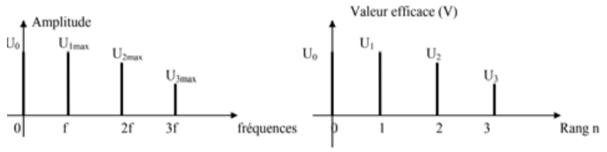
Propriétés des signaux périodiques

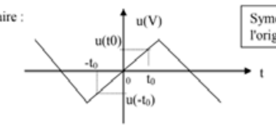


Remarques :

- L'axe des abscisses peut correspondre au rang des différentes composantes du signal (rang 0 pour la composante continue, rang 1 pour le fondamental, rang 2 pour l'harmonique de rang 2…….
- L'axe des ordonnées peut correspondre :
  - Aux valeurs efficaces(en V).
  - Aux niveaux de tension (en dBV).
  - Aux niveaux de puissance (en dBm).

- **u(t) impaire :**

Exemple de fonction impaire :

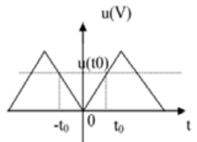


Symétrie par rapport à l'origine des axes

Lorsque u(t) est impaire (u(t) =-u(-t)), on démontre que **les termes U_0 et An sont nuls**.

- **u(t) paire :**

Exemple de fonction paire :



Symétrie par rapport à l'axe des ordonnés

Lorsque u(t) est paire (u(t) =u(-t)), on démontre que **le terme Bn est nul**.

Calcul de la valeur moyenne : $U_0 = \frac{1}{T}\int_0^T u.dt$

Calcul du coefficient A_n : $A_n = \frac{2}{T}\int_0^T u(t).\cos n\omega t.dt$

Calcul du coefficient B_n : $B_n = \frac{2}{T}\int_0^T u(t).\sin n\omega t.dt$

Remarque : Les coefficients A_n et B_n (de l'équation 2) permettent de déterminer l'amplitude $U_{n\,max}$ et la phase φ_n des différents harmoniques (de l'équation 1) par les relations suivantes :

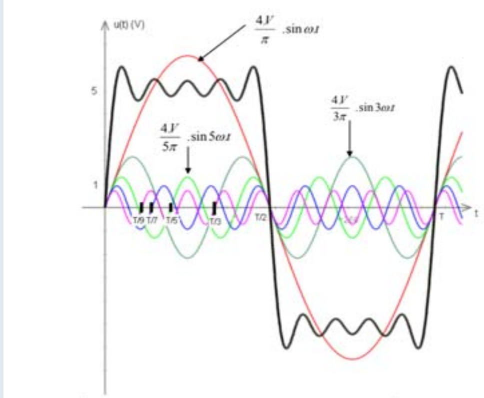
$$\boxed{U_{n\,max} = \sqrt{A_n^2 + B_n^2}} \quad \text{et} \quad \boxed{\varphi_n = \tan^{-1}\left(\frac{B_n}{A_n}\right)}$$

$$\boxed{u(t) = U_0 + U_{1max}.\cos(\omega.t - \varphi_1) + U_{2max}.\cos(2\omega.t - \varphi_2) + U_{3max}.\cos(3\omega.t - \varphi_3) \ldots}$$

Ou

$$\boxed{u(t) = U_0 + \sum_{n=1}^{\infty} U_{n\,max}.\cos(n.\omega.t - \varphi_n)}$$

On montre que la somme de fonctions [Ouvrir avec Google Docs] er un signal carré : (utilisation d'un tableur pour le tracé suivant)

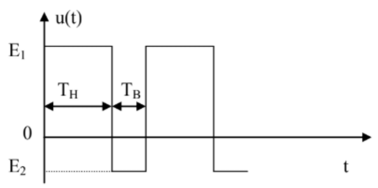


$$u(t) = \frac{4V}{\pi}.\left[\sin\omega t + \frac{\sin 3\omega t}{3} + \frac{\sin 5\omega t}{5} + \frac{\sin 7\omega t}{7} + \frac{\sin 9\omega t}{9}\right] \text{ avec } V = 5V$$

Rapport cyclique= Th/T

$0 \leq \alpha \leq 1$

Il est définit comme étant le rapport de la durée de l'état haut T_H du signal rectangulaire sur la période du signal T



La période T de la tension u est : $T = T_H + T_B$

Le taux de distorsion harmonique, τ, est défini par le rapport entre la valeur efficace de l'ensemble des harmoniques d'ordre supérieur à 1, et la valeur efficace du fondamental, soit :

$$\tau_{théorique} = \frac{\sqrt{U_{2\,eff}^2 + U_{3\,eff}^2 + \ldots\ldots + U_{n\,eff}^2}}{U_{1\,eff}} = \frac{\sqrt{U_{eff\,ond}^2 - U_{1\,eff}^2}}{U_{1\,eff}}$$

Il permet de chiffrer **la pureté** d'un signal sinusoïdal. (τ=0 pour un signal sinusoïdal)

En pratique, l'utilisation d'un distorsiomètre est envisageable (attention la relation de taux de distorsion pratique est différente) par conséquent :

$\boxed{\tau_{théorique} \approx \tau_{pratique}}$ pour des valeurs faibles

Période: u(t0 + k.T)=u(t0)

Fréquence : f=1/T

Valeur Efficace

$$U_{eff} = \sqrt{(u^2)_{moy}}$$

$$U_{eff} = \sqrt{(u^2)_{moy}} = \sqrt{\frac{1}{T}.\int_0^T u^2.dt}$$

- La valeur efficace d'un signal périodique est indépendante de la fréquence ou de la période.
- Le signe d'une valeur efficace est toujours positif
- La valeur Efficace d'une grandeur périodique est toujours supérieure ou égale à la valeur absolue de la valeur Moyenne.

V(t)= Vsin (w.t+p) Vmoy=0 et Veff=Vmax/ √2

$$U_{eff} = \sqrt{U_0^2 + U_{eff\,ond}^2} = \sqrt{U_0^2 + U_{1\,eff}^2 + U_{2\,eff}^2 + U_{3\,eff}^2 + \ldots} = \sqrt{U_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} U_{n\,eff}^2}$$

Valeur Moyenne

$$U_{moy} = \langle u \rangle = \frac{Aire}{T} = \frac{1}{T}.\int_0^T u(t).dt$$

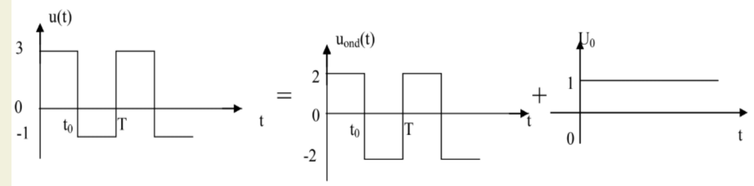
- La valeur moyenne d'un signal périodique est indépendante de la fréquence ou de la période.
- La valeur moyenne d'une somme (de signaux périodiques) est égale à la somme des valeurs moyennes des signaux.
- La valeur moyenne d'un signal périodique alternatif est nulle.

Décomposition

- Un signal périodique peut être considéré comme la somme d'une **composante CONTINUE**, égal à sa valeur moyenne et d'une **composante ALTERNATIVE**, correspondant à l'ondulation autour de cette valeur moyenne.

Signal Périodique	=	**composante ALTERNATIVE**	+	**composante CONTINUE**
u(t)	=	$u_{ond}(t)$	+	U_0

Exemple : avec t_0=T/2



La valeur efficace de u(t) a pour expression : (voir Ex 2 du TD1)

$$\boxed{U_{eff} = \sqrt{U_0^2 + U_{eff\,ond}^2}}$$

Vérification de l'exemple ci dessous:

$$U_{eff} = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} = 2.23\ V$$