{M_t}{I_0} . \rho$  avec  $I_0 = \frac{\pi.d^4}{32}$

$$\tau_{th} = 0.334 \text{ N/cm}^2$$

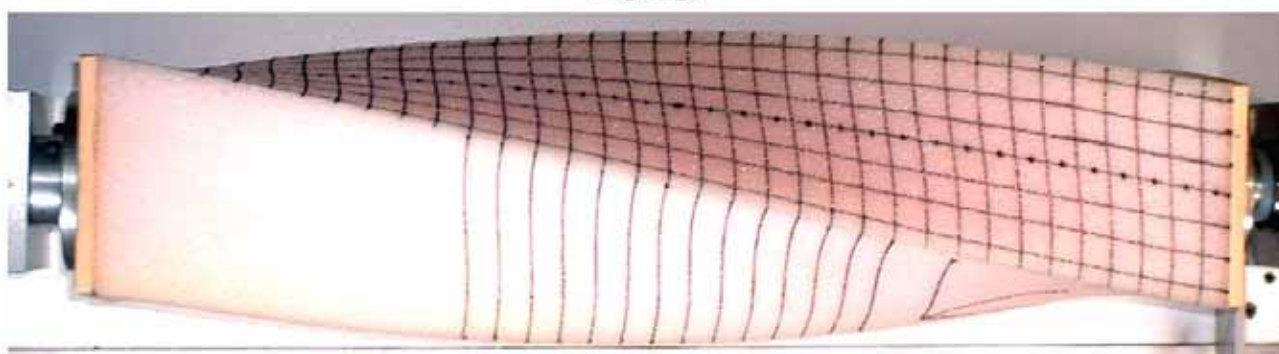
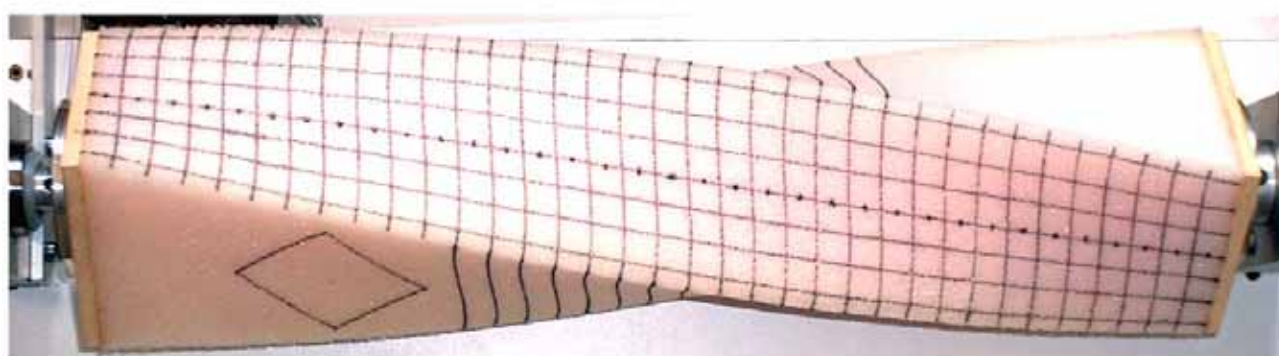
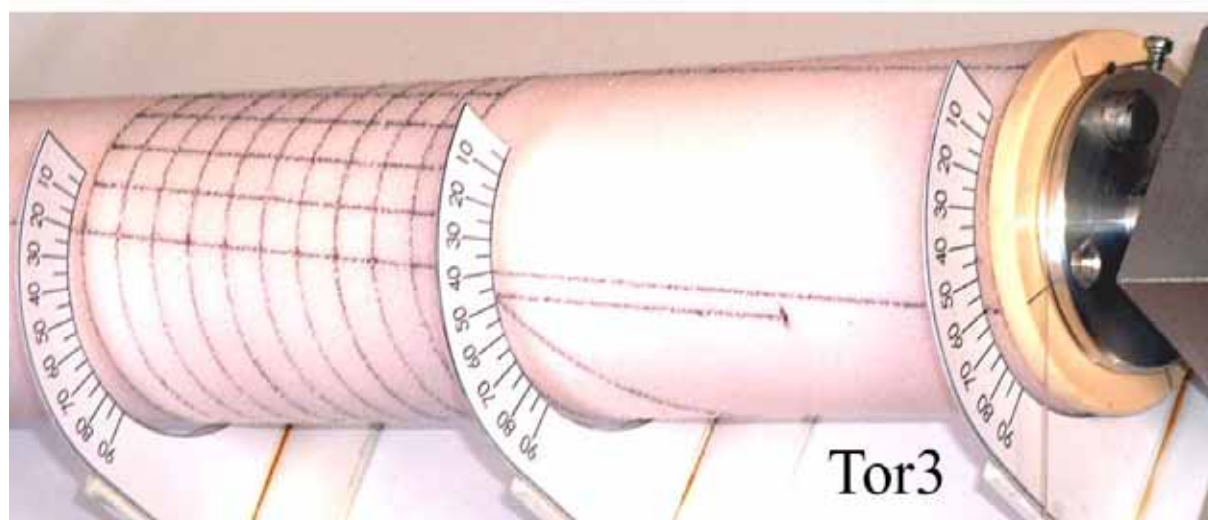
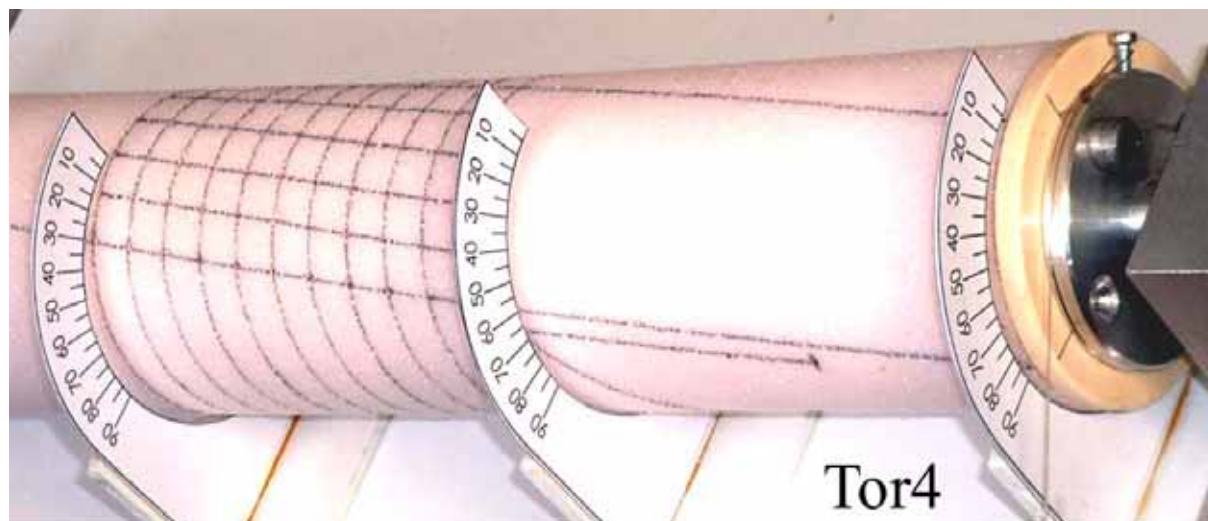


Tor1



Tor2





## Commentaires et compléments

### Chargement de la poutre :

En réalité elle est en liaison pivot glissant sans frottement du côté droit (roulement spécial : cage contenant 8 billes, en contact avec 2 surfaces cylindriques).

On constate en effet que la poutre se raccourcit, ce qui est normal puisque une génératrice qui était droite, devient hélice, sans changement de longueur. Ce raccourcissement est difficile à calculer, car  $\gamma$  varie en fonction du rayon, il est Maxi à l'extérieur et nul au centre, ce qui fait que la poutre est un syst hyperstatique en traction /compression (mais les contraintes introduites sont très faibles). Pratiquement ce raccourcissement (2 à 3 mm) peut être négligé .

### Torsion de poutres de section non circulaire : (Photo Tor5&6)

On voit bien le gauchissement des sections droites qui empêche d'utiliser l'hypothèse de Bernouilli, la déformation des carreaux montre bien : que  $\tau$  est nul sur les arêtes, et Maxi au milieu des faces.

\* Poutre de section carrée (  $a = 7$  cm): (Photo Tor5) Vue sur angle et sur plat

$\alpha = 90^\circ$  ;  $M_t = 35,5$  N.cm. ;  $E = 2,1$  N/cm<sup>2</sup>

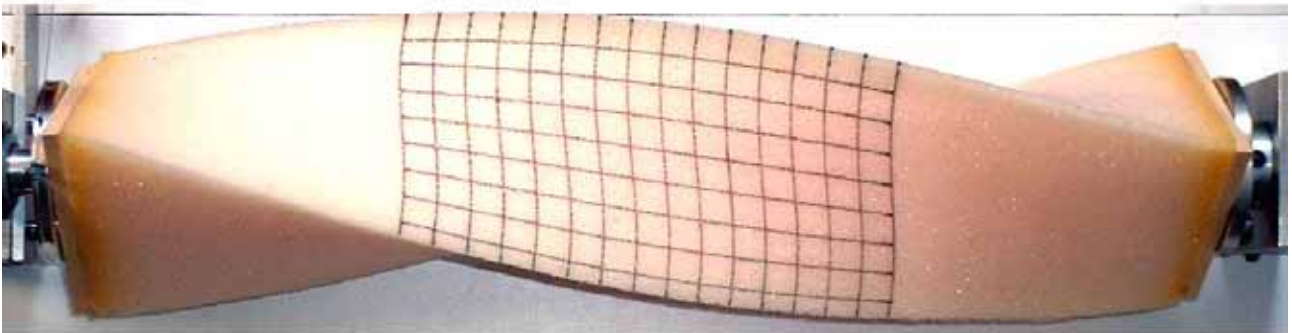
Formulaire :  $\tau_{\text{Maxi}} = 4,5 M_t/a^3$  ;  $\theta = 7,2 M_t/G.a^4$

\* Poutre en triangle équilatéral (  $a = 8,6$  cm): (Photo Tor6) Vue sur angle et sur plat

$\alpha = 60^\circ$  ;  $M_t = 15,7$  N.cm. ;  $E = 2,1$  N/cm<sup>2</sup>

Formulaire :  $\tau_{\text{Maxi}} = 20. M_t/a^3$  ;  $\theta = 46,2 M_t/G.a^4$

Utilisation : On peut comparer mesure ( $\gamma$  au centre des faces déterminé sur 4 carreaux) et calculs (formulaires).



Tor6

