U 41 MECANIQUE

Session 20xx

Partie 1

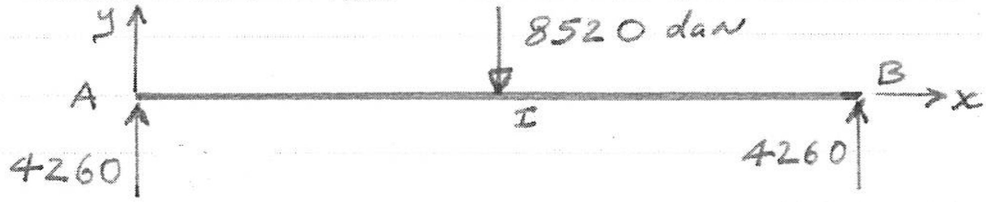
A. Prédimensionnement du treillis :

Question 1 : Actions aux liaisons :

structure symétrique chargement symétrique

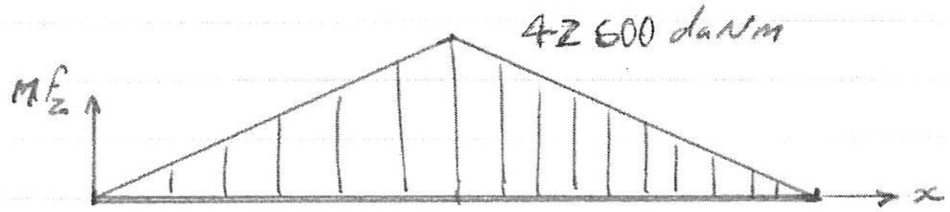
$$\boxed{Y_A = Y_B = \frac{8520}{2} + 3020 = 7280 \text{ daN}} \qquad X_A = 0$$

Question 2 : Diagramme de Moment :



$$Mf_{max} = Mf_z\left(\frac{L}{2}\right) = Mf_z(10) = 4260 \times 10 = 42600 \text{ daNm}$$

Tracé en fibres comprimées



Question 3 : Contrainte de flexion :

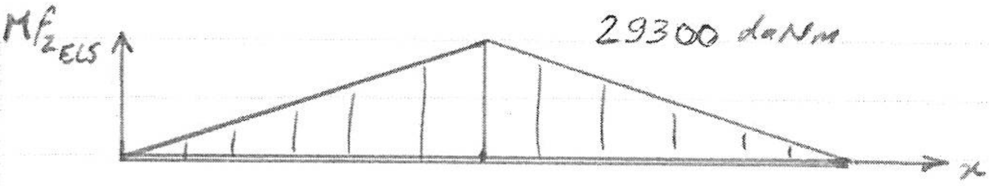
- $\sigma_{max} = \dfrac{Mf_{z\,max}}{wel_z} = \dfrac{42600}{wel_z}$
- On doit vérifier $\sigma_{max} \leq \sigma_e = 23{,}5 \text{ daN/mm}^2$.

$$\boxed{wel_z \geqslant \frac{42600}{23{,}5} \simeq 1813 \text{ cm}^3}$$

Question 4 : Diagramme de Moment à l'ELS :

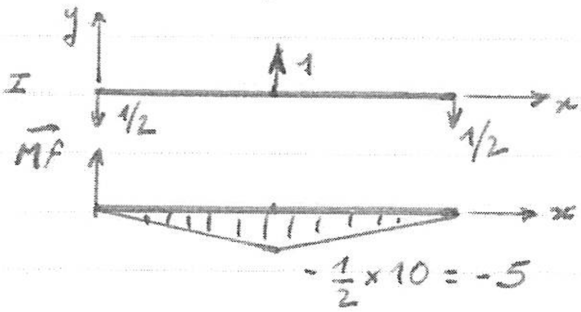
$$Y_{A_{ELS}} = 2100 + \frac{5860}{2} = 5030 \text{ daN}$$

$$Mf_{max} = 2930 \times 10 = 29300 \text{ daNm.}$$



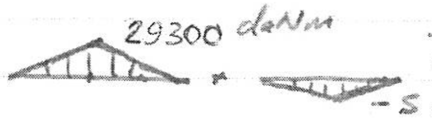
Question 5 : Flèche en milieu de poutre

pour une charge unité en I



Théorème de la charge unité (à l'aide des intégrales de Mohr)

$$\delta_I = \frac{L}{EI}\left\{ \text{ } \right\} = -\frac{20}{3EI_z} \times 29300 \times 5$$



$$\boxed{\delta_I = -\frac{20 \times 29300 \times 5}{3 \times 21.10^9 \times I_z} = -\frac{4{,}651 \cdot 10^{-5}}{I_z}}$$

Question 6 : Condition ELS

On doit vérifier $|\delta_I| \leqslant \frac{L}{250} = 0{,}08\,m$

$$\boxed{I_z \geqslant \frac{4{,}651 \cdot 10^{-5}}{0{,}08} = 5{,}813 \cdot 10^{-4}\,m^4 = 58130 \text{ cm}^4}$$

Question 7: choix d'un profil IPE

$w_{el_z} \geqslant 1813 \text{ cm}^3 \rightarrow$ IPE 500 (1928 cm^3)

$I_z \geqslant 58\,130 \text{ cm}^4 \rightarrow$ IPE 550 ($67\,120 \text{ cm}^4$)

$\boxed{\text{choix IPE 550}}$

Autres possibilités:

PRS : Avantage : moins lourd par augmentation de hauteur et réduction des épaisseurs.
Inconvénients : mise en oeuvre _ faible rigidité transversale → stabiliser.

Poutre treillis : Avantage : moins lourd
Inconvénients : hauteur nécessaire d'où ↗ de celle du bâtiment _ faible rigidité transversale.

B. Dimensionnement du treillis:

Question 8: Hauteur de poutre treillis:

$$I_{G_z} = \Sigma_i [I_{G_{i}z_i} + A_i \, dy_i^2] \quad \text{bisymétrie d'où :}$$

$$I_{G_z} = 2 \times \left[I_{G_z \, \varnothing 100} + A_{\varnothing 100} \times \left(\frac{h}{2}\right)^2 \right] \geqslant 60\,000$$

$$= 2 \times \left[270 + 18{,}4 \times \frac{h^2}{4} \right] \geqslant 60\,000$$

$$\boxed{h \geqslant \sqrt{(30\,000 - 270)\frac{4}{18{,}4}} = 80{,}39 \text{ cm.}}$$

Question 9 : caractéristiques géométriques de poutre treillis :

- $$Y_G = \frac{\sum A_i y_{Gi}}{\sum A_i} = \frac{20,4 \times 0 + 18,4 \times 80}{20,4 + 18,4} = 37,94 \text{ cm}$$

- $$I_{G_z} = \sum \left[I_{Gizi} + A_i dy_i^2 \right]$$

$$= \left[215 + 20,4 \times 37,94^2\right] + \left[270 + 18,4 \times (80 - 37,94)^2\right]$$

$$\boxed{I_{G_z} = 62400 \text{ cm}^4}$$

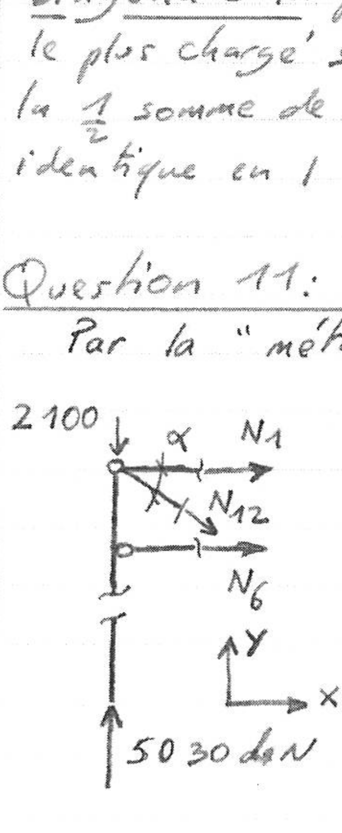
Question 10 : Barres les plus chargées :

Membrure la plus chargée : la contrainte maximale pour cette poutre flechie se situerait en milieu de poutre la membrure la plus chargée est donc au niveau de barre 11

Diagonale la plus chargée : celle la plus proche du noeud le plus chargé soit au niveau de l'appui, celui si reprennant la $\frac{1}{2}$ somme de toutes les charges ⇒ barre 12 (ici charge identique en | | pour toutes les diagonales)

Question 11 : Efforts dans les barres :

Par la "méthode" de Ritter



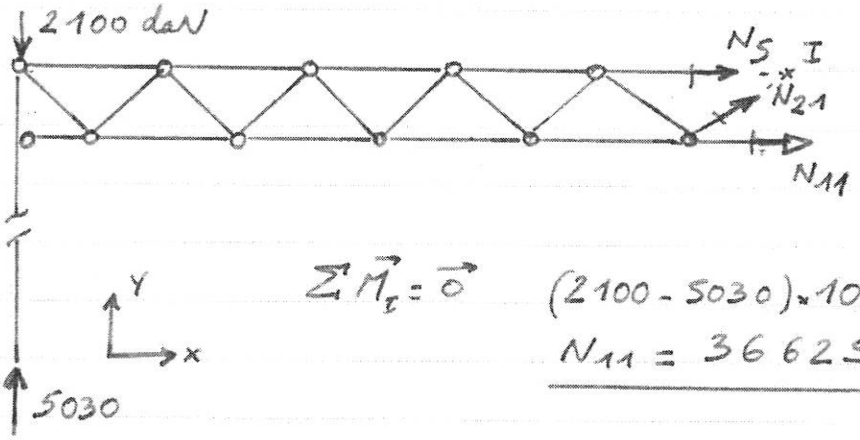
$$\tan\alpha = \frac{800}{1000} = 38,7°$$

$$\sum \vec{F} = \vec{0}$$

proj/Y : $-N_{12} \sin\alpha + 5030 - 2100 = 0$

$N_{12} = 4686$ daN
Traction

coupure des barres 1, 13 et 7, pas de charge supplémentaire, angle identique mais changement d'orientation de barre $\rightarrow$ $\underline{N_{13} = -\ 4686 \text{ daN}}$ compression



$\Sigma \vec{M}_I = \vec{0}$ $\quad (2100 - 5030) \times 10 + N_{11} \times 0{,}8 = 0$

$\underline{N_{11} = 36\,625 \text{ daN}}$ Traction

Question 12 : Flèche de la poutre treillis :

Pour obtenir les $\overline{n_i}$, on divise les N_i par 5860.

d'où $\quad \overline{n_{11}} = \dfrac{36\,625}{5860} \simeq 6{,}3 \qquad \overline{n_{12}} = \dfrac{4690}{5860} = 0{,}8$

Question 13 : Conclusion

- Le principe semble viable avec de l'ordre de 10 % "d'erreur" quant à la limite de 0,08 cm. Il faut prendre soin du choix des sections de membrures et treillis afin que la limite admissible ne soit atteinte, ici sans doute faudrait-il augmenter leur section afin de se prémunir du risque de flambement.

- IPE 550 $\rightarrow$ 106 daN/m
  poutre treillis $\rightarrow$ $16 + 14{,}4 + 4{,}25 \times 1{,}28 = 35{,}84$

  soit un rapport d'environ 3

Partie 2 : Structure de file 2

Question 14 : Degré hyperstatique

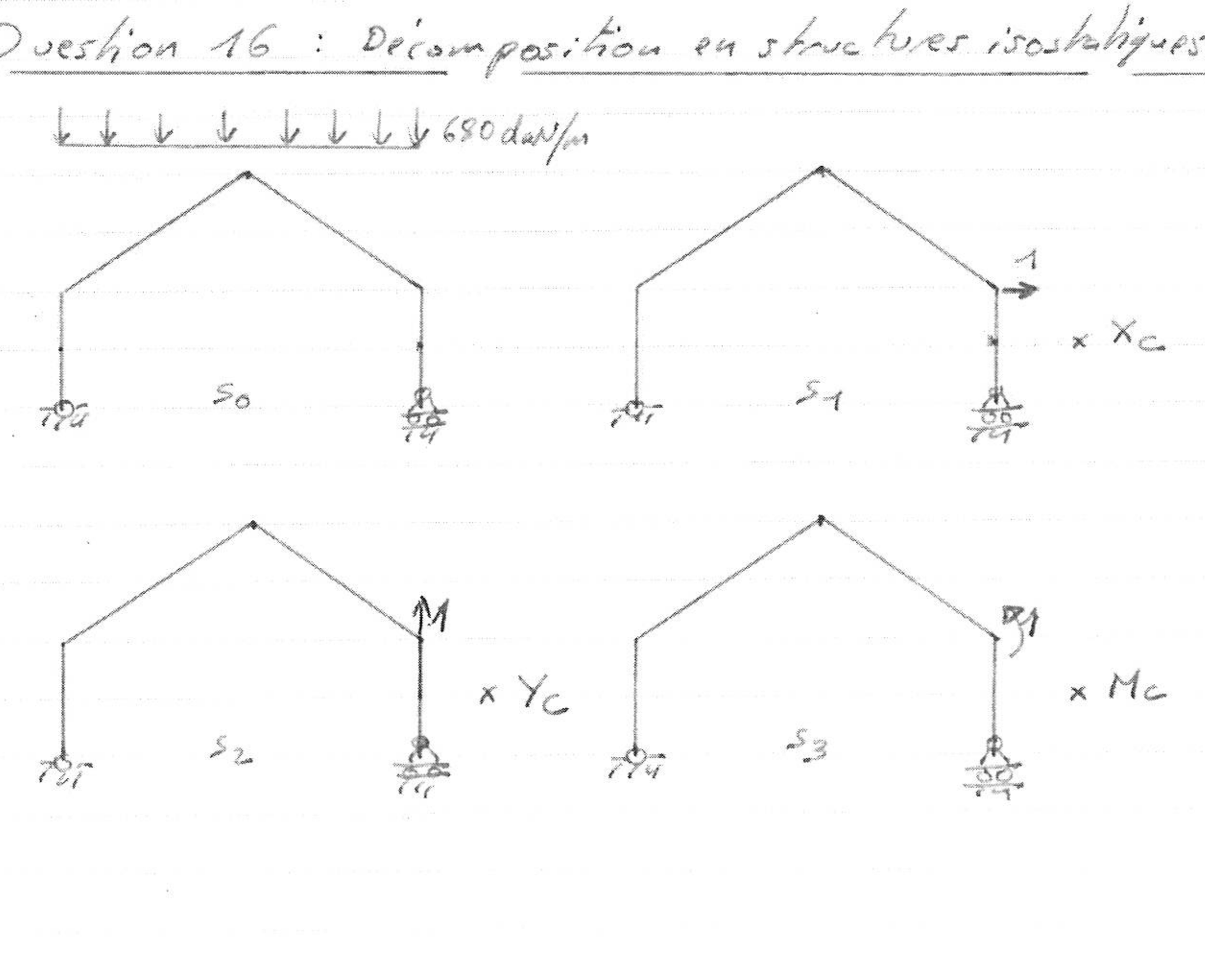
$$H_g = 3 \times n_{cf} - \Sigma_i ddl = 3 \times 2 - 3 \times 1 = 3.$$

Question 15 : Limite d'étude :

structure symétrique à chargement symétrique
↳ Etude $\frac{1}{2}$ structure avec encastrement au nœud de liaison C.
→ symétrie de déformée → pas de flexion en poteau central → $X_B = 0$.
→ symétrie de N, Mf et actions aux liaisons
→ antisymétrie de V_y.

Degré hyperstatique inchangé !

Question 16 : Décomposition en structures isostatiques :



Question 17 : Conditions d'équivalence :

Non déplacement du point C

$$\begin{array}{l} \Delta_{C/x} = 0 \\ \Delta_{C/y} = 0 \\ \Omega_C = 0 \end{array} \quad \boxed{\left\{\begin{array}{l} \Delta_{01} + \delta_{11} X_C + \delta_{12} Y_C + \delta_{13} M_C = 0 \\ \Delta_{02} + \delta_{21} X_C + \delta_{22} Y_C + \delta_{23} M_C = 0 \\ \Delta_{03} + \delta_{31} X_C + \delta_{32} Y_C + \delta_{33} M_C = 0 \end{array}\right.}$$

Question 18 : structure S_1

$X_{A_1} = -1$ $\quad \Sigma_i \vec{M}_A = \vec{0}$ $\quad Y_{B_1} = \dfrac{1 \times 3{,}13}{10} = 0{,}313$

$Y_{A_1} = -0{,}313$

$Mf_{1D} = 1 \times 3{,}13 = 3{,}13$ daN $\quad Mf_{1C} = 0$

$Mf_{1E} = 1 \times 5{,}88 - 0{,}313 \times 5 = 4{,}315$ daN

Question 19 : Structure S_2

$X_{A_2} = Y_{A_2} = 0 \quad Y_{B_2} = -1$

Poteau CB uniquement tendu, structure non fléchie

Question 20 : structure S_3 :

$X_{A_3} = 0$ → pas de flexion dans les poteaux.

$Y_{B_3} (= -Y_{A_3}) = -\dfrac{1}{10} = -0{,}1$ daN

$Mf_C = Mf_E = 1 \quad Mf_D = 0$

Question 21 : structure S_0

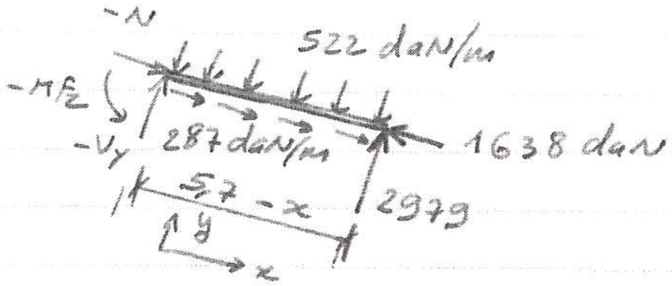
- Structure symétrique à chargement symétrique

↳ $Y_B = \dfrac{680 \times 10}{2} = 3400$ daN

- $q_y = -q\cos^2\alpha = -680\cos^2 28{,}8 = -522 \text{ daN/m}$
  $q_x = q\cos\alpha\sin\alpha = 680\cos 28{,}8\sin 28{,}8 = 287 \text{ daN/m}$

$y_c = 3400\cos 28{,}8 = 2979 \text{ daN}$
$x_c = -3400\sin 28{,}8 = -1638 \text{ daN}$

-



$0 \leq x \leq 5{,}7$

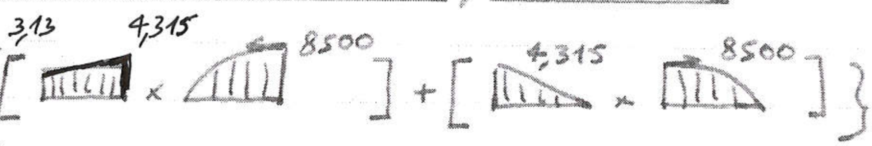
$N = 287(5{,}7 - x) - 1638$ ↗ $N(0) \cong 0$ ↘ $N(5{,}7) = -1638 \text{ daN}$

$V_y = -522(5{,}7 - x) + 2979$ ↗ $V_y(0) \cong 0$ $V_y(5{,}7) = 2979 \text{ daN}$

$Mf_z = -\frac{522}{2}(5{,}7 - x)^2 + 2979(5{,}7 - x)$

$Mf_z(0) = 8500 \text{ daNm}$
$Mf_z(5{,}7) = 0$

Question 22 : Calcul de déplacements :

$\Delta_{01} = \frac{L}{EI}\Big\{\Big[$  $\Big]\Big\}$

$= \frac{L}{EI}\left\{\frac{1}{12}(3\times 3{,}13 + 5\times 4{,}315)8500 + \frac{5}{12}\times 4{,}315 \times 8500\right\}$

$= \frac{5{,}7\times 8500}{21.10^9 \times 2772\times 10^{-8}}\left\{ 4{,}378 \right\}$

$\Delta_{01} = 0{,}364 \text{ m}$

$\boxed{\delta_{23} = 0}$

Question 23 : sollicitation du poteau :

Le poteau est soumis à une sollicitation de flexion composée.

$N = 0{,}313 \times X_C + 0 - 0{,}1 M_C - 3400$

$= 0{,}313(-1310) + 0{,}1 \times 3748 - 3400 = -3435 \text{ daN}$

$Mf_{max} = Mf_E = -4102 \text{ daNm}.$

$$|\sigma_{Max}| = \frac{|N|}{A} + \frac{|Mf_{max}|}{Wel} = \frac{3435}{3912} + \frac{4102}{324{,}3} = 13{,}53 \text{ daN/mm}^2$$

$|\sigma_{max}| < \sigma_e$ vérifié au critère de limite élastique.

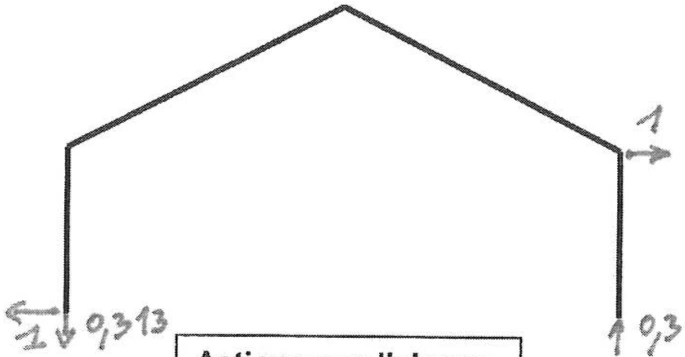
Document réponse DR 1 <u>*A rendre avec la copie*</u>

	N_i (daN)	$\bar{n}_i$	$L_i/(E\,A_i)$ (cm/daN)	δ_i (cm)
Barre 1	**- 3 663**	**- 0,6**	**$5{,}18.10^{-6}$**	**$1{,}138.10^{-2}$**
Barre 2	**-10 988**	**- 1,9**	**$5{,}18.10^{-6}$**	**$10{,}814.10^{-2}$**
Barre 3	**- 18 313**	**- 3,1**	**$5{,}18.10^{-6}$**	**$29{,}407.10^{-2}$**
Barre 4	**- 25 638**	**- 4,4**	**$5{,}18.10^{-6}$**	**$58{,}434.10^{-2}$**
Barre 5	**- 32 963**	**- 5,6**	**$5{,}18.10^{-6}$**	**$95{,}619.10^{-2}$**
Barre 6	**0**	**0**	**$2{,}3.10^{-6}$**	**0**
Barre 7	**7 325**	**1,3**	**$4{,}6.10^{-6}$**	**$4{,}38.10^{-2}$**
Barre 8	**14 650**	**2,5**	**$4{,}6.10^{-6}$**	**$16{,}848.10^{-2}$**
Barre 9	**21 975**	**3,8**	**$4{,}6.10^{-6}$**	**$38{,}412.10^{-2}$**
Barre 10	**29 300**	**5**	**$4{,}6.10^{-6}$**	**$67{,}39.10^{-2}$**
Barre 11	36 625	6,3	**$4{,}6.10^{-6}$**	$106{,}139.10^{-2}$
Barre 12	4 690	0,8	**$1{,}74.10^{-5}$**	$6{,}528.10^{-2}$
Barre 13	- 4 690	- 0,8	**$1{,}74.10^{-5}$**	$6{,}528.10^{-2}$
Barre 14	**4 690**	**0,8**	**$1{,}74.10^{-5}$**	**$6{,}528.10^{-2}$**
Barre 15	**- 4 690**	**- 0,8**	**$1{,}74.10^{-5}$**	**$6{,}528.10^{-2}$**
Barre 16	**4 690**	**0,8**	**$1{,}74.10^{-5}$**	**$6{,}528.10^{-2}$**
Barre 17	**- 4 690**	**- 0,8**	**$1{,}74.10^{-5}$**	**$6{,}528.10^{-2}$**
Barre 18	**4 690**	**0,8**	**$1{,}74.10^{-5}$**	**$6{,}528.10^{-2}$**
Barre 19	**- 4 690**	**- 0,8**	**$1{,}74.10^{-5}$**	**$6{,}528.10^{-2}$**
Barre 20	**4 690**	**0,8**	**$1{,}74.10^{-5}$**	**$6{,}528.10^{-2}$**
Barre 21	**- 4 690**	**- 0,8**	**$1{,}74.10^{-5}$**	**$6{,}528.10^{-2}$**
Déplacement global $\Delta = 2\times\{\sum_{i=1}^{21}\left[N_i \times \bar{n}_i \times \frac{L_i}{EA_i}\right]\} - N_{11}\bar{n}_{11}\frac{L_{11}}{EA_{11}}$				**8,816**

Par convention : ***N> 0 barre en traction*** ***N< 0 barre en compression***

Document réponse DR 2

A rendre avec la copie



Actions aux liaisons

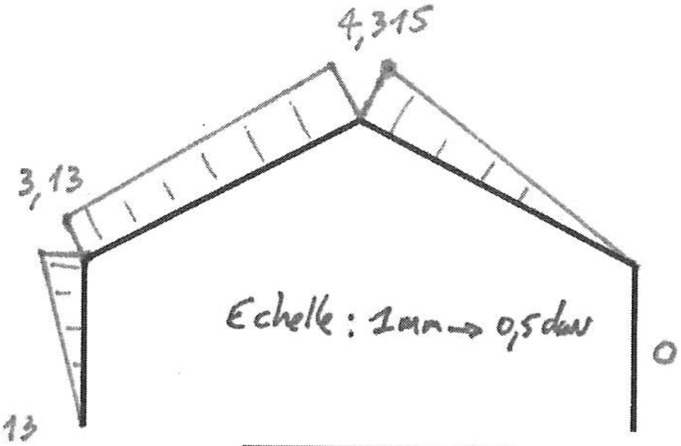


Diagramme Mf_1

Structure S_1

Actions aux liaisons

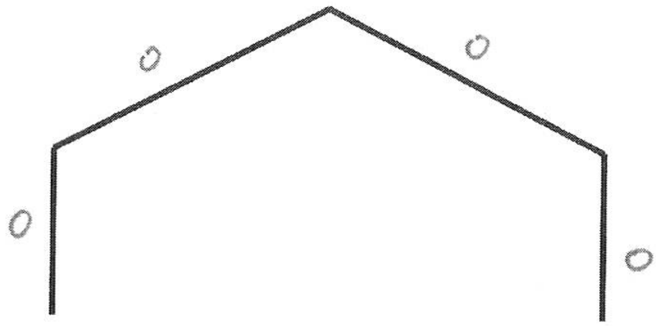
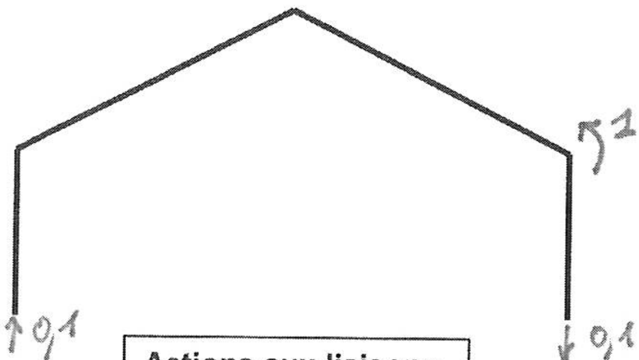


Diagramme Mf_2

Structure S_2



Actions aux liaisons

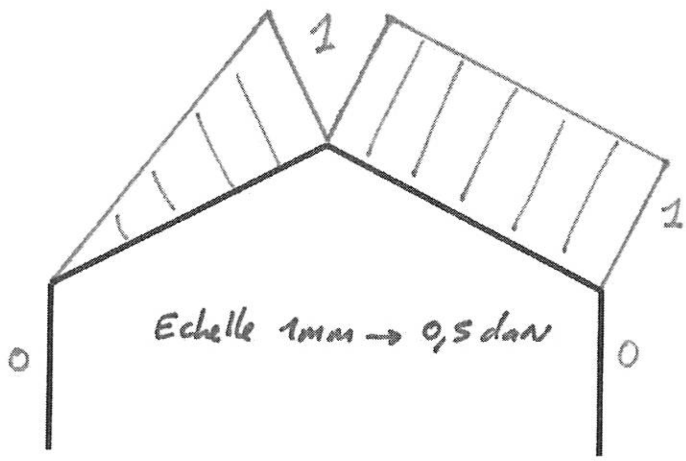


Diagramme Mf_3

Structure S_3