

## AMELIORER LES PERFORMANCES D'UN AXE ASSERVI

### PROBLEMATIQUE

On cherche à mettre en place une démarche permettant d'optimiser les performances de positionnement de l'axe tout en minimisant les délais de mise au point et de validation du cahier des charges.

Dans un premier TP on a pu mettre en place un modèle de boucle ouverte avec une variante linéaire et une non linéaire. Cette dernière variante de modèle a été validée et s'est révélée refléter très correctement le comportement du système et ce sous une large variété d'entrées.

Dans ce second TP on cherche à exploiter le modèle mis en place pour caler un correcteur permettant de satisfaire au mieux les exigences du cahier des charges.

Deux autres méthodes de synthèse de correcteur sont utilisées par les expérimentateurs.

### DEROULEMENT DES SEANCES

Séance 1 : La quasi-totalité des activités doit être menée

Séance 2 :

- 30 minutes sont consacrées à la finalisation de la présentation
- 1h30 sont consacrées aux présentations

Pour mener à bien le projet, il est indispensable de se répartir le travail. Chacun des étudiants aura donc un travail spécifique. Voici le code couleur utilisé pour la répartition des tâches :

TOUTE L'EQUIPE

ANALYSTES MODELISATEURS

ANALYSTES EXPERIMENTATEURS

Le chef de groupe, non représenté par une couleur, devra gérer l'avancement des tâches, superviser et faciliter l'échange entre les modélisateurs et les expérimentateurs et devra réaliser le diaporama.

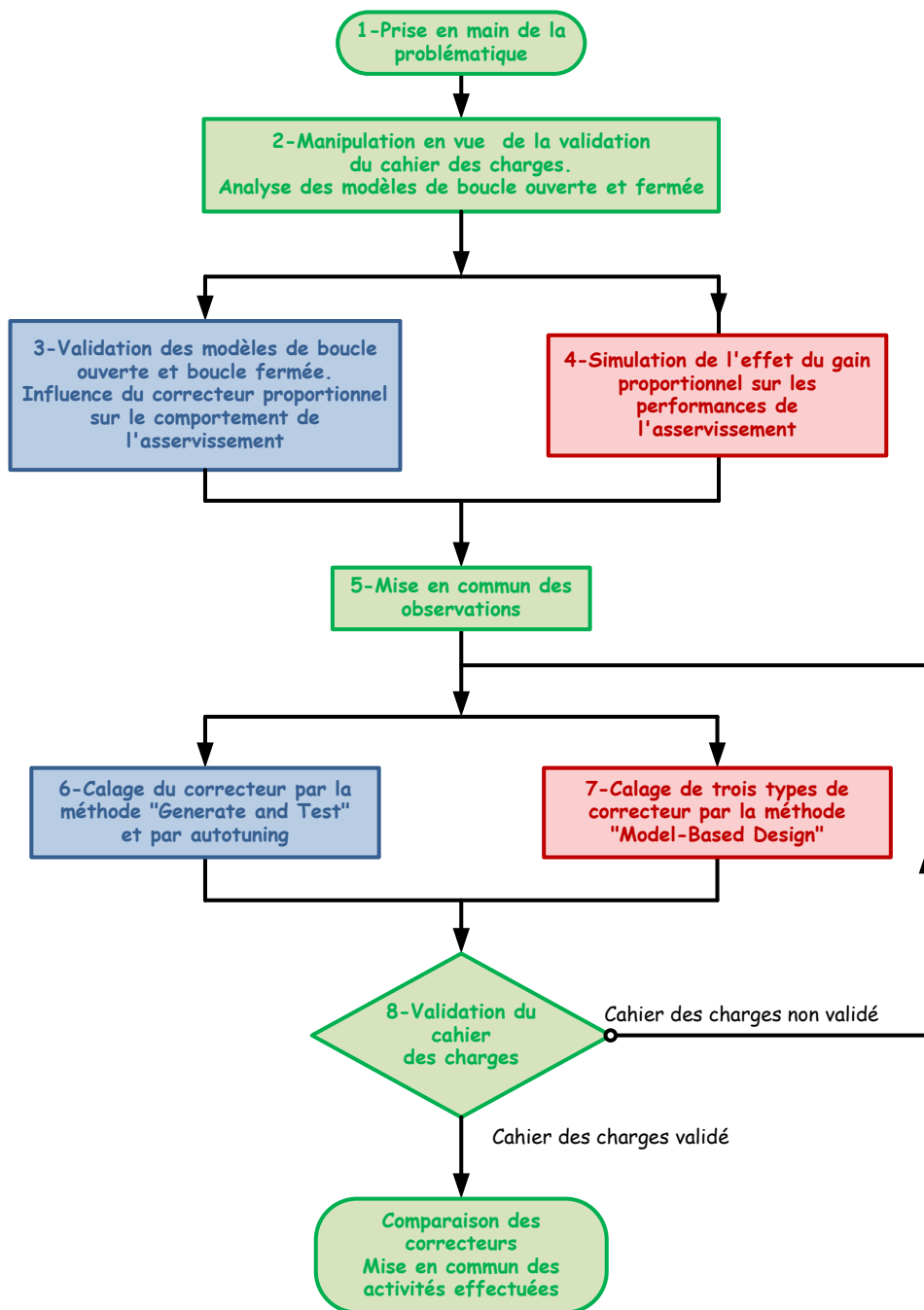
Pour la présentation, chaque groupe dispose de 10 à 12 minutes de présentation puis 10 minutes de questions et remarques. Le temps de parole doit être réparti. Chacune des présentations sera réalisée en utilisant PowerPoint ou Open Office.

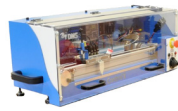
Dans le questionnaire qui suit, un certain nombre de réponses sont attendues de façon implicite, elles servent de guide pour mener à bien la démarche entreprise et n'appellent pas forcément une réponse écrite. D'autres questions devront faire l'objet d'une réponse au moment de la présentation.

En fin de sujet une fiche de formalisation est à remplir par chacun des étudiants.



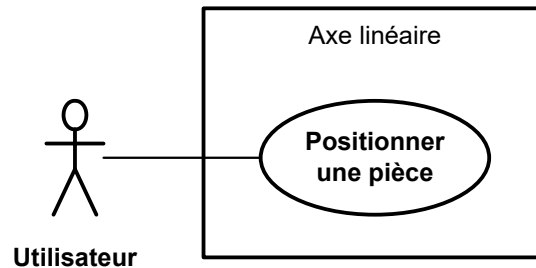
## SCENARIO DU TP





**TOUTE L'EQUIPE : prise en main de la problématique**

On se donne le cahier des charges suivant :

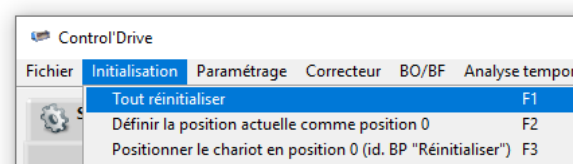


| Exigence   | Critères |  | Niveaux                          |
|--|----------|--|----------------------------------|
| Permettre à l'utilisateur de positionner une pièce | C1       | Système asymptotiquement stable  |                                  |
|  | C2       | Amortissement caractérisé par le premier dépassement.                                    | $D_1 < 25\%$                     |
|  | C3       | Rapidité caractérisée par le temps de réponse à 5 %.                                     | $T_{5\%} < 500 \text{ ms}$       |
|  | C4       | Précision caractérisée par l'écart statique (écart permanent pour une entrée en échelon) | $\varepsilon_S < 0.5 \text{ mm}$ |

Mettre en fonctionnement Control'X : basculer l'interrupteur général au dos de Control'X, fermer le capot en plexiglas, déverrouiller l'arrêt d'urgence et armer le système (bouton vert du pupitre). Toutes les diodes doivent s'allumer.

Sauf s'il ne l'est déjà, le chariot de Control'X doit s'initialiser à gauche.

Si Control'Drive a été lancé avant d'armer Control'X, effectuer une réinitialisation en utilisant la fonction "Tout réinitialiser" du menu "Initialisation" :



Vérifier que le pilotage se fait en boucle fermée (Menu "BO/BF") et que le gain du correcteur vaut 0.1 (Menu "Correcteur").

On travaille ici dans l'onglet "Analyse temporelle". Générer une consigne en échelon de 100 mm d'amplitude : menu "Analyse temporelle", "Définir entrée".

En observant la réponse indicielle, indiquer si les critères du cahier des charges sont respectés.

On cherche à partir de maintenant à effectuer la synthèse d'un correcteur qui permette de respecter tous les critères du cahier des charges

## TOUTE L'EQUIPE : prise en main de la problématique

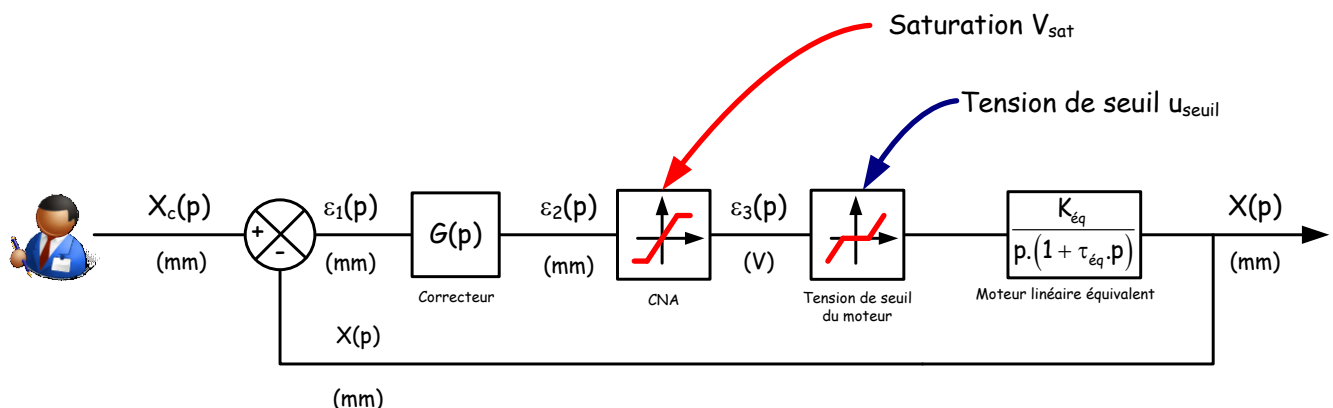
Plusieurs méthodes sont envisageables :

Méthode du type "**Model-Based Design**" : on dispose d'un modèle validé et on l'exploite le plus longtemps possible pour minimiser les délais de conception. Lorsque les résultats de simulation sont satisfaisants, on implémente le correcteur sur le système réel (la cible) et on valide le comportement du système réel en regard du cahier des charges.

Méthode "**Generate and Test**" ou méthode essais-erreurs : permet, sans poser de modèle, de piloter le système réel en agissant sur les différents paramètres du correcteur jusqu'à en trouver un qui valide le cahier des charges.

Méthode "**Autotuning**" : on confie le calage du correcteur à un algorithme automatique de détermination des coefficients d'un correcteur P, PI ou PID.

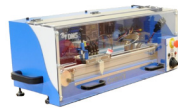
La modélisation de la boucle ouverte qui avait été faite rentre dans le cadre du Model-Based Design. On rappelle ci-dessous les résultats trouvés : il s'agit d'un modèle de comportement.



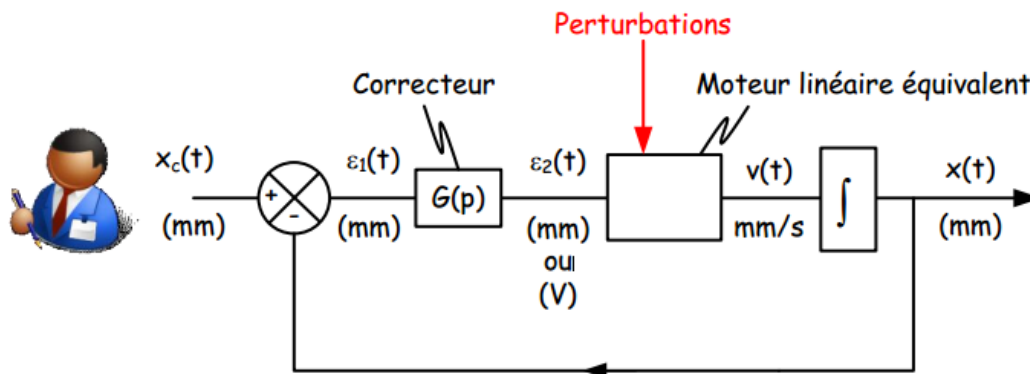
L'origine physique de la saturation  $V_{sat}$  provient du convertisseur numérique analogique de la carte de commande.

La tension de seuil  $u_{seuil}$  quant à elle est un modèle pratique qui permet de prendre en compte les résistances passives type frottements secs ou résistances au roulement sans les faire intervenir explicitement : ces résistances sont converties en tension.

Un tel modèle est pratique parce qu'il permet de ne pas avoir à faire intervenir les grandeurs d'effort en interne du moteur. Il s'agit d'un modèle très satisfaisant cependant.



**TOUTE L'EQUIPE : prise en main de la problématique**

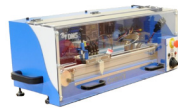


Le but consiste donc à trouver un correcteur de fonction de transfert  $G(p)$  permettant de satisfaire les critères du cahier des charges.

On rappelle les valeurs numériques des modèles de boucle ouverte mis en place :

|  |   |
|--|---|
| <b>Modèle linéaire</b><br>(seuil et saturation non pris en compte) | <p>Moteur linéaire équivalent</p> <p><math>K_{ég} = 132 \text{ (mm/s)/V}</math>    <math>\tau_{ég} = 0.02 \text{ s}</math></p>  |
| <b>Modèle non linéaire</b><br>(avec seuil et saturation)           | <p>Moteur linéaire équivalent</p> <p>Saturation carte de commande (pente unitaire)    Seuil ou bande morte du moteur (pente unitaire)</p> <p><math>K_{ég} = 132 \text{ (mm/s)/V}</math>    <math>\tau_{ég} = 0.02 \text{ s}</math>    <math>V_{sat} = 10 \text{ V}</math>    <math>U_{seuil} = 1.5 \text{ V}</math></p> |

En considérant pour commencer un correcteur proportionnel  $G(p) = G$  et un modèle linéaire, on peut prévoir l'influence du correcteur sur les performances de l'asservissement.



**TOUTE L'EQUIPE : prise en main de la problématique**

**Prévision de l'influence du gain  $G$  sur les performances : Analyse basée sur la boucle ouverte**

$$H_{bo}(p) = \frac{X(p)}{\varepsilon_1(p)} = \frac{G \cdot K_{\varepsilon q}}{p \cdot (1 + \tau_{\varepsilon q} \cdot p)}$$

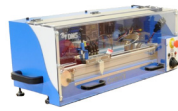
| Performance   | Effet d'une augmentation du gain de correcteur $G$  |
|---------------|---|
| Stabilité     | Les marges de stabilité sont toujours positives, $G$ n'a pas d'influence sur la stabilité de la BF.   |
| Amortissement | La marge de gain est toujours infinie, la marge de phase diminue lorsque le gain $G$ augmente : L'amortissement diminue.  |
| Rapidité      | La pulsation de coupure à 0 dB de la BO augmente lorsque le gain $G$ augmente : la rapidité augmente (au sens vivacité ou temps de montée).   |
| Précision     | La classe vaut 1, l'asservissement est précis pour une entrée indicielle. L'écart de poursuite pour une entrée en rampe diminue lorsque le gain $G$ augmente : la précision s'améliore. |

**Prévision de l'influence du gain  $G$  sur les performances : Analyse basée sur la boucle fermée**

$$H_{bf}(p) = \frac{X(p)}{X_c(p)} = \frac{K_{bf}}{1 + \frac{2 \cdot \zeta_{bf}}{\omega_{nbf}} \cdot p + \frac{p^2}{\omega_{nbf}^2}} \quad \text{où : } \begin{cases} K_{bf} = 1 \\ \zeta_{bf} = \frac{1}{2 \cdot \sqrt{K_{bo} \cdot \tau_{mot}}} \\ \omega_{nbf} = \sqrt{\frac{K_{bo}}{\tau_{mot}}} \end{cases} \quad \text{et } K_{bo} = G \cdot \frac{B \cdot K_{mot} \cdot R}{i}$$

Nota : L'expression de la fonction de transfert en boucle fermée se base forcément sur un modèle de boucle ouverte linéaire.

| Performance   | Effet d'une augmentation du gain de correcteur $G$  |
|---------------|---|
| Stabilité     | Les pôles de la boucle fermée sont toujours à partie réelle strictement négative (tous les coefficients du dénominateur sont strictement de même signe) : l'asservissement est toujours stable. |
| Amortissement | $\zeta_{bf}$ diminue lorsque $G$ augmente : l'amortissement diminue.  |
| Rapidité      | La pulsation propre non amortie $\omega_{nbf}$ augmente lorsque le gain $G$ augmente : La rapidité (au sens vivacité) augmente avec $G$ .   |
| Précision     | $K_{bf} = 1$ : l'asservissement est précis pour des entrées indicielles. (Raisonnement valable car retour est unitaire)   |



## ANALYSTES MODELISATEURS : simulation de l'effet du gain proportionnel

On utilise ici Control'Drive en mode hors ligne (pas forcément connecté à Control'X). On travaille dans l'onglet "Synthèse correcteur".

Le but de cette partie est de valider par simulation numérique l'influence qualitative du correcteur proportionnel sur les quatre performances du système asservi (stabilité, amortissement, rapidité et précision).

On parcourra pour cela les sous-onglets :

- "Modèle linéaire" pour spécifier le modèle linéaire mis en place
- "Aspect temporel linéaire" pour visualiser les réponses temporelles avec ou sans correction,
- "Aspect fréquentiel linéaire" pour caler le correcteur
- "Aspect temporel non linéaire" pour prévoir le comportement sur la base d'un modèle non linéaire

1 : ouvrir la fenêtre de correcteurs

5 : parcourir tous les onglets

4 : comprendre le code couleur

2 : renseigner les paramètres du modèle

3 : faire varier le correcteur proportionnel

Modèle sans perturbation

Numérateur de Hbo non corrigée:

100 0 0

Dénominateur de Hbo non corrigée:

0.01 1 0 0

Stabilité de Hbo corrigée:

(Pour critère du Revers)

Juste stable

Stabilité de Hbf:

Asympt. stable

Stabilité de Hbf:

Asympt. stable

3 : faire varier le correcteur proportionnel

Correcteur

PID parallèle

K 0.5

Ti 0

Td 0

Ti=4.Td

FT propre

$K \left( 1 + \frac{1}{T_i \cdot p} + T_d \cdot p \right) = 0.5$

Boucle fermée

Consigne actuelle (mm) : 0





### CORRECTION

En travaillant sur le modèle linéaire, on constate par simulation numérique que toutes les tendances prévues sont respectées : c'est bien normal, on travaille sur le même modèle.

| Performance   | Effet constaté d'une augmentation du gain de correcteur $G$  |
|---------------|--|
| Stabilité     | L'asservissement est toujours stable.  |
| Amortissement | L'amortissement diminue avec $G$ .   |
| Rapidité      | La rapidité au sens vivacité ou temps de montée ou bande passante à - 3 dB augmente avec $G$ .<br>La rapidité au sens temps de stabilisation ou $T_{5\%}$ n'augmente quasiment plus avec $G$ à partir de $G \approx 0.1$ ( $T_{5\%} \approx 120$ ms) |
| Précision     | L'asservissement est précis pour des entrées indicielles.  |

En travaillant sur le modèle non linéaire, il y a plusieurs variantes :

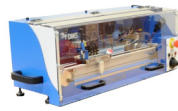
| Performance   | Effet constaté d'une augmentation du gain de correcteur $G$   |
|---------------|---|
| Stabilité     | L'asservissement est toujours stable.   |
| Amortissement | L'amortissement diminue avec $G$ .  |
| Rapidité      | La rapidité au sens vivacité n'augmente quasiment pas avec $G$ à cause de la longue phase de saturation. Cela dépend de l'amplitude de l'échelon d'entrée.<br>La rapidité au sens temps de stabilisation ou $T_{5\%}$ n'augmente quasiment pas avec $G$ . |
| Précision     | L'asservissement n'est pas précis pour des entrées indicielles mais la précision augmente avec le gain $G$ .  |

### ANALYSTES EXPERIMENTATEURS : validation des modèles de boucle ouverte et fermée

Le but de cette partie est de valider le modèle de boucle ouverte puis le modèle de boucle fermée qui en découle. Il ne s'agit ici que de rappels puisque cela a déjà été effectué dans le TP qui a conduit à mettre en place le modèle de boucle ouverte.

On se place dans l'onglet "Identification / Simulation", "Temporelle non linéaire", "Modèle 1" qui permet de comparer la réponse souhaitée (la consigne), la réponse réelle, la réponse issue du modèle linéaire et celle issue du modèle non linéaire.



**ANALYSTES EXPERIMENTATEURS : validation des modèles de boucle ouverte et fermée**

Choisir un pilotage en boucle ouverte (Menu BO/BF) et réinitialiser la position du chariot (bouton rouge "Réinitialiser"). Lancer un échelon de tension de commande  $\varepsilon_2(t) = 10 \text{ V}$  : Menu analyse temporelle "Définir entrée".

Renseigner les valeurs numériques des différents blocs du modèle. On peut dans cet onglet rajouter les deux non linéarités observées lors de l'identification de la boucle ouverte : tension de seuil  $u_{\text{seuil}}$  du moteur linéaire équivalent et saturation  $V_{\text{sat}}$ .

Observer les différentes réponses. Expliquer physiquement les différences observées entre le modèle linéaire et le modèle non linéaire.

Réitérer éventuellement les opérations précédentes pour  $\varepsilon_2(t)$  à choisir parmi {2V, 5V, 10V, 15V}. Les valeurs numériques du modèle ne sont pas censées être modifiées entre chaque essai. Un modèle performant est censé coller au comportement réel quelles que soient les caractéristiques de l'entrée, il doit être intrinsèque au système.

Valider le modèle **non linéaire** de boucle ouverte.

Le modèle **non linéaire** de boucle ouverte étant validé, on va l'exploiter pour prévoir le comportement de la boucle fermée qui en découle.

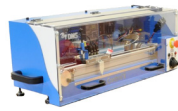
On va maintenant procéder à différents essais de réponses indicielles en boucle fermée : différentes amplitudes d'échelon et différents gains  $G$ .

Choisir un pilotage en boucle fermée (Menu "BO/BF") et réinitialiser la position du chariot (bouton rouge "Réinitialiser").

Faire un premier essai avec une amplitude d'échelon de 0 à 100 mm et un gain  $G = 1$  : menu "Analyse temporelle", "Définir entrée".

Réitérer éventuellement les opérations précédentes pour des entrées en échelon d'amplitude à choisir parmi {10, 100, 300mm} et des gains  $G$  à choisir parmi {0.5, 1, 5}. On pourrait aussi imposer d'autres types d'entrées que des échelons.

Valider le modèle **non linéaire** de boucle fermée. Expliquer physiquement les différences observées entre le modèle linéaire et le modèle non linéaire.



## ANALYSTES EXPERIMENTATEURS : validation des modèles de boucle ouverte et fermée

Travail à faire s'il vous reste du temps :

Le modèle **linéaire** de boucle fermée colle-t-il ? Que se passe-t-il ?

L'allure de la courbe de position réelle est-elle conforme à ce que prévoit le modèle (linéaire) de boucle fermée du second ordre issu du modèle linéaire de boucle ouverte ? Interpréter.

On nomme  $x_c$  l'amplitude de l'échelon.

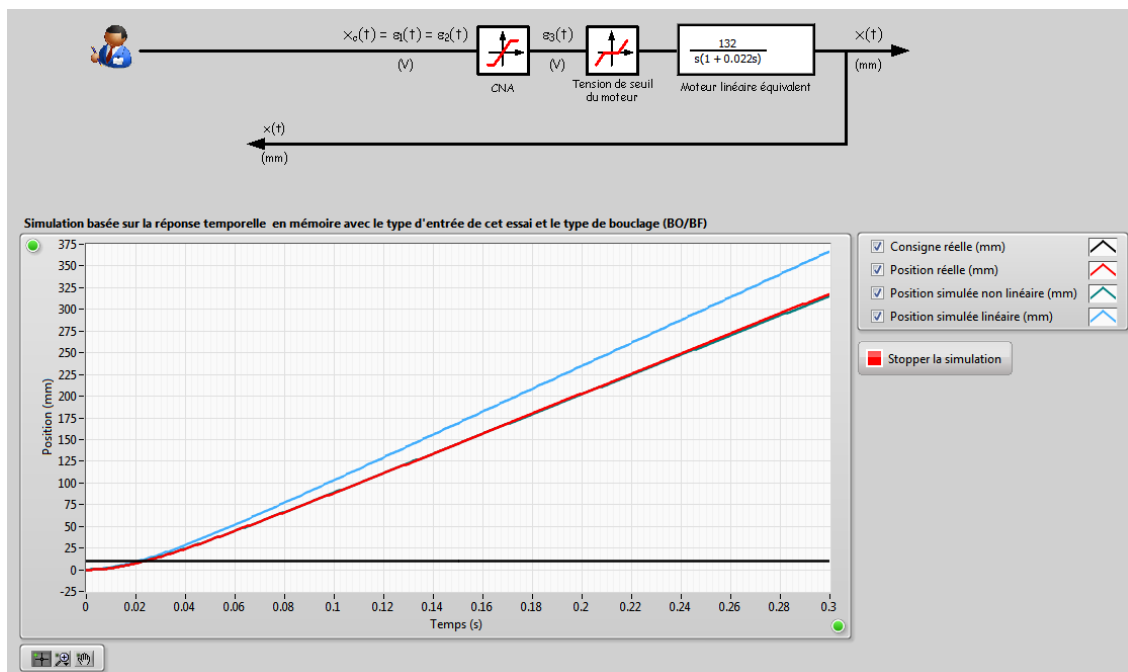
Le modèle linéaire colle-t-il lorsque  $G.x_c \leq 10$  ?

Le modèle linéaire colle-t-il encore même lorsque  $G.x_c \gg 10$  ?

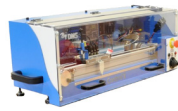
Comment justifier que c'est le modèle non linéaire qui est validé et que c'est pourtant le modèle linéaire qui va être utilisé par l'équipe des modélisateurs pour caler le correcteur.

### CORRECTION

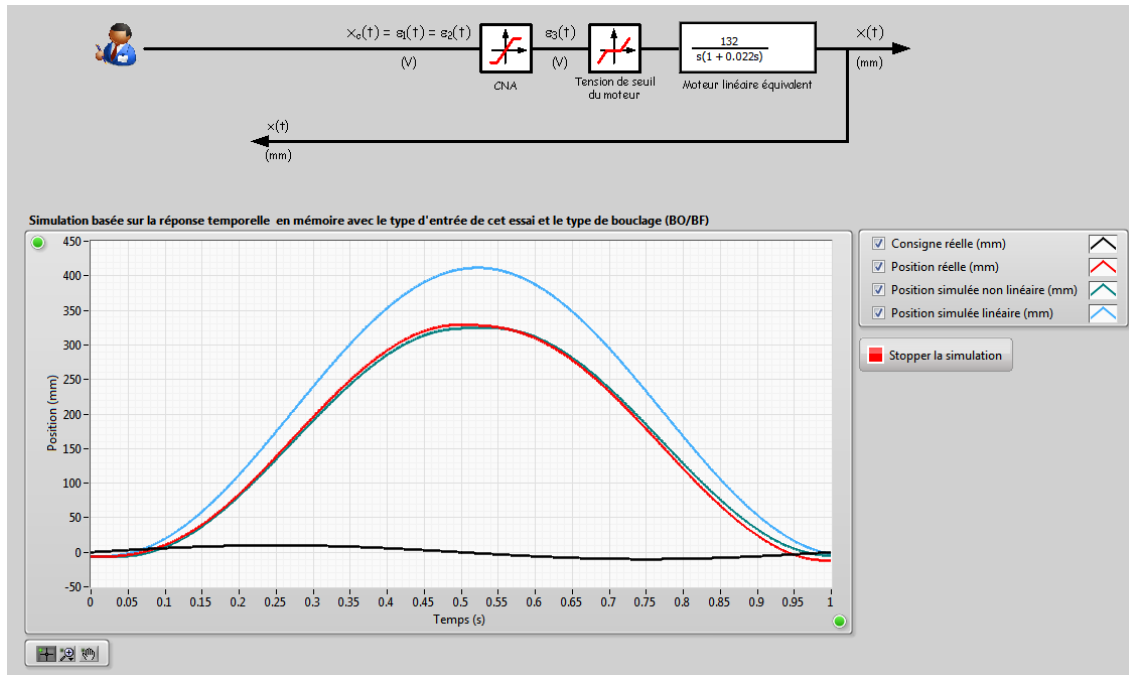
Validation des modèles de boucle ouverte :



Le modèle non linéaire colle très bien sur le comportement réel. Le modèle linéaire évidemment un peu moins bien. Dans la réalité, il y a toujours 1.5 V qui ne servent pas à faire tourner le moteur mais uniquement à générer une intensité donc un couple qui permettra de lutter contre les frottements secs : le système réel va donc moins vite que le système simulé.



## CORRECTION



Le modèle de boucle ouverte colle aussi pour une large variété d'entrées : c'est le propre d'un bon modèle.

### Validation du modèle de boucle fermée :

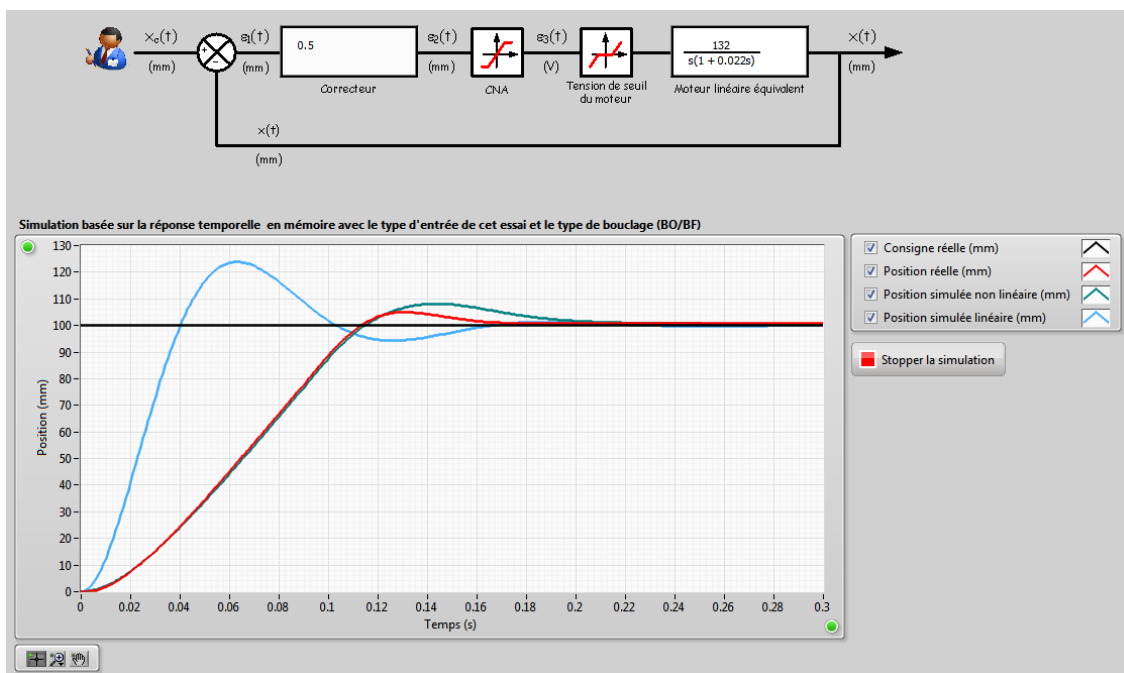
Le modèle de boucle ouverte étant bien calée, il n'y a pas de raison apparente que le modèle de boucle fermée ne colle pas lui non plus.

Quel que soit le gain  $G$  du correcteur, le modèle de boucle fermée reflète très bien le comportement réel.

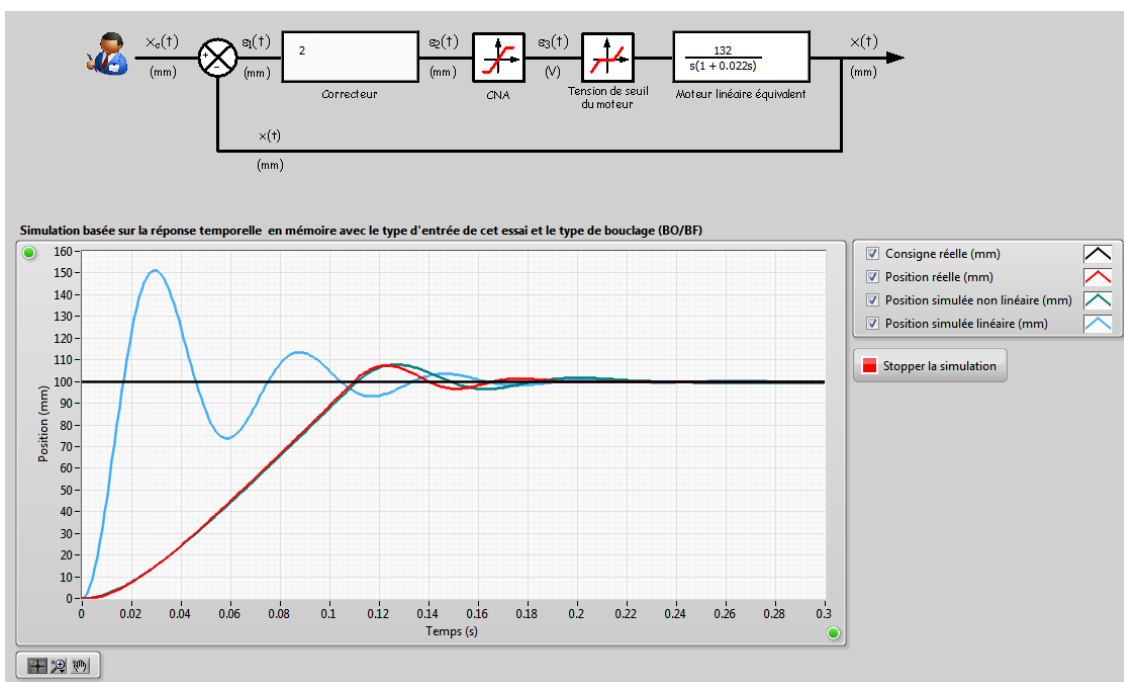
En général, les écarts modèle-réel sont plus faibles avec des gains de correcteur importants parce que les perturbations (qui ne sont prises en compte de façon qu'approximative avec la tension de seuil) sont mieux rejetées par l'asservissement.



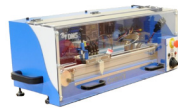
## CORRECTION



Réponse indicielle de 100 mm,  $G = 0.5$



Réponse indicielle de 100 mm,  $G = 2$

**CORRECTION****Travail à faire s'il vous reste du temps :**

Le modèle linéaire permet de prévoir les tendances qualitatives en termes de rapidité et d'amortissement mais pas en termes de précision.

Le modèle linéaire mis en place laisse penser que le système est précis pour des entrées en échelon or il n'en n'est rien. En effet, il y a toujours dans le système des frottements secs. Ces frottements ramenés sur l'arbre du moteur se comportent comme un couple perturbateur. Ce couple n'ayant pas été pris en compte dans le modèle linéaire, la théorie ne permet pas de prévoir son effet. On aurait pu modéliser ces frottements en faisant intervenir un couple résistant (perturbateur) sur le bloc "moteur". Ces frottements secs sont ici modélisés par la tension de seuil dans le modèle non linéaire.

L'allure de la courbe de position réelle n'est pas conforme à ce que prévoit le modèle linéaire de boucle fermée du second ordre issu du modèle linéaire de boucle ouverte. Il y a en effet une longue période de saturation. Le moteur est longtemps alimenté par une tension de 40 V, exactement comme s'il était commandé en boucle ouverte. Une fois la dynamique de mise en vitesse passée ( $3 \cdot \tau_{\text{mot}}$ ), la vitesse est constante et l'évolution de la position se fait de façon affine : cela n'est pas le cas lorsqu'on a affaire à un 2<sup>nd</sup> ordre (linéaire).

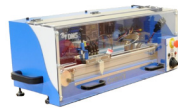
Le modèle linéaire colle assez bien lorsque  $G \cdot x_c \leq 10$  car il n'y a pas de saturation. Il reste toutefois les frottements secs qui ne sont pas pris en compte dans ce modèle linéaire.

Le modèle colle relativement bien lorsque  $G \cdot x_c \leq 10$  et  $G$  assez grand ( $G > 1$ ) parce que plus le gain de correcteur est grand, mieux les perturbations sont rejetées.

Le modèle linéaire ne colle plus du tout lorsque  $G \cdot x_c \gg 10$ .

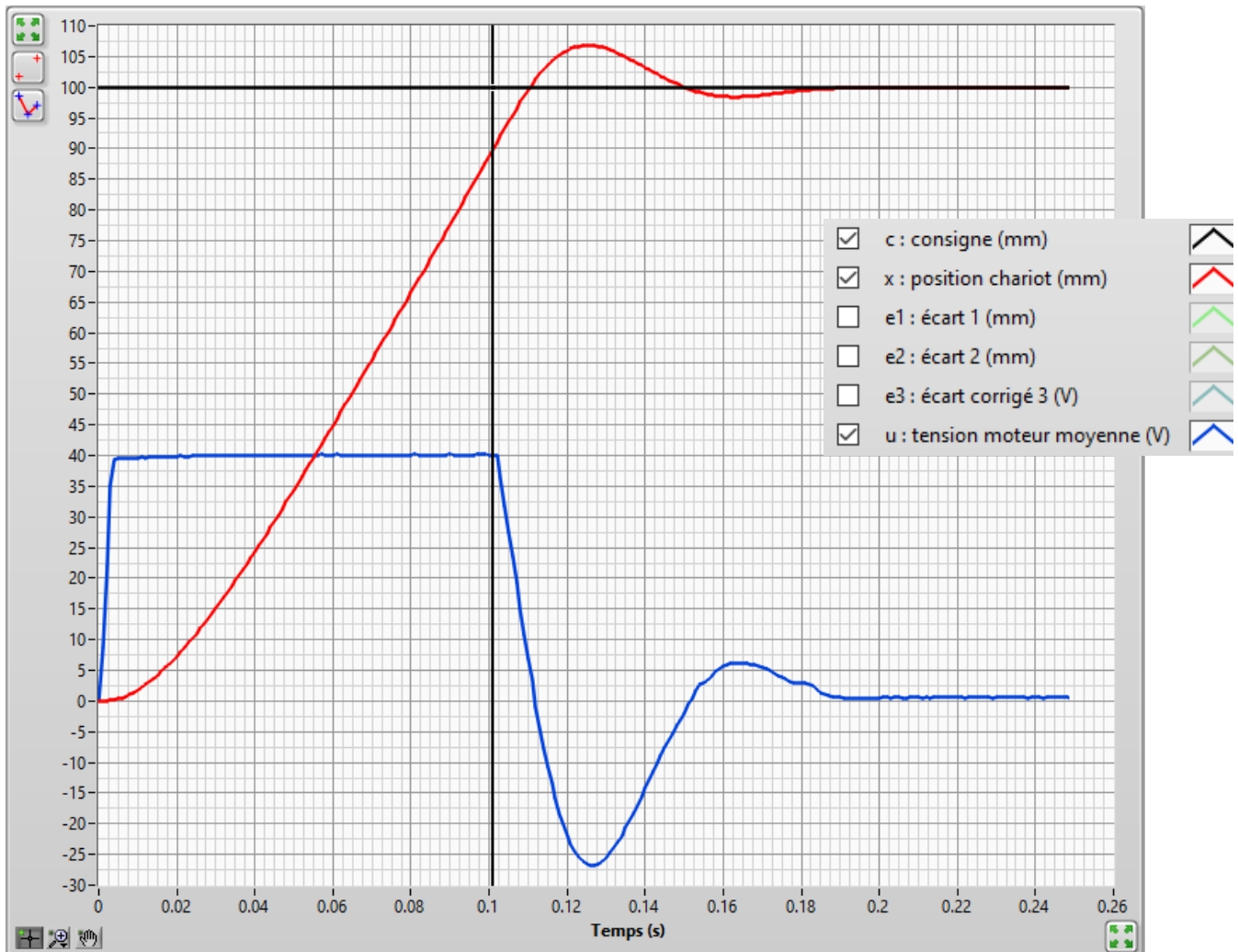
On peut justifier que bien que ce soit le modèle non linéaire qui est validé, **c'est pourtant le modèle linéaire qui va être utilisé pour effectuer la synthèse du correcteur :**

On pourrait dire que c'est parce qu'on ne sait caler des correcteur que sur des modèle linéaire (ou linéarisés), mais c'est une mauvaise justification !



## CORRECTION

Regardons la réponse indicielle d'amplitude 100 mm par exemple en boucle fermée et corrigée par un correcteur unité :

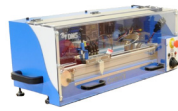


Essai de réponse indicielle de 100 mm en boucle fermée, correcteur unité

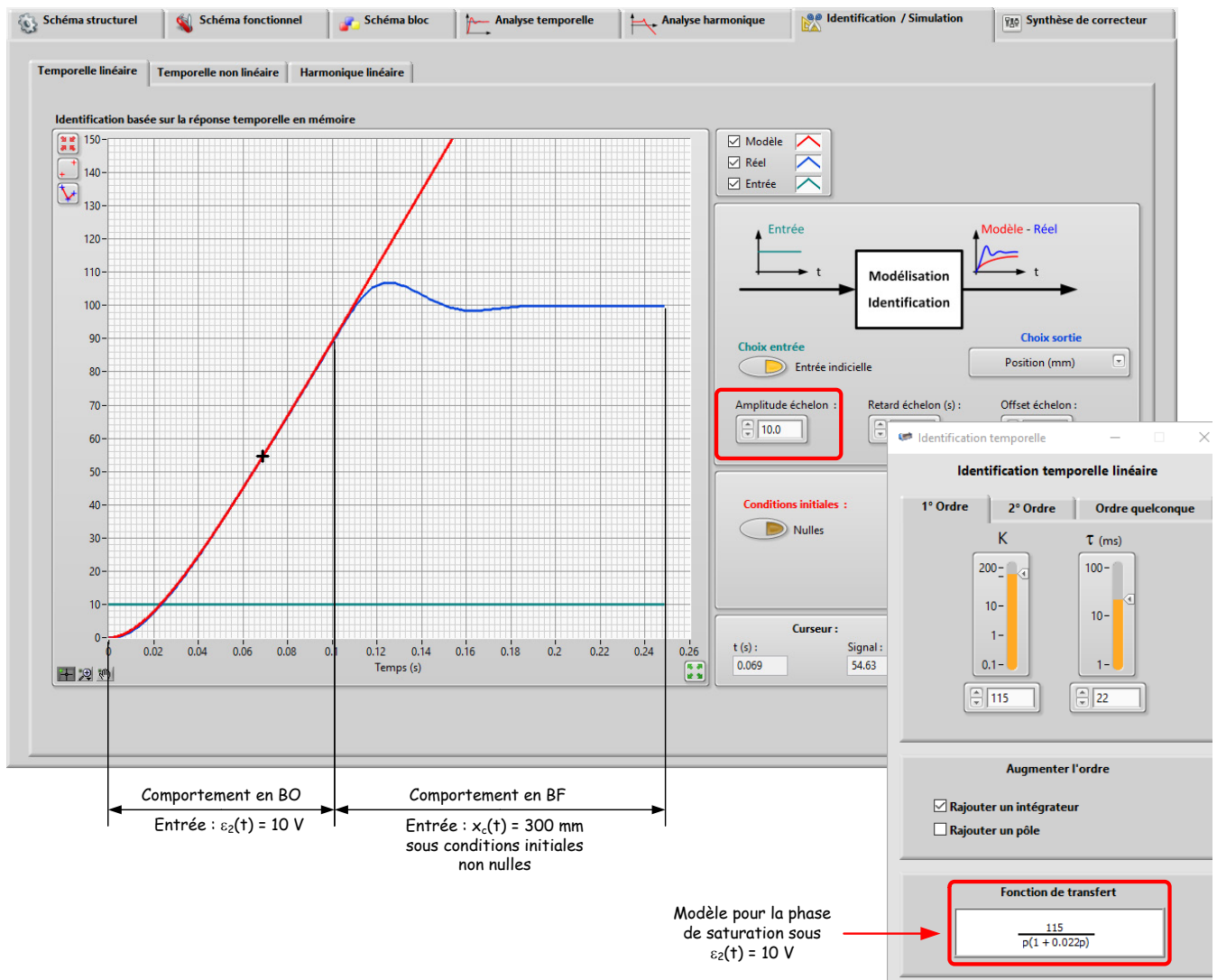
L'asservissement sature pendant un peu plus de 0.1 s sur les 0.2 s que dure le régime transitoire. Il faut distinguer deux phases pour la modélisation (ou l'identification) :

### 1° Phase : Phase de saturation

Le comportement est celui de la boucle ouverte, il est notamment **indépendant** du type de correcteur choisi et de ses paramètres. Ce régime est caractérisé par une dynamique du type premier ordre intégré (ou deuxième ordre intégré si on considère la constante de temps électrique du moteur - ce qui n'améliore pas beaucoup le modèle).

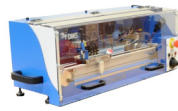


**CORRECTION**



Un modèle du premier ordre intégré colle parfaitement sur la phase de saturation

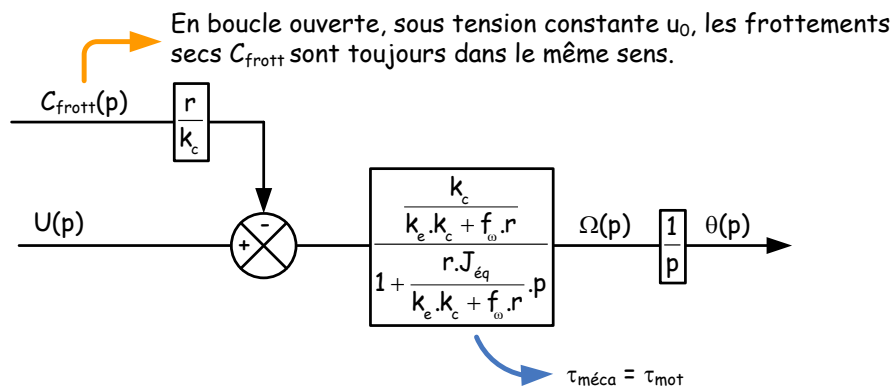




## CORRECTION

On montre que les frottements secs ne modifient pas l'allure de la réponse. Ils sont de signe constant puisque le chariot se déplace toujours dans le même sens.

Ci-dessous, un modèle classique pour caractériser le comportement en boucle ouverte :



La fonction de transfert  $\frac{\Omega(p)}{U(p)}$  pourrait se noter  $\frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{K_{mot}}{1 + \tau_{mot} \cdot p}$  avec  $K_{mot} = \frac{k_c}{k_e \cdot k_c + f_\omega \cdot r}$  et  $\tau_{mot} = \tau_{méca} = \frac{r \cdot J_{eq}}{k_e \cdot k_c + f_\omega \cdot r}$ . La fonction de transfert  $\frac{\Omega(p)}{C_{frott}(p)}$  est du même type au facteur  $\frac{r}{k_c}$  près.

Si  $u(t) = u_0 = \text{cste}$  et  $C_{frott} = \text{cste}$  (sens de déplacement unique), on a :

$$\begin{cases} \omega(t) = K_{mot} \cdot \left( u_0 - \frac{r}{k_c} \cdot C_{frott} \right) \cdot \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau_{mot}}} \right) \xrightarrow{\text{régime permanent}} \omega_\infty = K_{mot} \cdot \left( u_0 - \frac{r}{k_c} \cdot C_{frott} \right) \\ \theta(t) = K_{mot} \cdot \left( u_0 - \frac{r}{k_c} \cdot C_{frott} \right) \cdot \left( t - \tau_{mot} + \tau_{mot} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_{mot}}} \right) \xrightarrow{\text{régime permanent}} K_{mot} \cdot \left( u_0 - \frac{r}{k_c} \cdot C_{frott} \right) \cdot (t - \tau_{mot}) = \omega_\infty \cdot (t - \tau_{mot}) \end{cases}$$

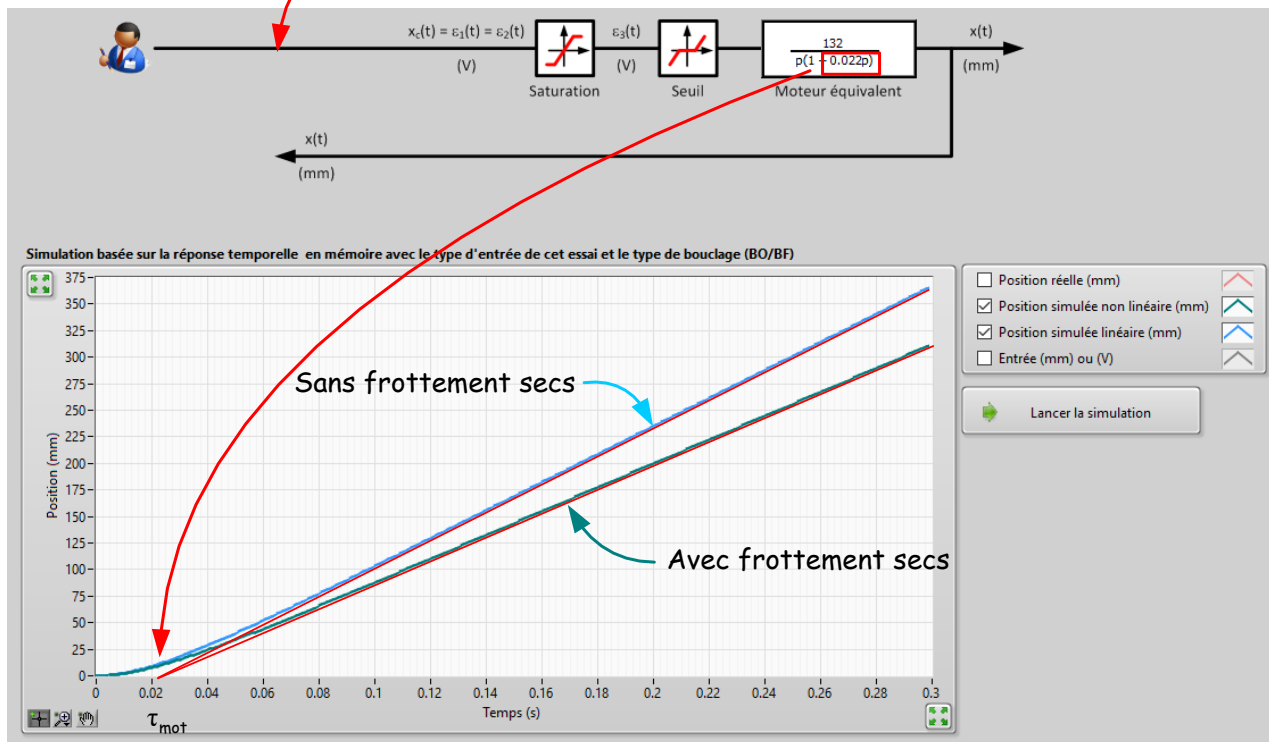
La dynamique est bien du type premier ordre, de constante de temps la constante de temps mécanique  $\tau_{méca} = \tau_{mot}$ .

La présence de frottements secs n'affecte pas la nature du régime transitoire (1<sup>er</sup> ordre intégré de constante de temps  $\tau_{mot}$ ) mais uniquement la vitesse finale atteinte ( $\omega_\infty$ ).

La différence entre les gains statiques de 115 (mm/s)/V et 132 (mm/s)/V provient de la présence de frottements secs ( $K_{mot} \cdot U_0$  pour le premier et  $K_{mot} \cdot (U_0 - \frac{r}{k_c} \cdot C_{frott})$  pour le second).

## CORRECTION

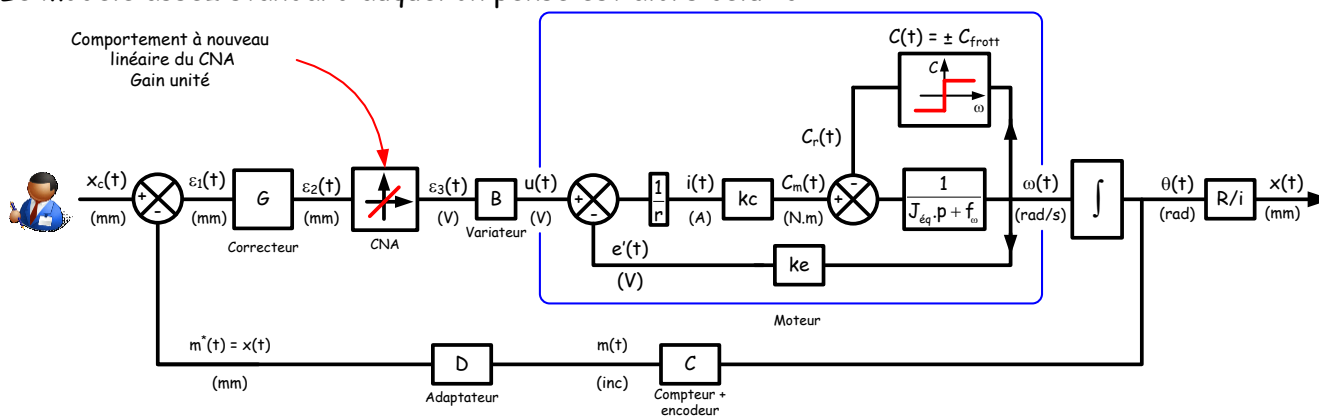
Indice de 10 V

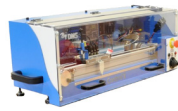


Essai en BO de 10 V avec et sans frottement secs (modélisés par une tension de seuil de 1.5 V)  
Même allure de transitoire mais vitesses en régime permanent différentes.

**2° Phase : il n'y a plus de saturation**

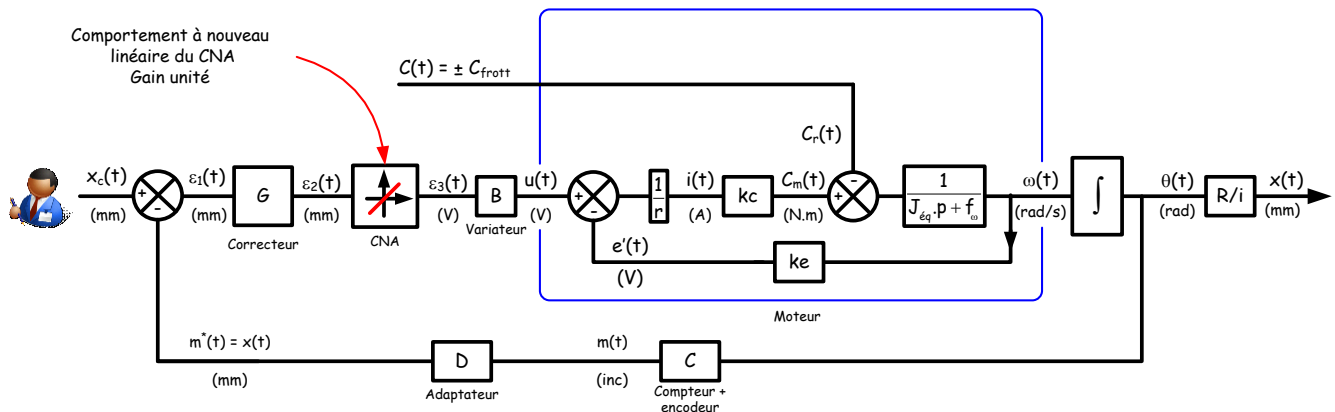
Le modèle assez standard auquel on pense est alors celui-ci :



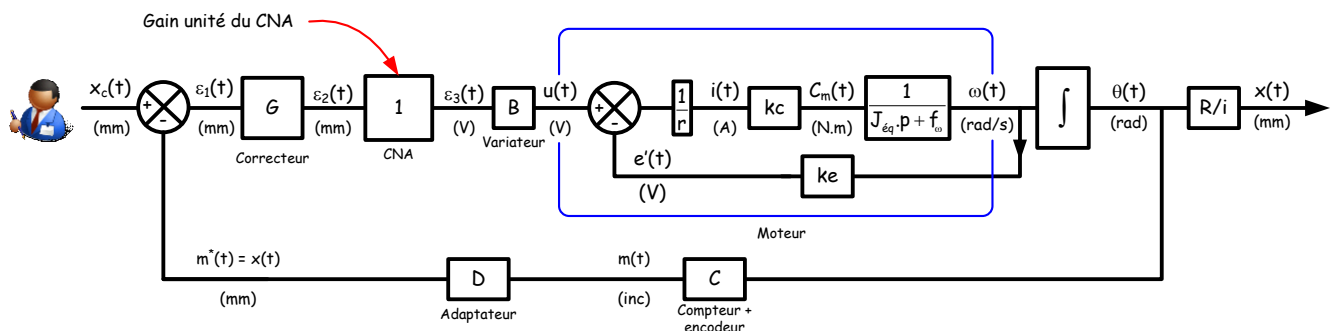


## CORRECTION

Il n'y a plus que les frottements secs qui cassent la linéarité du comportement. Ces frottements secs peuvent être considérés comme des perturbations : tantôt positives, tantôt négatives (mais toujours résistantes) : on peut raisonner sur le modèle suivant :

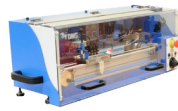


Ces perturbations sont bien rejetées lorsque les gains situés en amont sont importants et notamment lorsque le gain  $G$  du correcteur est grand ( $G > 1$ ). Elles ont alors un effet limité sur le comportement de l'asservissement et peuvent ne pas être prise en compte : le modèle devient alors un modèle du type :



... modèle qui est un second ordre tout à fait classique (et linéaire)

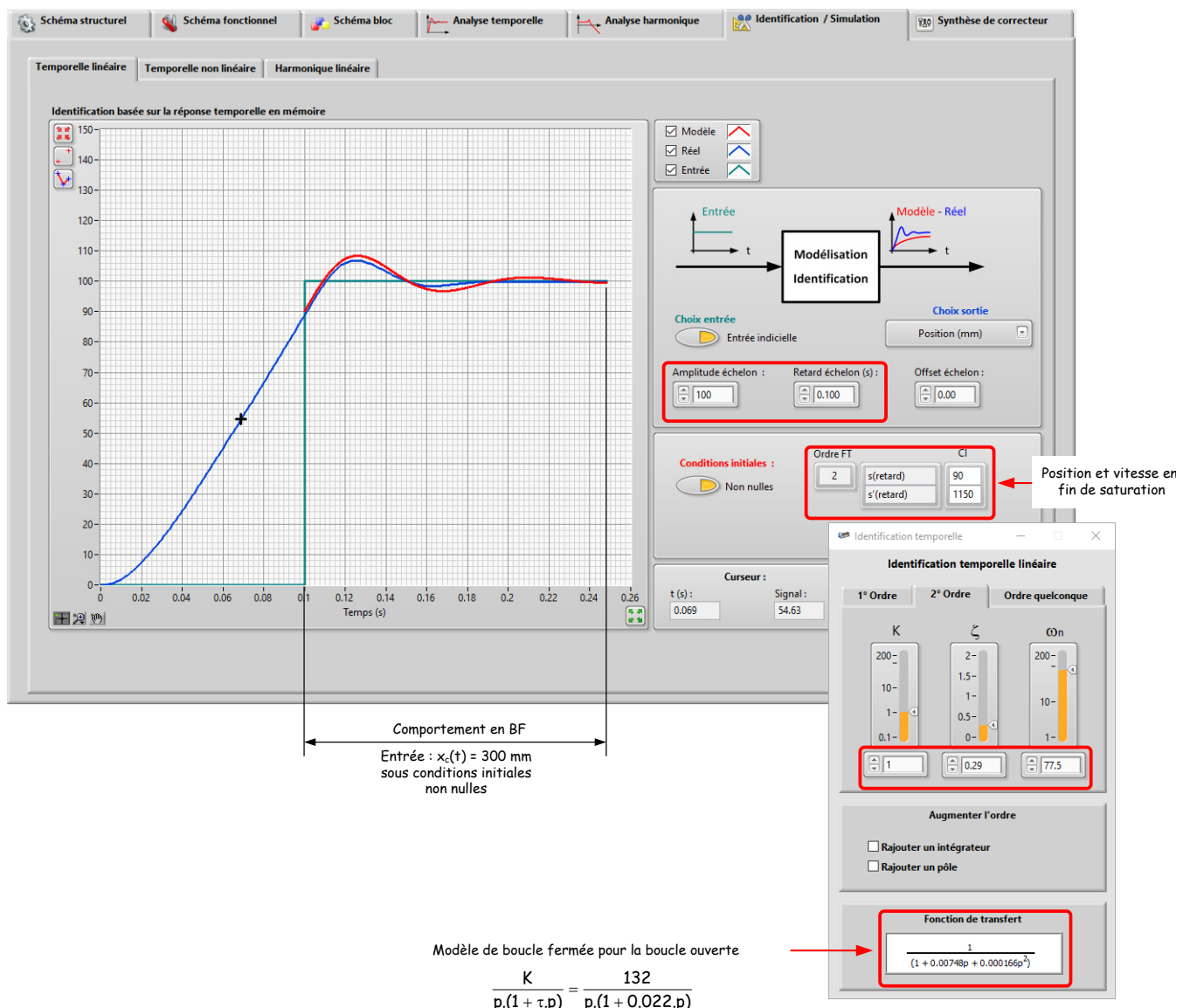
Le calage du correcteur sur la base de ce modèle linéaire donnera alors de bons résultats : tout ce qui concerne la dynamique de mise en position sera convenablement prévu : les termes en sinus de pulsation  $\omega_n \cdot \sqrt{1 - \zeta^2}$  amortis par une exponentielle du type  $e^{\zeta \cdot \omega_n \cdot t}$  porteront beaucoup d'information. Par exemple la position des pôles de la boucle fermée contiennent toute l'information qui permet de caractériser le régime transitoire : temps de montée, temps de réponse à 5%, dépassements, pulsation propre non amortie, bande passante à - 3 dB...



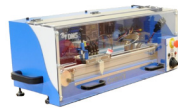
## CORRECTION

Il est donc normal que le calage qui va être effectué sur le modèle linéaire donne de bons résultats même si on sait que ce modèle linéaire (à lui seul) peut très mal refléter le comportement de la boucle fermée.

On met en évidence ci-dessous qu'un modèle du second ordre colle très bien sur le comportement réel mais uniquement sur la phase où il n'y a plus saturation... **et avec des conditions initiales non nulles** : position : celle à partir de laquelle il n'y a plus de saturation, vitesse, la vitesse finale atteinte sous 40 V de tension d'alimentation du moteur, retard de l'échelon 0.1 s environ :



Identification sur la phase où il n'y a plus de saturation : 2<sup>o</sup> ordre classique mais retardé et sous conditions initiales non nulles



**TOUTE L'EQUIPE : mise en commun des observations**

Faire le point sur les comportements observés

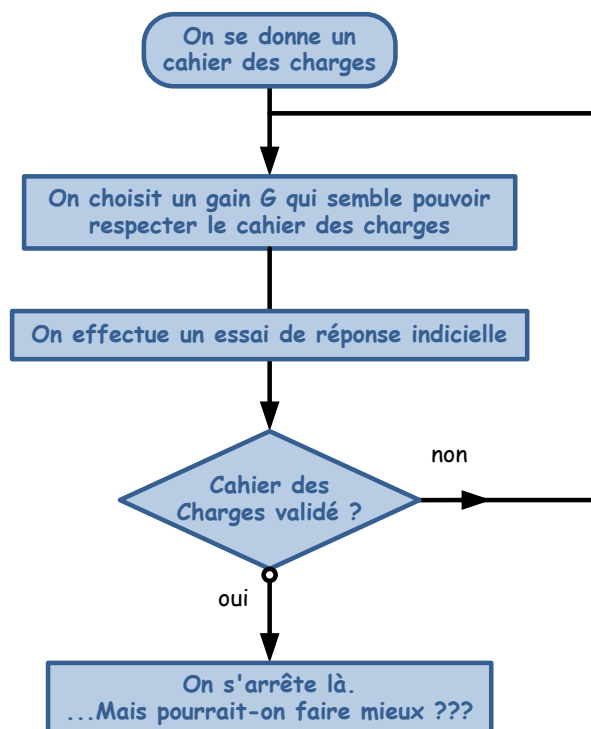
**ANALYSTES EXPERIMENTATEURS : calage du correcteur**

On envisage ici les deux méthodes énoncées plus haut pour caler le correcteur. Dans tous les cas, on cherchera à valider les exigences du cahier des charges sur une **réponse indicielle d'amplitude 100mm**.

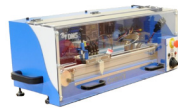
Méthode "Generate and Test" et "Autotuning.

1) Méthode "Generate and Test"

Tenter de caler un correcteur (de type proportionnel uniquement) permettant de satisfaire tous les critères du cahier des charges par cette méthode "essai erreur" :



Une fois un correcteur proportionnel jugé satisfaisant, exercer des perturbations à la main sur le chariot, tantôt d'un côté, tantôt de l'autre et laisser revenir le chariot doucement vers sa position d'équilibre. Le critère C4 (précision) est-il toujours validé ? Analyser finement le rôle de la tension de seuil dans le rejet de perturbation.

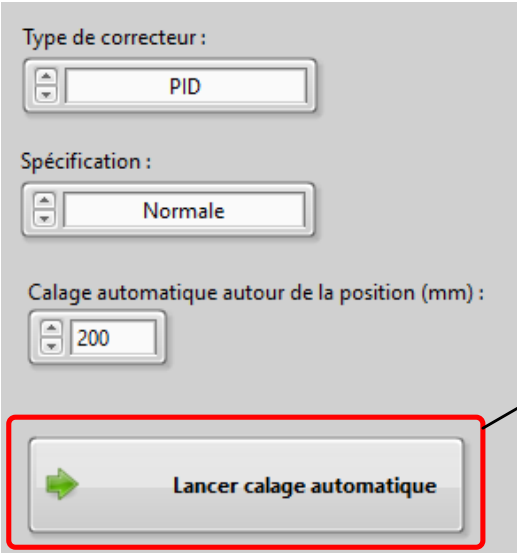
**ANALYSTES EXPERIMENTATEURS : calage du correcteur**

Montrer qu'une tension de seuil de valeur  $u_{\text{seuil}}$  avec un gain proportionnel de valeur  $G$  peut être à l'origine d'un écart statique allant jusqu'à  $\varepsilon_{1 \text{ statique max}} = \frac{u_{\text{seuil}}}{G}$  en valeur absolue.

Nota : quelle est la place du modèle dans cette démarche ? Est-il complètement absent ? Finit-on par obtenir un correcteur qui optimise les performances ?

**2) Méthode "Autotuning"**

Se placer en boucle fermée. Aller dans l'onglet "Synthèse correcteur", sous onglet "Autotuning" et lancer un calage automatique.



Type de correcteur :  
PID

Spécification :  
Normale

Calage automatique autour de la position (mm) :  
200

Pour démarrer l'autotuning

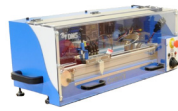
Lancer calage automatique

Suivre les instructions des fenêtres qui vont s'ouvrir. Accepter notamment la valeur du bruit de mesure estimé (à une valeur nulle puisque un codeur incrémental présente une excellente immunité au bruit)

Accepter les paramètres du PID obtenu. Retourner dans l'onglet "Schéma bloc par exemple" et lancer des consignes par pas de 50 mm. Observer le type de mouvement obtenu.

Valider le cahier de charges en lançant un essai de réponse indicielle de 100 mm.

Nota : quelle est la place du modèle dans cette démarche ? Est-il complètement absent ? Pourquoi suivre un cours sur les systèmes asservis en S2I alors que cette méthode d'autotuning semble très performante ?

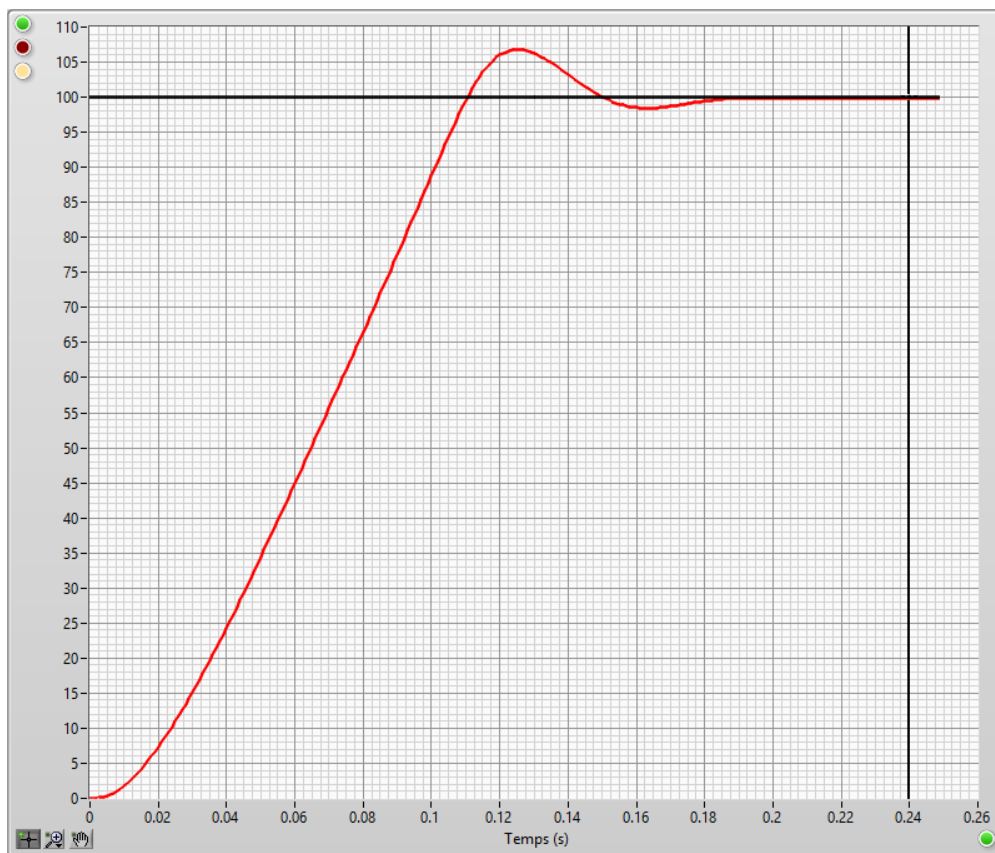


## CORRECTION

### 1) Méthode "Generate and Test"

Un correcteur proportionnel de gain  $G = 0.5$  ne suffit pas l'écart statique est supérieur à 0.5 mm du cahier des charges.

Un gain  $G = 1$  semble satisfaisant : les 4 critères du cahier des charges sont validés.

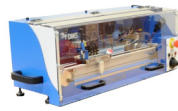


Réponse indicielle en boucle fermée d'amplitude 100 mm,  $G = 1$

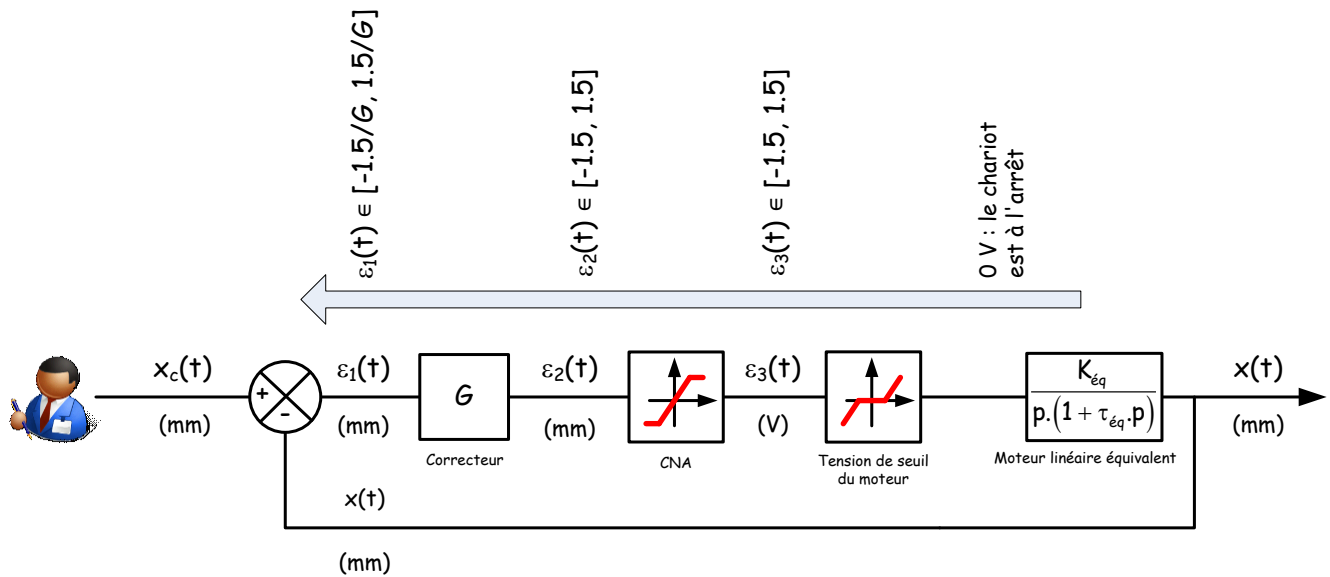
Lorsqu'on perturbe à la main le chariot, ce dernier ne se repositionne pas forcément dans l'intervalle [99.5 mm, 100.5 mm].

En effet, avec un gain proportionnel de valeur  $G$ , la tension de seuil de valeur  $u_{\text{seuil}} \approx 1.5$  V peut être à l'origine d'un écart statique allant jusqu'à  $\varepsilon_{1 \text{ statique max}} = \frac{u_{\text{seuil}}}{G}$  soit en valeur absolue 1.5 mm.



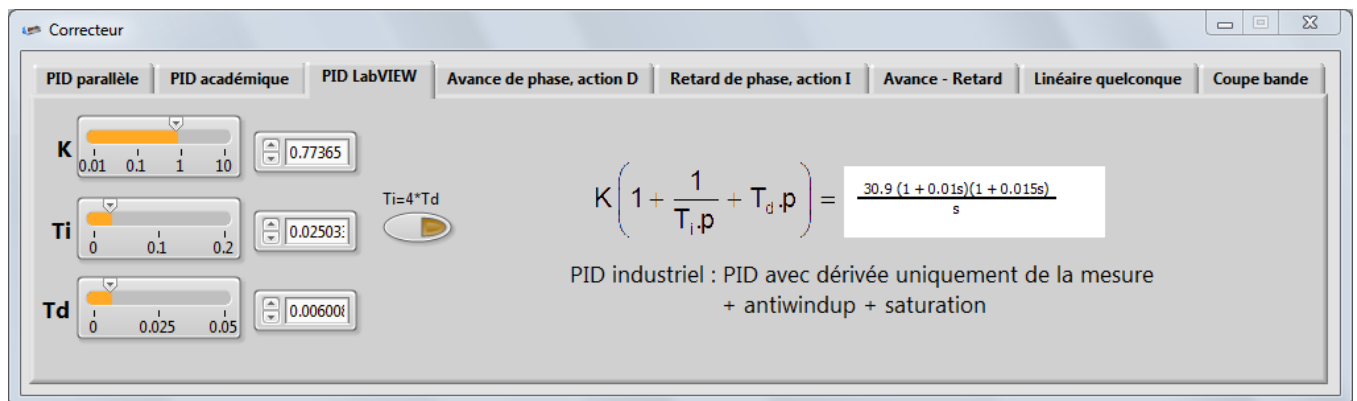


**CORRECTION**



**2) Méthode "Autotuning"**

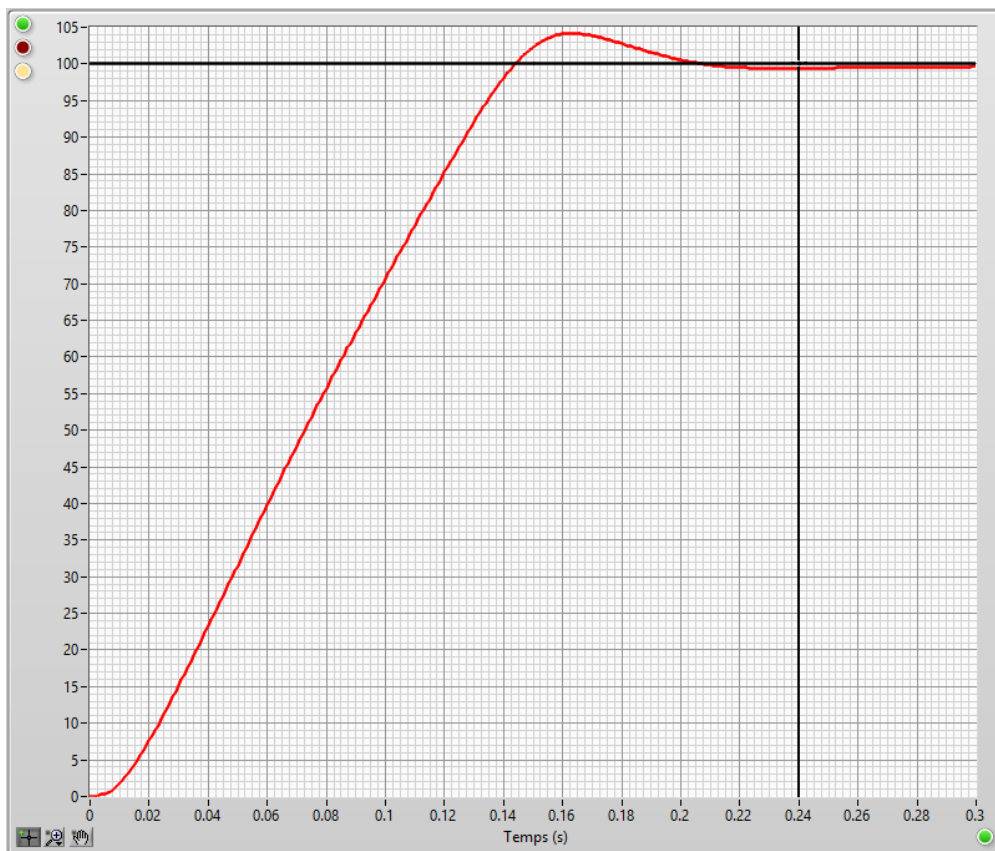
On trouve par Autotuning le correcteur PID LabVIEW suivant :



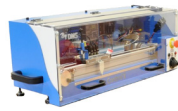
La réponse temporelle correspondant est la suivante :



## CORRECTION



Tous les critères du cahier des charges sont respectés.



### ANALYSTES MODELISATEURS : calage de trois types de correcteur

On cherche à caler un correcteur qui permet de satisfaire les critères C1 à C4 du cahier des charges. Le calage sera effectué par raisonnement sur le **modèle linéaire** (sans tension de seuil, sans saturation) sur la **boucle ouverte et dans le domaine fréquentiel**.

Pour la synthèse de correcteur, les critères C2 et C3 du cahier des charges sont transformés dans le domaine fréquentiel, les critères C1 et C4 demeurent inchangés :

| Exigence   | Critères |  | Niveaux   |
|--|----------|--|---|
| Permettre à l'utilisateur de positionner une pièce | C2       | Amortissement caractérisé par la marge de gain et la marge de phase.         | $M_G > 10 \text{ dB}$<br>$M_\varphi > 45^\circ$ |
|  | C3       | Rapidité caractérisée par la pulsation de coupure à 0dB de la boucle ouverte | $\omega_{co-0dB} > 15 \text{ rad/s}$            |

On va caler trois types de correcteurs permettant de satisfaire le cahier des charges :

- 1) Un correcteur à avance de phase
- 2) Un correcteur proportionnel intégral
- 3) Un correcteur à retard de phase

Pour le calage du correcteur, on utilisera l'onglet "Synthèse de correcteur".

On parcourra alors les sous-onglets :

- "Modèle linéaire" pour spécifier le modèle linéaire choisi
- "Aspect temporel linéaire" pour visualiser les réponses temporelles avec ou sans correction,
- "Aspect fréquentiel linéaire" pour caler le correcteur
- "Aspect temporel non linéaire" pour prévoir le comportement sur la base d'un modèle non linéaire (modèle qui reflètera forcément mieux le comportement réel).

Pour la validation du cahier des charges sur le système réel, après un essai de réponse indicielle d'amplitude 100 mm, le cahier des charges sera effectivement déclaré satisfait si les critères temporels C1 à C4 sont respectés.

## ANALYSTES MODELISATEURS : calage de trois types de correcteur

### 1) Calage du correcteur à avance de phase

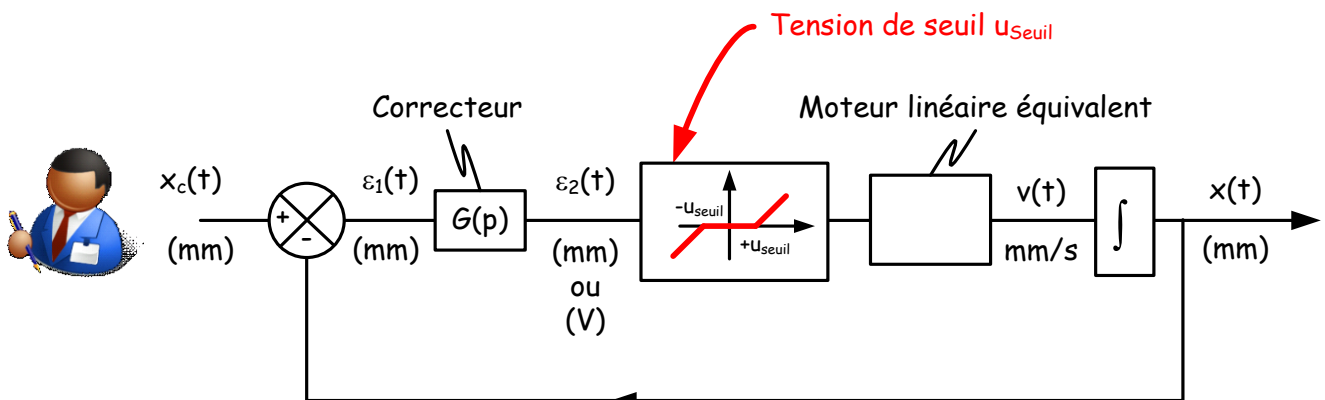
Ouvrir la fenêtre de correcteurs (Menu "Correcteur") et choisir un correcteur à "Avance de phase, action D"

$$G(p) = K \cdot \frac{1 + a \cdot \tau \cdot p}{1 + \tau \cdot p} \text{ où } a > 1$$

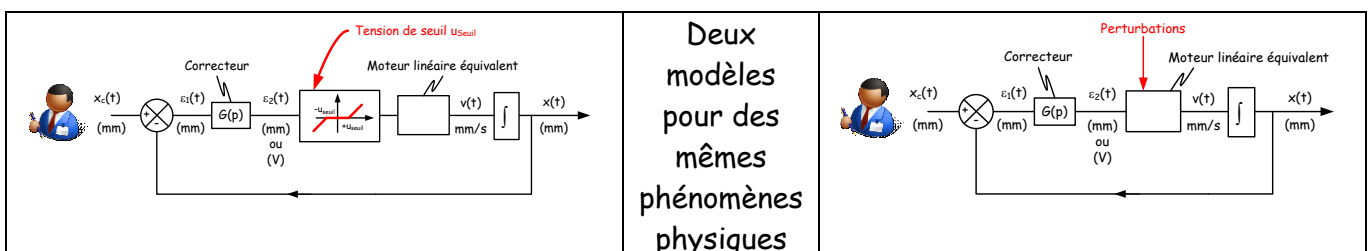
On procédera en quatre étapes :

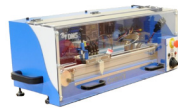
**Etape 1** : On commencera par choisir K de façon à respecter le critère C4 compte tenu de la tension de seuil  $u_{\text{seuil}}$ .

**Indice** : En raisonnant très simplement sur le schéma bloc ci-dessous, indiquer l'écart statique  $\varepsilon_{1 \text{ stat}}$  maximal que l'on est susceptible d'obtenir en fonction de K et  $u_{\text{seuil}}$ .



**N.B.** : A propos de précision, le modèle linéaire (non perturbé) laisse prévoir que l'écart statique va être nul (une intégration dans la boucle ouverte). En pratique il n'en n'est rien. Il ne faut pas oublier que la tension de seuil  $u_{\text{seuil}}$  n'est qu'un modèle pratique pour rendre compte de dissipations passives type frottements secs ou résistances au roulement qui sont des phénomènes perturbateurs non modélisés (non pris en compte). Si ces efforts perturbateurs avaient été modélisés, ils seraient intervenus au niveau du moteur.



**ANALYSTES MODELISATEURS : calage de trois types de correcteur**

**Etape 2 :** On choisira ensuite la valeur de  $a$  pour respecter les critères  $C1$  et  $C2$ .

**Etape 3 :** On choisira ensuite la constante de temps  $\tau$  de façon à ce que la phase soit apportée "au bon endroit".

**Etape 4 :** Enfin, on vérifiera à posteriori que le critère  $C3$  est respecté.

Demander aux expérimentateurs de réaliser un essai de réponse indicielle sur la base de ce correcteur. Pour cela ils doivent :

- Revenir dans l'onglet "Analyse temporelle" et réinitialiser la position du chariot.
- Définir le correcteur à avance de phase (menu "Correcteur").
- Imposer une consigne en échelon de 100 mm d'amplitude par exemple (Menu "Analyse temporelle", "Définir entrée").

Enregistrer cet essai sur une clé USB ou sur le réseau du lycée : menu "Analyse temporelle", "Sauvegarder essai temporel en mémoire".

Ouvrir cet essai en mode hors ligne sous Control'Drive : menu "Analyse temporelle", "Ouvrir un essai temporel".

Dépouiller les résultats. Le cahier des charges est-il respecté ?

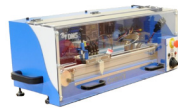
On pourra si on le souhaite revenir dans l'onglet "Identification / Simulation", sous onglet "Temporelle non linéaire" pour comparer les différentes réponses : Position souhaitée, simulée linéaire, non linéaire et position réelle.

**2) Calage du correcteur proportionnel intégral**

Ouvrir la fenêtre de correcteurs (Menu "Correcteur") et choisir un correcteur "PID académique"

$$G(p) = K(1 + \frac{1}{T_i \cdot p})$$

Justifier le choix d'un correcteur de type PI en analysant notamment le critère de précision qui impose un rejet de perturbation suffisant.



### ANALYSTES MODELISATEURS : calage de trois types de correcteur

On procédera en deux étapes :

**Etape 1 :** Commencer par choisir le gain  $K$  de façon à satisfaire les critères  $C1$ ,  $C2$  et  $C3$ .

**Etape 2 :** Choisir la constante de temps  $T_i$  de façon à ce que le déphasage apporté par ce correcteur ne modifie que peu la marge de phase et la pulsation de coupure à 0dB de la boucle ouverte corrigée par le gain  $K$  (celui de l'étape 1). On choisit pour cela  $T_i$  de façon à ce qu'il y ait au moins une décade entre la pulsation  $1/T_i$  et la pulsation  $\omega_{co-0dB}$  de l'étape 1.

Faire exécuter un essai de réponse indicielle de 100mm sur la base de ce correcteur et dépouiller les résultats de la même façon qu'auparavant.

### 3) Calage du correcteur à retard de phase

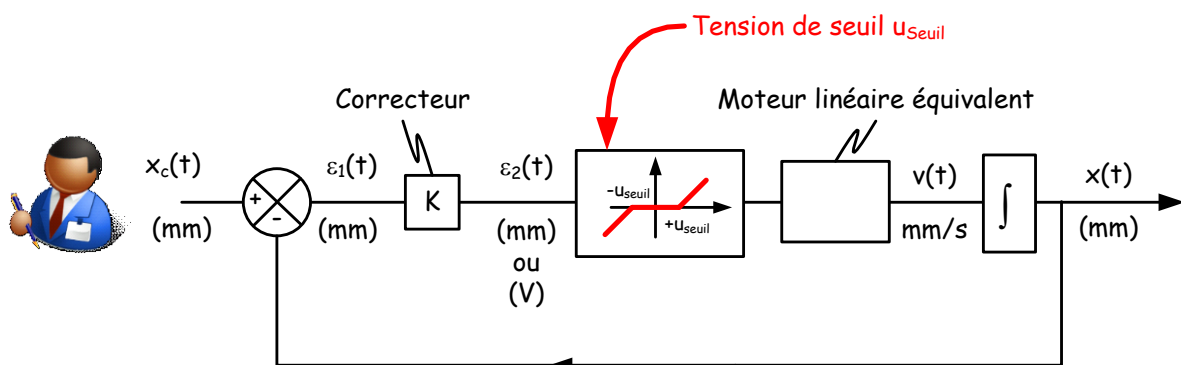
Ouvrir la fenêtre de correcteurs (Menu "Correcteur") et choisir un correcteur à "Retard de phase, action I"

$$G(p) = K.b. \frac{1 + \tau.p}{1 + b.\tau.p} \text{ où } b > 1$$

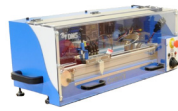
On procédera en quatre étapes :

**Etape 1 :** On commencera par choisir  $K$  de façon à respecter les critères  $C1$ ,  $C2$  et  $C3$ .

**Etape 2 :** On choisira ensuite la valeur de  $b$  de façon à respecter  $C4$  compte tenu de la tension de seuil  $u_{seuil}$ .



**Etape 3 :** Choisir la constante de temps  $\tau$  de façon à ce que le déphasage apporté par ce correcteur ne modifie que peu la marge de phase et la pulsation de coupure à 0dB de la boucle ouverte corrigée par le gain  $K$  (celui de l'étape 1). On choisit pour cela  $\tau$  de façon à ce qu'il y ait au moins une décade entre la pulsation  $1/\tau$  et la pulsation  $\omega_{co-0dB}$  de l'étape 1.

**ANALYSTES MODELISATEURS : calage de trois types de correcteur**

Faire exécuter un essai de réponse indicielle de 100mm sur la base de ce correcteur et dépouiller les résultats de la même façon qu'auparavant.

**CORRECTION****1) Calage du correcteur à avance de phase**

Ouvrir la fenêtre de correcteurs (Menu "Correcteur") et choisir un correcteur à "Avance de phase, action D"

$$G(p) = K \cdot \frac{1 + a \cdot \tau \cdot p}{1 + \tau \cdot p} \text{ où } a > 1$$

**Etape 1 :**

L'écart statique maxi que l'on est susceptible d'obtenir expérimentalement vaut  $\varepsilon_{1 \text{ stat}} = \frac{u_{\text{Seuil}}}{G}$ .

Si on veut un écart statique inférieur à 0.5 mm alors il faudra un gain basse fréquence  $G$  tel que  $\frac{u_{\text{Seuil}}}{G} \leq 0.5$  soit  $G \geq 3$ .

L'expression  $\varepsilon_{1 \text{ stat}} = \frac{u_{\text{Seuil}}}{G}$  montre bien que plus le gain  $G$  est important plus les perturbations vont être rejetées et plus la précision va être améliorée.

Ici, c'est  $K$  qui joue le rôle du gain basse fréquence  $G$ . On prend donc  $K = 3$ .

**Etape 2 :**

Pour cette valeur de  $K$ , on a une marge de phase de  $20^\circ$ . Il faut donc choisir  $a$  de façon à ce que le correcteur apporte  $25^\circ$ . On trouve  $a \approx 2.5$

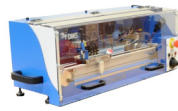
**Etape 3 :**

On choisit  $\tau$  de façon à ce que la phase soit "apportée au bon endroit". On trouve  $\tau = 0.004 \text{ s}$

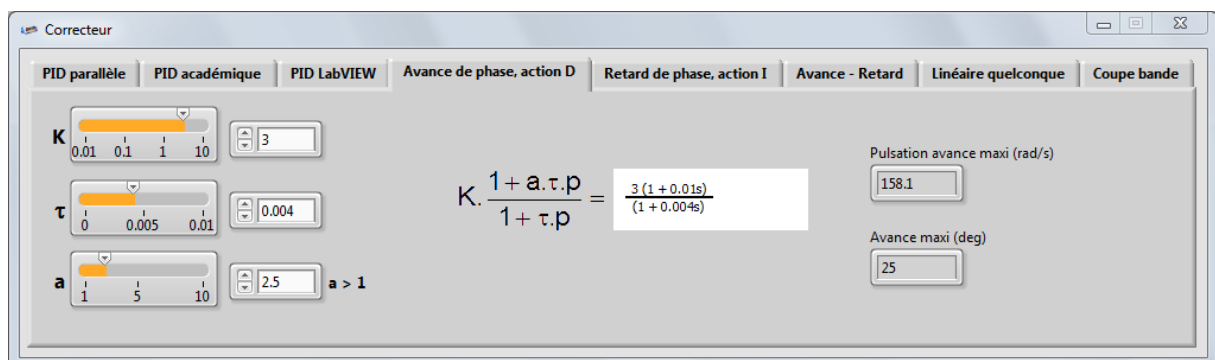
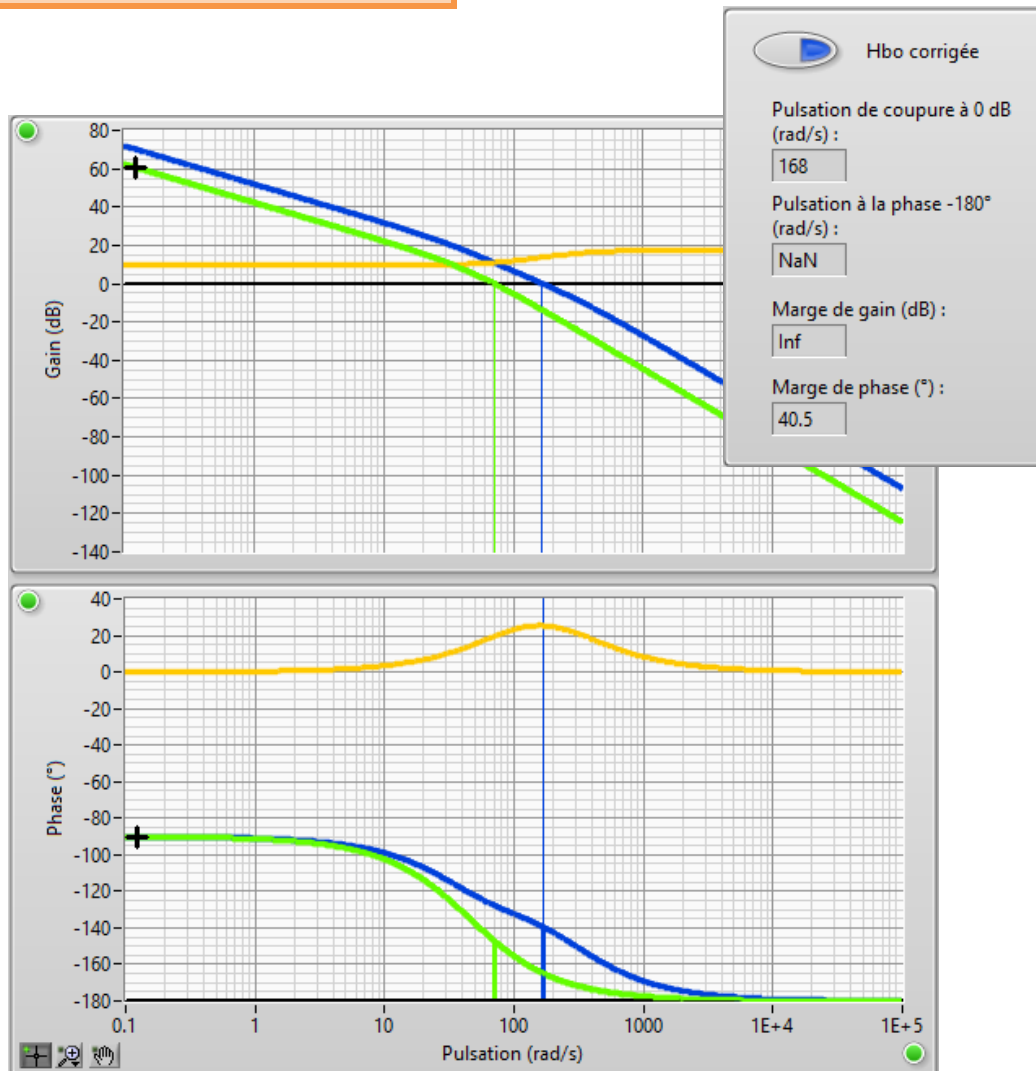
**Etape 4 :**

On trouve alors  $\omega_{\text{co-0dB}} \approx 168 \text{ rad/s}$  donc le critère C3 est respecté (15 rad/s mini)

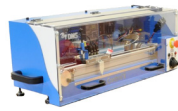




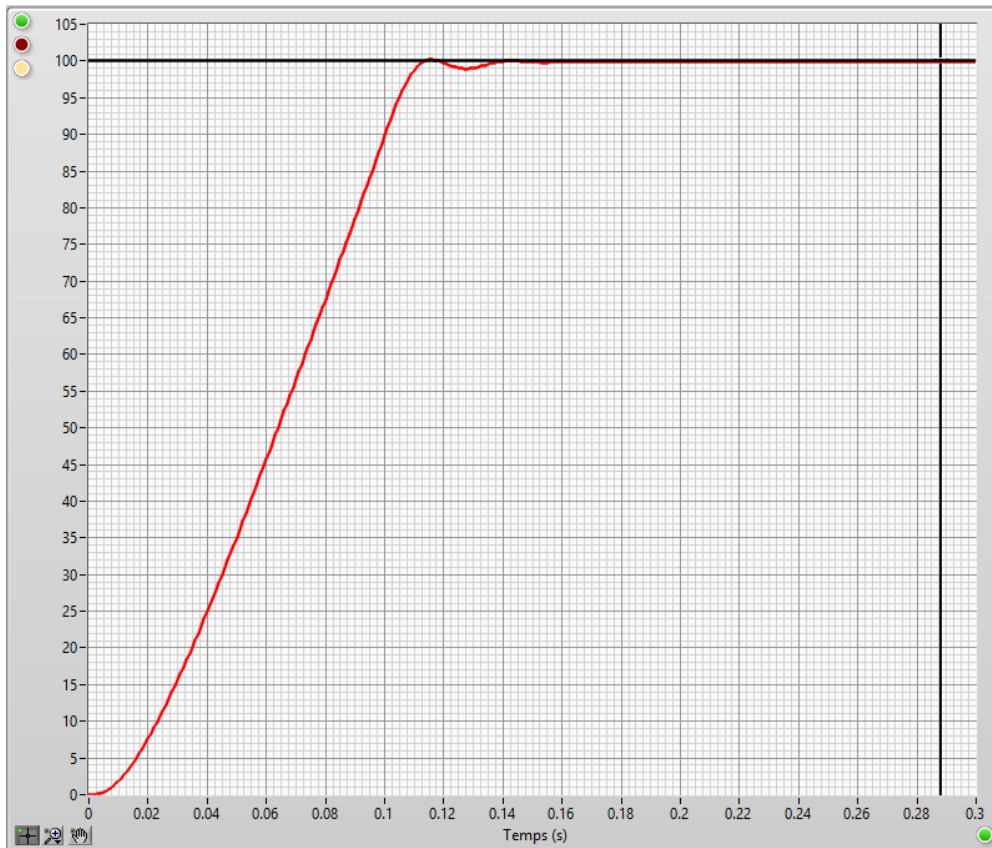
**CORRECTION**



On obtient la réponse indicielle suivante :



## CORRECTION



Réponse indicielle avec un correcteur à avance de phase

Tous les critères du cahier des charges sont respectés.

### 2) Calage du correcteur proportionnel intégral

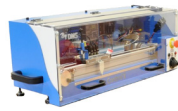
Ouvrir la fenêtre de correcteurs (Menu "Correcteur") et choisir un correcteur "PID académique"

$$G(p) = K \left( 1 + \frac{1}{T_i \cdot p} \right)$$

En ajoutant un intégrateur en amont des perturbations, un correcteur de type PI va permettre de rejeter les perturbations constantes : ici les frottements secs. Le critère C4 va être automatiquement respecté.

**Etape 1 :** On respecte C1 quel que soit le gain du correcteur proportionnel K. Le système est en effet toujours stable. Pour respecter C2 et C3, il faut  $K \in [0.12, 0.5]$ . On choisit  $K = 0.5$ . On a alors  $M_\varphi = 45^\circ$  et  $M_G = \infty \geq 10$  dB.

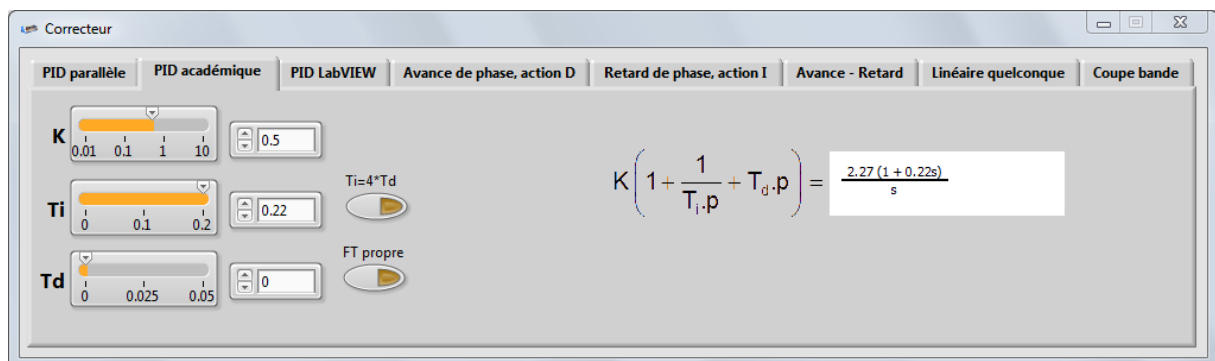
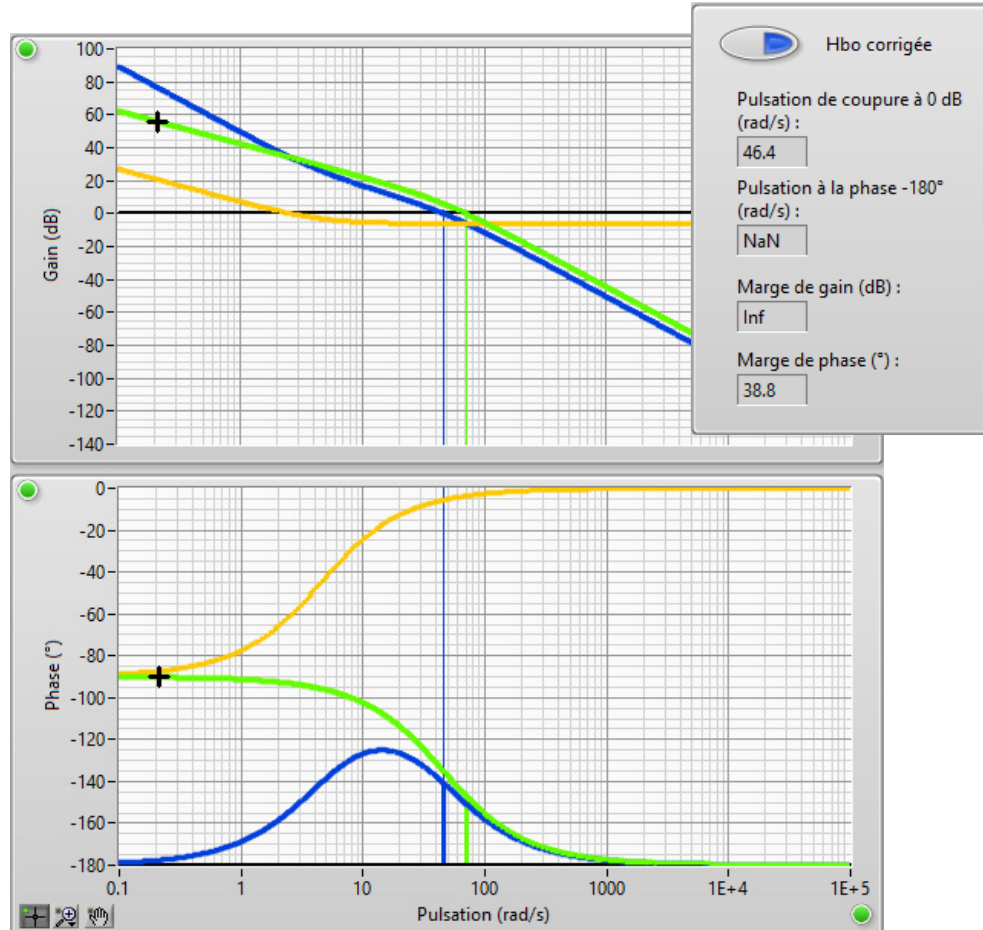
On a par ailleurs à ce stade  $\omega_{co-0dB} = 46$  rad/s



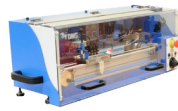
## CORRECTION

### Etape 2 :

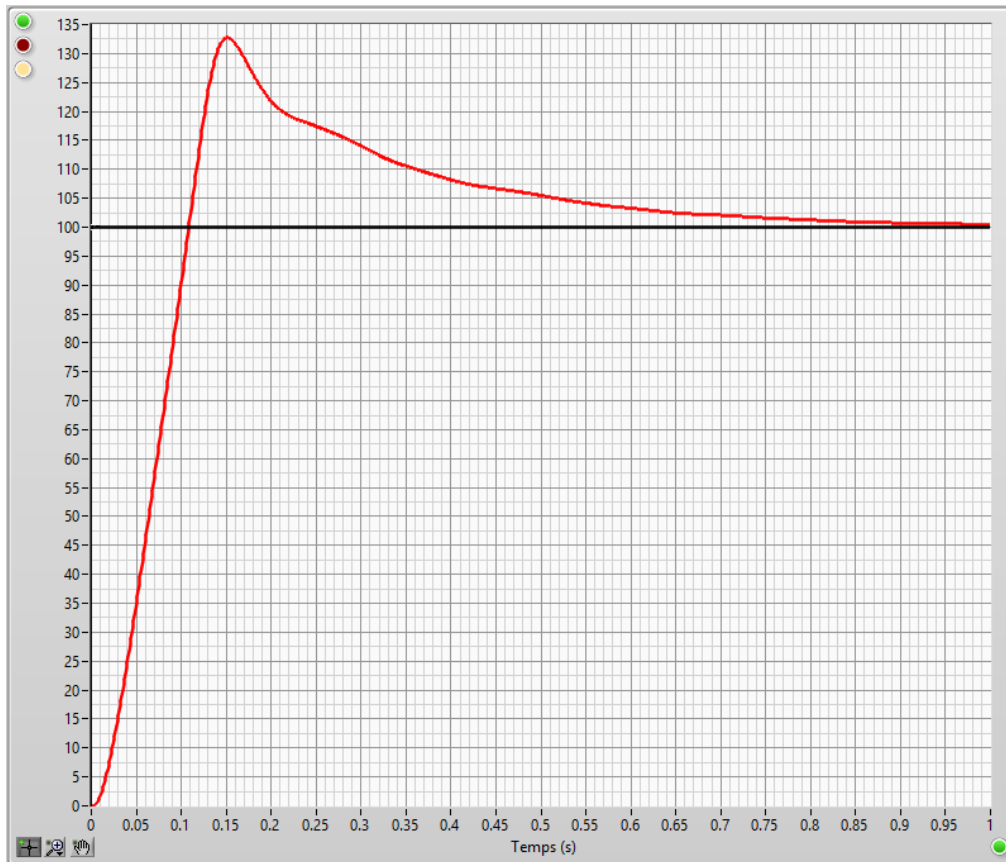
Il faut  $1/T_i \leq \omega_{co-0dB} / 10$  soit  $T_i \geq 0.22$



On obtient la réponse indicielle suivante :



## CORRECTION

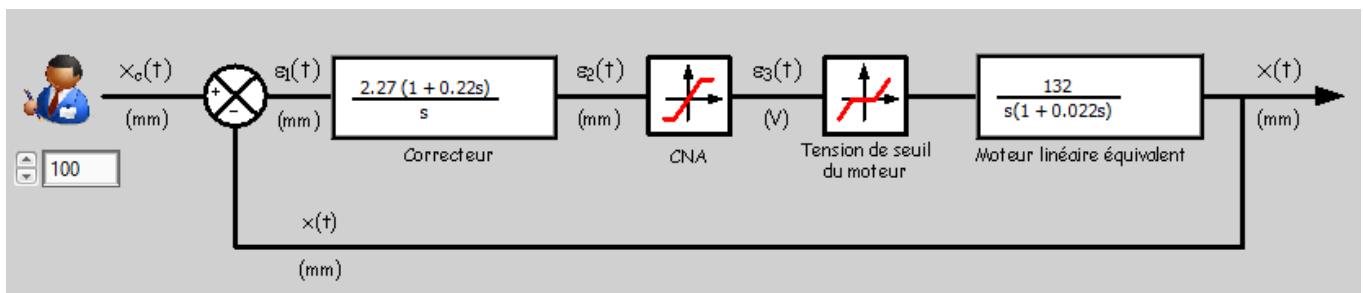


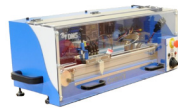
Réponse indicielle avec correcteur PI linéaire (académique)

La réponse montre clairement un effet windup : la saturation est telle que le chariot a été loin du but très longtemps, le terme intégrateur du correcteur a donc intégré un écart important pendant très longtemps. Lorsque le chariot dépasse la valeur de consigne, il faut attendre longtemps pour que le terme intégral redescende de façon à ce que la tension d'alimentation du moteur change de signe. Le chariot revient ensuite doucement vers la consigne.

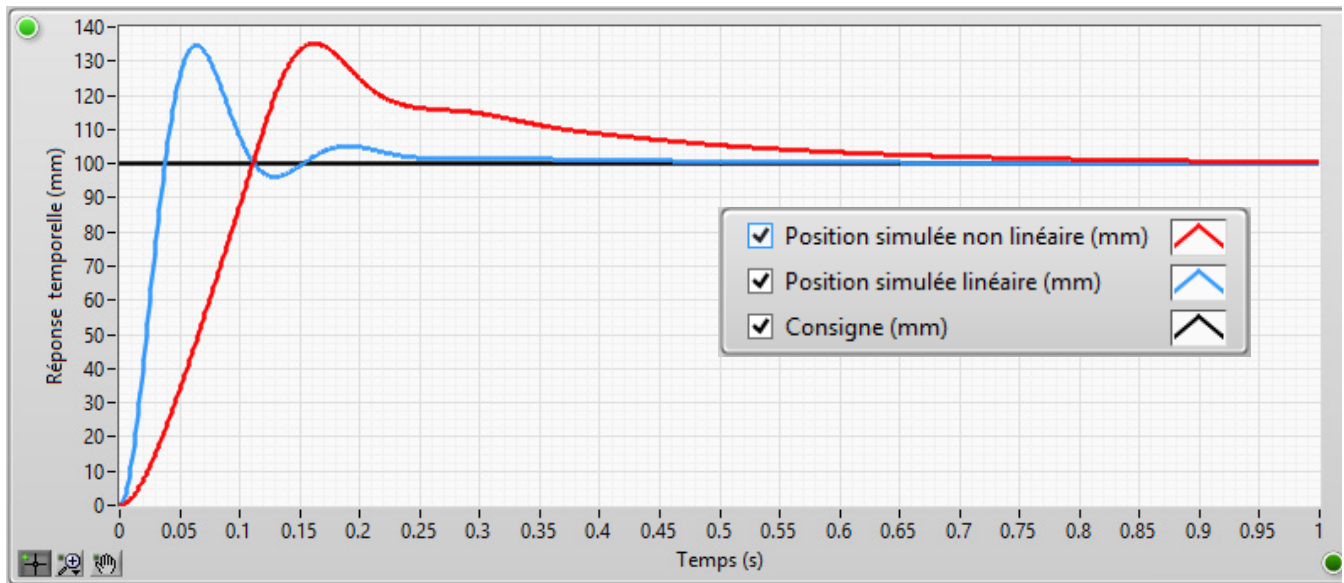
Le cahier des charges n'est pas respecté :  $D_1 > 25\%$ , pourtant  $T_{5\%} \approx 500$  ms et  $\varepsilon_S \ll 0.5$  mm.

Un correcteur PI dans le cadre d'un modèle linéaire est très loin de pouvoir refléter correctement ce qu'il se passe lorsque le système sature : c'est un constat que l'on pouvait faire en phase de simulation dans le sous-onglet "Aspect temporel non linéaire" de l'onglet "Synthèse correcteur".

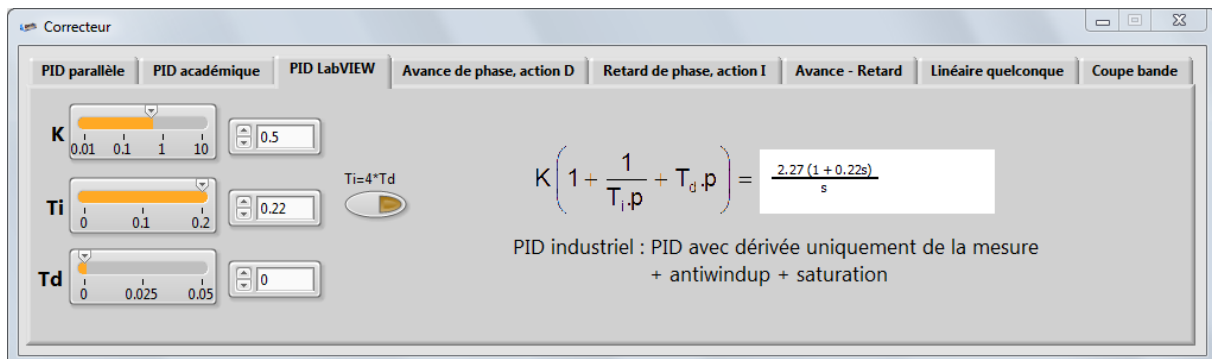




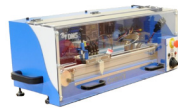
## CORRECTION



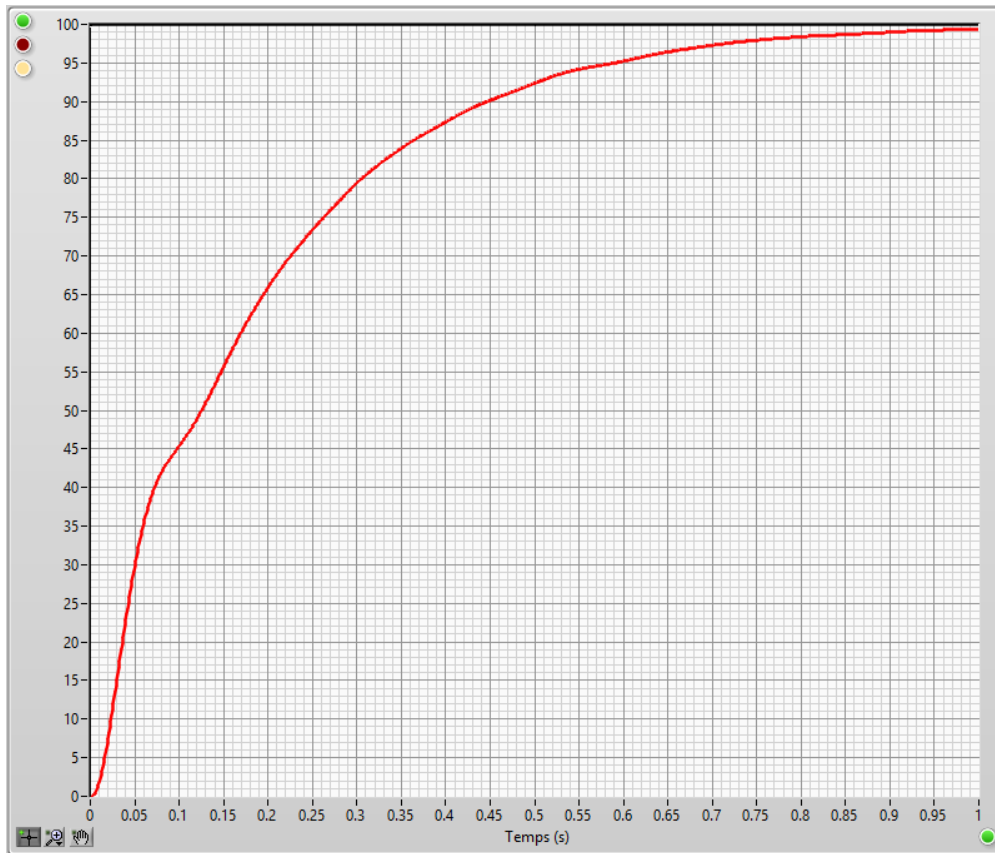
On peut ici utiliser les mêmes coefficients de correcteur mais avec le PI LabVIEW qui intègre un effet antiwindup : l'action intégratrice est déclenchée lorsque le chariot est proche du but. Le chariot est déclaré proche du but lorsque la tension moteur cesse de saturer.



On obtient la réponse indicielle suivante : elle n'a rien à voir avec la précédente !



## CORRECTION



Correcteur PI LabVIEW (effet antiwindup)

Le cahier des charges est quasiment respecté, le temps de réponse à 5% est un tout petit peu supérieur à ce qui exigé.

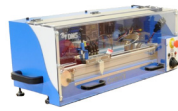
### 3) Calage du correcteur à retard de phase

Ouvrir la fenêtre de correcteurs (Menu "Correcteur") et choisir un correcteur à "Retard de phase, action I"

$$G(p) = K.b. \frac{1 + \tau.p}{1 + b.\tau.p} \quad \text{où } b > 1$$

**Etape 1 :** On respecte C1 quel que soit le gain de correcteur proportionnel. Le système est en effet toujours stable. Pour respecter C2 et C3, il faut  $K \in [0.12, 0.5]$ . On choisit  $K = 0.5$ . On a alors  $M_\phi = 45^\circ$  et  $M_G = \infty \geq 10$  dB.

On a par ailleurs à ce stade  $\omega_{co-0dB} = 46$  rad/s



## CORRECTION

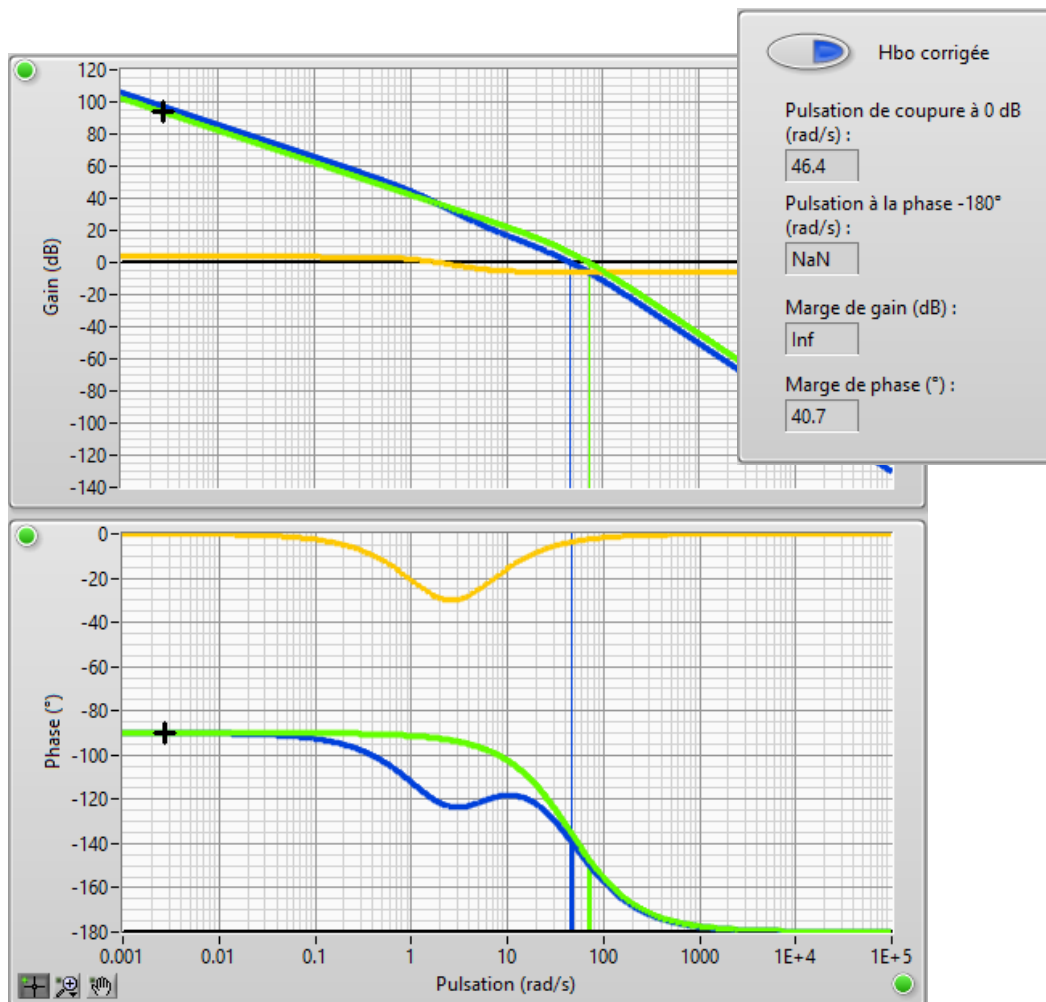
### Etape 2 :

L'écart statique maxi que l'on est susceptible d'obtenir expérimentalement vaut  $\varepsilon_{1 \text{ stat}} = \frac{u_{\text{Seuil}}}{G}$ .

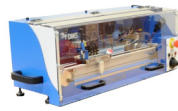
Si on veut un écart statique inférieur à 0.5 mm alors il faudra un gain basse fréquence  $G$  tel que  $\frac{u_{\text{Seuil}}}{G} \leq 0.5$  soit  $G \geq 3$ .

Ici, c'est  $K \times b$  qui joue le rôle du gain basse fréquence  $G$ . Il faut donc  $b \geq 6$ . On choisit  $b = 6$ .

Etape 3 : Il faut  $1/\tau \leq \omega_{\text{co-0dB}} / 10$  soit  $\tau \geq 0.22$ . On choisit  $\tau = 0.22$







## CORRECTION

Correcteur

PID parallèle PID académique PID LabVIEW Avance de phase, action D Retard de phase, action I Avance - Retard Linéaire quelconque Coupe bande

K 0.01 1 5 0.5

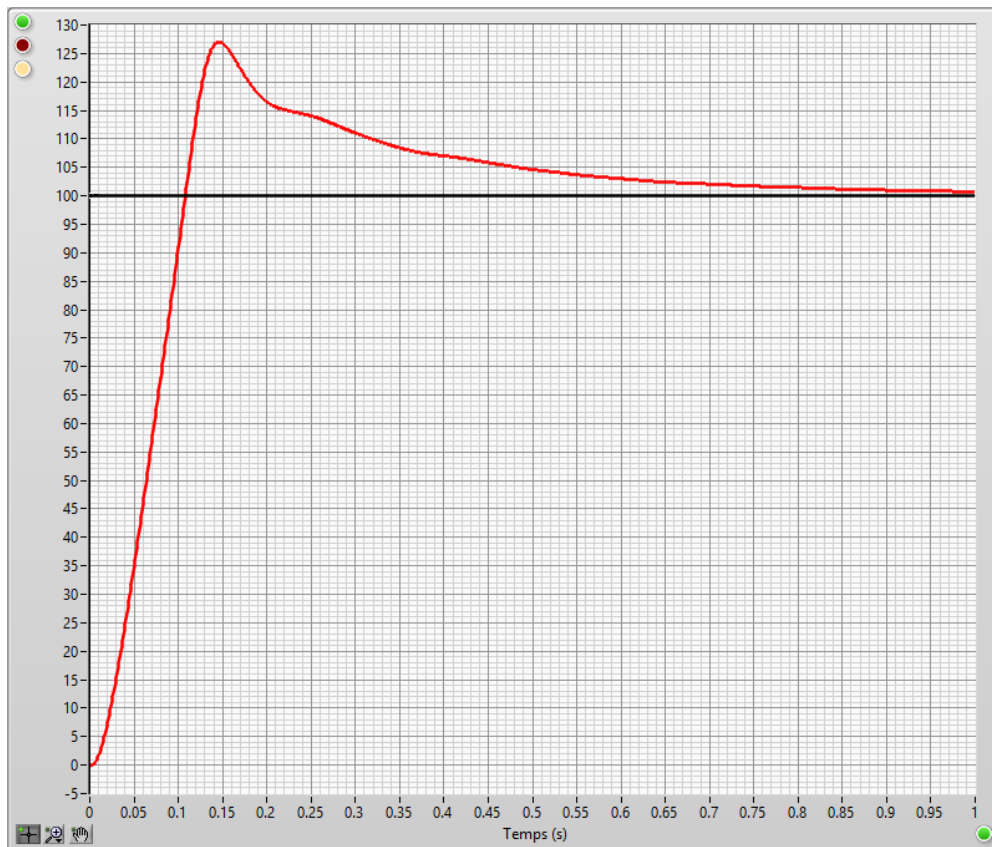
$\tau$  0 0.5 1 0.22

b 1 5 10 6  $b > 1$

$$K.b. \frac{1 + \tau.p}{1 + b.\tau.p} = \frac{3(1 + 0.22s)}{(1 + 1.32s)}$$

Pulsation du retard maxi (rad/s) 1.9

On obtient la réponse indicielle suivante :



Réponse indicielle avec correcteur à retard de phase

On observe la encore de grosses différences entre ce que prévoit le modèle linéaire et le comportement réel. Ceci est dû à la saturation (pendant la phase de saturation bien sûr) mais après la phase de saturation à l'action combinée de la saturation et du terme intégrateur de ce type de correcteur : c'est là encore l'effet windup qui se fait sentir même si l'effet intégrateur du retard de phase ne se manifeste que sur une plage de fréquence relativement étroite.

Le cahier des charges est presque respecté :  $D_1 \approx 25\%$ ,  $T_{5\%} \approx 500$  ms et  $\varepsilon_5 \ll 0.5$  mm même si on aurait tendance à juger la réponse pas tellement satisfaisante.



**TOUTE L'EQUIPE : validation cahier des charges**

Faire le point sur les activités menées au cours de ce TP



## FICHE DE FORMALISATION

| Savoir-faire  | Je saurais refaire sans aide | Je saurais refaire avec de l'aide | Je ne saurais pas refaire |
|---|------------------------------|-----------------------------------|---------------------------|
| <b>Choisir</b> un type de correcteur adapté aux exigences du cahier des charges |                              |                                   |                           |

| Connaissances                                       | Je saurais refaire sans aide | Je saurais refaire avec de l'aide | Je ne saurais pas refaire |
|---|------------------------------|-----------------------------------|---------------------------|
| <b>Concevoir</b><br>Correction d'un système asservi |                              |                                   |                           |