

SESSION 2017

---

## **AGRÉGATION CONCOURS EXTERNE**

**Section : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR**

**Option : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR  
ET INGÉNIERIE MÉCANIQUE**

**MODÉLISATION D'UN SYSTÈME, D'UN PROCÉDÉ  
OU D'UNE ORGANISATION**

Durée : 6 heures

---

*Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.*

*L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.*

*Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.*

*De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.*

**NB : La copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.**

## INFORMATION AUX CANDIDATS

Vous trouverez ci-après les codes nécessaires vous permettant de compléter les rubriques figurant en en-tête de votre copie

Ces codes doivent être reportés sur chacune des copies que vous remettrez.

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EAE	1414A	109	2680

## Interface haptique pour un robot de chirurgie mini-invasive

La chirurgie classique (ouverte) consiste à faire une large ouverture dans le corps du patient pour que le chirurgien puisse accéder à la zone d'intervention en ayant une vision directe sur la cible. Pour ce type de chirurgie, les conséquences de la grande taille de l'incision sont :

- un saignement abondant lors de l'opération chirurgicale nécessitant une éventuelle transfusion sanguine ;
- une douleur post-opératoire importante ;
- des cicatrices inesthétiques ;
- un risque d'infection élevé ;
- une durée d'hospitalisation longue ;
- un délai plus long de rétablissement et de retour à une activité normale étendue.

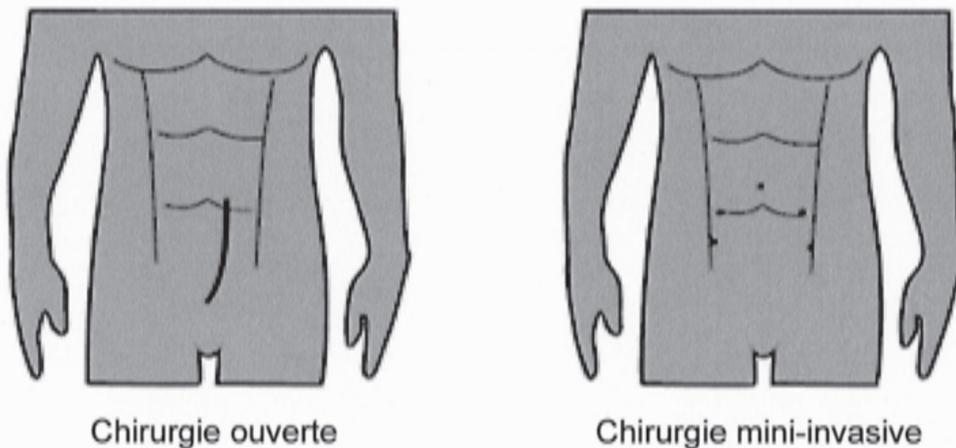


Figure 1 : représentation schématique des positions et dimensions des incisions

La chirurgie mini-invasive (CMI) est apparue pour réduire les traumatismes des opérations chirurgicales en diminuant les tailles des incisions. Elle consiste à passer les instruments médicaux (pinces, ciseaux, porte-aiguilles...) à travers des petites incisions. La figure 1 schématise les positions et les dimensions des incisions pour la chirurgie ouverte et pour la chirurgie mini-invasive dans le cas d'une intervention sur la vésicule biliaire. Les avantages de la chirurgie mini-invasive grâce aux tailles très réduites des incisions (inférieures à 1 cm de diamètre) sont :

- un risque d'infection réduit ;
- une probabilité de saignement préopératoire très réduit ;
- une durée d'hospitalisation très courte (voire ambulatoire) ;
- un délai de rétablissement et de retour à une activité normale plus court ;
- des cicatrices de petites tailles ;
- de faibles douleurs post-opératoires.

La CMI est apparue suite aux progrès techniques de la vision médicale. La nécessité d'une vision directe de la zone cible est supprimée grâce à la possibilité donnée au chirurgien de suivre l'opération sur un écran qui transmet un flux d'images de la cavité abdominale autour de cette zone cible (figure 2). Ce flux d'images est obtenu grâce à une caméra introduite dans le corps de patient.

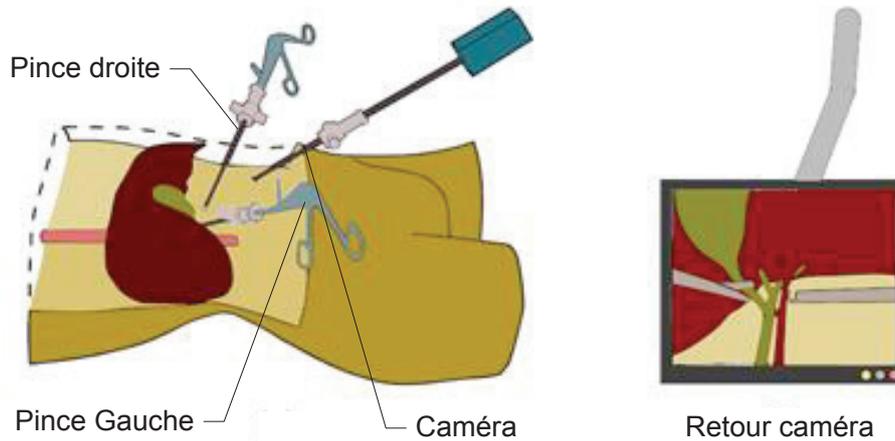


Figure 2 : chirurgie mini-invasive non robotisée

Cependant, la chirurgie mini-invasive présente elle-aussi des inconvénients. En effet, réduire la taille des incisions augmente la complexité de l'opération chirurgicale. Ainsi, le système de vision classique ne permet pas d'apprécier la profondeur. Les chirurgiens aptes à pratiquer de la CMI sont des chirurgiens experts, largement entraînés, qui arrivent à s'accommoder d'une vision 2D.

Les systèmes médicaux de télé-opération sont introduits pour assister les chirurgiens en améliorant leur confort, la précision et la sécurité des opérations chirurgicales. Les instruments (pince, porte-aiguille, ciseaux, endoscope) sont portés par des robots conçus spécialement pour la chirurgie mini-invasive (figure 3).

Ces robots doivent être capables de manipuler ces instruments (pince, porte-aiguille, ciseaux, endoscope) à l'intérieur du corps du patient en passant par des trocars (figure 5) insérés dans les petites incisions. Le chirurgien commande ces robots en utilisant des interfaces dédiées. Ces interfaces peuvent aller du simple joystick à des systèmes mécaniquement plus complexes incluant un retour haptique (un retour d'effort). Le chirurgien suit l'opération sur un écran qui permet un retour visuel classique (2D) ou un retour visuel plus avancé en utilisant un écran stéréoscopique (3D).

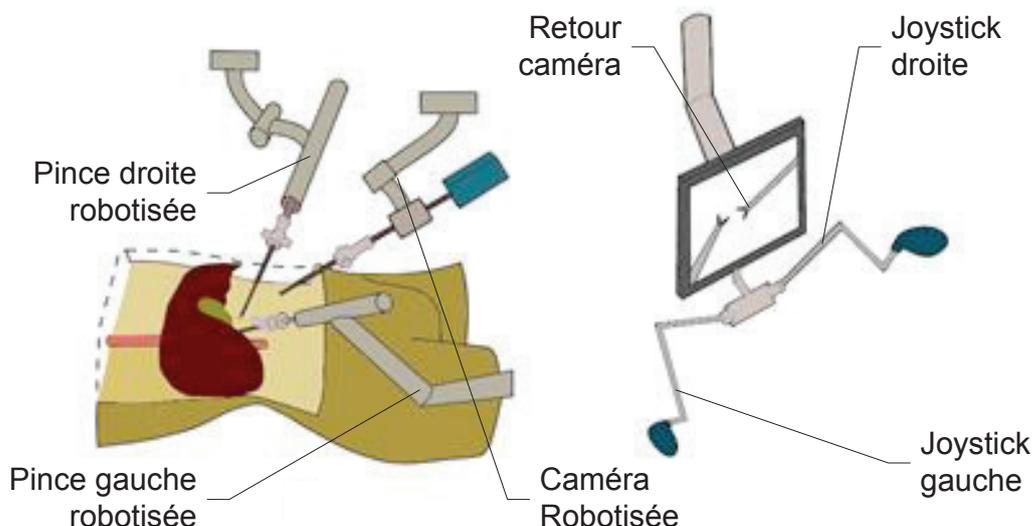


Figure 3 : chirurgie mini-invasive robotisée, télé-opérée

Les systèmes de télé-opération sont composés d'une station de commande dite «système maître» et d'une station opératoire dite « système esclave» (figure 4). La liaison entre le «système maître» et le «système esclave» est assurée par des systèmes de communication allant du simple câble réseau au satellite.

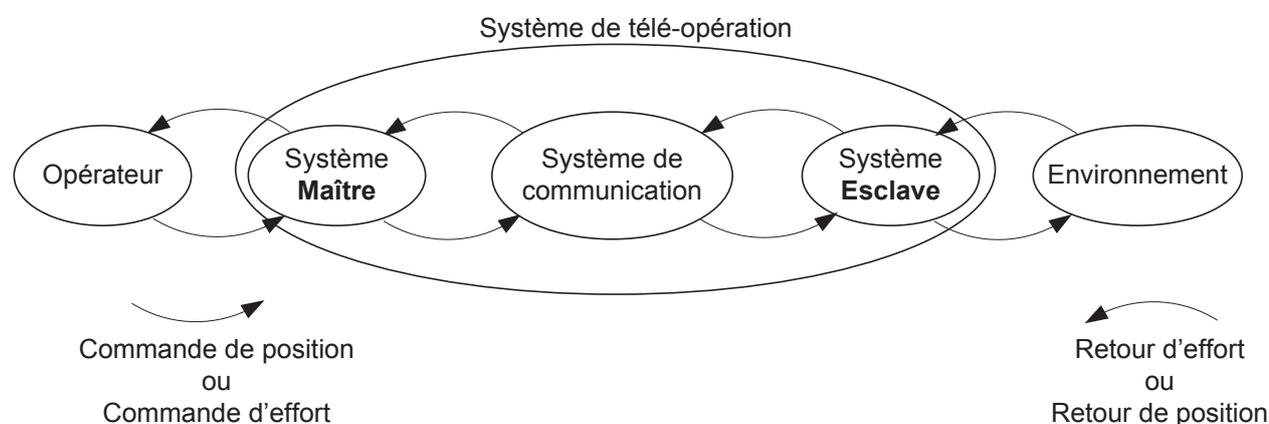


Figure 4 : structure d'un système de télé-opération

Les études proposées dans les différentes parties du sujet sont structurées autour de la validation des modèles permettant de justifier les technologies à exploiter pour la conception du nouveau prototype de robot de chirurgie mini-invasive développé par l'institut de recherche Pprime (CNRS, Université de Poitiers).

Ce nouveau prototype répond tout d'abord au besoin de baisse des coûts d'achat pour les centres hospitaliers et permet, de plus, au praticien de ressentir un retour d'effort (haptique) lors des opérations.

La première partie du sujet est consacrée à l'étude d'une intervention chirurgicale mini-invasive non robotisée, elle constitue le modèle initial que le système robotisé doit être en mesure de reproduire.

*L'objectif de cette partie est de déterminer un modèle cinématique reproduisant les mobilités des instruments lors de l'intervention ainsi que les efforts et erreurs induits par un mauvais positionnement du trocart.*

La seconde partie du sujet se centrera sur la cinématique, le dimensionnement et la commande du robot esclave.

*L'objectif de la seconde partie est de valider les modèles d'architecture et de commande du robot afin que le chirurgien perçoive les mêmes sensations qu'une opération non robotisée.*

## Partie 1 - Analyse du geste de chirurgie sans système robotisé

Parmi les contraintes liées au geste du chirurgien, nous pouvons aborder plus spécifiquement :

- les contraintes de positionnement et de mouvement nécessaires pour effectuer une intervention sur la zone ciblée tout en minimisant les tailles des cicatrices et les saignements ;
- les contraintes d'effort à exercer pour effectuer une incision, un prélèvement ou une suture.

### 1. Analyse du mouvement du chirurgien : espace de travail

*Objectif : déterminer un modèle cinématique reproduisant les mobilités des instruments lors de l'intervention.*

Lors d'une intervention mini-invasive, les instruments (figure 5) sont insérés dans le corps humain par l'intermédiaire d'un trocart qui permet d'assurer la liberté de mouvement tout en garantissant une étanchéité.

Le trocart peut s'incliner autour du point  $O$  fixe par rapport au patient suivant les directions  $(O, \vec{x}_P)$  et  $(O, \vec{y}_P)$ . Le guide de la pince peut glisser et tourner à travers le trocart suivant l'axe  $(O, \vec{z}_I)$ .

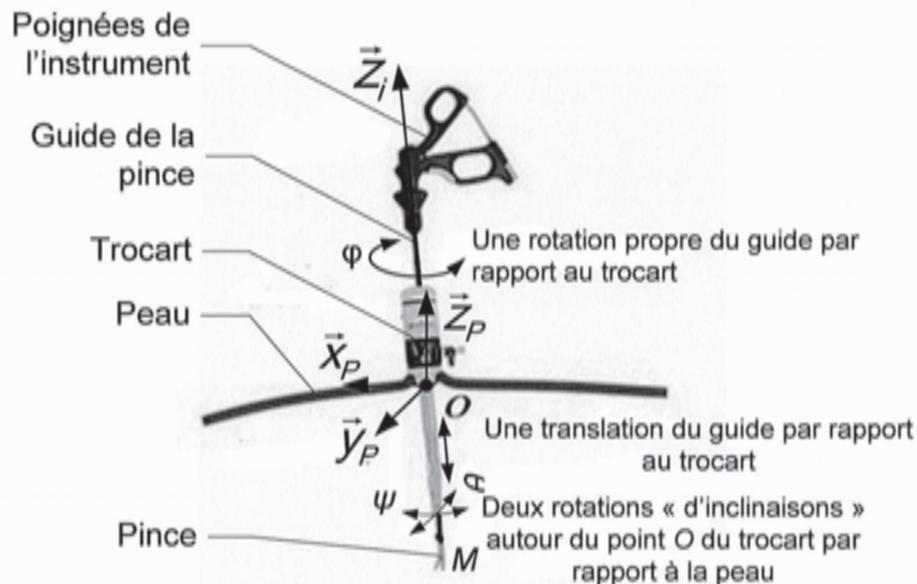


Figure 5 : mobilités d'un instrument dédié à la chirurgie mini-invasive

**Question 1** À partir de la figure 5 décrivant les mobilités de l'instrument par rapport au patient, **définir** les liaisons et **établir** un schéma cinématique faisant apparaître les classes d'équivalence suivantes :

- patient (sa peau) ;
- trocart ;
- instrument (poignées considérées comme non actionnées) ;

**Proposer** une liaison cinématique équivalente entre le patient et la pince de l'instrument du chirurgien.

**Question 2** Décrire par un dessin la forme de l'espace de travail de la pince (le volume contenant l'ensemble des positions du point  $M$ , extrémité de la pince, admissible par ce système). **Dénombrer et définir** les paramètres cinématiques indépendants nécessaires pour reproduire la position et l'orientation de la pince imposées par le chirurgien.

Les caractéristiques de cet espace de travail ainsi que les vitesses d'exécution sont déterminées par un protocole expérimental d'analyse tridimensionnelle du mouvement de l'instrument lors d'un entraînement sur un « pelvic trainer ». Les dispositifs expérimentaux sont présentés sur la figure ci-dessous.

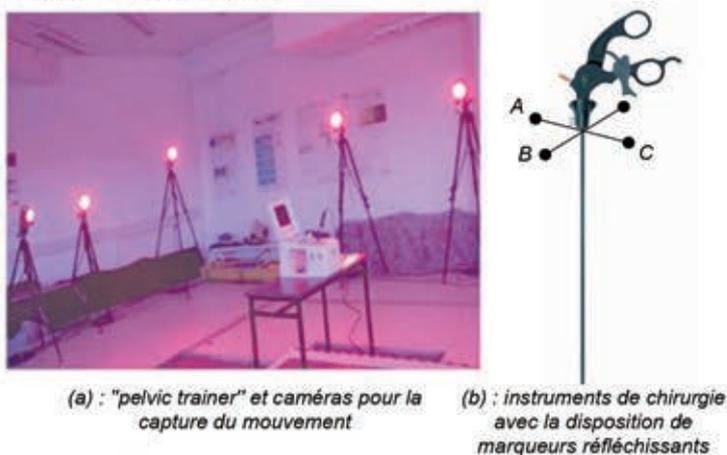


Figure 6 : dispositifs expérimentaux

Pour définir l'orientation dans l'espace du guide et de sa pince, les coordonnées des points  $A$ ,  $B$  et  $C$  (figure 6) sont mesurées par le système de capture du mouvement par rapport au repère du laboratoire ( $R_0$ ). Les coordonnées de ces points, enregistrées lors d'un entraînement chirurgical, permettent de calculer les angles d'inclinaison de l'instrument. Ces derniers sont représentés sur la figure 7.

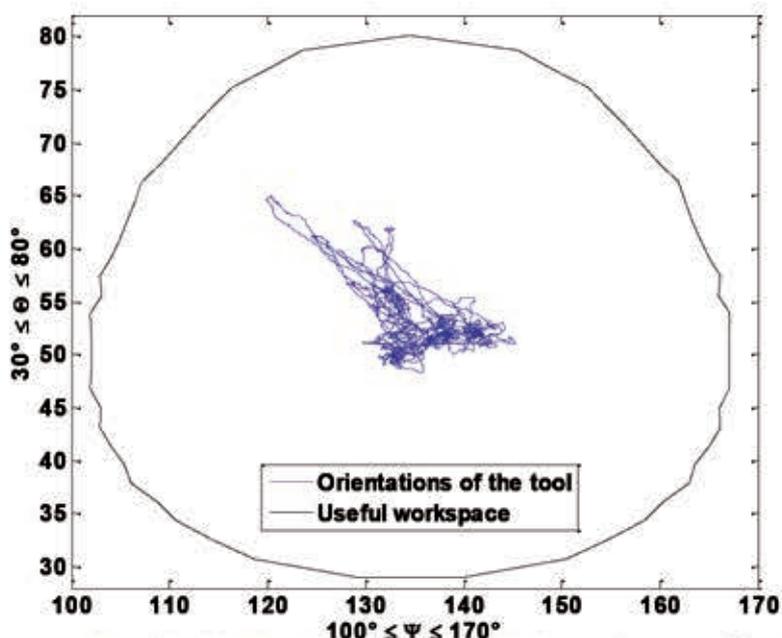


Figure 7 : les deux angles d'inclinaison de l'instrument lors d'une opération (orientations of the tool) et lors d'une manipulation du chirurgien définissant par son mouvement l'espace de travail utile (useful workspace)

**Question 3** À partir des résultats expérimentaux de la figure 7 et de la définition des angles de la figure 5, **définir** les contraintes dimensionnelles de l'espace de travail à imposer au robot de chirurgie. **Expliquer** l'intérêt de cette définition de l'espace de travail en phase de conception du robot de chirurgie.

## 2. Etude des efforts lors d'un exercice

*Objectif : déterminer les efforts et erreurs induits par un mauvais positionnement du trocart et ses conséquences sur le pilotage du robot haptique.*

Des études préalables ont permis de déterminer les efforts mécaniques nécessaires à la réalisation de la tâche médicale (prélèvement ou dissection). Ces efforts appliqués au point  $M$  (figure 5) sont pour la chirurgie mini-invasive d'un maximum de 20 N et d'un minimum de 1 N. Lors de ces actes, la sensibilité du chirurgien permet une intervention précise. La valeur minimale d'effort qui peut être détectée par la main est de 0,06 N.

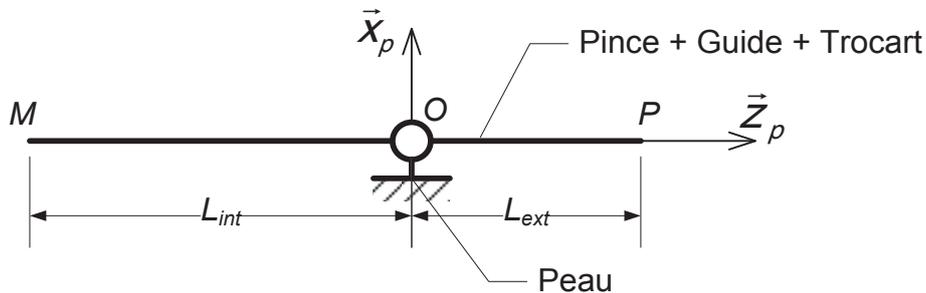


Figure 8 : modèle d'une pince chirurgicale avec son guide et le trocart pour l'étude statique

Un premier modèle plan est fourni (figure 8). L'action mécanique en  $M$  de la tâche médicale sur la pince est définie par  $\vec{F}_{orga \rightarrow pince} = F_M \cdot \vec{x}_p$ . L'action mécanique en  $P$  du chirurgien sur la pince est définie par  $\vec{F}_{chir \rightarrow pince} = F_P \cdot \vec{x}_p$ .

**Question 4** Déterminer la relation liant  $F_P$  et  $F_M$  lorsque la pince est à l'équilibre, **calculer** la valeur minimum de  $\frac{L_{int}}{L_{ext}}$  pour que le chirurgien conserve une sensibilité.

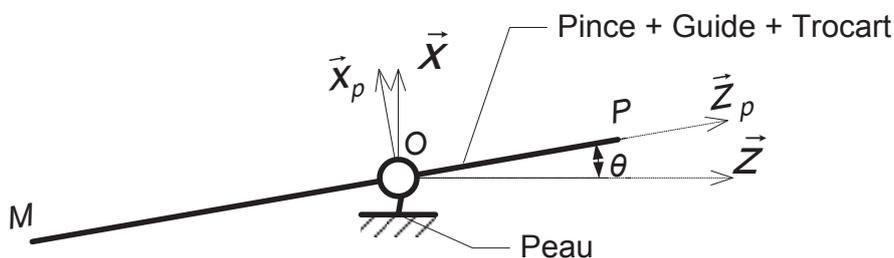


Figure 9 : modèle d'une pince chirurgicale avec son guide et le trocart en étude statique décalée

Lors de l'intervention, le chirurgien peut être dans l'obligation d'effectuer une légère rotation (figure 9), du fait d'un mauvais positionnement du trocart, pour effectuer le bon geste technique.

Pour aborder cette partie de l'étude, l'hypothèse de petits déplacements est faite.

**Question 5 Déterminer** l'erreur de positionnement initiale du trocart suivant l'axe  $(O, \vec{x})$  si le chirurgien doit effectuer une rotation d'angle  $\theta = 0,1$  rad pour atteindre le point d'intervention  $M$  (pour cette question, l'instrument est considéré comme indéformable et  $L_{int} = 100$  mm).

Les actions mécaniques exploitées sont :

- l'action mécanique en  $M$  de la tâche médicale (incision, suture...) sur la pince, définie par  $\vec{F}_{orga \rightarrow pince} = F_M \cdot \vec{x}_p$  avec  $F_M > 0$  ;
- l'action mécanique en  $P$  du chirurgien sur la pince, définie par  $\vec{F}_{chir \rightarrow pince} = F_p \cdot \vec{x}_p$  ;
- l'action mécanique de la chair sur la pince répartie sur le segment  $OM$ , définie par  $\vec{P}_{chair \rightarrow pince} = p_{chair \rightarrow pince} \cdot \vec{x}_p$  avec  $p_{chair \rightarrow pince} = -k \cdot z \cdot \theta$  pour  $z \in [-L_{int}, 0]$  ( $z$  est l'abscisse dans le repère  $(O, \vec{z}_p, \vec{x}_p, \vec{y})$  lié à la pince et à son guide).

**Question 6 Expliquer** l'expression de  $p_{chair \rightarrow pince}$  et **déterminer** l'effort maximal  $F_p$  sous forme littérale pour que le système soit en équilibre. **Effectuer** l'application numérique avec  $k = 10 \cdot 10^{-2} \text{ N} \cdot \text{mm}^{-2}$ ,  $0 \leq \theta \leq 0,1$  rad,  $L_{int} = 100$  mm et  $L_{ext} = 200$  mm.

Une fois la mise en position réalisée, ( $\theta = 0,1$  rad), le modèle adopté est présenté figure 10.

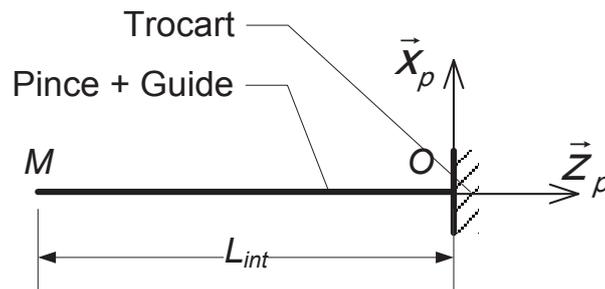


Figure 10 : Modèle de pince avec guide en position

Les actions mécaniques exploitées sont :

- l'action mécanique en  $M$  de la tâche médicale (incision, suture...) sur la pince, définie par  $\vec{F}_{orga \rightarrow pince} = F_M \cdot \vec{x}_p$  avec  $F_M > 0$  ;
- l'action mécanique de la chair sur la pince répartie sur le segment  $OM$ , définie par  $\vec{P}_{chair \rightarrow pince} = p_{chair \rightarrow pince} \cdot \vec{x}_p$  avec  $p_{chair \rightarrow pince} = -k \cdot z \cdot \theta$  pour  $z \in [-L_{int}, 0]$ .

**Question 7 Déterminer** le moment fléchissant  $M_f(z)$  pour  $z \in [-L_{int}, 0]$ .

La géométrie de la pince chirurgicale et de son guide est modélisée par un tube de longueur  $L$ , de diamètre extérieur  $D$  et de diamètre intérieur  $d$  (figure 11).

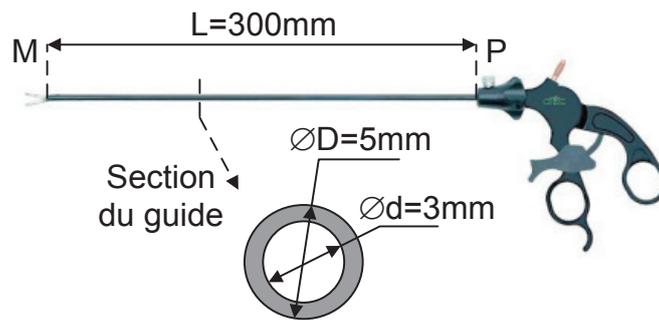


Figure 11 : instrument de chirurgie mini-invasive (pince et guide pour anastomose)

**Question 8 Déterminer** l'expression littérale de la flèche en  $M$ , **effectuer** l'application numérique avec  $E = 34 \text{ GPa}$  (module d'élasticité du matériau).

Dans les protocoles opératoires de chirurgie mini-invasive, on utilise un gaz inerte, le  $\text{CO}_2$ , que l'on insuffle dans la zone d'intervention pour créer un espace afin que les chairs soient un minimum en contact avec les instruments chirurgicaux.

**Question 9 Discuter** de la modélisation des actions mécaniques appliquées par la peau sur la pince et **conclure** sur l'influence du positionnement du trocart et des conséquences de la déformation de l'outil sur le pilotage du robot haptique.

## Partie 2 - Cinématique, dimensionnement et commande du robot esclave

À partir des résultats des études préalables, nous proposons, dans cette partie, de valider l'architecture du mécanisme retenue, d'établir les lois de commande cinématique, de vérifier le dimensionnement moteur et enfin d'analyser le principe de commande à distance avec retour d'effort.

### 1. Choix de l'architecture du mécanisme

*Objectif : déterminer une architecture de robot haptique permettant de répondre de façon qualitative aux critères de précision, de sécurité et de degrés de mobilité.*

On propose deux architectures différentes pour reproduire le mouvement du chirurgien. La première (figure 12 a) est un robot classique de type sériel avec une épaule, un coude et un poignet (4 à 8 actionneurs au total). La seconde architecture (figure 12 b) est un robot de type sériel composé de trois liaisons pivots concourantes (poignet sphérique) terminées par une liaison glissière.

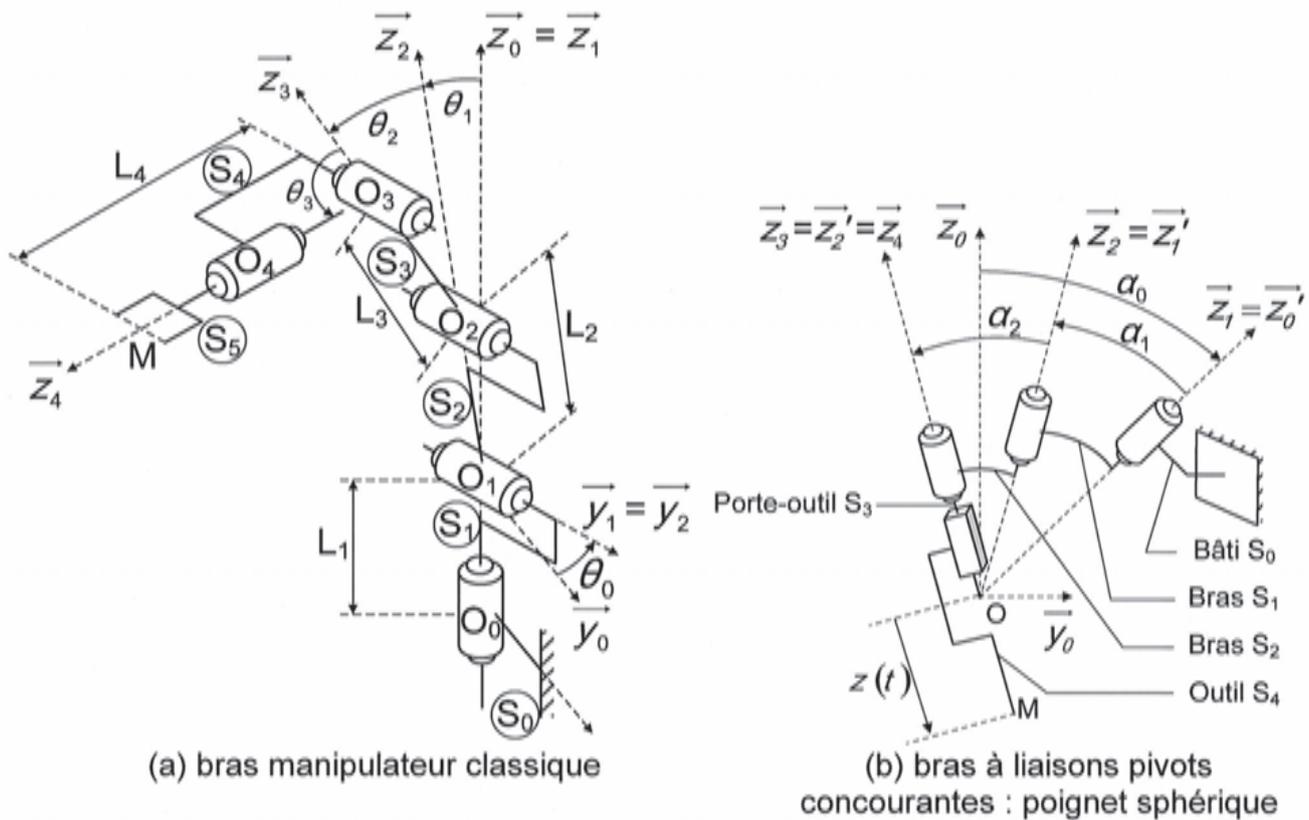


Figure 12 : architectures proposées

**Question 10 Décrire** la forme de l'espace de travail de chaque robot c'est-à-dire le volume défini par l'ensemble des positions atteignables par l'effecteur. On considèrera que la liaison glissière est la seule à être limitée dans son amplitude de mouvement.

**Déterminer** les paramètres géométriques de chaque robot qui influencent la dimension de ces espaces de travail.

Le point  $M$  représente l'extrémité de l'outil chirurgical. Cet outil devra rester glissant au travers du trocart comme l'instrument manuel présenté sur la figure 5.

**Question 11 Proposer** l'architecture la plus adaptée à la conception d'un robot de chirurgie mini-invasive et **justifier** votre choix.

## 2. Modèle géométrique direct et inverse du poignet sphérique

*Objectif : établir les relations géométriques qui permettent de déterminer la position de l'effecteur en fonction des paramètres dimensionnels de conception et des paramètres de commande du système.*

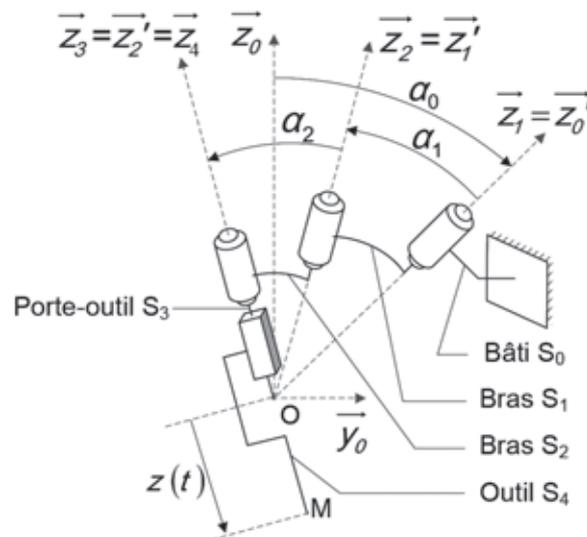


Figure 13 : schéma cinématique du poignet sphérique

Le bâti  $S_0$  est en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z}_0)$  avec le bras  $S_1$ . Ce bras  $S_1$  est en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z}_1)$  avec le bras  $S_2$ . Ce bras  $S_2$  est en liaison pivot d'axe  $(O, \vec{z}_2)$  avec le porte-outil  $S_3$  qui est en liaison glissière de direction  $\vec{z}_3$  avec l'outil  $S_4$ .

Les bases  $B_0$  et  $B_0'$  sont liées au bâti  $S_0$ . Les bases  $B_1$  et  $B_1'$  sont liées au bras  $S_1$ . Les bases  $B_2$  et  $B_2'$  sont liées au bras  $S_2$ . La base  $B_3$  est liée au porte-outil  $S_3$  et à l'outil  $S_4$ .

Les angles  $\alpha_i$ , pour  $i \in [0,2]$ , sont des angles fixes de conception permettant le passage des bases  $B_i$  vers les bases  $B_i'$ . Les angles  $\alpha_i$  sont définis par des rotations autour des directions  $\vec{x}_i$ . Les angles  $\theta_i$ , pour  $i \in [0,2]$ , sont les angles de commande des trois liaisons pivots.

Le point  $O$  est l'intersection de tous les axes de rotation supposés concourants. Le point  $M$  est l'extrémité utile de l'effecteur défini par :

$$\overline{OM} = z(t) \cdot \vec{z}_4$$

**Question 12 Définir** les paramètres angulaires par deux figures planes : l'une pour les paramètres de conception  $\alpha_i$  de la base  $B_i$  à la base  $B_i'$ , l'autre pour les paramètres de commande  $\theta_i$  de la base  $B_i'$  à la base  $B_{i+1}$ .

Afin de déterminer la position du point M dans l'espace opérationnel en fonction des angles de commande, on établit l'expression du vecteur position  $\overline{OM}$  dans la base  $B_0$  par rapport à son expression dans la base  $B_4$  en utilisant les matrices de passage associées à chaque paramètre angulaire :

$$\overline{OM}_{B_0} = P_{B_0 \rightarrow B_0'} P_{B_0' \rightarrow B_1} P_{B_1 \rightarrow B_1'} P_{B_1' \rightarrow B_2} P_{B_2 \rightarrow B_2'} P_{B_2' \rightarrow B_3} P_{B_3 \rightarrow B_4} \overline{OM}_{B_4}$$

**Question 13 Établir** l'expression de la matrice de passage  $P_{B_i \rightarrow B_i'}$  en fonction de  $\alpha_i$  puis de la matrice de passage  $P_{B_i' \rightarrow B_{i+1}}$  en fonction de  $\theta_i$ .

L'expression du vecteur  $\overline{OM}_{B_0}$  permet de déterminer la position de son effecteur en fonction des paramètres de commande et de conception, mais elle ne permet pas de déterminer les paramètres de commande pour reproduire le mouvement du praticien. Il faut pour cela établir une relation inversible. Celle-ci sera définie à partir de la relation entre les vitesses.

**Question 14 Déterminer** l'expression des vitesses  $\vec{V}_{M \in 4/0}$  et  $\vec{\Omega}_{4/0}$  en fonction des paramètres  $\dot{\theta}_i$  et  $\dot{z}$ . Le calcul des produits vectoriels ne sera pas développé.

Ces vitesses exprimées dans la base  $B_1$  permettent de définir la matrice jacobienne  $\overline{J}$  de dimension 6x4, telle que :

$$\overline{J} \begin{pmatrix} \dot{\theta}_0 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{\Omega}_{4/0} \\ \vec{V}_{M \in 4/0} \end{pmatrix}$$

La matrice jacobienne n'est pas carrée, les 4 paramètres de commande ne permettent pas de commander intégralement les 6 composantes du torseur cinématique de 4/0. Pour programmer le modèle cinématique inverse, on s'attachera uniquement aux 3 degrés de liberté en rotation donc à une partie de dimension 3x3 notée  $\overline{J}_\omega$  de la matrice  $\overline{J}$ .

**Question 15 Démontrer** que l'expression de  $\overline{J}_\omega$  devient :

$$\overline{J}_\omega = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \sin \alpha_2 \sin \theta_2 \\ 0 & -\sin \alpha_1 & -\cos \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \theta_1 - \sin \alpha_1 \cos \alpha_2 \\ 1 & \cos \alpha_1 & -\sin \alpha_1 \sin \alpha_2 \cos \theta_1 - \cos \alpha_1 \cos \alpha_2 \end{bmatrix}_{B_1}$$

Le modèle cinématique inverse est résolu par :

$$\begin{pmatrix} \dot{\theta}_0 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{pmatrix} = \overline{J}_\omega^{-1} \cdot \vec{\Omega}_{4/0}$$

Pour cela, la matrice  $\overline{\overline{J}}_\omega$  doit être inversible, donc son déterminant doit être différent de 0. Les configurations du robot ( $\theta_i$ ) qui produisent une matrice non inversible se nomment les « configurations singulières » : le calcul du modèle cinématique inverse est instable autour de ces positions.

**Question 16 Représenter** la ou les configuration(s) singulière(s) du robot. **Conclure** quant aux solutions permettant d'éviter ces configurations singulières afin de pouvoir contrôler l'effecteur par le modèle cinématique inverse.

### 3. Modèle dynamique du robot esclave

*Objectif : estimer les moments d'inertie autour des axes motorisés et en particulier l'inertie équivalente ramenée à l'arbre moteur placé en O et étudier son influence sur la commande du robot esclave et le dimensionnement du moteur situé en O.*

Le robot esclave est composé de deux bras porteurs en série et de motoréducteurs disposés directement au niveau des liaisons pivots (figure 14). Pour simplifier l'étude du comportement dynamique, le robot est modélisé par un robot plan composé de 3 liaisons pivots parallèles d'axes perpendiculaires au plan d'étude. L'étude porte sur l'influence de la posture du robot sur le moment d'inertie équivalent ramené au premier arbre moteur situé au point O.

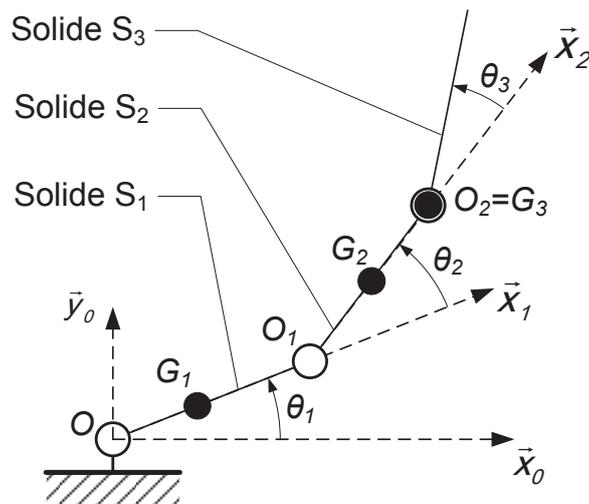


Figure 14 : schéma cinématique plan équivalent

Le robot esclave est modélisé par :

- le solide  $S_1$  composé d'un bras porteur de masse  $m_B$ , de centre de masse  $G_B$  et de matrice d'inertie  $\overline{\overline{I}}_B$  associé au stator d'un motoréducteur à arbre creux de masse  $m_{Mt}$ , de centre de masse  $G_{Mt}$  confondu avec le point  $O_1$ . Le stator du motoréducteur sera modélisé par une masse ponctuelle. Les caractéristiques inertielles du bras porteur sont précisées en annexe 1 ;
- le solide  $S_2$  conçu avec des caractéristiques inertielles identiques au solide  $S_1$  ;
- le solide  $S_3$ , porteur de l'outil chirurgical, considéré de masse  $m_3 = 200$  g, de centre de masse  $G_3$  confondu avec le point  $O_2$ , centre de liaison pivot de  $S_2$  par rapport à  $S_3$  et avec des moments et produits d'inertie négligés au point  $G_3$  (masse ponctuelle).

**Question 17 Expliquer** pourquoi la matrice d'inertie du bras porteur  $S_3$  a deux produits d'inertie négligeables. **Déterminer** l'expression littérale du moment d'inertie  $J_1$  par rapport à l'axe  $(O, \vec{z}_0)$  du solide  $S_1$  : {bras porteur 1 + stator du motoréducteur 1} puis **déterminer** la valeur numérique de  $J_1$ .

On considère que les caractéristiques inertielles du solide  $S_2$  exprimées en  $O_1$  dans la base  $(B_2)$  sont rigoureusement identiques à celles du solide  $S_1$  exprimées en  $O$  dans la base  $(B_1)$ .

**Question 18 Déterminer** l'expression du moment d'inertie  $J_2$  par rapport à l'axe  $(O, \vec{z}_0)$  du solide  $S_2$  : {bras porteur 2 + stator du motoréducteur 2}. Cette expression dépendra des angles articulaires du robot.

**Question 19 Déterminer** l'expression littérale du moment d'inertie  $J$  associé à l'ensemble du bras robotisé {2 bras porteurs + 2 stators des motoréducteurs +  $S_3$ } par rapport à l'axe  $(O, \vec{z}_0)$ . **Déterminer** ses valeurs numériques minimale et maximale.

**Question 20 Conclure** quant à l'intérêt de prendre en compte les variations du moment d'inertie associé à l'ensemble du bras robotisé par rapport à l'axe  $(O, \vec{z}_0)$  en fonction de la posture du robot.

**Question 21 Déterminer** l'équation dynamique du mouvement en considérant que  $\theta_2$  et  $\theta_3$  sont quelconques mais constants et que le mouvement est commandé par un couple  $\vec{C}_{01} = C_{01}(t) \cdot \vec{z}_0$  au niveau de la liaison pivot de  $S_1$  par rapport à  $S_0$ . L'accélération de la pesanteur est définie par  $\vec{g} = -g \cdot \vec{y}_0$ . On notera  $m_{TOT}$  la masse totale des pièces en mouvement et  $G$  le centre de masse des pièces en mouvement. **Donner** l'expression vectorielle de  $\vec{OG}$  en fonction des masses et des centres de masse de chaque composant.

On cherche à estimer le couple maximal nécessaire au niveau du motoréducteur disposé en  $O$ . Afin de pouvoir reproduire le mouvement du praticien, le modèle cinématique inverse du robot impose une accélération de  $10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-2}$  autour de l'axe  $(O, \vec{z}_0)$ . La gravité est appliquée dans le cas le plus défavorable, suivant la direction  $-\vec{y}_0$ , avec les bras en position horizontale ( $\theta_1(t) = \theta_2 = \theta_3 = 0^\circ$ ).

Remarque :  $\theta_1$  est variable, l'étude s'effectue à l'instant  $t$  où  $\theta_1(t) = 0^\circ$ .

**Question 22 Déterminer** la valeur numérique du couple maximal au niveau du motoréducteur disposé en  $O$ . On considérera que le moment d'inertie autour de cet axe est égal à  $0,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . **Conclure** concernant le dimensionnement du motoréducteur choisi qui accepte un couple en crête de  $28 \text{ N} \cdot \text{m}$  et un couple maximal en continu de  $6,8 \text{ N} \cdot \text{m}$ .

**Question 23 Indiquer** comment, lors de la phase de conception, diminuer ce couple maximal afin de diminuer le coût d'achat du motoréducteur.

#### 4. Influence des modes vibratoires des instruments

*Objectif : les instruments utilisés en chirurgie mini-invasive sont fins et allongés (voir figure 11) afin de pouvoir accéder à l'ensemble des zones utiles lors des opérations. Nous allons vérifier si cette géométrie particulière peut entraîner des perturbations vibratoires de commande.*

On associe le comportement du guide de la pince à un modèle de vibrations libres d'une poutre simplement encastree. On note  $\rho = 1\,000\text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$  la masse volumique du matériau (ABS renforcé),  $S$  la section du guide définie par la figure 11,  $E = 34\text{ GPa}$  le module d'élasticité du matériau,  $I$  le moment quadratique en flexion de la section et  $L = 300\text{ mm}$  la longueur utile de l'instrument supposée libre de mouvement.

**Question 24 Indiquer et démontrer** par les relations de résistance des matériaux l'expression de l'équation différentielle spatio-temporelle de vibrations libres qui permet de déterminer les fréquences propres  $f_i$  du guide de la pince définies par la relation suivante. L'expression des constantes  $\alpha_i$  définies par les conditions aux limites ne sont pas à préciser.

$$f_i = \frac{1}{2 \cdot \pi} \frac{\alpha_i^2}{L^2} \sqrt{\frac{E \cdot I}{\rho \cdot S}}$$

**Question 25 Déterminer** la valeur numérique du moment quadratique en flexion  $I$  puis la valeur numérique de la première fréquence propre du guide de pince avec  $\alpha_0 = 1,875$  valable pour une poutre simplement encastree. **Conclure** quant au risque de sollicitation de ce mode de vibration par la télé-opération (les fréquences de commande sont inférieures à 5 Hz) en critiquant éventuellement le modèle de comportement choisi. **Proposer** une solution technique permettant de diminuer ce risque de vibration de la pince.

#### 5. Modèle de commande pour la chirurgie mini-invasive robotisée à retour d'effort

*Objectif : déterminer les coefficients caractérisant le modèle de comportement de la commande (imposés initialement par le concepteur) et valider le modèle à partir d'essais.*

Les différentes études menées ont montré l'importance de contrôler et de percevoir les efforts appliqués sur les organes pour assurer une meilleure interaction et limiter le délabrement tissulaire. Parmi les différentes possibilités, l'une consiste à choisir une architecture (figure 15) de commande en effort du robot esclave.

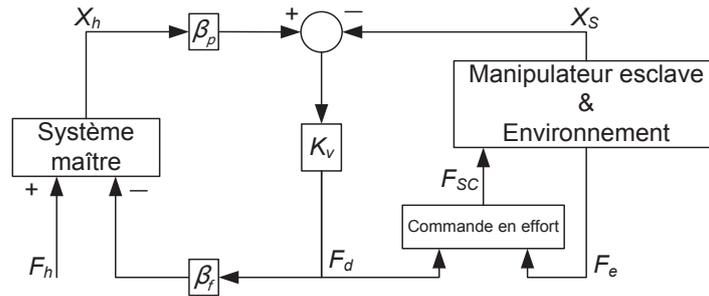


Figure 15 : architecture de télé-opération avec retour d'effort

Avec :

- $F_h$ , action mécanique appliquée par l'opérateur sur l'interface haptique ;
- $X_h$ , le vecteur position de l'interface haptique généré par l'action mécanique  $F_h$  exercée par l'opérateur ;
- $X_s$ , le vecteur des coordonnées cartésiennes généralisées (définissant les positions et les orientations) de l'extrémité de l'instrument de chirurgie ;
- $F_e$ , action mécanique exercée par le robot esclave sur l'environnement et mesurée par un capteur positionné sur l'instrument de chirurgie ;
- $K_v$ , raideur « virtuelle » modélisant le comportement de l'environnement ;
- $\beta_p$ , facteur d'échelle de commande (sans dimension) ;
- $\beta_f$ , facteur d'échelle de retour (sans dimension).
- $F_{SC}$ , action mécanique de commande appliquée sur le manipulateur.

L'opérateur applique sur l'interface haptique une action mécanique  $F_h$  et modifie la position de  $X_h$ . La comparaison de la position  $\beta_p \cdot X_h$  avec la position  $X_s$  du manipulateur esclave génère une erreur de position.

Cette erreur de position est multipliée par une raideur virtuelle  $K_v$ . L'action mécanique  $F_d$  qui en découle est considérée, du côté maître comme étant l'action mécanique du retour d'effort et du côté esclave comme une action mécanique désirée que le manipulateur esclave doit appliquer sur son environnement.

Pour prendre en compte les caractéristiques de l'interface haptique telles que l'action mécanique maximale applicable, l'action mécanique  $\beta_f F_d$  est appliquée au système maître. Du côté esclave, l'action mécanique désirée  $F_d$  est appliquée en entrée au système contrôlé en effort.

Une étude mécanique complète permet, dans un premier temps, d'étudier le comportement dynamique du robot esclave en fonction des coordonnées articulaires  $q$  (paramètres de commande) puis, dans un second temps, d'obtenir le modèle dynamique du robot esclave à l'aide des coordonnées cartésiennes généralisées  $X_s$  de l'extrémité de l'instrument de chirurgie. Nous obtenons l'équation suivante :

$$\overline{\overline{M}}_c(q) \cdot \ddot{X}_s + V_c(q, \dot{q}) + G_c(q) = F_{SC} - F_e$$

**Question 26 Indiquer** ce que représentent les termes  $\overline{\overline{M}}_c(q)$ ,  $V_c(q, \dot{q})$  et  $G_c(q)$ . **Justifier** en 3 phrases le fait que ces trois termes dépendent des coordonnées articulaires  $q$  et de leur dérivée. Indiquer le lien entre cette relation générique et l'étude dynamique partielle réalisée au paragraphe 3 de la partie 2.

**Question 27 Expliquer** de façon précise et concise la fonction des deux facteurs d'échelle  $\beta_p$  et  $\beta_r$ . **Préciser** le comportement du manipulateur esclave si  $|\beta_p| < 1$  et si  $|\beta_p| > 1$  ainsi que du système maître si  $|\beta_r| < 1$  et si  $|\beta_r| > 1$  ;

Une série d'essais est réalisée afin de valider le modèle suivant un protocole constitué de cinq phases :

- un déplacement d'approche vers le point d'incision ;
- une pénétration, suivant la direction  $\vec{z}$ , de l'instrument de chirurgie dans le corps mou ;
- un maintien en position simulant l'acte chirurgical ;
- une sortie du corps mou suivant la direction  $\vec{z}$  ;
- un déplacement d'éloignement.

Le positionnement de l'instrument de chirurgie lors du contact avec la surface libre du corps est réalisé sans avoir recours à un trocart. La surface de pénétration est positionnée dans le repère  $R(O_0, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  (figure 16).

**Question 28 Justifier**, en vous appuyant sur la figure 5 que, pour ce protocole, l'action du trocart ne soit pas prise en compte.

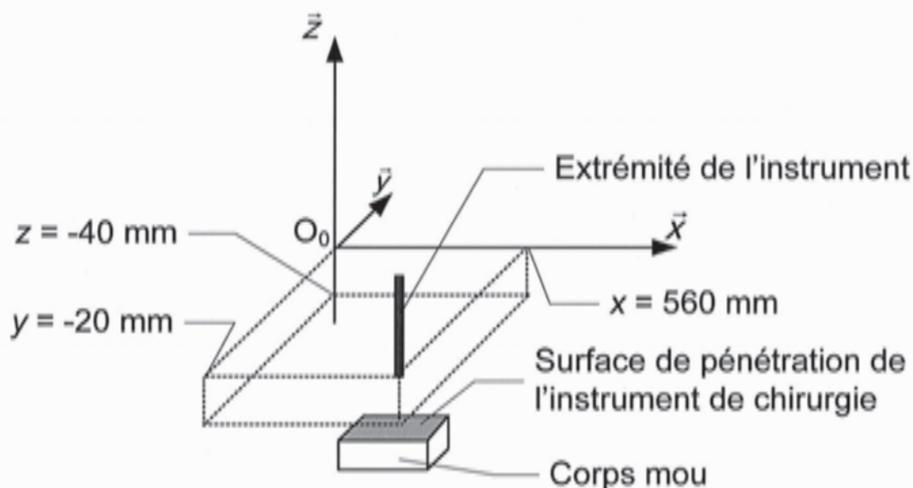


Figure 16 : positionnement de la surface de pénétration de l'instrument de chirurgie

**Question 29** A l'aide des courbes expérimentales, figure 17, figure 18 et figure 19, présentées en annexe 3, **Indiquer** sur la copie les dates de début et de fin des cinq phases du protocole.

**Question 30** À l'aide des courbes expérimentales (figure 19 et figure 20) situées en annexe 3 et annexe 4 :

- **Indiquer** sur la copie les valeurs de la force désirée  $F_d$  et de la force mesurée  $F_e$  pour les dates de début des cinq phases du protocole ;
- **déterminer** la valeur numérique de la commande de pénétration  $\beta_p \cdot X_{h,z}$  et la valeur numérique de la pénétration réelle  $X_{s,z}$  de l'instrument ;
- **en déduire** la raideur « virtuelle »  $K_v$ .

On définit  $\beta_p = (2 + \varepsilon)$  avec  $\varepsilon$  la variable d'ajustement du facteur d'échelle de commande, lors de l'essai,  $\beta_p = 2$  ( $\varepsilon = 0$ ).

**Question 31 Déterminer** la valeur numérique de  $\varepsilon$  permettant d'annuler l'erreur entre  $\beta_p \cdot X_{h,z}$  et  $X_{s,z}$  durant l'acte chirurgical et **indiquer** l'incidence (ou les incidences) de cette modification sur les autres phases. Conclure quant à la pertinence de la modification de  $\beta_p$ .

Lors de l'essai, les valeurs choisies sont  $\beta_p = 2$  et  $\beta_f = 0,1$ . Ces valeurs seront celles utilisées pour la question 32.

**Question 32 Déterminer** la valeur de l'effort ressenti par l'opérateur au niveau de l'interface haptique suivant la direction  $\vec{z}$  et vérifier que la valeur de l'effort correspond aux valeurs données à la partie 1. **Déterminer** les déplacements maximum de « la main du chirurgien »  $X_h$  suivant les directions  $\vec{x}$ ,  $\vec{y}$  et  $\vec{z}$ .

**Conclure**, à partir des informations fournies dans la partie 1, quant à la possibilité pour le chirurgien de reproduire son geste professionnel avec ce modèle de commande.

## Synthèse

**Question 33** Lors de l'étude, le système esclave et le modèle de commande ont fait l'objet d'une étude.

En vous aidant de la figure 4, **indiquer** si, au moins, un autre système devrait compléter l'étude pour aborder l'ensemble des problématiques d'un système de télé-opération.

**Conclure et justifier** quant à la nécessité d'effectuer simultanément l'étude des parties opératives et de la partie commande pour reproduire fidèlement le geste du chirurgien.

## **Documents techniques**

## Annexe 1 - Caractéristiques inertielles d'un bras porteur sans motoréducteur

Masse  $m_B = 515 \text{ g}$

Centre de masse  $\overline{OG_B}$  dans la base  $(B_1)$ :

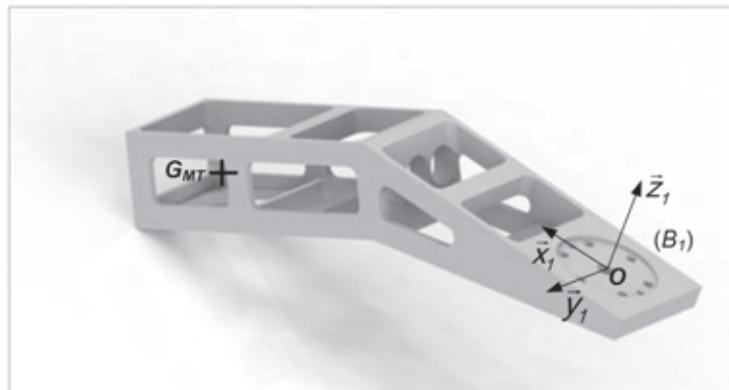
$X = 100 \text{ mm}$

$Y = 0 \text{ mm}$

$Z = -30 \text{ mm}$

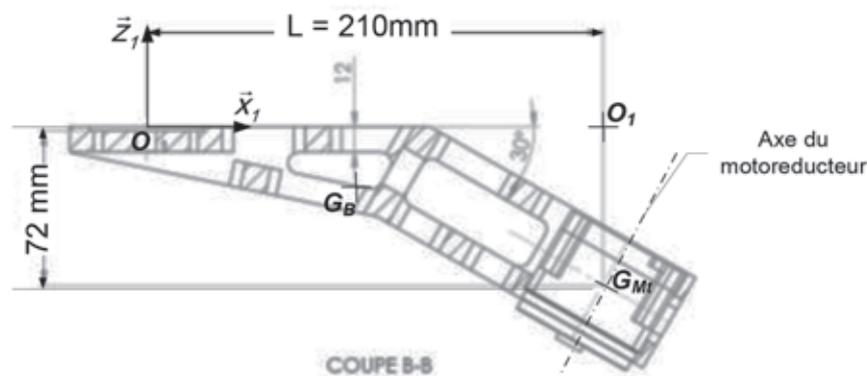
La matrice d'inertie du bras porteur sans motoréducteur exprimée dans la base  $(B_1)$  au point O est définie par :

$$\bar{I}_{B_1, \text{ en } O} = \begin{bmatrix} A & 0 & E \\ 0 & B & 0 \\ E & 0 & C \end{bmatrix}_{(B_1)} = \begin{bmatrix} 1200 & 0 & 2400 \\ 0 & 8900 & 0 \\ 2400 & 0 & 8400 \end{bmatrix}_{(B_1)} \quad (\text{en } \text{kg} \cdot \text{mm}^2)$$



## Annexe 2 - Masse et position du stator du motoréducteur

Masse  $m_{MT} = 500 \text{ g}$  et  $L = 210 \text{ mm}$ .



Pour simplifier l'étude du comportement dynamique, l'étude sera menée dans le plan  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1)$ . On considèrera donc que le motoréducteur est disposé au point  $O_1$  et son axe dans la direction  $\vec{z}_1$ . On négligera le moment d'inertie du rotor du motoréducteur.

**Annexe 3 - Suivi en position d'une trajectoire imposée par l'opérateur lors d'une télé-opération et prise de contact avec un objet mou suivant la direction  $\vec{z}$  du repère  $R_0$  :**

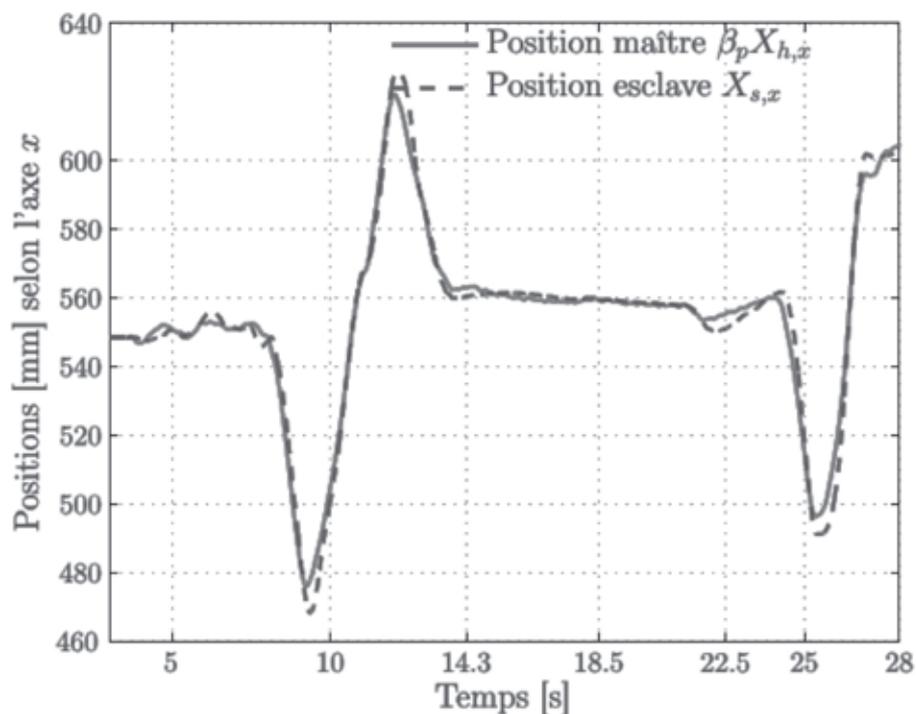


Figure 17 : suivi de trajectoire suivant la direction  $\vec{x}$

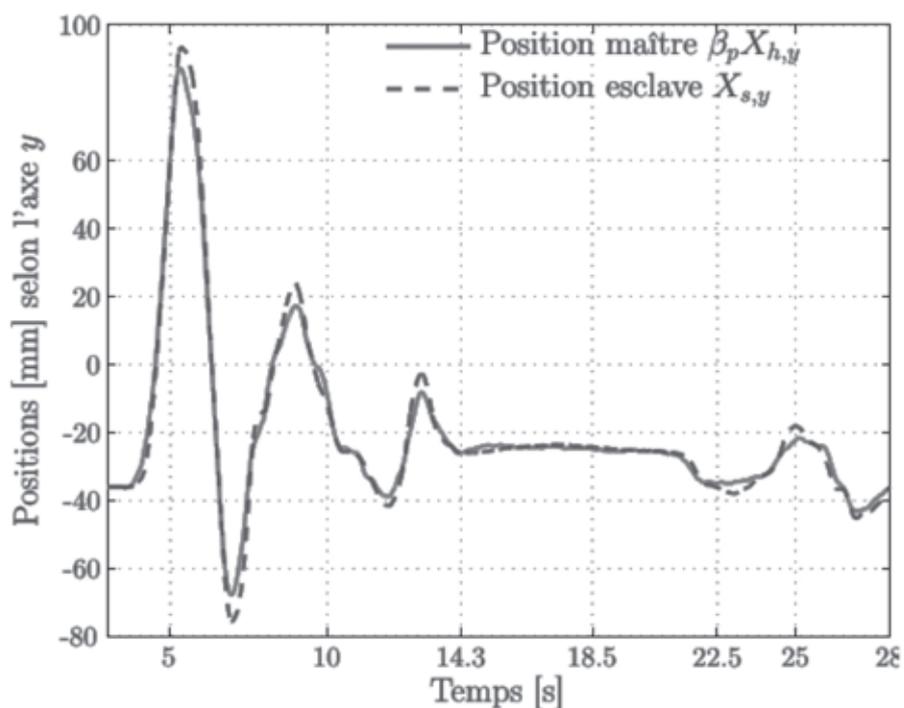


Figure 18 : suivi de trajectoire suivant la direction  $\vec{y}$

Suivi en position d'une trajectoire imposée par l'opérateur lors d'une télé- opération et prise de contact avec un objet mou suivant la direction  $\vec{z}$  du repère  $R_0$  :

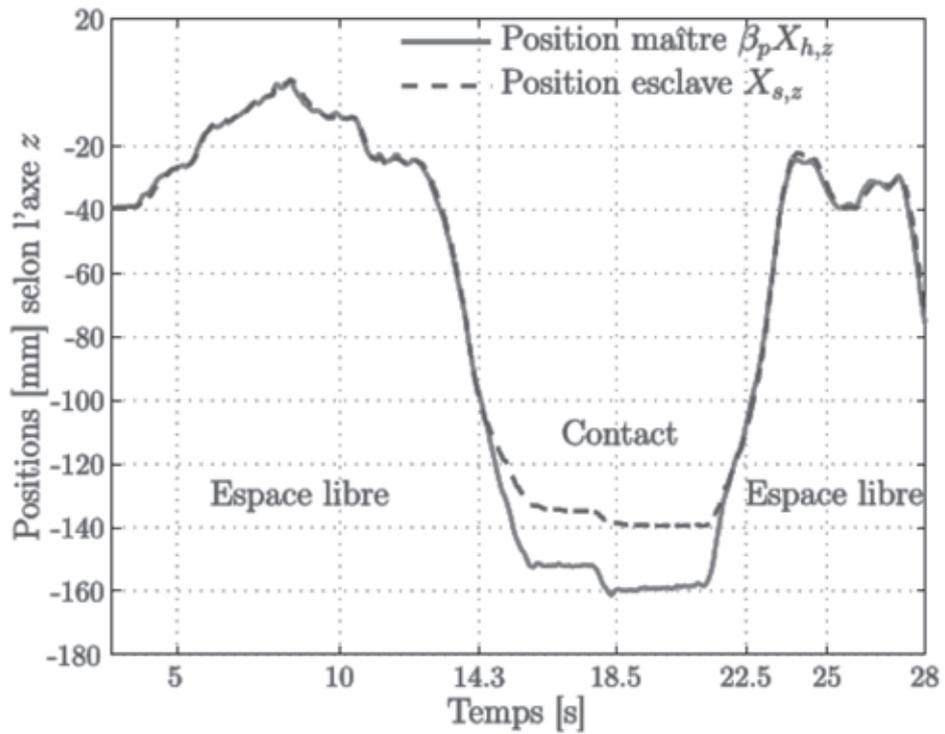


Figure 19 : suivi de trajectoire suivant la direction  $\vec{z}$

Annexe 4 - Efforts mesurés lors d'une télé-opération et prise de contact avec un objet mou suivant la direction  $\vec{z}$

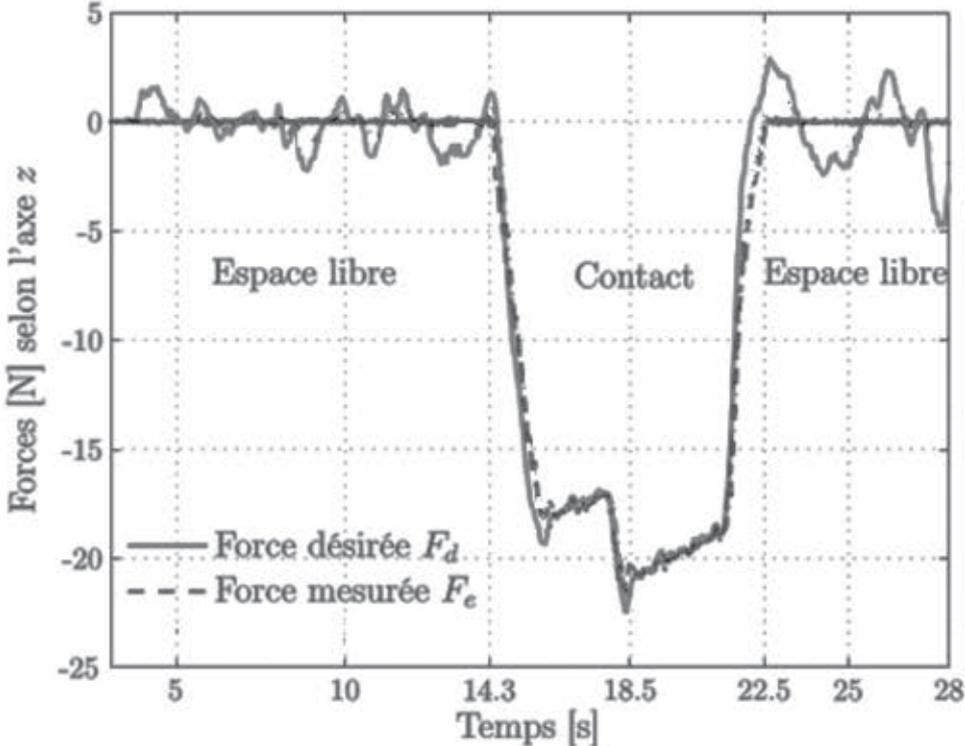


Figure 20 : efforts mesuré  $F_e$  et désiré  $F_d$