

Éléments de correction de l'épreuve de conception préliminaire d'un système, d'un procédé ou d'une organisation

Question A1

À pression de contact donnée, le couple est le demi produit du diamètre par la force tangentielle, elle-même proportionnelle au diamètre, d'où le carré de d dans l'expression du couple.

Question A2

$$F_A \approx k \cdot \pi \cdot P_C \cdot h \cdot d$$

Question A3

$$d_{\max} = 25,000 \text{ mm}$$

$$d_{\min} = 24,987 \text{ mm}$$

Question A4

$$P_{C_{\max}} = 135 \text{ MPa}$$

$$C_{\max} = 877 \text{ Nm}$$

Question A5

$$P_{C_{\min}} = 78 \text{ MPa}$$

$$C_{\min} = 508 \text{ Nm}$$

Question A6

La norme impose un couple transmissible de 500 Nm, le couple minimal transmissible est 508 Nm. La norme est bien respectée.

Question A7

L'étude est faite dans la zone élastique des matériaux, les efforts et pression sont linéaires en fonction du serrage, le couple est donc aussi proportionnel au serrage. On peut aussi reprendre la formule du haut de la page 4.

Question A8

La rotation du porte-outil produit une force centrifuge (proportionnelle au carré de la vitesse) qui a tendance à diminuer le serrage. Le couple décroît donc en fonction de la vitesse.

Question A9

Le couple transmissible est proportionnel au serrage, qui dépend de la taille de la queue de l'outil, elle-même dépendant de la tolérance dimensionnelle. Plus la qualité est grande (allant de h6 à h5, h4...), plus le diamètre mini de l'arbre sera grand et meilleur sera le serrage mini et le couple minimal transmissible.

Question B1

Toutes les fibres s'allongent en fonction de la température, c'est donc vrai pour le périmètre et le diamètre d_0 de l'alésage.

Question B2

Diamètre de l'outil	Diamètre de l'alésage du porte-outil	Diamètre extérieur du porte-outil	Longueur de frettage	Serrage	Pression de contact	Couple transmissible (avec K=1)
Da	dm	De	L	Δ	p	C
mm	mm	mm	mm	mm	MPa	N.m
25,000	24,962	47,5	44,0	0,038	135	877,10
24,987	24,965	47,5	44,0	0,022	78	507,80

Il faut chauffer le porte-outil pour augmenter le diamètre de l'alésage d'une valeur égale au serrage obtenu après frettage.

D'après le tableau B1 et pour un diamètre de 25 mm on en déduit la relation $\Delta T = \frac{\Delta L}{41.25} \cdot 150$

avec ΔL en micromètres. On trouve $\Delta T_1 = 80$ K et $\Delta T_2 = 138$ K.

La valeur la plus proche supérieure du tableau soit $\Delta T_1 = 100$ K et $\Delta T_2 = 150$ K.

Quand il faut défretter l'outil, on doit chauffer l'ensemble et les deux se dilatent. L'outil en carbure se dilate moins que le porte-outil et le défrettage est possible. A température établie, l'outil en ARS se dilate autant que le porte-outil. Il faut donc chauffer rapidement le porte-outil pour avoir un différentiel de température permettant le défrettage.

Question B3

Le porte-outil peut avoir subi un traitement thermique et une température trop élevée serait néfaste.

Question B4

Le problème est invariant par rotation autour de l'axe du porte-outil, le problème est invariant par translation le long de l'axe (hyp T est indépendante de z). T ne dépend donc que de r.

Question B5

$$\pi_0 = \frac{P}{2\pi R_C L} = 1,37 \text{ MW} / \text{m}^2$$

Question B6

$$\frac{\partial T}{\partial r} = \frac{\partial \Theta}{\partial r} = -\frac{j_{th}}{\lambda} = \frac{\pi_0}{\lambda} e^{-\left[\frac{R_C - r}{2\sqrt{at}}\right]} \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} = \frac{\partial^2 \Theta}{\partial r^2} = \frac{\pi_0}{\lambda} \frac{1}{2\sqrt{at}} e^{-\left[\frac{R_C - r}{2\sqrt{at}}\right]}$$

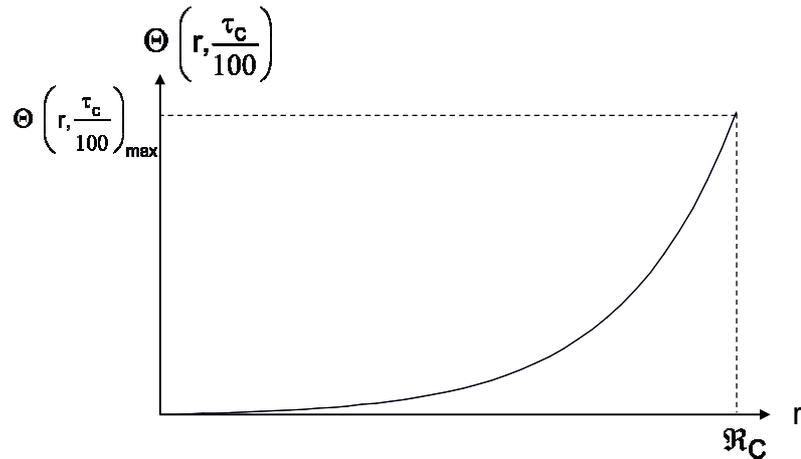
$$\left| \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} \right| = \left| \frac{\partial^2 T}{\partial r^2} \right| \rightarrow \frac{1}{r} = \frac{1}{2\sqrt{at}} \quad \text{ou} \quad t = \frac{r^2}{4a} \quad \text{et pour } r = R_C, \quad \frac{R_C^2}{4a} = \tau_C$$

τ_C = temps caractéristique (bien homogène à un temps)

A.N. : $\tau_C = 13,3$ s.

$$\Theta \left(r, \frac{\tau_c}{100} \right)_{\max} = 2 \sqrt{a \frac{\tau_c}{100}} \cdot \frac{\pi_0}{\lambda} \cdot \left(1 - e^{-\frac{r_c}{2 \sqrt{a \frac{\tau_c}{100}}}} \right)$$

$$\text{A.N. } \Theta \left(r, \frac{\tau_c}{100} \right)_{\max} = 79,6 \text{ K}$$



Question B7

$T_{\max} = 400 \text{ } ^\circ\text{C}$ soit $\Theta = 380 \text{ K}$ qui est atteint en 4.5 s (on accepte entre 4s et 5s)
La température Correspondant au rayon extérieur de l'outil est de $113 \text{ K} + 20 = 133^\circ\text{C}$.

La température moyenne du porte-outil est donc très supérieure à celle de l'outil et le défretage est possible.

Question C1

La ferrite canalise les lignes de champ du champ magnétique.

Question C2

En toute rigueur : tout plan contenant l'axe est plan de symétrie pour H et pour B : c'est donc un plan d'antisymétrie pour les courants inducteurs et induits. Les lignes de courant induit sont donc des cercles.

On accepte aussi tous les argumentaires justes comme :

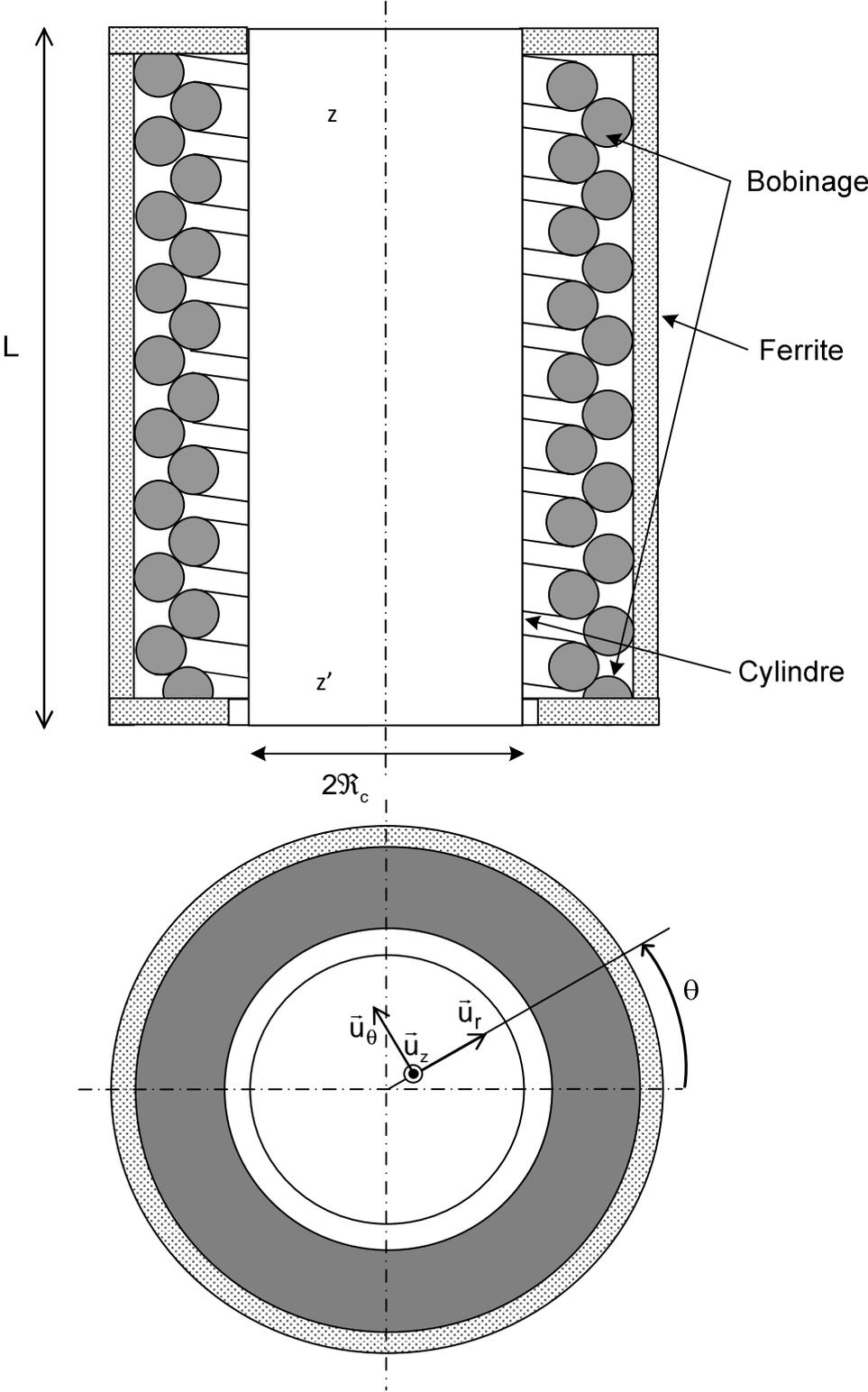
le courant induit réagit conformément à la loi de Lenz, de sorte à annuler le champ inducteur dans le cylindre. Ce champ étant axial, les lignes de courant induit sont donc des cercles et la densité de courant dans le cylindre est ortho radiale.

Question C3

δ est la profondeur de pénétration de l'onde électromagnétique dans le métal (épaisseur de peau).

A.N. $\delta = 0,13 \text{ mm}$.

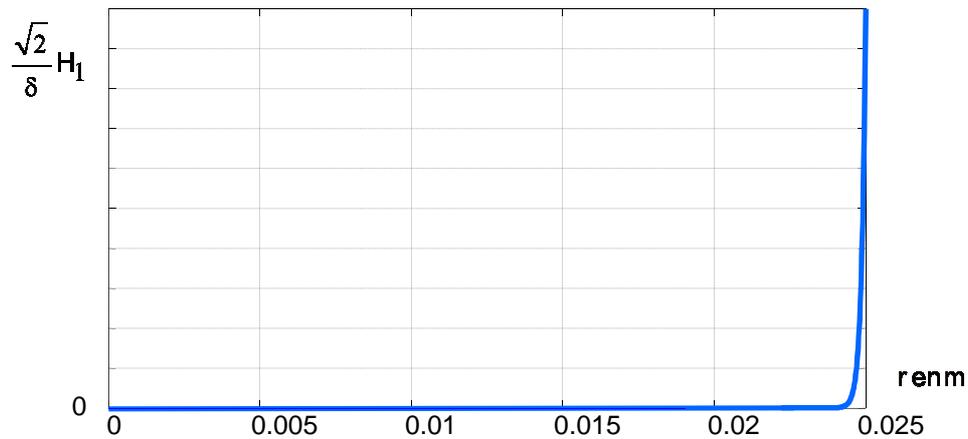
Question C4



Question C5

$$j_c \text{ eff}(M) \approx \frac{\sqrt{2}}{\delta} H_1 e^{\left[\frac{r-R_c}{\delta} \right]}$$

H_1 est la valeur efficace de l'excitation magnétique (composante axiale) en périphérie du cylindre.



Question C6

Courant total I circulant dans le cylindre, tel que $dI = j_\theta dr dz$:

$$\underline{I} = \int_0^L dz \int_0^{\mathfrak{R}_C} \frac{(1+j)}{\delta} H_1 e^{\left[\frac{r-\mathfrak{R}_C}{\delta}\right]} e^{j\left[\frac{r-\mathfrak{R}_C}{\delta}\right]} e^{j\omega t} dr = H_1 L \left(1 - e^{-\left[\frac{(1+j)\mathfrak{R}_C}{\delta}\right]} \right) e^{j\omega t}$$

$$\approx H_1 L e^{j\omega t}$$

Ceci est conforme au théorème d'Ampère :

$$\underline{I} = \oint_C \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_1 L e^{j\omega t}$$

Question C7

Transformateur équivalent à air et couplage parfait :

Primaire : $NL = 35.2$ spires (intensité I_0) secondaire : 1 spire (intensité I)

Rapport de transformation $m = 1/(NL) \rightarrow \frac{I}{I_0} = \frac{1}{m} = NL = 35,2$

Question C8

On part de :

$$\vec{H}_z \approx H_1 e^{\left[\frac{r-\mathfrak{R}_C}{\delta}\right]} e^{j\left[\frac{r-\mathfrak{R}_C}{\delta}\right]} e^{j\omega t} \vec{u}_z \text{ et de :}$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{j}_C}{\gamma_C} \approx -\frac{(1+j)}{\delta \cdot \gamma_C} H_1 e^{\left[\frac{r-\mathfrak{R}_C}{\delta}\right]} e^{j\left[\frac{r-\mathfrak{R}_C}{\delta}\right]} e^{j\omega t} \vec{u}_\theta$$

$$\text{D'où : } \vec{E} \wedge \vec{H} \approx -\frac{(1+j)}{\delta \cdot \gamma_C} H_1^2 e^{2\left[\frac{r-\mathfrak{R}_C}{\delta}\right]} \vec{u}_r$$

En choisissant comme surface fermée le tronçon de cylindre de longueur L et de rayon \mathfrak{R}_C (surface orientée vers l'intérieur) on obtient :

$$P + jQ = \frac{(1+j)}{\delta \cdot \gamma_C} H_1^2 \cdot 2\pi \mathfrak{R}_C L. \text{ Comme } H_1 L = I \text{ et } I = \frac{I_0}{m} = I_0 N L \text{ il vient :}$$

$$P + jQ = \frac{(1+j)}{\delta \cdot \gamma_C} N^2 I_0^2 \cdot 2\pi \mathfrak{R}_C L \text{ de plus } \frac{1}{\delta \cdot \gamma_C} = \sqrt{\frac{\mu_r \mu_0 \omega}{2\gamma_C}} \text{ alors :}$$

$$P = Q = N^2 \cdot I_0^2 \cdot 2\pi \cdot L \cdot \mathfrak{R}_C \cdot \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_r \omega}{2\gamma_C}}$$

Le facteur de puissance f_p du cylindre vaut donc $f_p = 0,707$.

Question C9

On trouve $I_0 = 54,5A$ et $I = 1920A$.

Question C10

$$R_b = \frac{P}{I^2} = 2,72 m\Omega$$

$$\underline{Z}_{eq} = R_{eq} + j \cdot X_{eq} = \frac{R_b}{m^2} \cdot (1+j) = R_b N^2 L^2 \cdot (1+j)$$

$$R_{eq} = X_{eq} = 3,37 \Omega$$

Le facteur de puissance reste le même que celui du cylindre et vaut $f_p = 0,707$.

Question C11

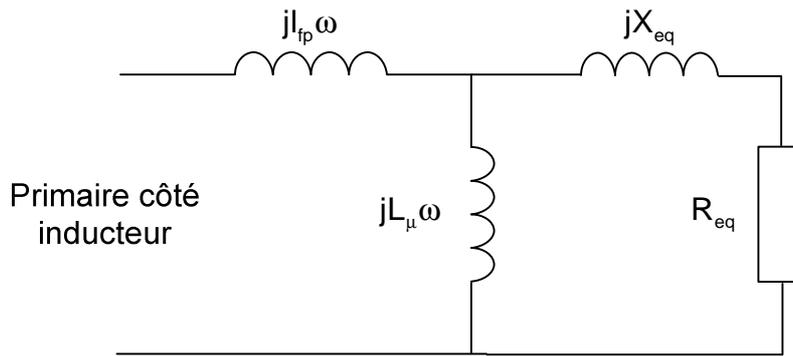
$$\underline{Z}'_{eq} = jI_{fp}\omega + \frac{1}{\frac{1}{R'_{eq} + j \cdot X'_{eq}} + \frac{1}{jL_{\mu}\omega}} = jI_{fp}\omega + \frac{jL_{\mu}\omega(R'_{eq} + j \cdot X'_{eq})}{R'_{eq} + j \cdot (X'_{eq} + L_{\mu}\omega)}$$

$$\text{Soit } \theta = \text{Arg} \left(\frac{jL_{\mu}\omega(R'_{eq} + j \cdot X'_{eq})}{R'_{eq} + j \cdot (X'_{eq} + L_{\mu}\omega)} \right) = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{4} - \text{Arc tan} \left(1 + \frac{L_{\mu}\omega}{R'_{eq}} \right)$$

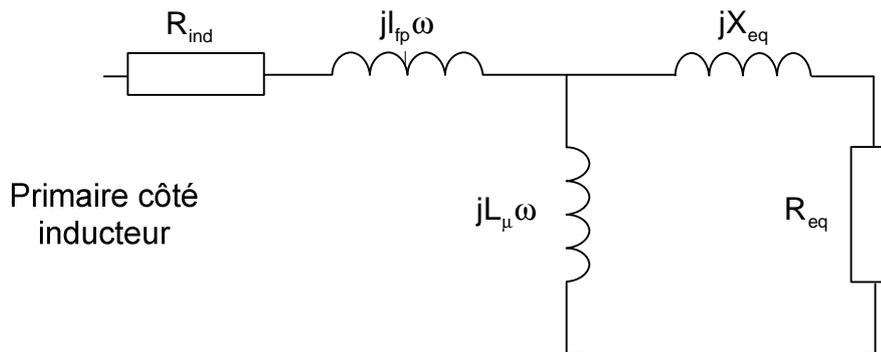
$$\text{Comme } \frac{\pi}{4} < \text{Arc tan} \left(1 + \frac{L_{\mu}\omega}{R'_{eq}} \right) < \frac{\pi}{2} \text{ il vient : } \frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2} \text{ et } \text{Arg}(\underline{Z}'_{eq}) > \frac{\pi}{4}$$

$$f'_p = \cos(\text{Arg}(\underline{Z}'_{eq})) < \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0,707 = f_p$$

Il est cohérent de trouver un facteur de puissance $< 0,6$.



Pour être complet il faut rajouter la résistance de l'enroulement de l'inducteur.



Question D1

On admet que le comportement résistif est indépendant de la fréquence, que le modèle est d'ordre 1, et donc que la fréquence varie dans une plage limitée. On néglige aussi les non-linéarités (dont la saturation), l'amplitude des phénomènes est supposée limitée à une plage réduite. Ceci revient à négliger l'inductance magnétisante du transformateur équivalent supposé non saturé, et à résistance constante (effet de peau constant dans la plage de fonctionnement).

Question D2

Cela élimine la composante continue éventuelle, adapte l'impédance du circuit et améliore le facteur de puissance.

Question D3

$$u = v_C + RC \frac{dv_C}{dt} + LC \frac{d^2v_C}{dt^2}$$

$$i = C \frac{dv_C}{dt}$$

Question D4

$$\begin{pmatrix} \frac{dv_C}{dt} \\ \frac{1}{C} \frac{di}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_C \\ i \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{LC} \end{pmatrix} u$$

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{1}{LC} & -\frac{R}{L} \end{pmatrix} ; \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{1}{LC} \end{pmatrix}$$

Question D5

Il suffit de prendre $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ et $\zeta = \frac{R}{2} \cdot \sqrt{\frac{C}{L}}$ pour obtenir la forme proposée.

Question D6

Régime libre : $X(t) = e^{A \cdot t} X_0$

$$i(t) = e^{-\zeta \cdot \omega_0 \cdot t} \left(\frac{-C \omega_0 \cdot \sin(\omega_1 \cdot t)}{\sqrt{1-\zeta^2}} v_C(0) + \left(\cos(\omega_1 \cdot t) - \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \sin(\omega_1 \cdot t) \right) i_0 \right)$$

$$e^{A \frac{n \cdot \pi}{\omega_1}} = e^{-\zeta \cdot \omega_0 \cdot \frac{n \cdot \pi}{\omega_1}} \begin{pmatrix} \cos(n \cdot \pi) & 0 \\ 0 & \cos(n \cdot \pi) \end{pmatrix} = e^{-\zeta \cdot \omega_0 \cdot \frac{n \cdot \pi}{\omega_1}} \begin{pmatrix} (-1)^n & 0 \\ 0 & (-1)^n \end{pmatrix}$$

On en déduit que si $i(t_i) = 0$, alors $i\left(t_i + \frac{n \cdot \pi}{\omega_1}\right) = i(t_i) \cdot e^{-\zeta \cdot \omega_0 \cdot \frac{n \cdot \pi}{\omega_1}} = 0$ et

Le courant est donc nul à $t_i + \frac{n \cdot \pi}{\omega_1}$ s'il l'était à t_i . Ceci est vrai pour tout $v_C(t_i)$.

On accepte aussi la lecture directe sur l'enregistrement du courant.

Question D7

On prend deux passages très éloignés pour minimiser les imprécisions.

Les passages à zéro se produisent pour des valeurs identiques de $\sin(\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2} t)$. On en

déduit la pseudo-période : $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2}}$

6 périodes $\Rightarrow (419 \mu s - 8,5 \mu s)/6 \Leftrightarrow T_1 \cong 68,4 \mu s$ ($\omega_1 = 91\,833 \text{ rad/s}$)

Question D8

Les valeurs du courant aux instants séparés de N pseudo-périodes sont dans le rapport:

$$\frac{i_{n+N}}{i_n} = \frac{i(t + N \cdot T_p)}{i(t)} = e^{-2\pi \cdot N \cdot \frac{\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$

Question D9

On trouve respectivement : 0,72 ; 0,85 ; 0,94. Le rapport n'est pas constant, contrairement à ce que l'on devrait obtenir avec une suite géométrique. Ceci est dû :

- aux incertitudes de mesure et de lecture ;
- à des phénomènes non inclus dans le modèle, en particulier la saturation qui diminue la décroissance exponentielle aux premiers instants.
- à la l'influence de dv/dt et di/dt sur la valeur des paramètres équivalents (variation de l'épaisseur de peau et de l'inductance équivalente avec la fréquence).

Question D10

En annulant la dérivée du critère :

$$\frac{\partial J}{\partial \gamma} = -\mathbf{H}^T (\mathbf{s} - \mathbf{H}\gamma) - (\mathbf{s} - \mathbf{H}\gamma)^T \mathbf{H}$$

$$\frac{\partial J}{\partial \gamma} = -\mathbf{H}^T \mathbf{s} + \mathbf{H}^T \mathbf{H} \gamma - \mathbf{s}^T \mathbf{H} + \gamma \mathbf{H}^T \mathbf{H}$$

$\mathbf{H}^T \mathbf{s}$ et $\mathbf{s}^T \mathbf{H}$ sont des scalaires. $\frac{\partial J}{\partial \gamma} = 0$ conduit à : $-\mathbf{H}^T \mathbf{s} + \mathbf{H}^T \mathbf{H} \gamma = 0$ ce qui donne

$$\text{directement l'optimum : } \gamma = \frac{\mathbf{H}^T \mathbf{s}}{\mathbf{H}^T \mathbf{H}} = \frac{11 \cdot 12 + 12 \cdot 13 + 13 \cdot 14 + 14 \cdot 15 + 15 \cdot 16}{11 \cdot 11 + 12 \cdot 12 + 13 \cdot 13 + 14 \cdot 14 + 15 \cdot 15}$$

L'application numérique donne :

$$\mathbf{H}^T = [9,418 \quad 6,786 \quad 4,409 \quad 3,45 \quad 2,934 \quad 1,182]$$

$$\mathbf{s}^T = [6,786 \quad 4,409 \quad 3,45 \quad 2,934 \quad 1,182 \quad 1,111]$$

$$\mathbf{H}^T \mathbf{H} = 176,09$$

$$\mathbf{H}^T \mathbf{s} = 123,95$$

$$\gamma = 0,7038$$

Question D11

$$\text{On a : } T_1 = \frac{2\pi}{\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2}} \text{ et } \gamma = e^{-\zeta \cdot \omega_0 \cdot T_1}$$

$$\text{Ln} \left(\frac{1}{\gamma} \right) = \zeta \cdot \omega_0 \cdot T_1 = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}}$$

$$\left(\text{Ln} \left(\frac{1}{\gamma} \right) \right)^2 = \frac{4\pi^2 \zeta^2}{1-\zeta^2}$$

dont on tire :

$$\zeta = \frac{\sqrt{\text{Ln} \left(\frac{1}{\gamma} \right)^2}}{\sqrt{\text{Ln} \left(\frac{1}{\gamma} \right)^2 + 4\pi^2}}$$

$$\zeta = 0,0558$$

$$\text{Puis : } \text{Ln} \left(\frac{1}{\gamma} \right) = \zeta \cdot \omega_0 \cdot T_1 \Leftrightarrow \omega_0 = \frac{\text{Ln} \left(\frac{1}{\gamma} \right)}{\zeta \cdot T_1} \Leftrightarrow \omega_0 = 91,98 \cdot 10^3 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$f_0 = 14,639 \text{ kHz}$$

Question D12

$$\text{On a : } \omega_0^2 = \frac{1}{LC} \text{ et } \zeta = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$$

$$\text{D'où } L = \frac{1}{C\omega_0^2} \text{ et } R = 2\zeta\sqrt{\frac{L}{C}} \text{ qui donnent avec } C=0,88 \mu\text{F: } L=134,3 \mu\text{H et } R=1,379 \Omega$$

Question D13

$$\omega_0 = 92\,434 \text{ rad.s}^{-1} \text{ (} f_0 = 14\,711 \text{ Hz); } \zeta = 0,0813 \text{ ; (} \omega_1 = 92\,128 \text{ rad.s}^{-1} \text{)}$$

Question D14

En régime établi, avec une onde périodique présentant une symétrie impaire par rapport à 0

et à $T/2$, on a nécessairement $\mathbf{x}\left(t_0 + \frac{T}{2}\right) = -\mathbf{x}(t_0)$

Question D15

En régime établi à la pseudo-pulsation ω_1 , on a sur une demi-période $[t_0 ; t_0 + T_1/2]$:

$$\mathbf{X}(t_0) = \begin{pmatrix} v_c(t_0) \\ \frac{i(t_0)}{C} \end{pmatrix} \text{ et } \mathbf{X}\left(t_0 + \frac{\pi}{\omega_1}\right) = \begin{pmatrix} -v_c(t_0) \\ -\frac{i(t_0)}{C} \end{pmatrix}$$

$$e^{\frac{A\pi}{\omega_1}} = e^{-\zeta\omega_0\frac{\pi}{\omega_1}} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\int_{t_0}^{t_0 + \frac{\pi}{\omega_1}} e^{A\tau} B d\tau = \frac{e^{-\zeta\omega_0\frac{\pi}{\omega_1}}}{\sqrt{1-\zeta^2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

On obtient le système :

$$\begin{cases} e^{-\zeta\omega_0\frac{\pi}{\omega_1}} (E_0 - v_c(t_0)) = -v_c(t_0) \\ e^{-\zeta\omega_0\frac{\pi}{\omega_1}} \frac{-i(t_0)}{C} = \frac{-i(t_0)}{C} \end{cases}$$

Ce qui conduit à :

$$\begin{cases} v_c(t_0) = \frac{e^{-\zeta\omega_0\frac{\pi}{\omega_1}} E_0}{e^{-\zeta\omega_0\frac{\pi}{\omega_1}} - 1} \\ i(t_0) = 0 \end{cases}$$

Le courant est nul aux instants de commutation de la tension. (La tension V_c est alors stationnaire). Ceci est un facteur favorable pour la commutation des interrupteurs.

Question D16

$$U_n = \frac{4E}{n\pi} \text{ pour } n = 2k + 1 \text{ ; } U_n = 0 \text{ pour } n = 2k$$

$$\text{THD}_U = \sqrt{\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n^2}} \text{ ; } n = 2k + 1 \text{ // vient : } \text{THD}_U = 48\% \text{ environ}$$

Question D17

$$I_n = \frac{U_n}{\left| R + j \left(L.n.\omega - \frac{1}{C.n.\omega} \right) \right|}, \text{ c'est-à-dire : } I_n = \frac{U_n}{\sqrt{R^2 + \left(L.n.\omega - \frac{1}{C.n.\omega} \right)^2}}$$

$$\text{D'où l'on tire : } I_n = \frac{4.E}{n.\pi \sqrt{R^2 + \left(L.n.\omega - \frac{1}{C.n.\omega} \right)^2}} ; n=2k+1, 0 \text{ sinon}$$

Le courant est quasi-sinusoïdal lorsque ω est proche de ω_0 , car I_n décroît sensiblement comme $1/n^2$.

Question D18

Seul le fondamental de tension participe à la puissance active, car le courant n'a pas d'harmoniques de rang différent de 1. La valeur efficace du fondamental de tension est dans

un rapport avec la valeur efficace totale $\frac{1}{\sqrt{1+\text{THD}_U^2}}$ avec la valeur efficace totale. Donc la

$$\text{puissance active s'écrit en fonction des seuls fondamentaux } P_{\text{act}} = \left(U_{\text{eff}} \frac{1}{\sqrt{1+\text{THD}_U^2}} \right) I_{\text{eff}} f_d$$

Question D19

L'impédance à la fréquence du fondamental est $Z_1 = R + j \left(L.\omega - \frac{1}{C.\omega} \right)$

$$\text{On a : } \arg(Z_1) = a \tan \frac{L.\omega - \frac{1}{C.\omega}}{R}$$

Avec les valeurs $L=133 \mu\text{H}$, $C=880 \text{ nF}$ et $R=2 \text{ Ohms}$, $\omega_0=92\,434 \text{ rad.s}^{-1}$ et $\omega_1=92\,128 \text{ rad.s}^{-1}$, il vient pour le facteur de déplacement entre les fondamentaux de i et de u :

$$\arg(Z_1(\omega_0)) = 0, \quad f_d = \cos\varphi = 1$$

$$\arg(Z_1(\omega_1)) = -0.0408, \quad f_d = \cos\varphi = 0.9992$$

$$\text{En multipliant par } \frac{1}{\sqrt{1+\text{THD}_U^2}} = 0,9023 :$$

$$f_p(\omega_0) = 0,9023 \quad f_p(\omega_1) = 0,9015$$

Question D20

Le fretage n'est pas une opération de longue durée et n'est réalisée que rarement en comparaison des autres opérations d'usinage. L'énergie consommée n'est pas un critère décisif. Les rendements et facteurs de puissance ne sont donc pas des facteurs bloquants tant qu'ils restent dans la limite des valeurs calculées. Il en irait autrement dans le cas d'un processus utilisant l'induction de manière intensive (un four par exemple).

Question E1

$$C_1 = 0,44 \mu F ; C_2 = 0,44 \mu F$$

Soient v_{c1} et v_{c2} les tensions aux bornes de C_1 et C_2

$$i = C_2 \cdot \frac{dv_{c2}}{dt} - C_1 \cdot \frac{dv_{c1}}{dt}$$

$$\frac{dv_{c2}}{dt} + \frac{dv_{c1}}{dt} = \frac{dE}{dt} = 0$$

$$\frac{dv_{c1}}{dt} = -\frac{dv_{c2}}{dt} \Rightarrow \frac{i_{C_2}}{C_2} = \frac{-i_{C_1}}{C_1}$$

$$i = (C_2 + C_1) \cdot \frac{dv_{c2}}{dt} ; C = C_1 + C_2 = 0,88 \mu F$$

$$C_2 = C_1 \Rightarrow i_{C_2} = -i_{C_1} = \frac{1}{2} i$$

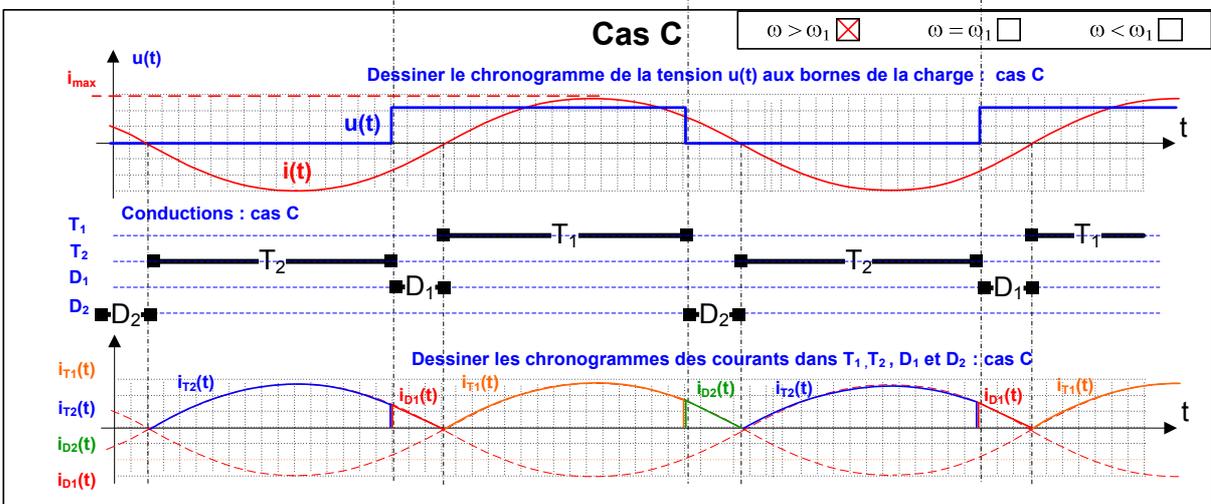
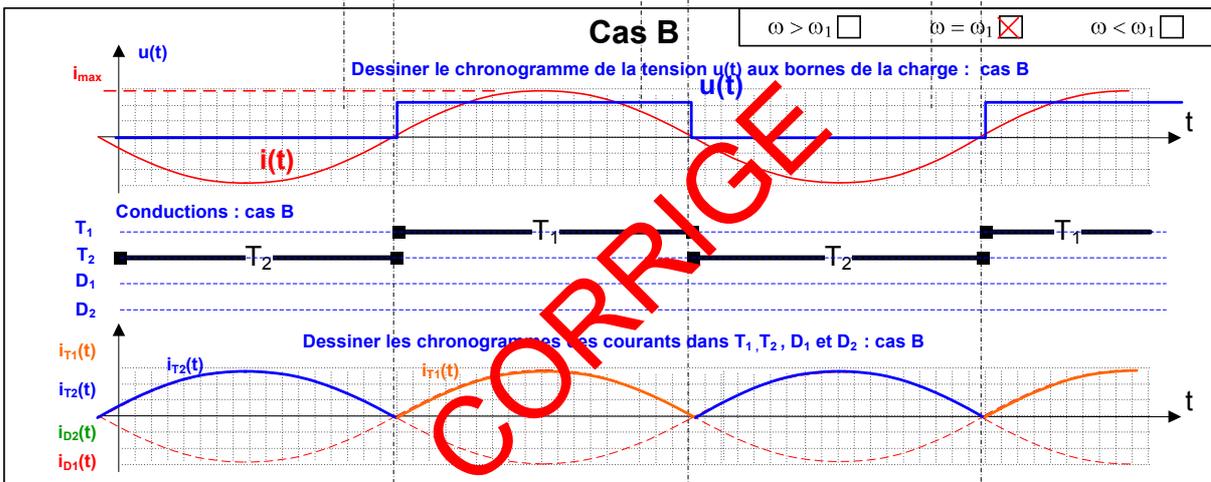
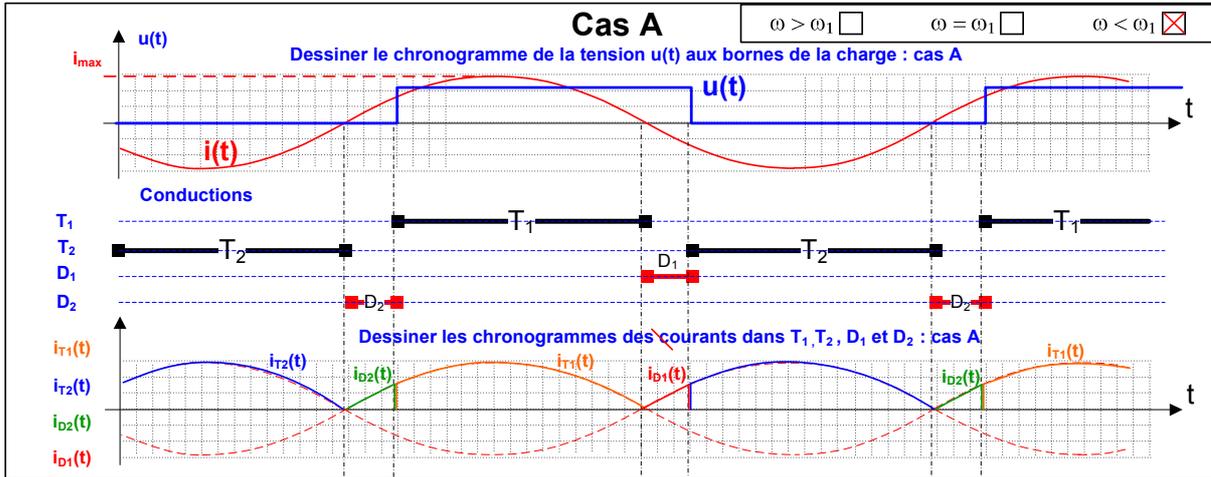
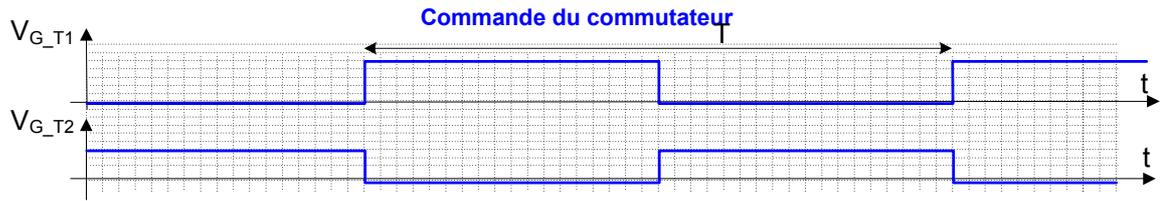
Le fonctionnement est équivalent à celui du circuit RLC série de la figure E2.

R et L ont les mêmes valeurs dans les deux schémas

$C = C_1 + C_2$. $C = 880 \text{ nF}$. L'association de condensateurs sert à augmenter la tension et le courant supportables par le composant équivalent.

Question E2 et E3

Document Réponse E – Commutateur pleine onde



Question E4

$I_{\text{eff}}=80$ A, donc $I_{\text{crête}}=113$ A. Le courant à commuter est nul dans le cas B, et environ égal à $\frac{1}{2} I_{\text{crête}}$ dans les autres cas (décalage d'environ $\pi/6$), soit 60 A environ.

Question E5

On s'attend par précaution à des déphasages plus importants que ceux indiqués dans le document DRE. Mais leur occurrence sera faible puisque le fonctionnement normal est en phase.

Question E6

On considère une conduction des transistors pendant $\frac{1}{2}$ période (34 μs).

$V_{\text{CEsat}} = 2,1$ V @ (150°C, 200 A)

$$\Rightarrow E_{\text{Conduct}} = V_{\text{CE_ON}} \cdot i_{\text{moyen}} \cdot \frac{T}{2}; \quad E_{\text{Conduct}} \approx 2,1 \cdot \frac{i_{\text{max}}}{\pi} \cdot 0,34 \cdot 10^{-4} \approx 2,56 \cdot 10^{-3} \text{ J}$$

$$i_{\text{CES}} = 0,38 \text{ mA maxi} \Rightarrow E_{\text{bloq}} = 0,38 \cdot 10^{-3} \cdot E \cdot \frac{T}{2} \approx 0,38 \cdot 10^{-3} \cdot 300 \cdot 0,34 \cdot 10^{-4} \approx 38,7 \cdot 10^{-7} \text{ J}$$

$E_{\text{OFF}} = 8$ mJ

$E_{\text{ON}} = 14$ mJ

$$E_{T1} \approx 2,56 \cdot 10^{-3} + 38,7 \cdot 10^{-7} + 8 \cdot 10^{-3} + 14 \cdot 10^{-3} \approx 25 \text{ mJ}$$

Question E7

$$P_{T1} = E_{T1} \cdot f = 367 \text{ Watts}$$

La résistance thermique du boîtier est 0,22 K/W.

$$\left(R_{\text{th_boîtier}} + R_{\text{th_dissipateur}} \right) \cdot 367 = 125 - 30$$

La résistance thermique maximale du dissipateur = 0,04 K/W

Question E8

La charge électrique à apporter à la grille est de 1500 nC pour atteindre $V_{\text{GE}}=15$ V. Le courant crête d'attaque de grille 8A. Il faut donc 187 ns pour charger les capacités de l'IGBT.

$$\text{Le courant moyen : } 8 \cdot 187 \cdot 10^{-9} \cdot 14700 = 20 \text{ mA}$$

Question E9

Oui, on est dans les limites acceptables de fonctionnement

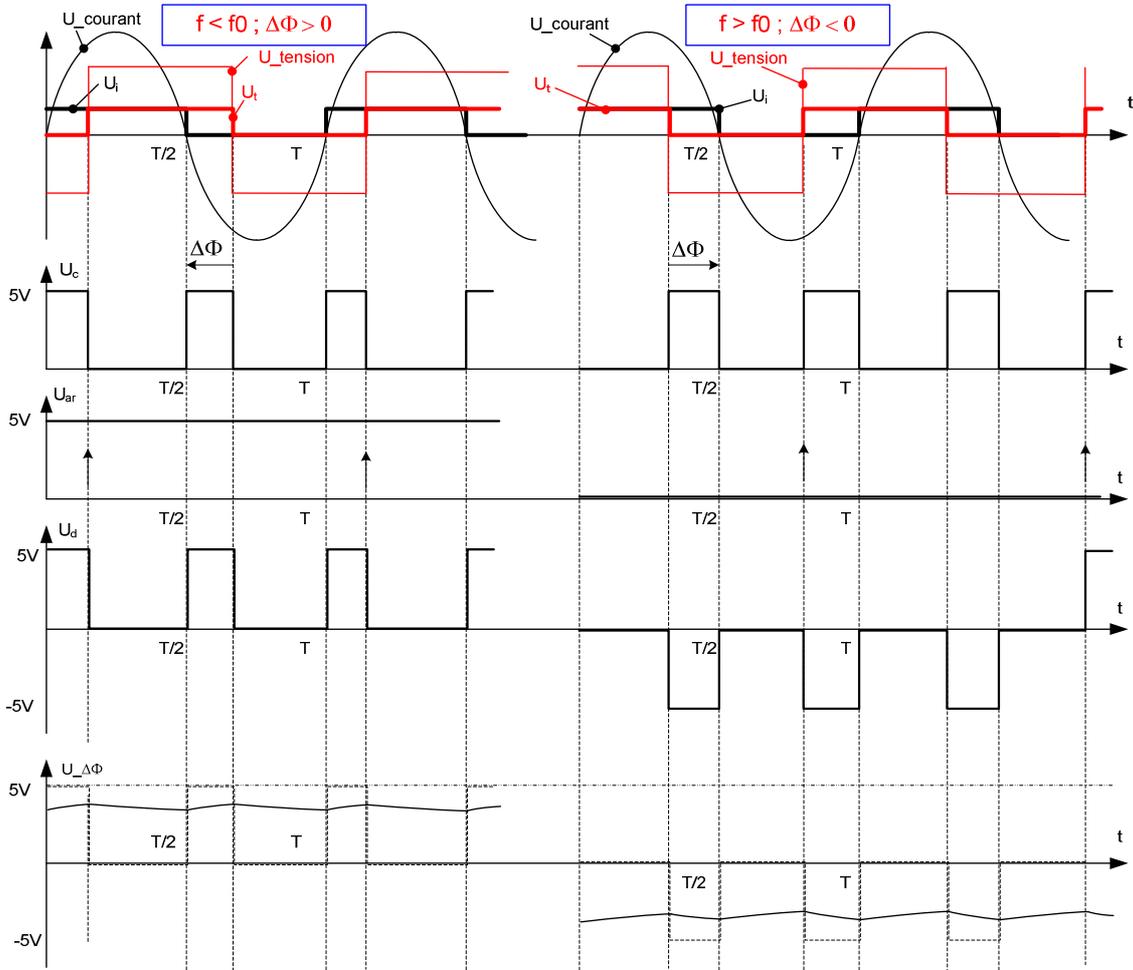
Question E10

Le composant IGBT et le composant driver permettent d'obtenir un fonctionnement satisfaisant.

Question F1

Toute perturbation des paramètres du montage conduirait à un fonctionnement décalé par rapport à la fréquence à laquelle $u(t)$ et $i(t)$ sont en phase. Seule une commande recalant la phase automatiquement permet d'obtenir en toute circonstance le fonctionnement désiré.

Question F2



Quand le courant est en avance de phase sur la tension (en dessous de la résonance, $\Delta\Phi > 0$), la bascule D, déclenchée par le passage à 0 de la tension, enregistre un 1 (signal U_{ar}).

Quand le courant est en retard (au dessus de la résonance, $\Delta\Phi < 0$), la bascule D enregistre un 0.

U_{ar} positionne l'interrupteur de IC1 :

- soit sur S1 ($U_{ar} = 0$)
→ on a $U_d = -U_c$
- soit sur S2 ($U_{ar} = 1$)
→ on a $U_d = U_c$

La sortie donne :

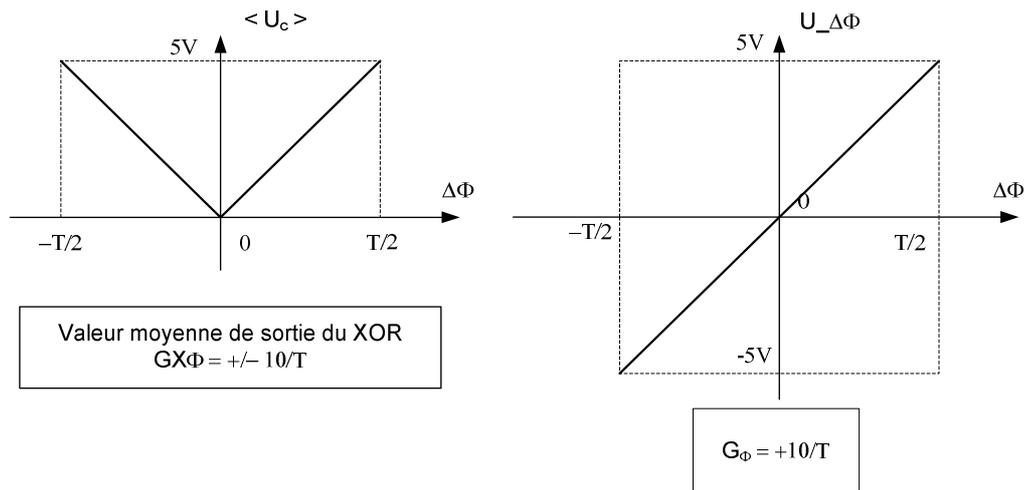
$U_{\Delta\Phi} = \langle U_d \rangle$

Question F3

Il s'agit d'un inverseur de signe (gain +1 ou -1) permettant de tenir compte de l'avance de phase ou du retard de phase de i par rapport à u .

Question F4

Caractéristique du comparateur de phase



Question F4

Il s'agit d'un Correcteur proportionnel de gain $f = K_1 \cdot K_2 \cdot K_{\text{correcteur}} \cdot K_{VCO}$

Une erreur statique de phase est à prévoir, et on devrait envisager un Correcteur PI.

Question F5

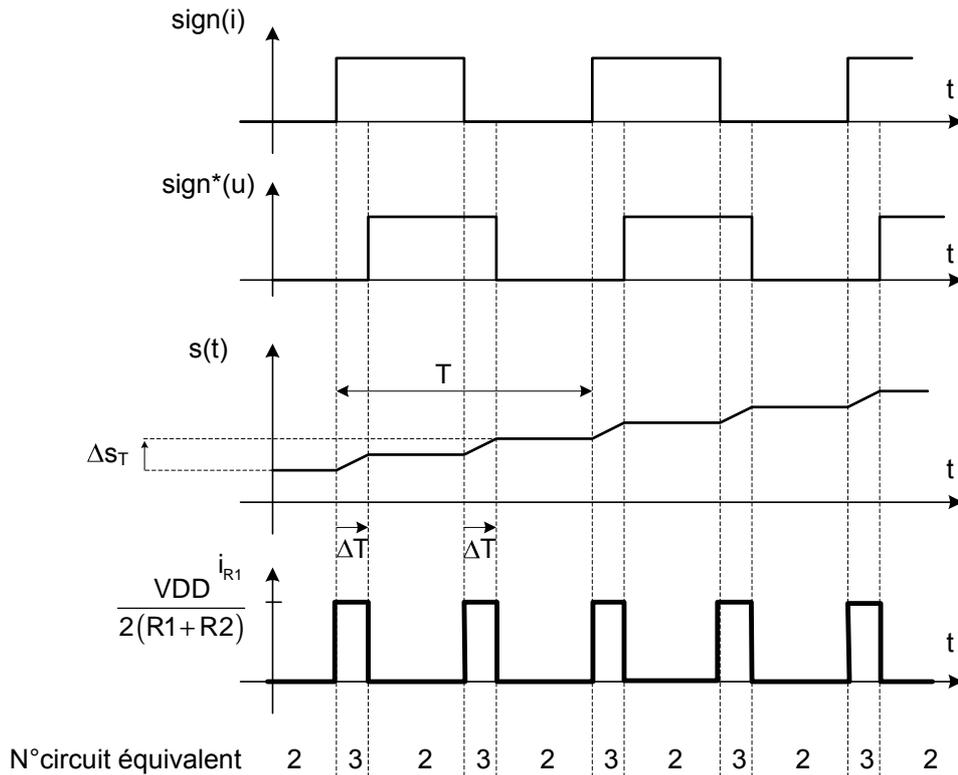
Le courant et la tension (fondamentaux) sont de même fréquence par principe, et il n'existe qu'une seule fréquence à laquelle les deux signaux sont en phase ; les plages de verrouillage et de capture sont donc égales à la plage du VCO.

Question F6

Le comparateur de phase de la figure F4 possède naturellement un intégrateur, sa sortie évolue tant que $\Delta\phi \neq 0$. Si le montage est stable le régime permanent vérifie donc $\Delta\phi = 0$.

La fréquence de fonctionnement est donc $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = \frac{\omega_0 \sqrt{1-\zeta^2}}{2\pi}$. De plus les commutations du convertisseur sont cadencées par les passages à zéro du courant inducteur. Il y a donc autopilotage de commande sur la phase instantanée du courant.

Question F7



Question F8

$$\Delta s_T = \frac{V_{DD}}{2(R1+R2)C'} \Delta T$$

La « pente moyenne » de croissance de s vaut donc $\frac{d\langle s \rangle}{dt} = \frac{2\Delta s_T}{T} = \frac{V_{DD}}{\tau_1} \frac{\Delta T}{T}$

Soit après transformée de Laplace : $\Delta S(p) = \frac{V_{DD}}{\tau_1 p} \frac{\Delta T(p)}{T}$ et comme $\frac{\Delta \phi(p)}{2\pi} = \frac{\Delta T(p)}{T}$ on

trouve $\frac{\Delta S(p)}{\Delta \phi(p)} = \frac{V_{DD}}{2 \cdot \pi \cdot \tau_1 \cdot p}$

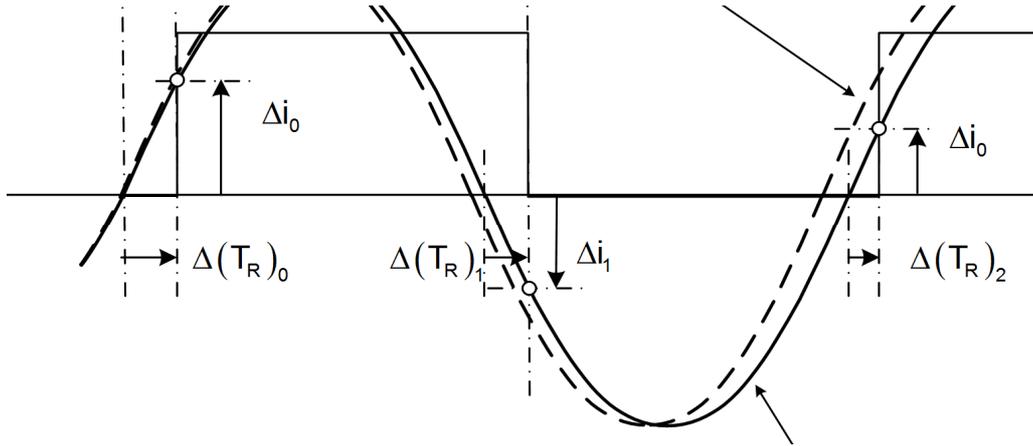
Question F9

$$\frac{\Delta V^+(p)}{\Delta \phi(p)} = \frac{\Delta V^+(p)}{\Delta S(p)} \cdot \frac{\Delta S(p)}{\Delta \phi(p)} = (1 + \tau_2 \cdot p) \frac{V_{DD}}{2 \cdot \pi \cdot \tau_1 \cdot p} = \frac{V_{DD}}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{1 + \tau_2 \cdot p}{\tau_1 \cdot p}$$

Question F10

En régime permanent et aux passages du courant par zéro, soit la pente P positive du courant

juste avant la commutation: $\left| \frac{di}{dt} \right| = P$



$$P = \frac{\Delta i_0}{\Delta(T_R)_0} = \frac{-\Delta i_1}{\Delta(T_R)_1} = \frac{\Delta i_2}{\Delta(T_R)_2} = \frac{-\Delta i_3}{\Delta(T_R)_3} = \dots = \frac{(-1)^n \cdot \Delta i_n}{\Delta(T_R)_n}$$

$$\text{D'où : } \frac{\Delta(T_R)_1}{\Delta(T_R)_0} = \frac{-\Delta i_1}{\Delta i_0} \quad \frac{\Delta(T_R)_2}{\Delta(T_R)_1} = \frac{-\Delta i_2}{\Delta i_1} \quad \dots \quad \frac{\Delta(T_R)_n}{\Delta(T_R)_{n-1}} = \frac{-\Delta i_n}{\Delta i_{n-1}}$$

$$\text{De plus } e^{A \frac{T_1}{2}} = -e^{-\zeta \omega_0 \cdot \frac{T_1}{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{d'où, au premier ordre:}$$

$$\Delta i_1 \approx -\Delta i_0 \cdot e^{-\zeta \omega_0 \cdot \frac{T_1}{2}} = -\Delta i_0 \exp\left(\frac{-T_1}{2\tau'}\right)$$

$$\text{Avec } \tau' = \frac{1}{\zeta \omega_0} \quad \text{de même } \Delta i_2 \approx -\Delta i_1 \exp\left(\frac{-T_1}{2\tau'}\right) = \Delta i_0 \exp\left(\frac{-2T_1}{2\tau'}\right) \quad \text{et}$$

$$\Delta i_n \approx -\Delta i_{n-1} \exp\left(\frac{-T_1}{2\tau'}\right) = (-1)^n \Delta i_0 \exp\left(\frac{-nT_1}{2\tau'}\right)$$

$$\text{On a donc : } \Delta(T_R)_1 \approx \Delta(T_R)_0 \cdot \exp\left(\frac{-T_1}{2\tau'}\right) \quad \text{et} \quad \Delta(T_R)_n \approx \Delta(T_R)_0 \cdot \exp\left(\frac{-nT_1}{2\tau'}\right).$$

Question F11

L'onduleur et la charge se comportent alors comme un système du premier ordre quand on étudie la phase du courant inducteur par rapport à celle de la tension.

$$\underline{H}_\varphi(p) = \frac{H_0}{1 + \tau_0 p} \quad \text{avec } H_0 = 1 \quad \text{et} \quad \tau_0 = \tau' = \frac{1}{\zeta \omega_0}.$$

Question F12

Aux valeurs moyennes on peut écrire les relations suivantes.

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{R1}(p) = \frac{V_{DD}}{2 \cdot (R_1 + R_2)} \cdot \frac{\Delta\varphi(p)}{\pi} \\ \Delta S(p) = \frac{1}{C'p} \cdot (I_{R1}(p) + I_1(p)) \\ \Delta V^+(p) = \Delta S(p) + R_2 \cdot I_{R1}(p) \\ \varphi_u(p) = K_{VCO} \cdot \frac{2\pi}{p} \cdot \Delta V^+(p) \\ \varphi_1(p) = H_\varphi(p) \cdot \varphi_u(p) \\ \Delta\varphi(p) = \varphi_1(p) - \varphi_u(p) \end{array} \right.$$

Le schéma bloc de F9 en découle.

Question F13

Des équations de départ on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta\varphi(p) = \varphi_1(p) - \varphi_u(p) = \frac{-\tau'p}{1 + \tau'p} \cdot \varphi_u(p) \\ \varphi_u(p) = K_{VCO} \cdot \frac{2\pi}{p} \Delta V^+(p) = K_{VCO} \cdot \frac{2\pi}{p} (\Delta S(p) + R_2 \cdot I_{R1}(p)) \\ \Delta S(p) = \frac{1}{C'p} \cdot (I_{R1}(p) + I_1(p)) \\ I_{R1}(p) = \frac{V_{DD}}{2 \cdot (R_1 + R_2)} \cdot \frac{\Delta\varphi(p)}{\pi} \end{array} \right.$$

Question F14

Ce qui donne :

$$I_{R1}(p) = \frac{\frac{-\tau'}{(1 + \tau'p)} \cdot \frac{K_{VCO} \cdot V_{DD}}{(R_1 + R_2)} \cdot \Delta S(p)}{1 + \frac{R_2 \cdot \tau'}{(1 + \tau'p)} \cdot \frac{K_{VCO} \cdot V_{DD}}{(R_1 + R_2)}}$$

$$\Delta S(p) = \frac{1}{C'p} \cdot \left(\frac{-\tau' \cdot K_{VCO} \cdot V_{DD}}{(1 + \tau'p) \cdot (R_1 + R_2) + R_2 \cdot \tau' \cdot K_{VCO} \cdot V_{DD}} \cdot \Delta S(p) + I_1(p) \right)$$

D'où le résultat:

$$\frac{\Delta S(p)}{I_1(p)} = \frac{1}{C'} \cdot \frac{R_1 + R_2 (1 + K_{VCO} V_{DD} \tau') + (R_1 + R_2) \tau' p}{K_{VCO} V_{DD} \frac{\tau'}{C'} + (R_1 + R_2 (1 + K_{VCO} V_{DD} \tau')) p + (R_1 + R_2) \tau' p^2}$$

On identifie:

$$\frac{\Delta S(p)}{I_1(p)} = \frac{1}{C'} \cdot \frac{\frac{(R_1 + R_2(1 + K_{VCO} V_{DD} \tau'))}{K_{VCO} V_{DD} \frac{\tau'}{C'}} + \frac{(R_1 + R_2)C'}{K_{VCO} V_{DD}} p}{1 + \frac{(R_1 + R_2(1 + K_{VCO} V_{DD} \tau'))}{K_{VCO} V_{DD} \frac{\tau'}{C'}} p + \frac{(R_1 + R_2)C'}{K_{VCO} V_{DD}} p^2} = \frac{K_{BF} \cdot \left(\frac{2 \cdot m}{\omega'_0} + \frac{p}{\omega'^2_0} \right)}{1 + \frac{2 \cdot m \cdot p}{\omega'_0} + \frac{p^2}{\omega'^2_0}}$$

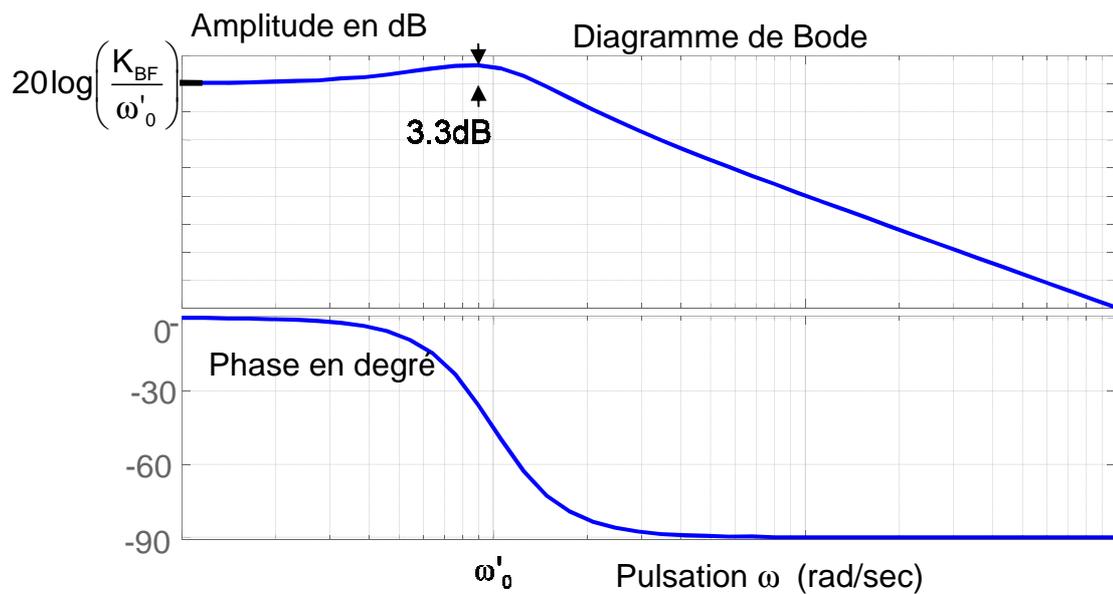
$$K_{BF} = \frac{1}{C'}$$

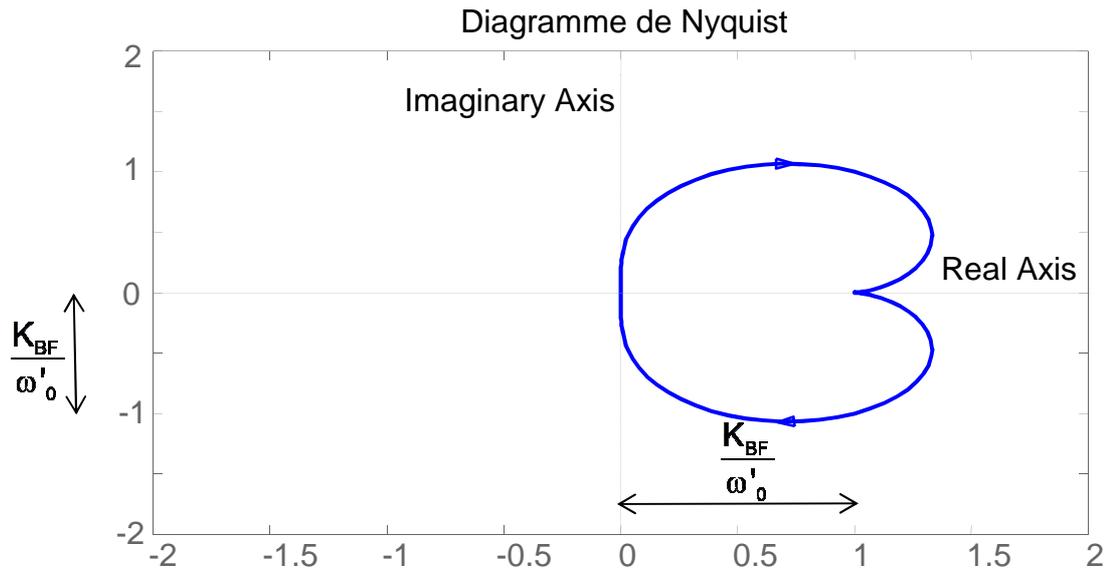
$$\omega'_0 = \sqrt{\frac{K_{VCO} V_{DD}}{(R_1 + R_2)C'}}$$

$$m = \frac{R_1 + R_2(1 + K_{VCO} V_{DD} \tau')}{2\tau'} \sqrt{\frac{C'}{(R_1 + R_2)K_{VCO} V_{DD}}}$$

Question F15

Correction





Les pôles de $H_{BF}(p)$ sont les racines de $1 + \frac{2 \cdot m \cdot p}{\omega'_0} + \frac{p^2}{\omega_0'^2} = 0$ qui sont des pôles stables car $m > 0$.

$H_{BF}(p)$ est la transformée de Laplace de $r_{BF_i}(t)$.

La réponse indicielle $r_{2_u}(t)$ de $H_2(p) = \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot m \cdot p}{\omega'_0} + \frac{p^2}{\omega_0'^2}}$ a pour transformée de

$$\text{Laplace } \frac{H_2(p)}{p} = \frac{1}{p \left(1 + \frac{2 \cdot m \cdot p}{\omega'_0} + \frac{p^2}{\omega_0'^2} \right)}$$

$$\text{De plus } \frac{K_{BF} \cdot \left(\frac{2 \cdot m}{\omega'_0} + \frac{p}{\omega_0'^2} \right)}{1 + \frac{2 \cdot m \cdot p}{\omega'_0} + \frac{p^2}{\omega_0'^2}} = K_{BF} \cdot \left(1 - \frac{1}{1 + \frac{2 \cdot m \cdot p}{\omega'_0} + \frac{p^2}{\omega_0'^2}} \right)$$

Il vient que: $r_{BF_i}(t) = K_{BF} \cdot (1 - r_{2_u}(t))$

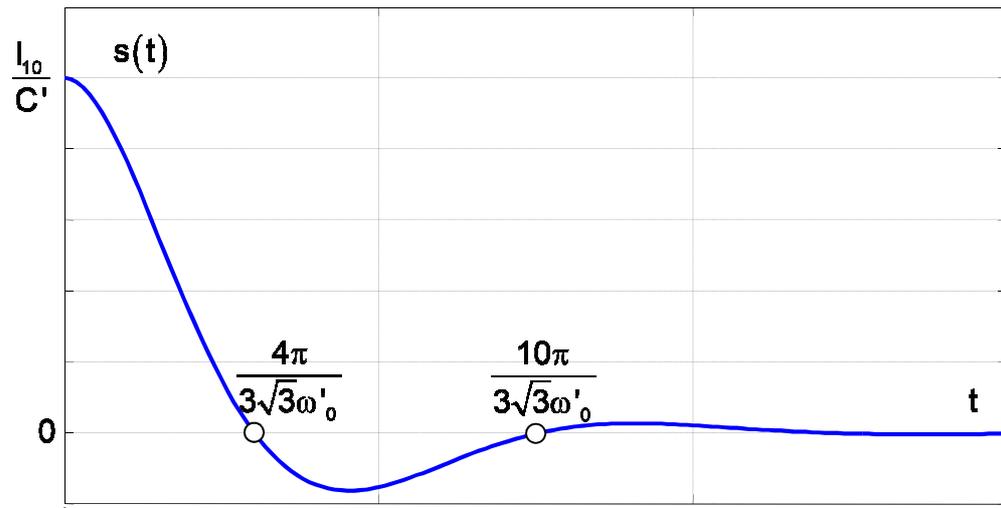
Si $i_1(t) = I_{10} \cdot \delta(t)$ alors $s(t) = K_{BF} \cdot I_{10} \cdot (1 - r_{2_u}(t))$

Comme $r_{2_u}(t) = 1 - \frac{1}{\sqrt{1-m^2}} e^{-m \cdot \omega'_0 \cdot t} \left(\sin(\omega'_0 \sqrt{1-m^2} \cdot t + \text{Arc cos } m) \right)$ il vient :

$$s(t) = \frac{K_{BF} \cdot I_{10}}{\sqrt{1-m^2}} e^{-m \cdot \omega'_0 \cdot t} \left(\sin(\omega'_0 \sqrt{1-m^2} \cdot t + \text{Arc cos } m) \right)$$

On vérifie que $s(0) = K_{BF} \cdot I_{10} = \frac{I_{10}}{C'}$

$$s(t) = \frac{2 \cdot I_{10}}{\sqrt{3} \cdot C'} e^{-\frac{\omega'_0}{2} \cdot t} \left(\sin \left(\frac{\sqrt{3} \omega'_0}{2} \cdot t + \frac{\pi}{3} \right) \right)$$



Question F16

On lit sur la figure que la valeur minimale de $V^+(t)$ vaut moins quinze pourcent de la valeur initiale, ce qui donne pour la réponse indicielle du deuxième ordre ($r_{BF_i}(t) = K_{BF} \cdot (1 - r_{2_u}(t))$) un dépassement de quinze pourcent. On en déduit d'après le document DR D2 que l'amortissement réduit m correspondant vaut 0.5.

$$m = 0,5$$

l'instant du premier maximum vaut :

$$t_1 = \frac{\pi}{\omega'_0 \sqrt{1-m^2}}$$

Sur le graphe on lit : $t_1 \approx 250 \mu s$ ce qui donne $\omega'_0 \approx 1.4 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$

Partant de :

$$\omega'_0 = \sqrt{\frac{K_{VCO} V_{DD}}{(R_1 + R_2) C'}}$$

$$\frac{2m}{\omega'_0} = \frac{(R_1 + R_2 (1 + K_{VCO} V_{DD} \tau')) C'}{K_{VCO} V_{DD} \tau'}$$

On peut écrire :

$$\begin{cases} \omega'_0 = \sqrt{\frac{K_{VCO} V_{DD}}{\tau_1}} \\ \frac{2m}{\omega'_0} = \frac{\tau_1}{K_{VCO} V_{DD} \tau'} + \tau_2 \end{cases}$$

$$D'o\grave{u} \begin{cases} \tau_1 = \frac{K_{VCO} V_{DD}}{\omega_0'^2} \\ \tau_2 = \frac{2m}{\omega_0'} - \frac{1}{\omega_0'^2 \tau'} \end{cases}$$

Avec les valeurs $V_{DD} = 15$ Volts , $\zeta = 0,068$ et $K_{VCO} = 1000 \text{ Hz.V}^{-1}$ on calcule $\tau' = \frac{1}{\zeta \omega_0}$ avec

$$\omega_0 = 2\pi \cdot 14,7 \cdot 10^3 = 9,24 \cdot 10^4 \text{ rad.s}^{-1}$$

$$\tau' = 1,6 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

On trouve

$$\begin{cases} \tau_1 = 76 \mu\text{s} \approx 2\tau_2 \\ \tau_2 = 39 \mu\text{s} \end{cases}$$

On a donc : $R_1 = R_2$

On peut choisir $R_1 = R_2 = 39 \text{ k}\Omega$ et $C' = 1\text{nF}$