

Éléments de correction de l'épreuve « Étude d'un système, d'un procédé ou d'une organisation » – option ingénierie mécanique

Question 1

La distance D (en km) parcourue par le courant circumpolaire à une latitude moyenne de 50° sud s'écrit :

$$D = 2\pi R_t \sin\left(\frac{\pi}{2} - 50 \frac{\pi}{180}\right) = 25727 \text{ km}$$

Le temps T_c (en jours) pour faire le tour du continent Antarctique à la vitesse moyenne de 1 nœud soit $1,852 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ vaut alors : $T_c = \frac{25727}{1,852} = 13891,47 \text{ h} = 578,8 \text{ j}$

Question 2

Sur une année, la vitesse moyenne réelle du Polar Pod notée V_p (en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$) doit être :

$$V_p = \frac{25727}{365 \times 24} = 2,94 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$$

On en déduit la vitesse relative moyenne V_v (en $\text{km}\cdot\text{h}^{-1}$) du Polar Pod par rapport aux courants marins : $V_v = V_p - 1,852 = 1,08 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$

Question 3

L'océan austral est méconnu, car difficile d'accès pour les scientifiques, pourtant il renferme des informations essentielles relatives au bon devenir de la planète, notamment des informations qui concernent l'absorption du CO_2 , mais aussi l'acidification des océans. Le Polar Pod permettra donc l'accès à ces informations lors de son déplacement sur une année tout en respectant l'environnement grâce à ses voiles dans ces latitudes très ventées, et l'utilisation d'une énergie renouvelable.

Question 4

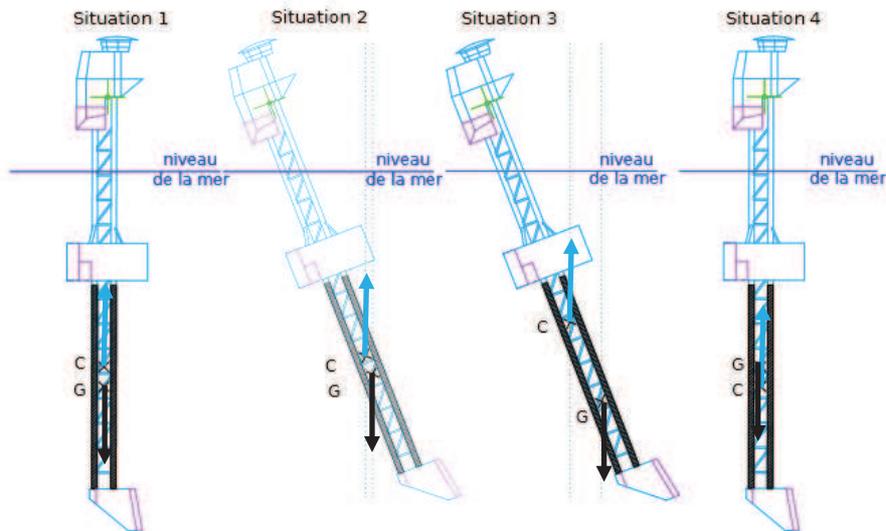
La norme de l'action mécanique (en kN) qu'exerce la pesanteur sur l'engin et la norme de l'action mécanique qu'exerce l'eau sur l'engin sont égales et valent :

$$\|\vec{F}_{pes \rightarrow engin}\| = \|\vec{F}_{eau \rightarrow engin}\| = M \cdot g = 1614790 \cdot 9,81 = 15841 \text{ kN}$$

La carène de l'engin déplace alors le volume d'eau : $V_0 = \frac{M}{\rho_{eau}} = \frac{1614790}{1035} = 1560,18 \text{ m}^3$

Question 5

Représentation des actions mécaniques de pesanteur (en noir) et d'Archimède (en bleu) (échelle de représentation : $1 \text{ cm} = 10^7 \text{ N}$) :



Pour avoir une situation d'équilibre stable, il faut que C soit au-dessus de G (situation 1). Pour améliorer la stabilité, il faut écarter les points C et G. En effet, même si l'engin s'incline sous l'effet de la houle, la force de la pesanteur sur l'engin et la force d'Archimède l'obligent à revenir dans la position stable. Plus la distance entre C et G est importante, plus le moment créé par les 2 efforts est important. La situation d'équilibre instable est la situation 4.

Question 6

Le volume de carène doit donc être identique pour maintenir l'équilibre du Polar Pod. Le lest en acier est moins volumineux que le lest en béton. Pour avoir un volume de carène identique, l'engin va donc s'enfoncer dans l'eau de telle manière à avoir un volume de carène identique. Les points C et G seront donc plus éloignés avec un lest en acier, ce qui améliore la stabilité.

Question 7

La situation la plus défavorable est obtenue avec une période de 13 secondes et une amplitude crête à creux de 14 m. Alors :

$$\text{amplitude du pilonnement} = \text{hauteur crête à creux} \times H = 14 \cdot H$$

$$\text{avec } H = 10^{-8/20} = 0,398$$

ce qui donne une amplitude de 5,57 m pour l'engin.

Remarque : la nacelle est à 15 m du niveau de mer (mer calme)

Question 8

Un navire d'expédition classique est très assujéti à la houle. Le rapport entre l'amplitude du déplacement vertical d'un navire d'expédition et la hauteur crête à creux des vagues est proche de 1 quelles que soient les caractéristiques de houle. La structure de type SPAR permet donc d'obtenir une très bonne stabilité même par mer très agitée.

Question 9

À la fin de l'étape 1, le nouveau volume de carène vaut :

$$V_1 = V_0 + \frac{96,6}{100} \cdot V_{B23} = 1560,18 + \frac{96,6}{100} \cdot 149 = 1704,11 \text{ m}^3$$

Question 10

À la fin de l'étape 1, le ballast B₂₋₃ est passé de 3,4 % à 100 % en taux de remplissage → la masse de l'engin a augmenté ($Volume\ d'eau = \frac{96,6 \cdot V_{B23}}{100}$ soit une masse de $\rho_{eau} \cdot Volume\ d'eau$)

Pour retrouver l'équilibre, l'engin s'enfonce dans l'eau jusqu'à atteindre un volume de carène plus grand

$$V_1 = V_0 + \frac{96,6}{100} \cdot V_{B23} \quad (1)$$

Or :

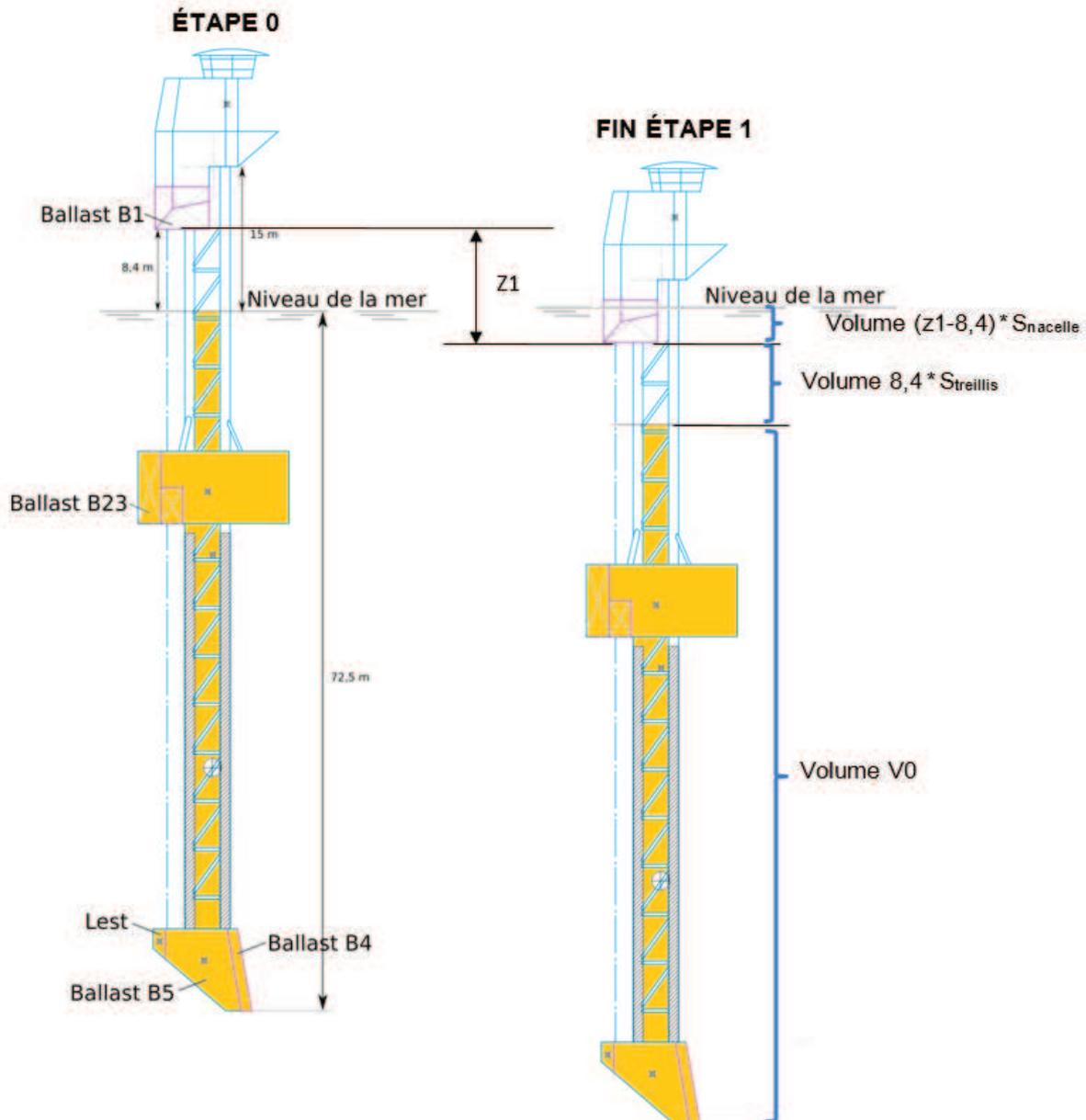
$$V_1 = V_0 + 8,4 \cdot S_{treillis} + (z_1 - 8,4) \cdot S_{nacelle} \quad (2)$$

À partir de (1) et (2), on trouve l'abaissement total à la fin de l'étape 1 :

$$z_1 = \frac{\frac{96,6}{100} \cdot V_{B23} + 8,4(S_{nacelle} - S_{treillis})}{S_{nacelle}}$$

A. N. :

$$z_1 = \frac{143,93 + 8,4(29,08 - 2,939)}{29,08} = 12,5\text{ m}$$



Question 11

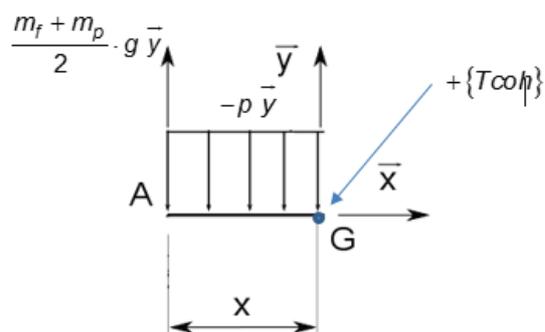
Étape	N°figure
Étape 0 : position verticale	1
Étape 1 : abaissement	2
Étape 2 : préparation du basculement	3
Étape 2" : situation intermédiaire	6
Étape 2''' : fin du basculement	9
Étape 3 : mise en flottaison du caisson de pied	7
Étape 4 : allègement - position horizontale	12

Le flotteur central forme un anneau. Le ballast B₂₋₃ est situé sur une portion angulaire de 45 °et permet d'orienter la nacelle du Polar Pod lors de la manœuvre de telle sorte que les portes soient hors de l'eau.

Le ballast B4 joue un rôle essentiel dans le basculement de l'engin. Le centre de carène de ce ballast est désaxé, ce qui permet de créer un moment qui entraîne le basculement.

Question 12

On commence par évaluer l'action en A.



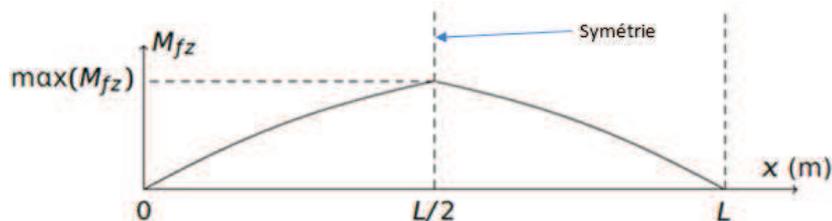
On isole $\{P-\}$ pour $x \in \left]0, \frac{L}{2}\right[$.

$$\text{TMS en G projeté sur } \vec{z} : M_{fz}(x) - \frac{m_f + m_p}{2} \cdot g \cdot x + (p \cdot x) \cdot \frac{x}{2} = 0$$

$$\text{D'où l'expression littérale du moment fléchissant : } M_{fz}(x) = \frac{x}{2} \cdot ((m_f + m_p) \cdot g - (p \cdot x))$$

$$M_{fz}(x) \text{ est maxi pour } x = \frac{L}{2} \rightarrow \max(M_{fz}) = (m_f + \frac{m_p}{2}) \cdot \frac{g \cdot L}{4}$$

Allure du moment fléchissant :



Question 13

La poutre est soumise à la flexion simple (car $T_y \neq 0$). La contrainte s'écrit :

$$\sigma(x, y, z) = \frac{M_{fz}(x)}{I_{gz}} \cdot y. \text{ Elle est maximale pour}$$

$$|y| = \frac{D}{2}$$

$$\text{Donc : } \sigma(x, y, z) = \frac{M_{fz}(x)}{I_{gz}} \cdot \frac{D}{2} = \frac{M_{fz}(x)}{\frac{\pi D^4}{64}} \cdot \frac{D}{2}$$

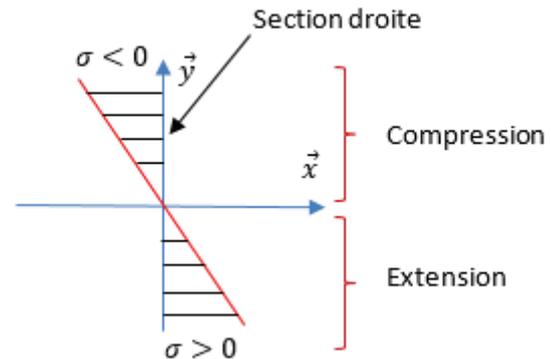
$$M_{fz}(x) = \frac{L}{4} \cdot \left[(m_f + m_p) \cdot g - \left(p \cdot \frac{L}{2} \right) \right] \text{ et}$$

$$m_p = \frac{\pi D^2}{4} \cdot L \cdot \rho_{acier}$$

Finalement :

$$\sigma_{\max} = \left(m_f + \frac{\pi D^2 \cdot L \cdot \rho_{acier}}{8} \right) \cdot \frac{g \cdot L}{4} \cdot \frac{32}{\pi D^3}$$

$$\sigma_{\max} = \left(m_f + \frac{\pi D^2 \cdot L \cdot \rho_{acier}}{8} \right) \cdot \frac{8 \cdot g \cdot L}{\pi D^3}$$



Question 14

Le code Python permettant de calculer la contrainte normale maximale en fonction d'un diamètre D se rédige ainsi :

```
def sigma_max(D):  
    return mfz_max(D) / Igz(D) * D / 2
```

Question 15

D'après la courbe présentée DT4, avec un coefficient de sécurité de 2, on a $D_{\min} = 3$ m.

Question 16

On a bien $\sigma_{\max} = 134,8$ MPa < Re. De même, $s \approx 3,1 > 2$. On conclut que la poutre de type treillis est correctement dimensionnée.

Question 17

Les 2 types de structure conviennent d'un point de vue résistance mécanique. L'atténuation du mouvement de pilonnement est nettement meilleure avec une structure de type treillis quelles que soient les périodes de houle. Le choix s'orientera donc vers ce type de structure.

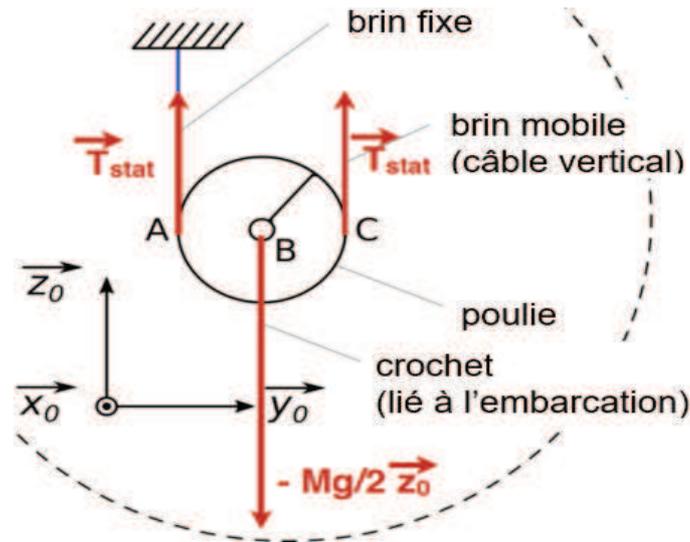
Question 18

On isole l'embarcation + les 2 crochets + les deux poulies du système de mouflage puis on applique le théorème de la résultante statique en projection sur \vec{z}_0 .

L'énoncé indique que la masse est régulièrement répartie entre les crochets avant et arrière.

On a donc : $4T_{stat} = M \cdot g$ donc $T_{stat} = 1\,500 \cdot 9,81 / 4 = 3,68$ kN

Autre possibilité : on isole une poulie et une portion de câble.



Question 19

On isole l'embarcation + les 2 crochets + les deux poulies du système de mouflage puis on applique le TRD en projection sur z_0 .

On a $4 \cdot T_{dyn} - Mg = Ma$ avec a l'accélération de l'embarcation.

La tension est maximale lorsque l'accélération a est maximale, c'est-à-dire $a = 3,5/0,5 = 7 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$:

$$T_{dyn} = (1500 \cdot 9,81 + 7) / 4 = 6,3 \text{ kN}$$

Question 20

Le câble AAGA180 suffit amplement, car $6\,300 \cdot 3 = 18\,900 \ll 85\,700 \text{ N}$.

Question 21

Par construction géométrique, on écrit :

$$L - \Delta L = \phi \cdot R$$

$$L + \Delta L = \phi \cdot (R + d)$$

Question 22

Par la loi de Hooke et les relations précédentes, on obtient :

$$\sigma = E \cdot \varepsilon = E \cdot \frac{d/2}{R + d/2} < R_e \text{ d'où } R_{\min} = \frac{d}{2} \cdot \left(\frac{E}{R_e} - 1 \right)$$

A.N. : $R_{\min} = 63,3 \text{ mm} < R_t \rightarrow$ Le diamètre de tambour est correctement choisi.

Question 23

Les liaisons sont parfaites et le câble roule sans glisser sur les poulies et tambours. Reste la puissance dissipée sous forme de chaleur :

$$P_{\text{int}}(\Sigma) = -(1 - \eta) \cdot C_m \cdot \omega_m < 0$$

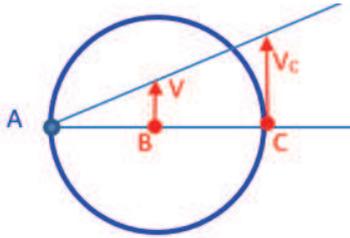
Question 24

$$P_{\text{mot} \rightarrow \Sigma / 0} = C_m \cdot \omega_m$$

$$P_{\text{mot} \rightarrow \Sigma / 0} = \vec{F}_{\text{poids}} \rightarrow \frac{1}{2} \vec{emb} \cdot \vec{V}_{\text{emb} / 0} = -\frac{1}{2} Mg \vec{z}_0 \cdot V \vec{z}_0 = -\frac{1}{2} M \cdot g \cdot V$$

Question 25

Le CIR de la poulie / châssis correspond au point A. On justifie ainsi aisément le résultat proposé avec la figure suivante :



Autre méthode :

$$\vec{V}_{A,poulie/chassis} = \vec{0}$$

$$\vec{V}_{B,poulie/chassis} = \vec{BA} \wedge \vec{\Omega}_{poulie/chassis} = -R_p \vec{y}_0 \wedge \omega \vec{x}_0 = +R_p \omega \vec{z}_0$$

$$\vec{V}_{C,poulie/chassis} = \vec{CA} \wedge \omega \vec{x}_0 = -2R_p \vec{y}_0 \wedge \omega \vec{x}_0 = 2R_p \omega \vec{z}_0$$

Or $\vec{V}_{B,poulie/chassis} = \vec{V}_{B,emb/chassis} = V \vec{z}_0$

$$\vec{V}_{C,poulie/chassis} = \vec{V}_{C,cable\ vertical/chassis} = V \vec{z}_0$$

Finalement, on a montré que $2V = V_c$.

Question 26

Pour l'ensemble Σ , l'énergie cinétique galiléenne de Σ est la somme des énergies cinétiques

galiléennes de chaque solide : $T_{(\Sigma/0)} = \sum T_{(S/0)} = \frac{1}{2} J_m \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} J_{red} \cdot \omega_{red}^2 + \frac{1}{2} J_t \cdot \omega_t^2 + \frac{1}{2} \frac{M}{2} V^2$

Question 27

En utilisant les relations cinématiques, elle devient :

$$T_{(\Sigma/0)} = \frac{1}{2} J_m \cdot \omega_m^2 + \frac{1}{2} J_{red} \cdot (k\omega_m)^2 + \frac{1}{2} J_t \cdot (k\omega_m)^2 + \frac{1}{2} \frac{M}{2} \left(\frac{R_t k \omega_m}{2} \right)^2$$

$$T_{(\Sigma/0)} = \frac{1}{2} (J_m + J_{red} \cdot k^2 + J_t \cdot k^2 + \frac{M}{8} R_t^2 \cdot k^2) \cdot \omega_m^2$$

$$\text{d'où } J_{eq} = J_m + J_{red} \cdot k^2 + J_t \cdot k^2 + \frac{M}{8} R_t^2 \cdot k^2$$

On applique le théorème de l'énergie cinétique au système isolé dans le référentiel galiléen :

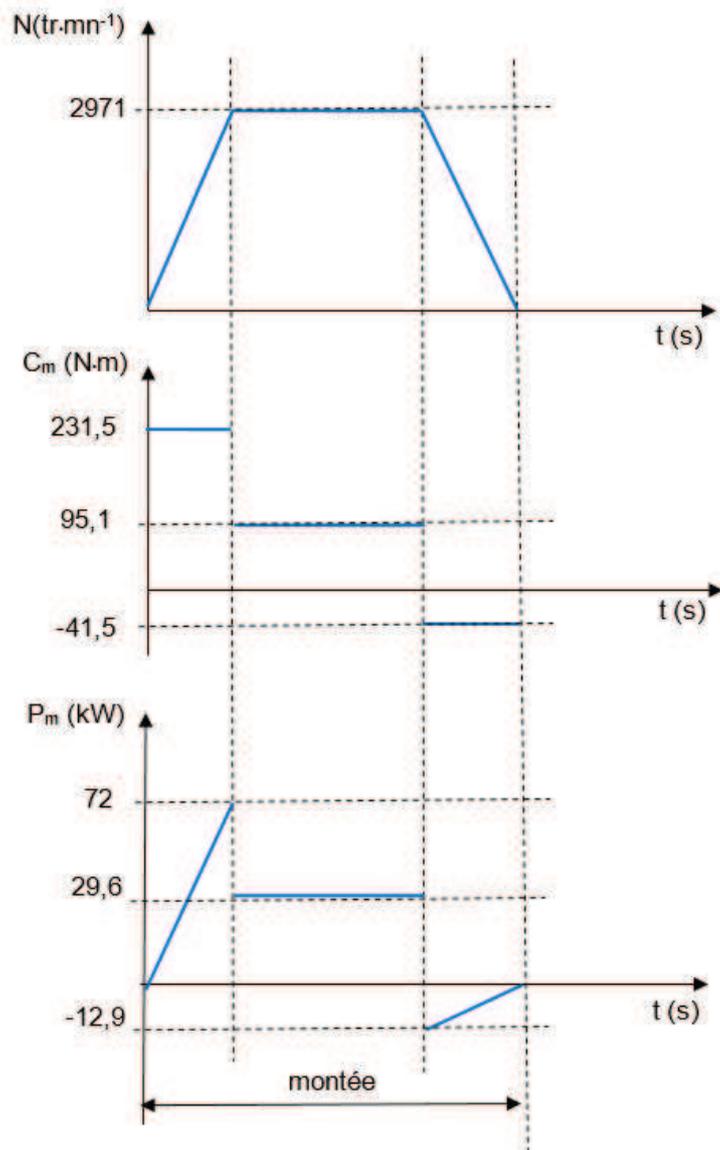
$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} J_{eq} \omega_m^2 \right) = C_m \omega_m - (1-\eta) C_m \omega_m - \frac{1}{2} M g V$$

$$J_{eq} \cancel{\omega_m} \dot{\omega}_m = \eta C_m \cancel{\omega_m} - \frac{1}{2} M g \left(\frac{1}{2} R_t k \cancel{\omega_m} \right)$$

$$\text{D'où } C_{req} = \frac{M g R_t k}{4}$$

Question 28

Les tracés des profils vitesse/couple/puissance moteur pour la phase de montée de l'embarcation sont :



Les valeurs numériques caractéristiques de ces courbes pour la phase de montée de l'embarcation sont :

$$N = \frac{60 \cdot \omega_m}{2\pi} = \frac{60 \cdot 2 \cdot V}{2\pi \cdot r \cdot k} = \frac{60 \cdot 2 \cdot 3,5}{2\pi \cdot 0,15 \cdot 0,15} = 2971 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\omega_m = \frac{2\pi \cdot N}{60} = 311,1 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

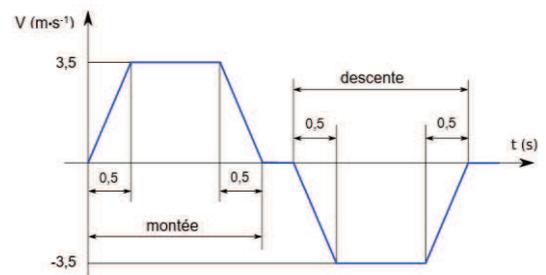
À vitesse constante :

$$C_m = \frac{C_{req}}{\eta} = \frac{1500 \cdot 9,8 \cdot 0,15 \cdot 0,15}{4 \cdot 0,87} = 95,1 \text{ N} \cdot \text{m}$$

$$P_m = C_m \cdot \omega_m = 95,1 \cdot \frac{2\pi \cdot 2972}{60} = 29585 \text{ W} = 29,6 \text{ kW}$$

Phase d'accélération :

$$C_m = \frac{J_{eq} \cdot \frac{d\omega}{dt} + C_{req}}{\eta} = \frac{0,191 \cdot \frac{311}{0,5} + 82,7}{0,87} = 231,5 \text{ N} \cdot \text{m}$$



$$P_m = C_m \cdot \omega_m = 231,5 \cdot \frac{2\pi \cdot 2972}{60} = 72\,049 \text{ W} = 72 \text{ kW}$$

Phase de décélération :

$$C_m = \frac{J_{eq} \cdot \frac{d\omega}{dt} + C_{req}}{\eta} = \frac{0,191 \cdot \frac{-311}{0,5} + 82,7}{0,87} = -41,5 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$P_m = C_m \cdot \omega_m = 41,5 \cdot \frac{2\pi \cdot 2972}{60} = -12\,915 \text{ W} = -12,9 \text{ kW}$$

Question 29.

On propose le moteur asynchrone référencé LS 200 LT. En effet :

- $P_{nom} = 30 \text{ kW} > 29,6 \text{ kW}$
- $M_d = 2,7 \text{ Mn} = 2,7 \cdot 97,2 = 262,44 \text{ N}\cdot\text{m} > 231,5 \text{ N}\cdot\text{m}$
- $M_n = 97,2 \text{ N}\cdot\text{m} > 95,1 \text{ N}\cdot\text{m}$

Question 30

Les principales exigences liées à la conception et les solutions constructives retenues, pour permettre la vie à bord de sept personnes afin d'assurer des missions scientifiques de manière totalement autonome et sécurisée dans les eaux du courant circumpolaire Antarctique sont les suivantes :

- être autonome tout en minimisant l'impact environnemental ; le Polar Pod utilise la force des vents pour se déplacer plus rapidement que la vitesse des courants marins grâce à ses voiles qui donnent une vitesse relative par rapport au courant et ainsi assurer sa mission en un an tout en utilisant une énergie renouvelable ;
- résister aux conditions extrêmes rencontrées dans l'océan austral ; cette exigence est assurée grâce à la structure et au dimensionnement de la poutre principale. Le choix se porte sur une poutre en treillis qui présente une bonne résistance mécanique pour une structure plus légère par rapport à une poutre pleine ;
- assurer une très bonne stabilité
 - par mer calme, l'influence des matériaux constituant le lest permettra de maintenir l'engin enfoncé dans l'eau de façon à avoir une position du centre de carène au-dessus du centre de gravité et le plus éloigné possible afin de maintenir l'équilibre du Polar Pod.
 - par mer agitée, l'influence de la géométrie de la poutre en treillis permet de diminuer l'amplitude du pilonnement.
- être transportable du lieu de fabrication à l'océan ; cette action est contrôlée et sécurisée grâce à un système de ballasts qui permet le basculement de l'engin en position horizontale (B4) et l'orientation de la nacelle (B2-3) lors de la manœuvre ;
- assurer l'évacuation en cas d'urgence des passagers ; un système de treuil correctement dimensionné (câbles, motorisation) permettra d'assurer la mise à l'eau d'une embarcation de secours en toute sécurité dans les conditions extrêmes de mer agitée.