

Éléments de correction de l'épreuve d'admissibilité « analyse d'un système pluritechnique »

Contraintes environnementales et habitat

Question 1

Nécessité de réduire les émissions de gaz à effet de serre afin de :

- limiter le réchauffement climatique de la planète ;
- économiser les ressources énergétiques non renouvelables.

Lien entre l'habitat individuel et cette problématique : l'habitat individuel contribue au rejet de gaz à effet de serre par la consommation d'énergie pour le chauffage, l'eau chaude sanitaire, l'électricité domestique.

Au sein d'une habitation, les actions qui peuvent contribuer à un meilleur respect de l'environnement sont :

- limiter la consommation d'électricité (ampoules à économie d'énergie, régulation du chauffage...);
- limiter la consommation d'eau ;
- installer un dispositif géothermique ;
- ajouter des producteurs d'électricité utilisant l'énergie solaire ;
- consommer des produits locaux ;
- ...

Question 2

Ce projet s'inscrit dans une démarche de construction de Haute Qualité Environnementale (HQE), car il utilise :

- des matériaux de construction à hautes qualités environnementales (briques, ossature bois) ;
- des matériaux isolants à hautes performances énergétiques et non toxiques (ouate de cellulose sans sel de Bore, polystyrène, laine minérale) ;
- une pompe à chaleur ;
- des panneaux solaires et photovoltaïques ;
- des DEL ;
- une toiture végétalisée ;
- du triple vitrage en bois ;
- des peintures à faible teneur en COV.

Choix réalisés lors de la construction pour limiter le coût carbone du chantier :

- intervention d'entrepreneurs locaux ;
- utilisation de produits locaux pour limiter le transport ;
- utilisation de matériaux pris sur place (terre du jardin pour construire un mur intérieur, utilisation du sous-sol de l'Observatoire pour la pompe à chaleur géothermique).

Question 3

La réglementation thermique RT 2012 ainsi que les trois labels environnementaux sont respectés, car les consommations de l'Observatoire dans le cadre du BEPAS sont inférieures à celles exigées.

Question 4

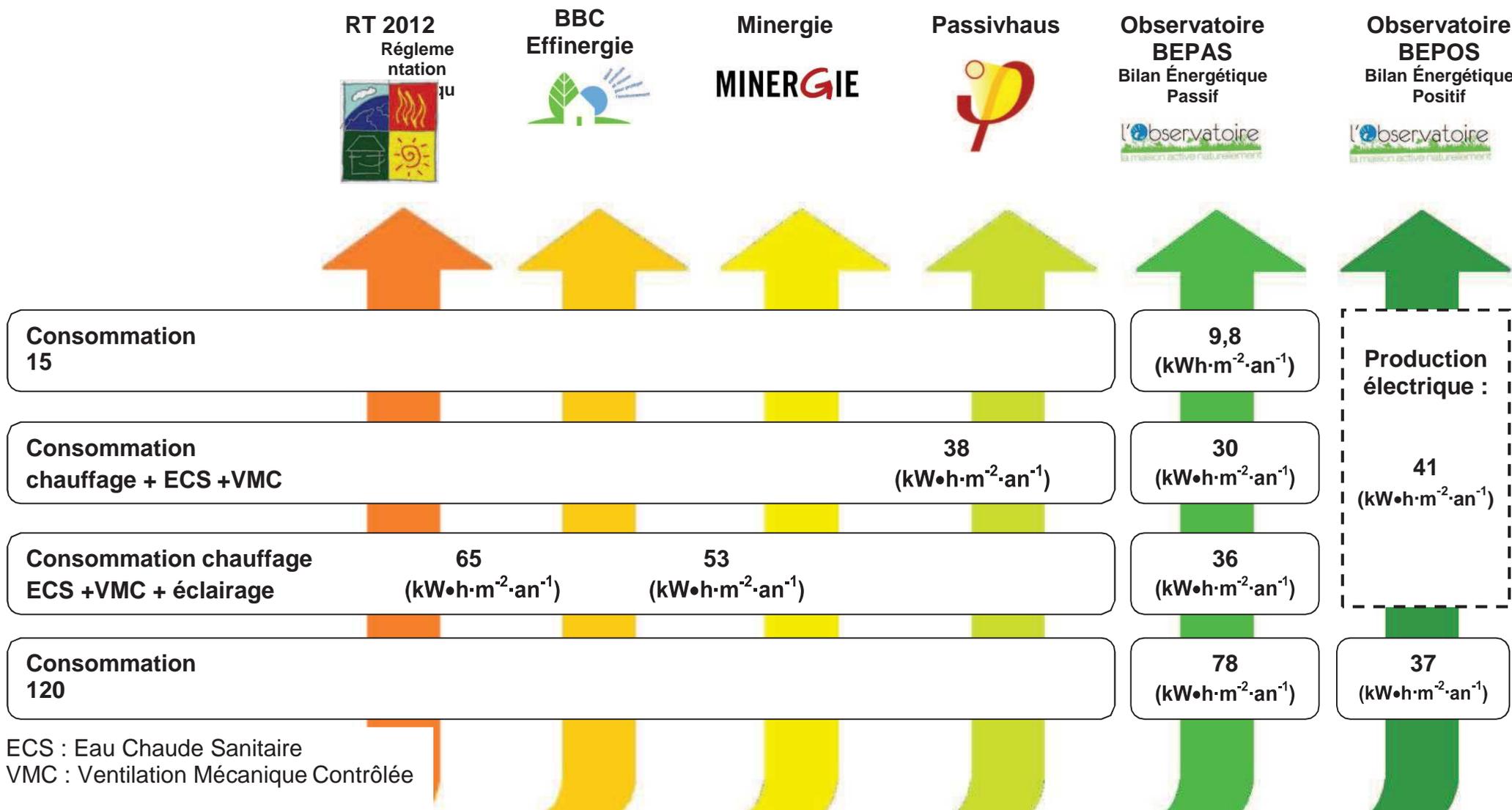
La production électrique annoncée (voir présentation de l'Observatoire en début de sujet) est de $41 \text{ kW}\cdot\text{h}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{an}^{-1}$. La maison possède un bilan de consommation en énergie primaire positif, car le besoin de l'Observatoire est de $36 \text{ kW}\cdot\text{h}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{an}^{-1}$.

La valeur de l'excédent énergétique est donc de $41-36 = 5 \text{ kW}\cdot\text{h}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{an}^{-1}$.

La consommation globale (électroménager inclus) de l'Observatoire est de $78-41 = 37 \text{ kW}\cdot\text{h}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{an}^{-1}$.

DOCUMENT RÉPONSE DR1 CORRIGÉ

Question 4



ECS : Eau Chaude Sanitaire
 VMC : Ventilation Mécanique Contrôlée

Étude de l'isolation de l'Observatoire

Question 5

On utilise la loi de Fourier pour calculer le flux d'énergie thermique. La résistance thermique est obtenue en additionnant la résistance thermique de chaque matériau.

$$\dot{Q} = -\frac{6T}{R_{th}} = -\frac{(19+5)}{8,47} = -2,83 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$$

Question 6

On utilise le résultat de la question précédente pour calculer la différence de température entre chaque couche de matériau.

Calcul de la température à l'interface intérieure / BA13 : $19 - 0,13 \square 2,83 = 18,6 \text{ }^\circ\text{C}$.

Calcul de la température à l'interface BA13 / lame d'air : $18,6 - 0,04 \square 2,83 = 18,5 \text{ }^\circ\text{C}$.

On procède de la même façon pour le calcul des autres températures.

Voir corrigé DR2.

Question 7

En utilisant la formule donnée dans l'énoncé $P = \exp\left\{25,5058 - \frac{5204,9}{T+273}\right\}$, on calcule les pressions

de vapeur saturante. Voir corrigé DR2.

Question 8

En utilisant la formule donnée dans l'énoncé $P_v = HR \square P_s$, on calcule les pressions partielles à l'intérieur et l'extérieur. Voir corrigé DR2.

Question 9

La loi de Fick permet de calculer la quantité de vapeur d'eau g : $g = -\frac{6P}{R_{vap}}$.

La variation de pression partielle à travers la paroi vaut : $\Delta P = 1300 - 395 = 905 \text{ Pa}$.

R_{vap} s'obtient en additionnant les résistances de chaque matériau : $R_{vap} = 26,82 \text{ m}^2 \cdot \text{Pa} \cdot \mu\text{g}^{-1}$

Donc $g = -33,74 \mu\text{g} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$.

Question 10

On utilise le résultat de la question précédente pour calculer la différence de pressions entre chaque couche de matériau.

Calcul de la pression partielle à l'interface BA13 / lame d'air : $1300 - 0,48 \square 33,74 = 1284 \text{ Pa}$.

Calcul de la pression partielle à l'interface lame d'air / OSB : $1284 - 0,08 \square 33,74 = 1281 \text{ Pa}$.

On procède de la même façon pour le calcul des autres pressions partielles.

Voir corrigé DR2.

DOCUMENT RÉPONSE DR2 CORRIGÉ

	Température interface (°C)	Pression de vapeur saturante (Pa)	Pression partielle (Pa)
Intérieur	19	2 166	$P_{vint} = 1\,300$
Interface intérieur / BA13	18,6	2 114	$P_{vint} = 1\,300$
Interface BA13 / lame d'air	18,5	2 101	1 284
Interface lame d'air / OSB	18	2 038	1 281
Interface OSB / ouate de cellulose	17,7	2 000	818
Interface ouate de cellulose / OSB	7,8	1 064	793
Interface OSB / polystyrène	7,6	1 050	583
Interface polystyrène / enduit	- 4,6	452	413
Interface enduit / extérieur	- 4,6	452	$P_{vext} = 395$
Extérieur	- 5	439	$P_{vext} = 395$

Question 11

On constate que les pressions partielles aux différentes interfaces sont toutes inférieures aux pressions de vapeur saturante : il n'y a donc pas de risque de condensation dans la paroi.

Étude de l'installation de géothermie

Question 12

La quantité de chaleur extraite par unité de temps dans le sous-sol de l'Observatoire à l'aide des sondes vaut $Q_{\text{extraite}} = 7 \times 25 + 5 \times (30 - 40) = 6\,175 \text{ W}$.

La puissance thermique de la PAC étant de 7 700 W, les sondes permettent de fournir 80 % de cette capacité, ce qui est satisfaisant.

Question 13

La conservation de l'énergie sur un cycle se traduit par l'équation suivante : $W + Q_1 + Q_2 = 0$.

Question 14

L'énergie utile est celle fournie à la source chaude Q_1 . L'énergie consommée est le travail du compresseur W . Donc l'expression du coefficient de performance de la pompe à chaleur est

$$COP = \frac{|Q_1|}{W}. \text{ En utilisant le bilan entropique et le bilan énergétique, on obtient } COP = \frac{T_c}{T_c - T_f}.$$

Question 15

L'expression du coefficient de performance théorique de la pompe à chaleur montre que l'écart entre la température de la source chaude et celle de la source froide influe sur le rendement de la pompe à chaleur. Plus la température T_c demandée pour chauffer le circuit de chauffage de la maison est

grande plus le COP diminue. D'où l'intérêt d'utiliser un chauffage basse température avec la pompe à chaleur.

Question 16

Sur n cycles, le flux s'écrit $\exists = n \cdot |Q_1| = n \cdot W \cdot COP$.

Question 17

La puissance électrique P_e à fournir au moteur est $P_e = \frac{n \cdot W}{r_g} = \frac{\exists}{COP \cdot r_g}$.

Question 18

Les besoins en chauffage sont évalués à 2,2 kW. On calcule la valeur de la puissance électrique à fournir avec la relation trouvée à la question précédente $P_e = \frac{2,2 \cdot 10^3}{4,38 \cdot 0,9} = 558 \text{ W}$. Si on utilisait

uniquement l'énergie électrique pour assurer les besoins en chauffage, il faudrait fournir une puissance de 2,2 kW donc 4 fois plus. L'installation de géothermie permet de limiter les besoins en électricité.

Question 19

On en déduit le nombre de kW•h sur un an : $558 \cdot 24 \cdot 365 = 4888 \text{ kW} \cdot \text{h}$ soit un coût annuel de $4888 \cdot 0,13 = 635 \text{ €}$.

À l'aide des données économiques fournies dans le sujet, on conclut sur l'économie réalisée par l'utilisation d'une pompe à chaleur par rapport aux autres sources d'énergie.

Question 20

On constate que l'avantage d'une pompe à chaleur par rapport au fioul ou au gaz est sa faible émission de CO_2 . L'inconvénient est l'utilisation d'un fluide frigorigène qui a un fort impact sur l'effet de serre (R-410a).

Étude du système de production électrique

Question 21

Production annuelle d'énergie électrique en kW•h : $56 \text{ panneaux} \cdot 245 \text{ Wc} = 13,72 \text{ kWc}$ soit : $733 \cdot 13,72 = 10\,057 \text{ kW} \cdot \text{h}$.

Question 22

La production électrique annoncée pour l'Observatoire est de $41 \text{ kWh} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{an}^{-1}$ (valeur donnée en début de sujet), ce que l'on retrouve avec la production annuelle estimée des panneaux de :

$$10\,056 / 223 = 45 \text{ kWh} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{an}^{-1}.$$

Les ordres de grandeur sont bien similaires.

Question 23

En choisissant de positionner les panneaux solaires pratiquement à l'horizontale, le rayonnement solaire n'est pas optimisé et cela représente une perte en production d'énergie électrique. Cependant, ce choix esthétique n'empêche pas l'Observatoire d'avoir des performances qui le classent dans la catégorie des maisons à énergie positive.

Question 24

U_{MPP} : tension présente aux bornes du panneau lorsque ce dernier fournit la puissance maximale.

U_{OC} : tension présente aux bornes du panneau lorsque ce dernier est à vide, c'est la valeur maximale de tension qu'il peut délivrer.

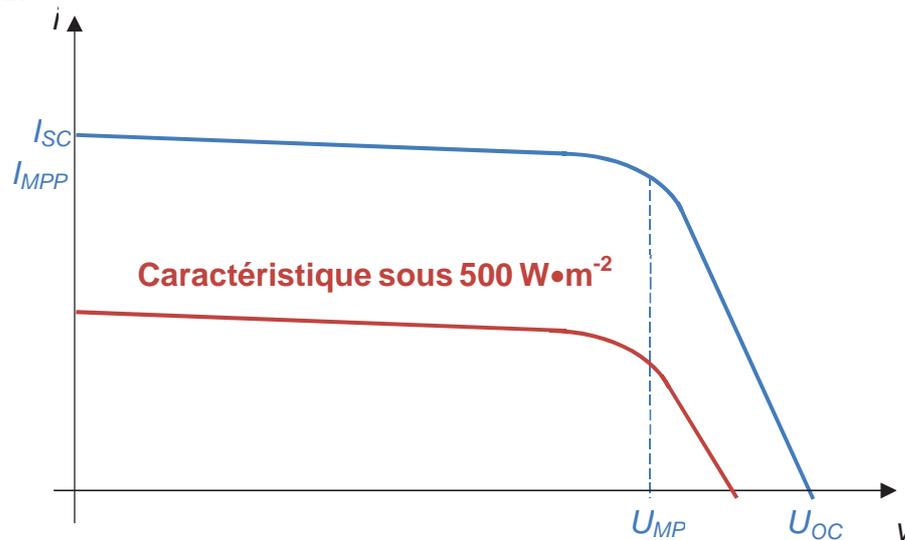
I_{MPP} : courant débité par le panneau lorsque ce dernier fournit la puissance maximale.

I_{SC} : courant débité par le panneau lorsque ce dernier est en court-circuit, c'est la valeur maximale qu'il peut débiter.

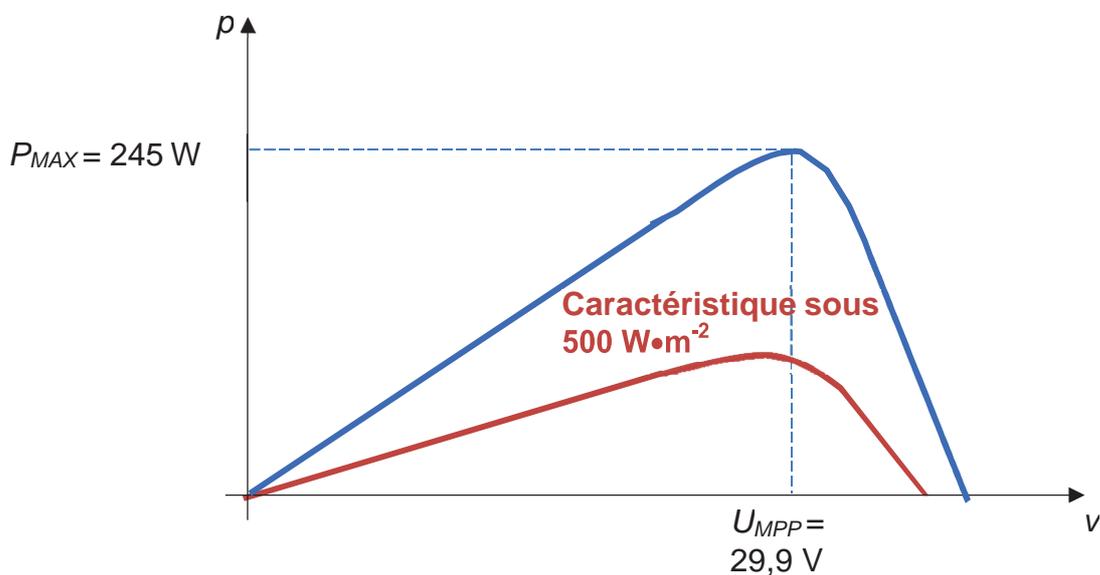
Questions 25 à 28

Voir DR3 corrigé

Questions 25 et 27



Questions 26 et 28

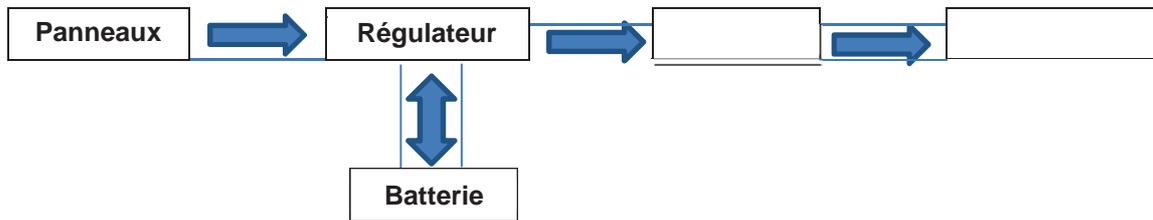


Question 29

La puissance crête produite sera de l'ordre de $56 \square 245 = 13\,720 \text{ W}$. La puissance maximale d'un onduleur Sunny Boy 3800 est de $4\,040 \text{ W}$. Il faut prévoir 4 onduleurs ($4 \square 4\,040 \text{ W} > 13\,720 \text{ W}$).

Question 30

Synoptique de l'installation et sens des transferts d'énergie :



Dimensionnement de la poutre utilisée pour la ventilation et le contrôle de la qualité de l'air

Première modélisation

Question 31

Par application du Principe Fondamental de la Statique à la poutre, on obtient : $Y = Y_A = Y_C = \frac{qL}{2}$.

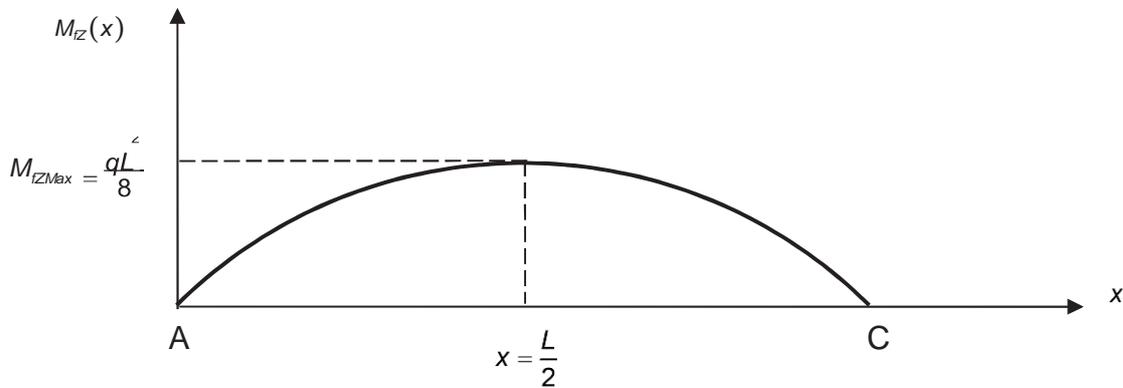
Application numérique : $Y_A = Y_C = 1\,200\text{ N}$.

Question 32

Expression du moment fléchissant : $M_{Iz}(x) = \frac{qL}{2}x - \frac{q}{2}x^2$.

La section la plus sollicitée se situe au milieu de la poutre : $M_{IzMax} = \frac{qL^2}{8}$.

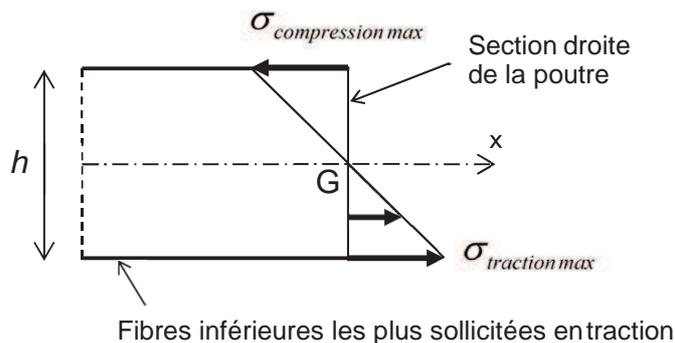
Diagramme du moment fléchissant le long de la poutre



Question 33

La contrainte normale en traction est maximale en $y = -\frac{h}{2}$; $\sigma_{Max} = -\frac{M_{IzMax} y_{Max}}{I_{Gz}} = \frac{3qL^2}{8bh^2}$.

Question 34



Pour une poutre de longueur 12 m : $\sigma_{Max} = 16 \text{ N} \cdot \text{mm} > 10 \text{ MPa}$. La condition de résistance mécanique n'est donc pas vérifiée.

Question 35

Pour une poutre de longueur 6 m : $\sigma_{Max} = 4 \text{ N} \cdot \text{mm} < 10 \text{ MPa}$. La condition de résistance mécanique est donc vérifiée.

Question 36

Expression de la flèche pour une poutre de longueur L :

$$M(x) = EI y''(x) \quad \chi \quad EI y''(x) = \frac{qL}{2} x - \frac{q}{2} x^2.$$

$$\text{Par intégration : } EI y'(x) = \frac{qL}{4} x^2 - \frac{q}{6} x^3 + C_1. \quad \text{Avec } y'(L) = 0, \text{ on en déduit } C_1 = -\frac{qL^3}{24}.$$

$$\text{D'où : } EI y'(x) = \frac{qL}{4} x^2 - \frac{q}{6} x^3 - \frac{qL^3}{24}.$$

$$\text{Par intégration : } EI y(x) = \frac{qL}{12} x^3 - \frac{q}{24} x^4 - \frac{qL^3}{24} x + C_2. \quad \text{Avec } y(0) = 0, \text{ on en déduit } C_2 = 0.$$

$$\text{D'où : } EI y(x) = \frac{qL}{12} x^3 - \frac{q}{24} x^4 - \frac{qL^3}{24} x.$$

$$\text{Pour une poutre de longueur } L = 6 \text{ m, la flèche est maximale en } x = \frac{L}{2} \text{ et vaut } y_{maxi} = -\frac{5qL^4}{384EI_{GZ}}.$$

Question 37

On utilise le résultat précédent avec $L = 6 \text{ m}$.

$y_{maxi} = -16,6 \text{ mm}$ donc cette solution permet d'avoir une flèche maximale acceptable.

Deuxième modélisation

Question 38

Par application du Principe Fondamental de la Statique à la poutre, on obtient : $Y_A = Y_C$ et $2Y_A + Y_B - qL = 0$.

Question 39

Expression de la flèche à partir du moment fléchissant : $M(x) = EI y''(x) \quad \chi \quad EI y''(x) = Y_A x - \frac{q}{2} x^2.$

$$\text{Par intégration : } EI y'(x) = Y_A x - \frac{q}{6} x^3 + C_1 \text{ avec } C_1 \text{ constante.}$$

$$\text{Par intégration : } EI y(x) = Y_A \frac{x^2}{2} - \frac{q}{24} x^4 + C_1 x + C_2 \text{ avec } C_1, C_2 \text{ constantes.}$$

Question 40

La déformation de la poutre est symétrique par rapport à (B, y) . Au point B , la tangente de la

déformée est donc horizontale : $y'(L/2) = 0$.

On utilise la première condition limite $y_1(0) = 0$ d'où $C_2 = 0$.

On utilise la deuxième condition limite $y'(L/2) = 0$ d'où l'équation notée (1) : $Y_A \frac{L^3}{48} - \frac{qL^4}{384} + C_1 \frac{L}{2} = 0$.

On utilise la troisième condition limite $y''' \Big|_{x=0} = 0$ d'où l'équation notée (2) : $Y_A \frac{L^2}{8} - q \frac{L^3}{48} + C_1 = 0$.

D'après (1), $C_1 = q \frac{L^3}{192} - Y_A \frac{L^2}{24}$. En reportant dans (2) : $Y_A = \frac{3qL}{16}$.

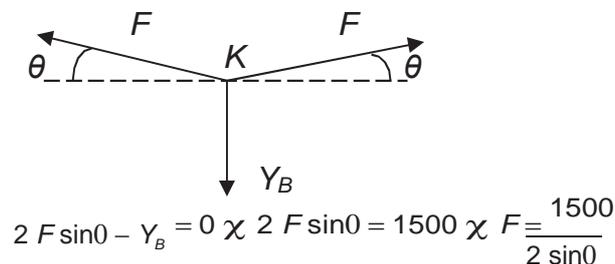
En utilisant les équations obtenues à la question 38, on obtient : $Y_A = \frac{3qL}{16} = Y_C$ et $Y_B = \frac{5qL}{8}$.

L'application numérique donne : $Y_A = Y_C = 450$ N et $Y_B = 1\,500$ N.

Ajouter un appui central sous la poutre permet de diminuer la réaction aux extrémités de la poutre. Néanmoins, la réaction à l'appui central est supérieure à la réaction aux extrémités de la poutre sur deux appuis.

Question 41

L'action Y_B calculée précédemment se retrouve au niveau du nœud K. L'équilibre du nœud K est décrit par la figure ci-dessous :



Question 42

La hauteur H du poteau doit être la plus petite possible. Si on diminue la hauteur H du poteau, l'angle θ diminue ($\theta = \arctan(H/6)$). D'après l'équilibre du nœud K, on constate que la diminution de l'angle θ entraînera l'augmentation de l'effort F dans les câbles.

Conclusion : cette solution risque de solliciter beaucoup les câbles. On pourrait imaginer de créer une vraie structure de treillis pour essayer de minimiser la hauteur du poteau au milieu. Mais pour des raisons esthétiques, cette solution n'a pas été envisagée par l'architecte.

Synthèse

Question 43

L'élément principal est la présence de panneaux photovoltaïques qui permettent à l'Observatoire de produire plus d'électricité qu'il n'en consomme. L'utilisation d'une pompe à chaleur ainsi qu'une bonne isolation permettent de limiter la consommation d'énergie électrique. L'utilisation de matériaux naturels comme le bois ainsi que la toiture végétalisée assurent une meilleure intégration dans le paysage.

Autres solutions qui auraient pu être utilisées : éolienne, système de récupération et utilisation des eaux pluviales, dispositif pour le tri des déchets, motorisation des panneaux photovoltaïques...