

ETUDE DE LA FLEXION

Mise en situation :



La barre porte haltères que l'on peut voir sur la photo constitue un bon exemple de pièce soumise à la flexion (son chargement est similaire à celui que nous allons étudier). Nous pourrions étudier une pièce cylindrique en mousse analogue à la partie centrale de cette barre (voir **photo Flex5**) mais pour plus de facilité, nous allons d'abord étudier une pièce de section carrée.

Description du banc d'essai :

La **photo Flex1** montre une vue générale du banc (avant et après chargement), la mousse (section carrée de 7 cm de côté, longueur 35cm) est maintenue fléchée par des tiges et des galets d'appui.

L'effort sur appui est mesuré (au niveau de chaque galet) par un dynamomètre à l'instant du décollement de l'appui (voir **photoFlex2**).

La mesure des allongements se fera directement sur la poutre, ou sur la **figFlex1** qui est la copie de la mousse déformée.

La **photo Flex3** montre les surfaces supérieure et inférieure de la poutre avant et après déformation.

La **photo Flex4** montre une poutre de section rectangulaire, son chargement est analogue à celui de la photo Flex1 (sur chant et sur plat).

La **photo Flex5** montre la poutre cylindrique avec un chargement analogue à celui de la photo Flex1.

Plans des TPs :

TP Flex1 : étude des contraintes.(réponse sur **DRFlex1** et **DRFlex2**)

- 1 – Recherche des sollicitations.
- 2 – Type de contraintes rencontrées.
- 3 – Etude expérimentale de la répartition de contraintes.
- 4 – Etude théorique de la répartition de contraintes, et comparaison.

TP Flex2 : étude des déplacements.(réponse sur **DRFlex3**)

- 1 – Nature de la ligne moyenne déformée.
- 2 – Calcul du rayon de courbure.
- 3 – Calcul et mesure de la flèche, comparaison.
- 4 – Comparaison avec les résultats d'un formulaire.

ETUDE DE LA FLEXION (Contraintes dues à Mfz)

Utiliser la figFlex1, et les photo Flex1, 2 et 3.

1 – Recherche des sollicitations dans la partie BC de la poutre :

Calculer le torseur de cohésion au point C⁻ (point situé immédiatement à gauche de C) en déduire les sollicitations en tout point de la partie BC (écrire les composantes du torseur dans le repère Fx_1y_1z).

Données : $\|\vec{A}\| = \|\vec{B}\| = \|\vec{C}\| = \|\vec{D}\| = 7.5\text{N}$; $AB = CD = 5\text{ cm}$

2 – Type de contrainte rencontré :

Observer la photo flex3 (vues de dessus et de dessous de la poutre) peut on dire si la déformation observée est due à une contrainte normale ou tangentielle ? Pourquoi ?

3 – Etude expérimentale (par extensométrie) de la répartition de contrainte dans la poutre :

Nous allons utiliser la loi de Hooke ($\sigma = E.\varepsilon$), et donc mesurer la déformation des carreaux, pour déterminer les contraintes.

Remarque : On peut vérifier que le long d'une ligne d'ordonnée y par rapport à la ligne moyenne, la longueur d'un arc ex : $L_{3-3'}$, est constante le long de la poutre (effectuer cette mesure avec un réglet incurvé pour suivre la courbure de l'arc) c'est une conséquence du résultat de la question 1, ceci nous permet de mesurer les allongements sur 10 carreaux (ou plus) et d'avoir ainsi une meilleure précision que sur un seul carreau.

Mesurer pour y variant de -3.5 à $+3.5\text{ cm}$, les longueurs L (sur 10 carreaux) en déduire les déformations ε , puis les contraintes expérimentales σ_{exp} si $E_{\text{flexion}} = 5.2\text{ N/cm}^2$, tracer la répartition de σ_{exp} sur la section droite donnée, échelle $1\text{ N/cm}^2 \rightarrow 50\text{ mm}$ (répondre sur le document **DRFlex2**)

4 – Etude de la répartition théorique des contraintes dans une section droite :

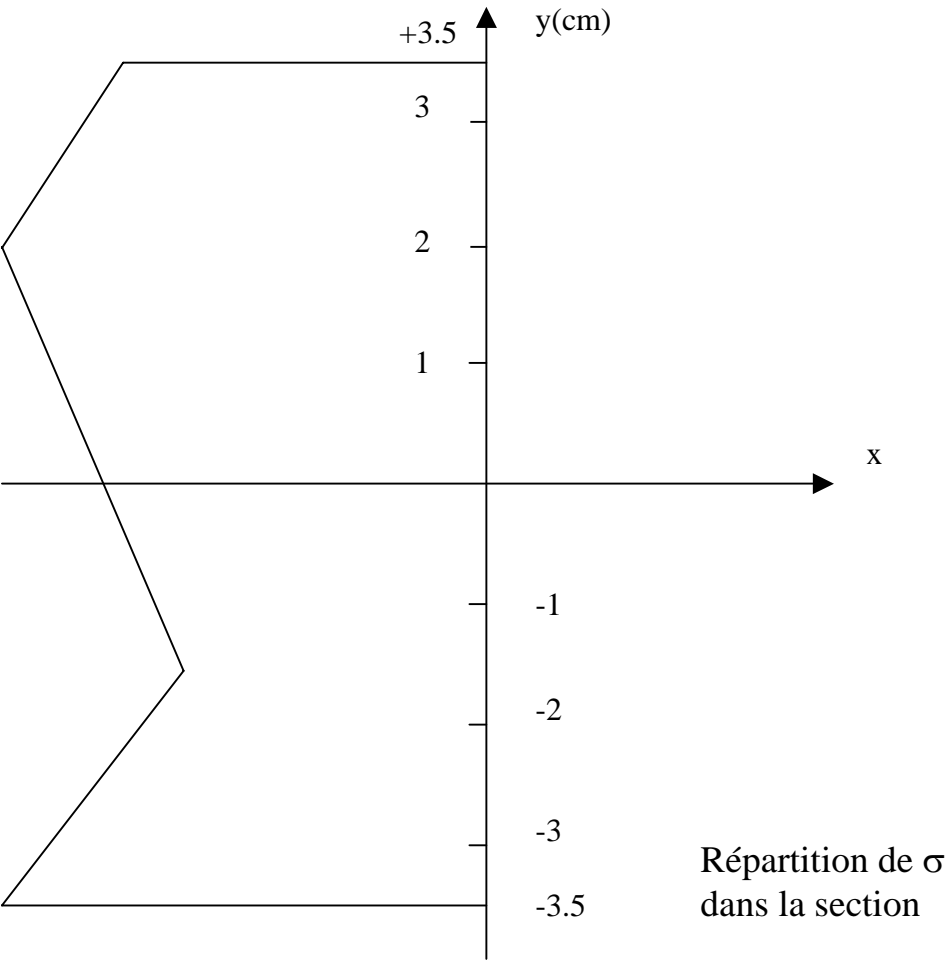
Calculer la contrainte de flexion théorique σ_{th} , pour y variant de -3.5 à $+3.5\text{ cm}$, répondre sur **DRFlex2** et tracer sa répartition sur la section droite donnée (utiliser la même échelle, mais avec une couleur différente).

Utiliser la relation : $\sigma_{\text{th}} = \frac{-Mfz}{I_{gz}}.y$ avec $I_{gz} = \frac{b.h^3}{12}$ ici $b = h = 7\text{ cm}$

Comparer les résultats obtenus.

Répartition des contraintes $\sigma_{(y)}$

y (cm)	L (cm)	ϵ	σ_{exp} (N/cm ²)	σ_{th} (N/cm ²)
+3.5				
+3				
+2				
+1				
0				
-1				
-2				
-3				
-3.5				



ETUDE DE LA FLEXION (Contraintes dues à Mfz)

Utiliser la figFlex1, et les photo Flex1, 2 et 3.

1 – Recherche des sollicitations dans la partie BC de la poutre :

Calculer le torseur de cohésion au point C⁻ (point situé immédiatement à gauche de C) en déduire les sollicitations en tout point de la partie BC (écrire les composantes du torseur dans le repère $F_{x_1y_1z}$).

Données : $\|\vec{A}\| = \|\vec{B}\| = \|\vec{C}\| = \|\vec{D}\| = 7.5\text{N}$; $AB = CD = 5\text{ cm}$

Etat de flexion pure entre B et C, $Mfz = -37.5\text{ N.cm}$

2 – Type de contrainte rencontré :

Observer la photo flex3 (vues de dessus et de dessous de la poutre) peut on dire si la déformation observée est due à une contrainte normale ou tangentielle ? Pourquoi ?

Le carré devient rectangle \Leftrightarrow contrainte normale (traction d'un côté, compression de l'autre).

3 – Etude expérimentale (par extensométrie) de la répartition de contrainte dans la poutre :

Nous allons utiliser la loi de Hooke ($\sigma = E.\varepsilon$), et donc mesurer la déformation des carreaux, pour déterminer les contraintes.

Remarque : On peut vérifier que le long d'une ligne d'ordonnée y par rapport à la ligne moyenne, la longueur d'un arc ex : $L_{3-3'}$, est constante le long de la poutre (effectuer cette mesure avec un réglet incurvé pour suivre la courbure de l'arc) c'est une conséquence du résultat de la question 1, ceci nous permet de mesurer les allongements sur 10 carreaux (ou plus) et d'avoir ainsi une meilleure précision que sur un seul carreau.

Mesurer pour y variant de -3.5 à $+3.5\text{ cm}$, les longueurs L (sur 10 carreaux) en déduire les déformations ε , puis les contraintes expérimentales σ_{exp} si $E_{\text{flexion}} = 5.2\text{ N/cm}^2$, tracer la répartition de σ_{exp} sur la section droite donnée, échelle $1\text{ N/cm}^2 \rightarrow 50\text{ mm}$ (répondre sur le document **DRFlex2**)

4 – Etude de la répartition théorique des contraintes dans une section droite :

Calculer la contrainte de flexion théorique σ_{th} , pour y variant de -3.5 à $+3.5\text{ cm}$, répondre sur **DRFlex2** et tracer sa répartition sur la section droite donnée (utiliser la même échelle, mais avec une couleur différente).

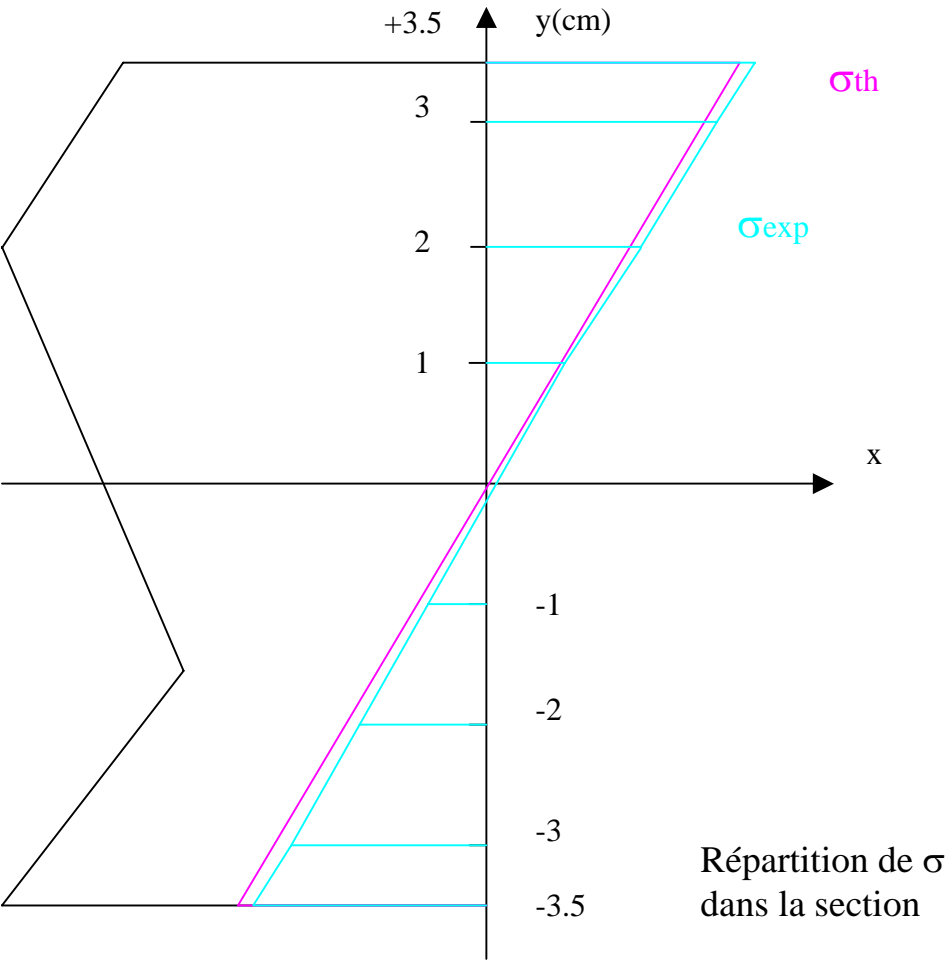
Utiliser la relation : $\sigma_{\text{th}} = \frac{-Mfz}{I_{gz}}.y$ avec $I_{gz} = \frac{b.h^3}{12}$ ici $b = h = 7\text{ cm}$

Comparer les résultats obtenus.

Bonne corrélation entre théorie et pratique.

Répartition des contraintes $\sigma_{(y)}$

y (cm)	L (cm)	ε	σ_{exp} (N/cm ²)	σ_{th} (N/cm ²)
+3.5	11.35	0.135	0.702	0.655
+3	11.15	0.115	0.598	
+2	10.8	0.08	0.416	
+1	10.4	0.04	0.208	
0	10.05	0.005	0.026	0
-1	9.7	-0.03	-0.156	
-2	9.35	-0.065	-0.338	
-3	9	-0.1	-0.52	
-3.5	8.8	-0.12	-0.624	-0.655



ETUDE DE LA FLEXION (Déplacements dus à Mfz)

Utiliser la figFlex1, et les photos flex1, et 4.

1 – Quelle est la nature de la ligne moyenne déformée dans la zone EF, si on considère la relation : $R(x) = \frac{E.Ig_z}{Mf_{z(x)}}$ où $R(x)$ est le rayon de courbure de la déformée.

2 – Calculer R à partir des caractéristiques de la poutre (voir les résultats du doc **DRFlex1**).

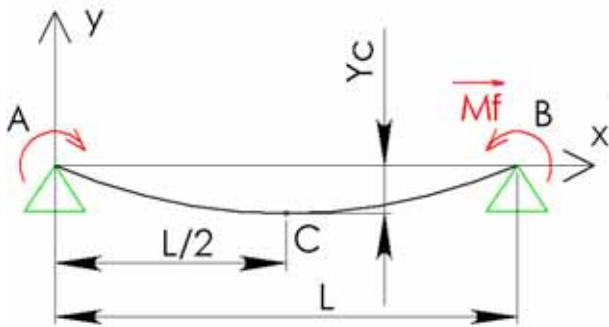
3 – Calculer la flèche h , à partir de la valeur de R , et des propriétés géométriques qui lient l'arc EF à sa corde D.

$$\text{Relation entre } R, D \text{ et } fl : fl = R - 0.5 \sqrt{4R^2 - D^2}$$

Comparer cette valeur avec celle de la flèche mesurée.

4 – Calcul de la flèche Maxi en utilisant un formulaire :

Le résultat est obtenu par la méthode de « double intégration » qui considère que la poutre est droite au départ, et que les déformations restent faibles.



$$y_c = -\frac{Mf_z.L^2}{8.E.Ig_z}$$

Remarque :

Au repos $L = 35 \text{ cm}$

Comparer mesures et calcul, remarques.

ETUDE DE LA FLEXION (Déplacements dus à Mfz)

Utiliser la figFlex1, et les photos flex1, et 4.

1 – Quelle est la nature de la ligne moyenne déformée dans la zone EF, si on considère

la relation : $R(x) = \frac{E.I_g z}{M_{fz(x)}}$ où $R(x)$ est le rayon de courbure de la déformée.

R est constant, la déformée est un arc de cercle.

2 – Calculer R à partir des caractéristiques de la poutre (voir les résultats du doc **DRFlex1**).

R = 27.74 cm

3 – Calculer la flèche h, à partir de la valeur de R, et des propriétés géométriques qui lient l'arc EF à sa corde D.

Relation entre R, D et fl : $fl = R - 0.5 \sqrt{4R^2 - D^2}$

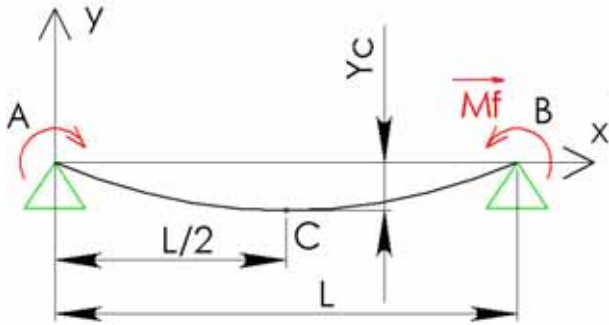
Comparer cette valeur avec celle de la flèche mesurée.

Calcul : $h_{calc} = 5.07 \text{ cm}$; fl mesurée = 5 cm

Bonne corrélation calcul mesure.

4 – Calcul de la flèche Maxi en utilisant un formulaire :

Le résultat est obtenu par la méthode de « double intégration » qui considère que la poutre est droite au départ, et que les déformations restent faibles.



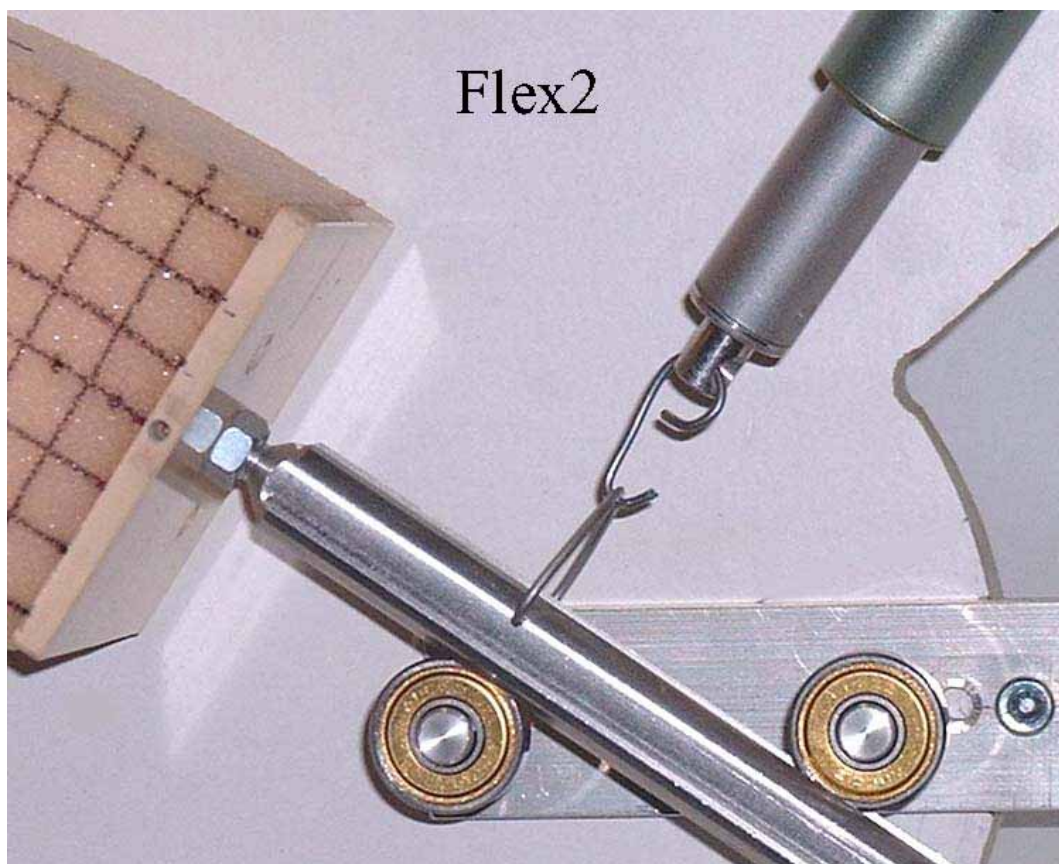
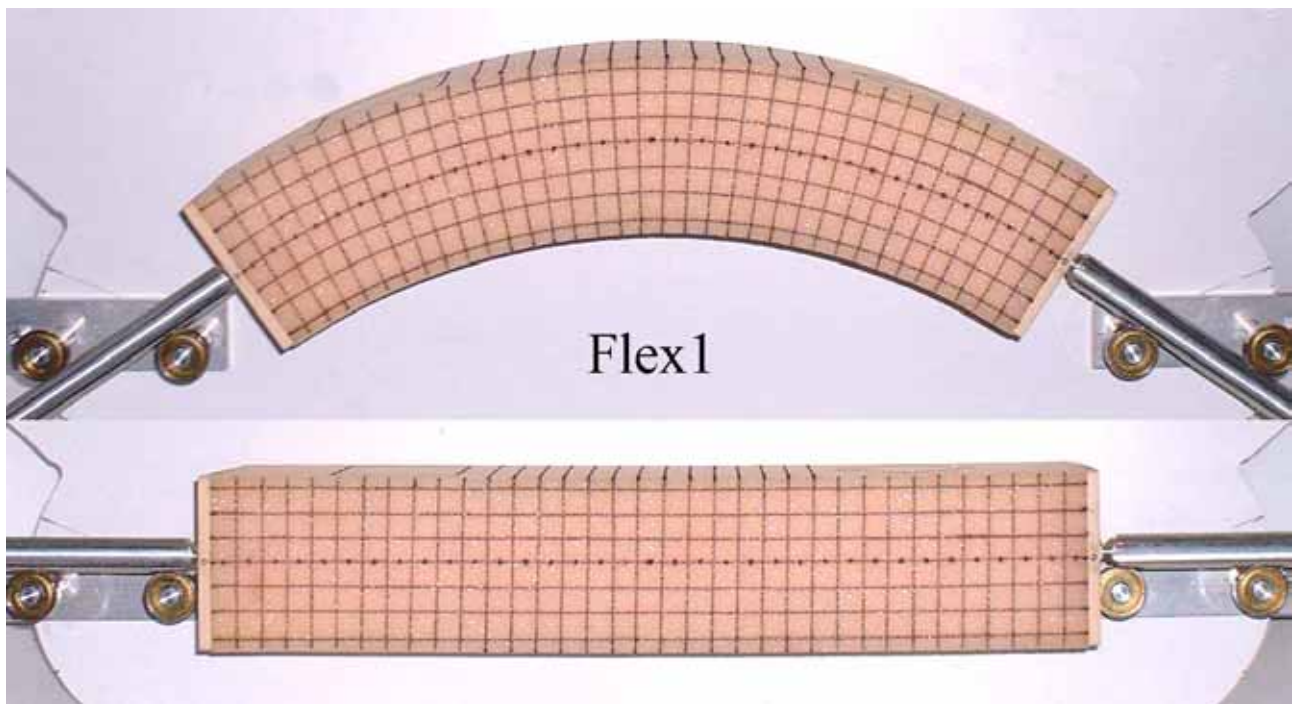
$$y_c = -\frac{M_{fz} \cdot L^2}{8 \cdot E \cdot I_{gz}}$$

Remarque :

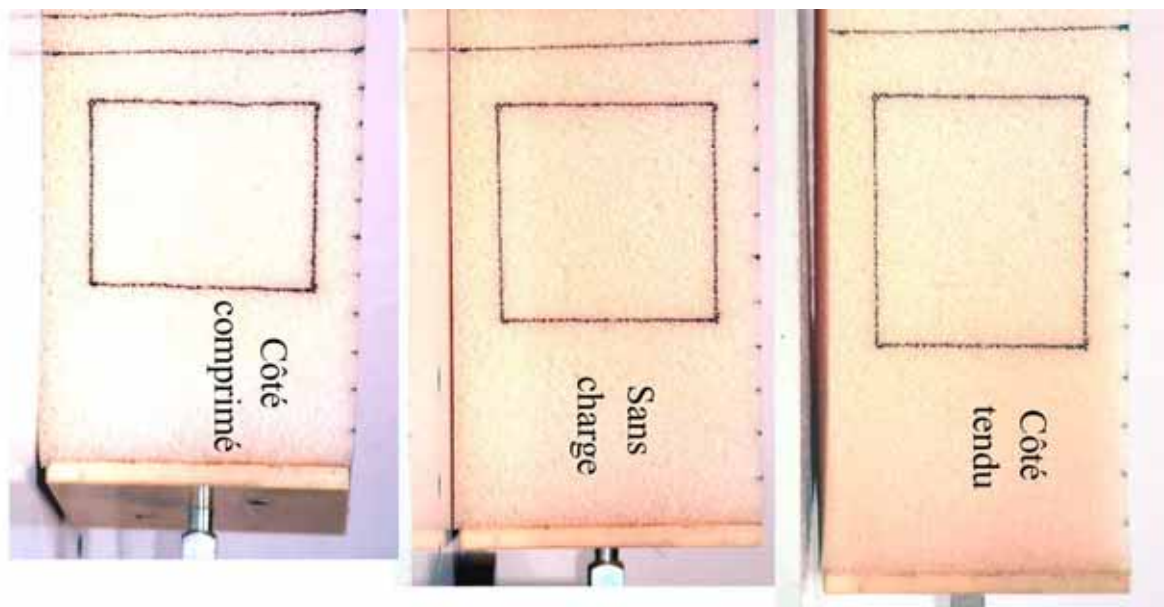
Au repos $L = 35 \text{ cm}$

Comparer mesures et calcul, remarques.

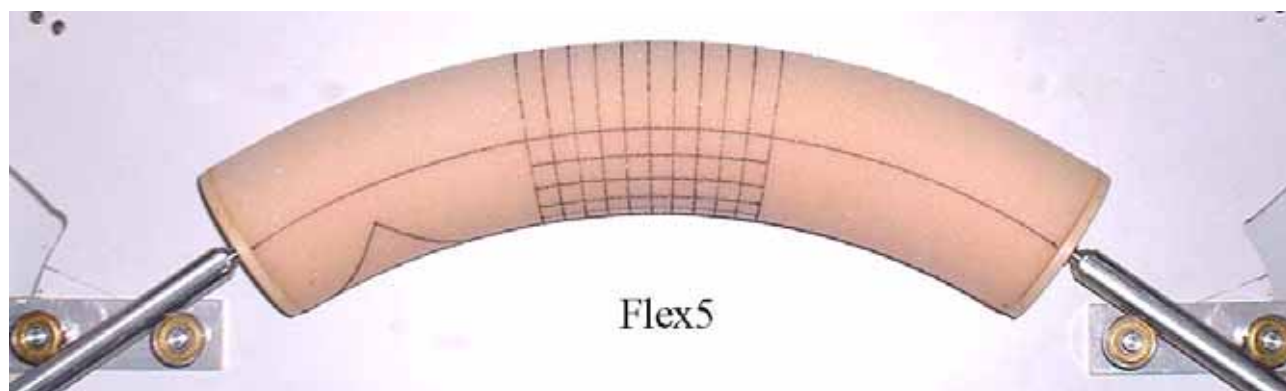
$y_{c_{calc}} = 5.5 \text{ cm}$, écart de 10% par rapport au formulaire, car ici les déformations sont relativement importantes (notamment $D = 32 \text{ cm}$ alors que $L = 35 \text{ cm}$ au repos).



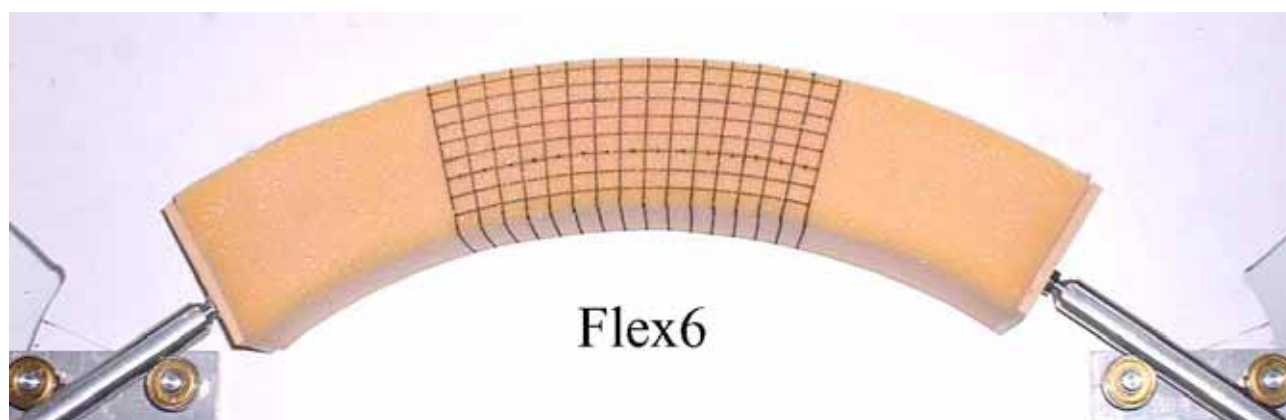
Flex3

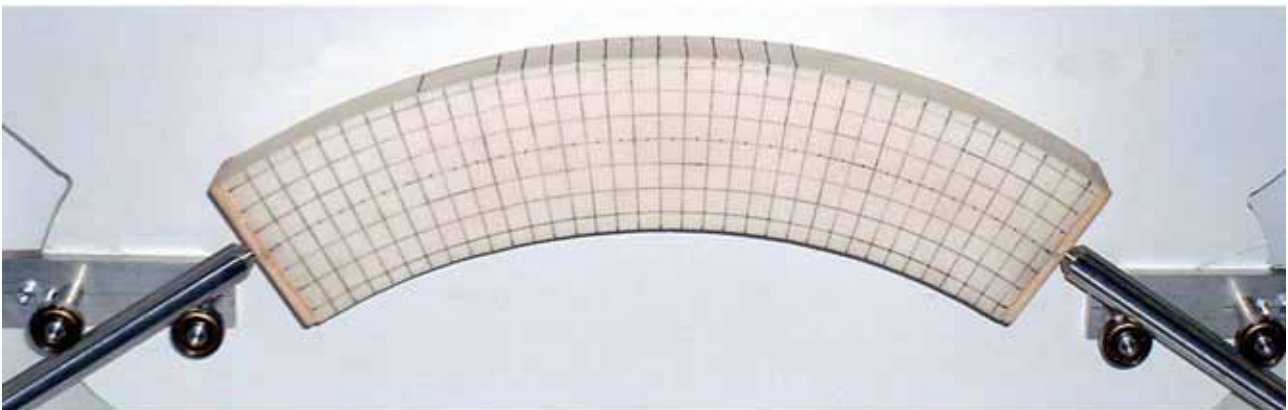
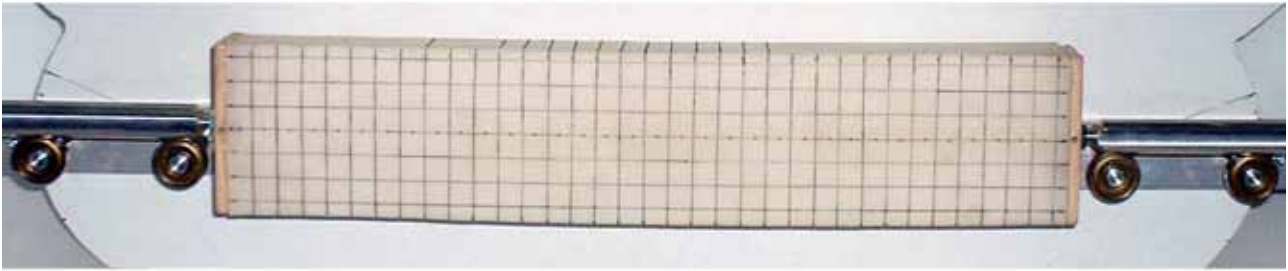


Flex5

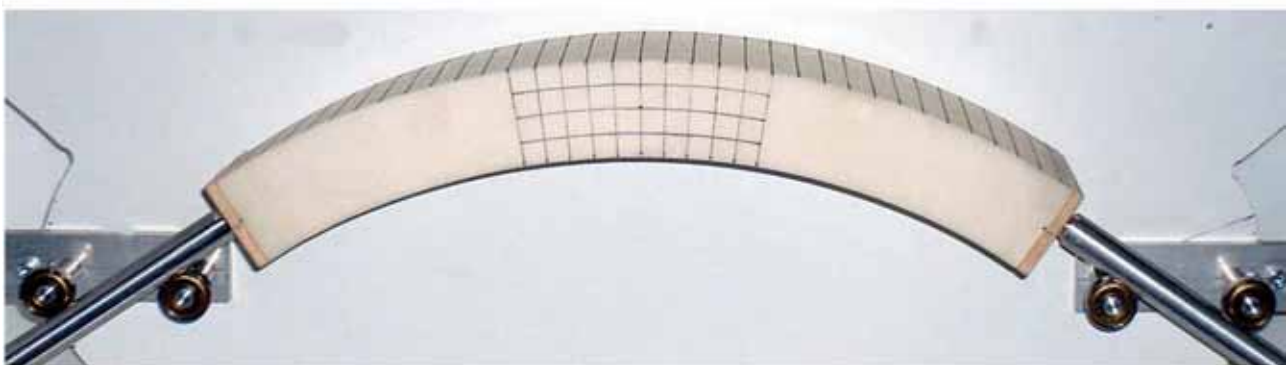
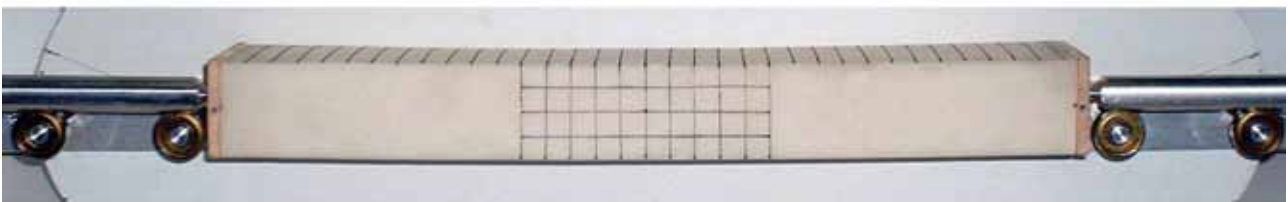


Flex6





Flex4

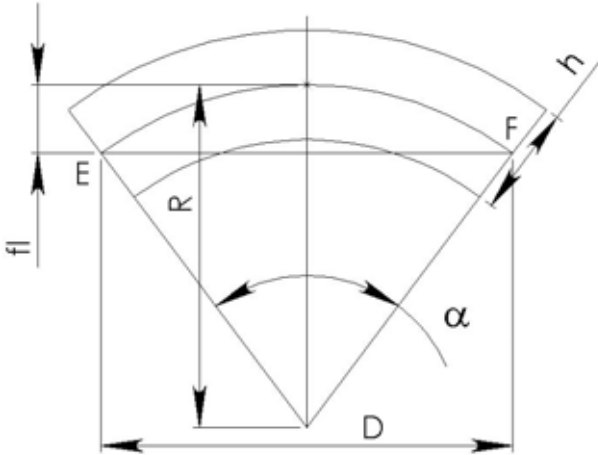


Commentaires et compléments

Chargement de la poutre :

Choisit pour avoir un état de flexion pure dans la poutre. Les roulements d'appui (pas de frottement) permettent à la poutre de se positionner automatiquement dans cet état (équilibre sous l'action de 2 couples purs opposés).

La déformée est circulaire, il y a donc une relation simple entre la géométrie de la poutre et l'état de déformation.



L = longueur EF au repos

$$L = R \cdot \alpha$$

$$\epsilon_{\text{Maxi}} = h/2R$$

La photo **flex4** représente une poutre de section rectangulaire supportant le même type de chargement (sur chant et sur plat) on peut s'en servir d'exercice ou de synthèse.

Données : $E = 9.6 \text{ N/cm}^2$; Section : $7.2 \times 4 \text{ cm}$; longueur : 34.5 cm ; $\alpha = 68.66^\circ$

* Sur chant : $M_{fz} = -39.6 \text{ N.cm}$.

* Sur plat : $M_{fz} = -12.1 \text{ N.cm}$.

La photo **flex5** représente une poutre cylindrique supportant le même type de chargement, on peut s'en servir d'exercice ou de synthèse.

Données : $E = 5.2 \text{ N/cm}^2$; Section : $\varnothing 7 \text{ cm}$; longueur : 35 cm ; $\alpha = 68.66^\circ$

$M_{fz} = -22 \text{ N.cm}$

La photo **flex6** représente une poutre ayant pour section un triangle équilatéral supportant le même type de chargement, on peut s'en servir d'exercice ou de synthèse.

Données : $E = 5.2 \text{ N/cm}^2$; Côté $8,6 \text{ cm}$; longueur : 35 cm ; $\alpha = 68.66^\circ$

$M_{fz} = -19 \text{ N.cm}$

Autres cas de chargement :

La poutre rectangulaire ($E = 9.6 \text{ N/cm}^2$; longueur = 34.5 cm ; section $7.2 \times 4 \text{ cm}$) a été utilisée pour modéliser 5 autres types de chargements dont la modélisation est donnée dans un formulaire (voir fichier flexform.doc) ; chaque cas est illustré par une mise en situation (MES).

* Poutre sur 2 appuis simples chargée au milieu : Photo **flex7**.

Résultats :

- Sur chant : $F_y = -2.8 \text{ N}$; $Y_c = -20 \text{ mm}$.

- Sur plat : $F_y = -0.9 \text{ N}$; $Y_c = -20 \text{ mm}$.

MES : montage entre pointes (tournage). Photo **flex12**.

* Poutre encastree à une extrémité, chargée à l'autre : Photo **flex8**.

Résultats : $F_y = -0.8 \text{ N}$; $Y_b = -90 \text{ mm}$.

MES : outil à tronçonner.(tournage).Photo **flex16**.

- * Poutre encastrée à une extrémité, chargée à l'autre extrémité, qui est guidée en translation libre : Photo **flex9**.

Résultats : $F_y = -1.5 \text{ N}$; $Y_b = 43 \text{ mm}$.

MES guidage de palier sur TP « équilibrage Deltalab » Photo **flex17**

Remarques :

Guidage en translation libre : la plaque de chargement droite de la poutre peut occuper une position quelconque (dans le plan de chargement) mais doit rester verticale. Ceci est obtenu avec un double parallélogramme déformable, une autre possibilité consisterait à utiliser 2 liaisons glissières de directions perpendiculaires (voir le formulaire) ces 2 solutions étant couramment employées pour réaliser des appareils à dessiner (pour tables à dessin)

. Un système de contrepoids est utilisé pour que la ligne moyenne de la poutre soit droite au repos.

- * Poutre encastrée à une extrémité, en appui simple sur l'autre, chargée au milieu ; Photo **flex10**.

Résultats : $F_y = -6 \text{ N}$; $Y_c = 20 \text{ mm}$.

MES montage mixte (tournage).Photo **flex13** et **flex14**

- * Poutre encastrée à une extrémité, en liaison glissière sur l'autre, chargée au milieu : Photo **flex11**

Résultats : $F_y = -11 \text{ N}$; $Y_c = 20 \text{ mm}$.

.MES montage entre 2 mandrins (tournage).Photo **flex15**

Tous ces exemples peuvent servir d'exercices ou de synthèse.

Etude d'une phase de tournage (TP à construire à partir des données suivantes)

But : Choisir le meilleur système de maintien de la pièce sur la machine.

Pièce usinée : c'est une éprouvette de traction (acier E300Pb) qui est relativement longue donc flexible.

Résultats d'essai :

- * Entre pointes : broutement et nécessité d'aménager 2 centres en bout de pièce.
- * Montage mixte : pas de broutement, nécessité d'aménager 1 centre en bout de pièce, mais possibilité d'utiliser un accessoire de maintien (voir photo flex14) disponible dans le commerce (pas de centre à usiner).
- * Montage entre 2 mandrins : pas de broutement ni de centre à aménager mais le mandrin de droite (en liaison pivot glissant avec la contre pointe) doit être réalisé spécialement.

Trame de TP possible :

- * A partir du montage entre pointes, rechercher : le modèle de chargement et l'équivalent moussé. ; calculer la raideur théorique (brut $\varnothing 12 \text{ mm}$; long 180 mm ; $E = 200000 \text{ N/mm}^2$) signaler le broutement qui rend l'usinage impossible.
- * Proposer le montage mixte ; mêmes questions (la pièce est serrée dans le mandrin sur une longueur de 40 mm), ici l'usinage est possible.
- * Proposer le montage entre 2 mandrins (pièce serrée sur 20 mm dans le mandrin de droite); mêmes questions.
- * Comparaisons d'un point de vue productique : rigidité du montage, nécessité ou non d'aménager un centre ; disponibilité ou non d'accessoires de positionnement, temps de changement de pièce.
- * Synthèse : avantages et inconvénients des mises en position hyperstatique.

Effets des déplacements sur les actions de liaison : (justification de l'hypothèse sur les petits déplacements) .

Utiliser la photo **flex18**, qui montre la poutre rectangulaire encastrée à une extrémité, et libre à l'autre, au repos et chargée .

Le déplacement dL entraîne une diminution de 6% du moment d'encastrement.

Flexion déviée : (voir la photo **flex20**).

La poutre rectangulaire est encastrée à une extrémité, et libre à l'autre, la charge de 0.5 N est appliquée dans un plan incliné de 45° par rapport aux axes principaux de la section.

Valeurs mesurées : dy = 92 mm ; dz = 28 mm. Comparer calculs et mesures.

Contrainte d'incurvation : (voir la photo **flex19**).

La poutre est enroulée sur un cylindre de rayon R = 17.8 cm ; Mfz = 19 N.cm
Calculer la contrainte d'incurvation :

* A partir du Mfz.

* A partir de la géométrie : $\sigma = \frac{E.e}{E.e(R + e/2)}$

E = module d'élasticité ; e = épaisseur de la pièce enroulée

Orientation des sections droites : (voir photo **flex21**).

* Poutre carrée : La flèche est la même pour les 2 orientations de section droite, et effectivement le Igz est le même ! La contrainte Maxi est différente néanmoins.

* Poutre en triangle équilatéral : La flèche est la même pour les 2 orientations de section droite, et effectivement le Igz est le même ! La contrainte Maxi est différente néanmoins.