

Agrégation externe SII

Éléments de correction de l'épreuve de conception préliminaire d'un système, d'un procédé ou d'une organisation

Partie A

Question A.1.1.

La vitesse moyenne d'écoulement est déterminée à partir du débit volumique et de la section interne

$$\text{de la conduite : } v = \frac{Q_V}{S} = \frac{200}{3600 \times \pi \times \frac{0,25^2}{4}} = 1,132 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\text{On peut ensuite calculer le nombre de Reynolds : } R_e = \frac{v \times D}{\nu} = \frac{v \times D}{1,007 \times 10^{-6}} = 2,81 \times 10^5$$

$$\text{La rugosité relative vaut : } \frac{k}{D} = \frac{0,1}{250} = 4 \times 10^{-4}$$

On lit sur le diagramme de Moody $\lambda \approx 0,018$

Question A.1.2.

En remplaçant la vitesse v par $\frac{Q_V}{S}$, on obtient les pertes de charge linéiques :

$$H_{jp} = \frac{\lambda l v^2}{2gD} = \frac{8\lambda l Q_V^2}{g\pi^2 D^5 3600^2} = 5,29 \times 10^{-4} Q_V^2$$

La charge statique du réseau correspond au dénivelé soit : $230 - 156 = 74 \text{ m}$

On obtient la charge totale en ajoutant la charge statique aux pertes de charge linéiques :

$$H_{MT} = 74 + 5,29 \times 10^{-4} Q_V^2$$

Question A.1.3.

Pour $Q_V = 215 \text{ m}^3\text{h}^{-1}$ on obtient $H_{MT} = 98,4 \text{ m}$, ce qui est compatible avec la zone de fonctionnement en bleu de la pompe.

Question A.1.4.

Connaissant le débit $Q_V = 250 \text{ m}^3\text{h}^{-1}$ et la hauteur manométrique $H_{MT} = 93,6 \text{ m}$, on calcule la puissance hydraulique nominale : $P_h = \rho g H_{MT} Q_V = 63650 \text{ W}$

Le rendement nominal de la pompe étant $\eta_p = 81,8 \%$, la puissance mécanique nominale sur l'arbre s'en déduit :

$$P_2 = \frac{P_h}{\eta_p} = 77812 \text{ W} = P_{u \text{ Moteur}} \text{ (on peut aussi lire directement } P_2 \text{ sur le graphe de } P \text{).}$$

Sur le réseau de courbes de la pompe, P_2 atteint 90 kW à son maximum : il faut lui associer un moteur de puissance utile nominale au moins égale à 90 kW, ce qui correspond au choix du fabricant.

Question A.1.5.

On agit sur la vitesse de rotation de la pompe et donc sur celle de son moteur d'entraînement par l'intermédiaire d'un variateur « Vacon » visible sur le schéma électrique du Dossier ressources. Le paramètre de réglage est alors la fréquence des tensions d'alimentation du moteur.

Pour obtenir un débit de $120 \text{ m}^3\text{h}^{-1}$ pour une hauteur manométrique $H_{MT} = 81,6 \text{ m}$, il faut une vitesse d'entraînement $n = 0,87 \times 2980 = 2593 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ (Document réponse A), soit une fréquence :

$$f = \frac{2593}{3000} \times 50 = 43,2 \text{ Hz (avec compensation de glissement).}$$

Question A.2.1.

Il faut une puissance utile supérieure ou égale à 90 kW à 3000 tr.min⁻¹ en High Output et à 1500 tr.min⁻¹ en IE4. On obtient à l'aide des documents du Dossier ressources les références suivantes :

- High output : M3BL 250 SMA4 - 3GBL 252 001 _SB (97 kW, 309 Nm) ;
- IE4 : M3BL 280 SMB4 - 3GBL 282 223 _DC (90 kW, 573 Nm).

Il faut calculer les valeurs « couple / vitesse » pour chaque point de fonctionnement.

Pour le point F1 :

$$P_h = \rho g H_{MT} Q_v = 57546 \text{ W} ; P_m = \frac{P_h}{\eta_{pompe}} = P2 = 70178 \text{ W}$$

$$\text{– High output : } n(\%) = \frac{0,99 \times 2980}{3000} = 98,3 \text{ \%} ; C_u = \frac{P2}{\Omega} = 227 \text{ N}\cdot\text{m} ; \frac{C_u}{C_n} = 73,5 \text{ \%}$$

$$\text{– IE4 : } n(\%) = \frac{0,99 \times 1480}{1500} = 97,7 \text{ \%} ; C_u = 457 \text{ N}\cdot\text{m} ; \frac{C_u}{C_n} = 79,8 \text{ \%}$$

Pour le point F2 :

$$P_h = 26635 \text{ W} ; P_m = \frac{P_h}{\eta_{pompe}} = P2 = 36486 \text{ W}$$

$$\text{– High output : } n(\%) = \frac{0,87 \times 2980}{3000} = 86,4 \text{ \%} ; C_u = 134 \text{ N}\cdot\text{m} ; \frac{C_u}{C_n} = 43,5 \text{ \%}$$

$$\text{– IE4 : } n(\%) = \frac{0,87 \times 1480}{1500} = 85,8 \text{ \%} ; C_u = 270 \text{ N}\cdot\text{m} ; \frac{C_u}{C_n} = 47,2 \text{ \%}$$

Question A.2.2.

Le tableau ci-dessous renseigne les différents rendements (%) :

	Pompe	MMG 280MA + variateur VACON	High output SynRM motor-drive	IE4 SynRM motor-drive
F ₁	82,0	90,9	93,0	93,7
F ₂	73,0	86,2	91,1	92,9

Le tableau suivant indique le rendement global (incluant celui de la pompe) et la puissance électrique absorbée en amont du variateur (P1) :

	F ₁ (%)	F ₂ (%)	P1_F ₁ (W)	P1_F ₂ (W)
IE2	74,5	62,9	77204	42328
High output	76,3	66,5	75461	40051
IE4	76,8	67,8	74897	39275

Question A.2.3.

Le calcul du coût en euros est donné par la formule : $0,05 \times 8000 \times P1 [\text{kW}]$

Question A.2.4.

Il n'y a pas de contrainte particulière sur l'encombrement des moteurs (cf. photographie de la figure A1) : les gains sur la hauteur d'axe (250 mm par rapport à 280 mm) et la puissance (97 kW contre 90 kW) n'apporteraient rien. Il faut privilégier ici la gamme IE4 de meilleur rendement, de même puissance et de dimensions identiques au moteur asynchrone équivalent.

Partie B

Question B.1.1.

Un moteur synchrone de vitesse de synchronisme $n_s = 1500 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1}$ à 50 Hz possède 4 pôles soit 2 paires de pôles : $p = 2$

Question B.1.2.

Avec 36 encoches, 3 phases et $2p = 4$ pôles, on obtient $m = 36 / (3 \times 2p) = 3$ encoches par pôle et par phase.

On en déduit, en nombre d'encoches :

- le pas polaire : $m \times 3 \times 2p / (2p) = 3m$;
- le décalage angulaire : $m \times 3 \times 2p / (3p) = 2m$.

Question B.1.3.

Voir le Document réponse B.

Question B.1.4.

Voir le Document réponse B.

Question B.1.5.

Le décalage entre les deux couches est de 2 encoches soit $2 \times 7,5 = 15^\circ$ ce qui donne :

$$\beta = 1 - \frac{2 \times 15}{180} = \frac{5}{6}$$

Question B.1.6.

La nouvelle valeur de m est égale à : $48 / (3 \times 2 \times 2) = 4$.

rang	1 (fondamental)	5	7
k_b	0,9577	0,2053	-0,1576
k_r	0,9659	0,2588	0,2588
$k_b \cdot k_r$	0,9250	0,0531	-0,0408

En comparant k_b et $k_b \cdot k_r$, on constate que les rangs 5 et 7 sont très atténués sans trop affecter le fondamental. La répartition spatiale de la force magnétomotrice sera plus proche d'une sinusoïde.

Question B.1.7.

Les principales conséquences de ces harmoniques sont :

- une ondulation du couple,
- des contraintes mécaniques supplémentaires sur le rotor,
- du bruit en haute fréquence ainsi que des pertes par effet Joule additionnelles.

L'intérêt pour les fabricants est de pouvoir utiliser la même chaîne de fabrication que pour des moteurs asynchrones, ce qui réduit les coûts de production.

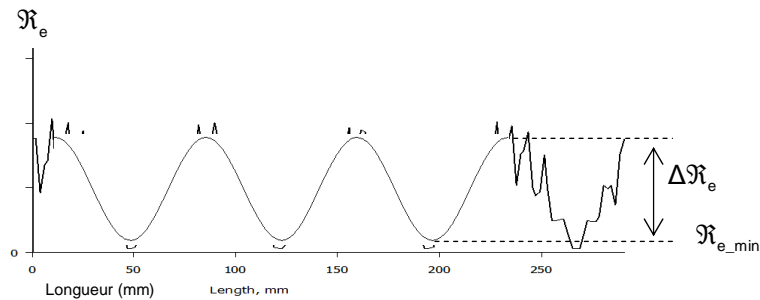
Question B.2.1.

L'image correspond à celle d'un rotor de moteur asynchrone à cage dont une partie des encoches ont été supprimées (fraisées).

Le démarrage direct est toujours possible grâce à la cage résiduelle.

Question B.2.2.

Il y a 4 directions de réductance maximale (minimale) sur le rotor. La réductance passe donc 4 fois par une valeur maximale (minimale). Le tout est modulé par la variation de réductance due à l'alternance « dent / encoche » du stator avec une période de $360 / 36 = 10^\circ$.



En se limitant au fondamental, les harmoniques d'espace, de denture et de perméance étant négligés, on obtient l'expression de la réductance en fonction de la position angulaire repérée à partir d'un axe de réductance maximale :

$$X_e = X_{e_min} + \frac{\Delta X_e}{2} (1 + \cos(2p \times \theta)) = X_{e_min} + \frac{\Delta X_e}{2} (1 + \cos(4\theta))$$

Question B.2.3.

La différence de réductance est réalisée en intercalant des zones amagnétiques (ici de l'air) dans les directions d'axe q.

Ce rotor possède 3 barrières de flux.

Question B.3.1.

Le gain est réalisé sur les pertes Joule du rotor.

Les nouvelles pertes seraient de 60 % de 5 %, soit 3 %, ce qui correspondrait à un gain de 2 points sur le rendement alors égal à 97 %.

Question B.3.2.

La hauteur d'axe de la gamme High output diffère de celle d'une MAS de même puissance à partir de 2,2 kW (h = 90 mm contre 100 mm).

Pour les puissances extrêmes de la gamme IE4, on obtient les écarts suivants :

	Rendement IE4 SynRM	Rendement MAS (IE2)	Gain
11 kW	93,3 %	90,4 %	2,9 %
315 kW	96,7 %	95,9 %	0,8 %

Question B.3.3.

L'allure du courant de ligne en amont est caractéristique (« oreilles de lapin ») d'un redresseur PD3 sur charge capacitive (bus continu).

L'allure de la tension de sortie est caractéristique d'un onduleur MLI. A partir du relevé de l'oscillogramme de la figure 11 (a) on obtient $V_{DC} \approx 2,9 \times 200 = 580 \text{ V}$

Question B.3.4.

A partir du relevé de l'oscillogramme de la figure 11 (a), on détermine la valeur efficace du courant dans le moteur :

$$I = \frac{2,8 \times 200}{100 \times \sqrt{2}} = 3,96 \text{ A}$$

A partir du tableau de mesures de la figure 11 (c), on détermine le facteur de puissance et le taux de distorsion harmonique :

$$FP_a = \frac{P_a}{S_a} = \frac{1831}{3211} = 0,57$$

$$THDI_a = \sqrt{1 - \left(\frac{FP_a}{DPF}\right)^2} = 0,82$$

L'augmentation de température est de $84,9 - 20 = 64,9$ °C. La classe F « autorise » une température maximale des enroulements de 155 °C.

La marge d'augmentation de température est de $155 - 84,9 \approx 70$ °C ou de $155 - (84,9 + 10) \approx 60$ °C selon la prise en compte ou non du « Hotspot margin » pour l'estimation fournie par le variateur.

A partir du tableau de mesures de la figure 11 (c), on détermine le rendement de l'ensemble « moteur – variateur » :

$$\eta = \frac{P_u}{P_a} = \frac{T_r \cdot \Omega}{P_a} = \frac{9,53 \times 1500 \times 2\pi}{60 \times 1831} = 0,82$$

Cette valeur de rendement correspond à la limite basse de la classe IE2 mais en incluant ici le rendement du variateur.

PARTIE C

Question C.1.1.

Les tensions induites aux bornes des enroulements sont égales aux variations correspondantes du flux (Loi de Lenz) : $v = R \cdot i + \frac{d\varphi}{dt}$

Question C.1.2.

En faisant apparaître les composantes de Park de chaque vecteur, on obtient :

$$\mathbf{P}^{-1} \cdot v_{dq0} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{P}^{-1} \cdot i_{dq0} + \frac{d(\mathbf{P}^{-1} \cdot \varphi_{dq0})}{dt}$$

On multiplie ensuite par \mathbf{P} . Soit :

$$\mathbf{P} \cdot \mathbf{P}^{-1} \cdot v_{dq0} = \mathbf{P} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{P}^{-1} \cdot i_{dq0} + \mathbf{P} \cdot \frac{d(\mathbf{P}^{-1} \cdot \varphi_{dq0})}{dt}$$

La matrice \mathbf{R} étant diagonale, on obtient :

$$v_{dq0} = \mathbf{R} \cdot i_{dq0} + \mathbf{P} \left(\frac{d\mathbf{P}^{-1}}{dt} \cdot \varphi_{dq0} + \mathbf{P}^{-1} \frac{d\varphi_{dq0}}{dt} \right) = \mathbf{R} \cdot i_{dq0} + \mathbf{P} \cdot \frac{d\mathbf{P}^{-1}}{dt} \cdot \varphi_{dq0} + \frac{d\varphi_{dq0}}{dt}$$

Le calcul de $\mathbf{P} \cdot \frac{d\mathbf{P}^{-1}}{dt}$ conduit à :

$$\mathbf{P} \cdot \frac{d\mathbf{P}^{-1}}{dt} = \frac{2}{3} \frac{d\theta}{dt} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -\frac{3}{2} & 0 \\ \frac{3}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \frac{d\theta}{dt} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Finalement, la transformation de Park d'angle θ_e donne :

$$v_{dq0} = \mathbf{R} \cdot i_{dq0} + \frac{d\theta_e}{dt} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \varphi_{dq0} + \frac{d\varphi_{dq0}}{dt}$$

La composante d'indice 0 est la composante homopolaire. Elle est nulle car les grandeurs sont, par hypothèse, équilibrées.

Question C.1.3.

L'angle de décalage électrique est lié à la vitesse mécanique de rotation : $\theta_e = p \cdot \Omega \cdot t$

Le développement de l'équation matricielle sur chaque axe donne :

$$v_d = r i_d - p\Omega \cdot \varphi_q + L_d \cdot \frac{di_d}{dt}$$

$$v_q = r i_q + p\Omega \cdot \varphi_d + L_q \cdot \frac{di_q}{dt}$$

On obtient les puissances instantanées en multipliant par les courants :

$$v_d \cdot i_d = r i_d^2 + L_d \cdot i_d \cdot \frac{di_d}{dt} - p\Omega \cdot \varphi_q \cdot i_d$$

$$v_q \cdot i_q = r i_q^2 + L_q \cdot i_q \cdot \frac{di_q}{dt} + p\Omega \cdot \varphi_d \cdot i_q$$

Chaque terme des membres de droite correspond à une forme spécifique d'énergie :

– les puissances dissipées sous forme de chaleur : $r i_d^2$, $r i_q^2$

– les dérivées des énergies stockées sous forme magnétique : $L_d \cdot i_d \cdot \frac{di_d}{dt}$, $L_q \cdot i_q \cdot \frac{di_q}{dt}$

– les puissances électromagnétiques convertibles en puissance mécanique : $-p\Omega \cdot \varphi_q \cdot i_d$, $p\Omega \cdot \varphi_d \cdot i_q$

En ajoutant les deux derniers termes, on obtient la puissance électromagnétique totale :

$$p_e = p\Omega (i_q \varphi_d - i_d \varphi_q) = p\Omega (i_q L_d i_d - i_d L_q i_q)$$

On en déduit l'expression simplifiée du couple électromagnétique de la MSR V :

$$C_e = p(L_d - L_q) i_d i_q$$

Question C.1.4.

La transformation de Park d'angle $\theta_e = \omega \cdot t$ appliquée aux courants donne :

$$i_{dq0} = \mathbf{P}(\theta_e) \cdot i = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos(\theta_e) & \cos\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin(\theta_e) & -\sin\left(\theta_e - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta_e + \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I\sqrt{2} \cos(\theta_e + \varphi_i) \\ I\sqrt{2} \cos\left(\theta_e + \varphi_i - \frac{2\pi}{3}\right) \\ I\sqrt{2} \cos\left(\theta_e + \varphi_i + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}$$

Soit, après développement et simplification : $i_{dq0} = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{2} \begin{bmatrix} \frac{3I \cos(\varphi_i)}{2} \\ \frac{3I \sin(\varphi_i)}{2} \\ 0 \end{bmatrix}$

Ce qui donne sur chaque axe : $i_d = \sqrt{3} I \cos(\varphi_i)$ et $i_q = \sqrt{3} I \sin(\varphi_i)$

Ces expressions montrent que l'angle de courant δ est égal à φ_i .

En remplaçant i_d et i_q , on obtient la relation recherchée :

$$C_e = p(L_d - L_q) i_d i_q = p(L_d - L_q) 3I^2 \frac{\sin(2\delta)}{2} = \frac{3}{2} p(L_d - L_q) I^2 \sin(2\delta)$$

Le couple moteur est ainsi maximal à I donné pour $\delta = 45^\circ$

Question C.1.5.

En négligeant r : $P \approx P_e = C_e \Omega$

En tenant compte qu'en régime sinusoïdal permanent $\frac{di_d}{dt} = 0$ et $\frac{di_q}{dt} = 0$, le développement de S conduit à :

$$S = \sqrt{v_d^2 + v_q^2} \cdot \sqrt{i_d^2 + i_q^2} = \sqrt{(-p\Omega L_q i_q)^2 + (p\Omega L_d i_d)^2} \cdot \sqrt{3}$$

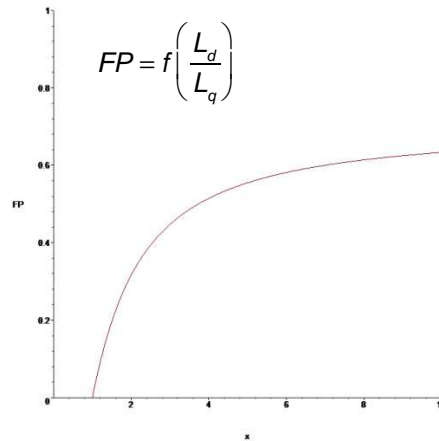
Soit :

$$S = p\Omega \sqrt{3} I \sqrt{L_q^2 \sin^2(\delta) + L_d^2 \cos^2(\delta)} \cdot \sqrt{3} I = 3p\Omega I^2 L_q \cos(\delta) \sqrt{\tan^2(\delta) + \left(\frac{L_d}{L_q}\right)^2}$$

Après réarrangement, on obtient l'expression du facteur de puissance :

$$FP = \frac{C_e \cdot \Omega}{S} = \frac{\frac{3}{2} p(L_d - L_q) I^2 \sin(2\delta) \Omega}{3p\Omega I^2 L_q \cos(\delta) \sqrt{\tan^2(\delta) + \left(\frac{L_d}{L_q}\right)^2}} = \frac{\left(\frac{L_d}{L_q} - 1\right) \sin(\delta)}{\sqrt{\tan^2(\delta) + \left(\frac{L_d}{L_q}\right)^2}}$$

La figure ci-dessous montre son évolution, en fonction du rapport $\frac{L_d}{L_q}$, pour $\delta = 45^\circ$:



Question C.1.6.

Il faut maximiser l'écart $(L_d - L_q)$ pour le couple et le rapport de saillance $\left(\frac{L_d}{L_q}\right)$ pour le facteur de puissance.

Question C.2.1.

Puisque \vec{J} est axial \vec{A} l'est également : $A_x = A_y = 0$ et $A_z = cste$ du fait de la modélisation en deux dimensions.

On peut aboutir à la même conclusion en notant que le plan de coupe est un plan d'antisymétrie pour les courants : \vec{A} est perpendiculaire au plan de coupe.

Question C.2.2.

En partant de la définition du flux et en utilisant la formule de Stokes :

$$\varphi = \iint \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint \text{rot} \vec{A} \cdot d\vec{S} = \oint \vec{A} \cdot d\vec{l}$$

Question C.2.3.

Le flux sur une spire est exprimé par : $\varphi = A_z^+ \times L - A_z^- \times L$

Pour N spires, il faut calculer la moyenne de A_z sur la surface d'une encoche car les conducteurs ne sont pas superposés :

$$\varphi_N = N L \frac{1}{S} \left(\iint_S A_z^+ \cdot dS - \iint_S A_z^- \cdot dS \right)$$

On retrouve le même résultat à partir de l'expression fournie dans le manuel du logiciel :

$$\varphi_N = L_{self} i = \frac{1}{i} \int A J dV = \frac{1}{i} \iint A J L dS = L N \frac{1}{S} \iint A dS$$

Il faut sélectionner les deux surfaces (encoches d'entrée et de sortie) puis en faire la soustraction, pour obtenir le flux de la bobine.

Question C.2.4.

L'effet de la saturation est significatif pour les deux inductances (diminution) et plus prononcé pour L_d que pour L_q , moins facilement saturable à cause de l'air des barrières de flux.

Pour mettre en évidence l'effet de « cross magnetization », il faut comparer les valeurs déduites de ces courbes (obtenues avec respectivement $i_q = 0$ A et $i_d = 0$ A pour L_d et L_q) avec des points de fonctionnement où i_q et i_d sont simultanément différents de zéro :

	i_d (A)	i_q (A)	L_d (mH)	L_q (mH)
Courbes	4,76	0	340	
	0	4,76		110
Tableau	4,76	4,76	314	83

L'effet de « cross magnetization » accentue la diminution des valeurs des inductances. Cet effet existe car les flux d'axes d et q partagent en partie le même circuit magnétique.

Question C.3.1.

Sur la courbe de la figure 10 du Document ressources on lit $\delta = 55^\circ > 45^\circ$ (modèle simplifié). L'écart provient essentiellement des pertes négligées dans le modèle simplifié.

Question C.3.2.

L'ondulation du couple est générée par l'alternance dent / encoche au stator : à angle de charge constant, les positions relatives des barrières de flux par rapport aux encoches varient selon la position du rotor. La réluctance fluctue donc à chaque passage d'une encoche. Les harmoniques de perméance associés sont à l'origine de cette ondulation du couple. Sur la figure C4, on observe 9 périodes sur $\frac{1}{4}$ de tour ($0,01$ s à 1500 tr·min⁻¹), ce qui correspond bien aux 9 encoches.

Pour obtenir un couple constant, les courants ne seront pas constants. La commande devra être adaptée pour compenser cette ondulation.

PARTIE D

Question D.1.1.

On dénombre $2^3 = 8$ configurations.

Les expressions des tensions simples sont issues des relations suivantes :

$$v_a = \frac{U_{ab} - U_{ca}}{3} ; v_b = \frac{U_{bc} - U_{ab}}{3} ; v_c = \frac{U_{ca} - U_{bc}}{3}$$

Question D.1.2.

Voir le Document réponse C.

Question D.1.3.

Voir le Document réponse C.

Question D.1.4.

Moyenner sur la durée totale T_s impose la limite supérieure : $T_1 + T_2 = T_s$.

Les deux extrêmes sont :

$$- T_1 = T_s \text{ et } T_2 = 0 \text{ pour avoir } \vec{V}_{ref} = \vec{V}_i$$

$$- T_2 = T_s \text{ et } T_1 = 0 \text{ pour avoir } \vec{V}_{ref} = \vec{V}_{i+1}$$

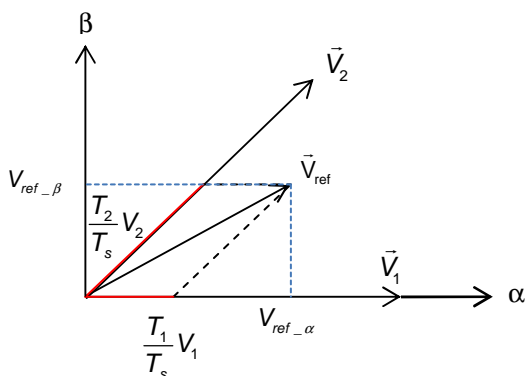
Pour tous les vecteurs \vec{V}_{ref} « à l'intérieur » de cette limite on aura $T_1 + T_2 \leq T_s$ soit $T_1 + T_2 + T_0 = T_s$ où T_0 correspond à la durée d'application d'un vecteur nul : [000] ou [111]

Question D.1.5.

La situation particulière $T_1 + T_2 = T_s$ correspond au segment de droite joignant les extrémités des deux vecteurs \vec{V}_i et \vec{V}_{i+1} .

La limite de fonctionnement linéaire correspond au cercle inscrit dans l'hexagone car une grandeur sinusoïdale est représentée dans le repère $(\alpha\beta)$ par un phaseur de module constant tournant à vitesse constante.

Question D.1.6.



Par projection respectivement sur les axes α et β :

$$V_{ref_alpha} = \frac{T_1}{T_s} V_1 + \frac{T_2}{T_s} V_2 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

$$V_{ref_beta} = \frac{T_2}{T_s} V_2 \sin\left(\frac{\pi}{3}\right)$$

On extrait : $T_2 = \sqrt{2} \frac{V_{ref-\beta}}{V_{DC}} T_s$ et $T_1 = \left(\sqrt{3} V_{ref-\alpha} - V_{ref-\beta} \right) \frac{1}{V_{DC} \sqrt{2}} T_s$

On en déduit :

$$T_0 = T_s - (T_1 + T_2) = T_s \left(1 - \left(\left(\sqrt{3} V_{ref-\alpha} - V_{ref-\beta} \right) \frac{1}{V_{DC} \sqrt{2}} + \sqrt{2} \frac{V_{ref-\beta}}{V_{DC}} \right) \right) = T_s \left(1 - \frac{1}{V_{DC} \sqrt{2}} \left(\sqrt{3} V_{ref-\alpha} + V_{ref-\beta} \right) \right)$$

Question D.1.7.

La pente du signal triangulaire vaut $p = \frac{2}{T_s}$

En associant les durées de conduction du tableau D1 avec les abscisses correspondant aux intersections du signal triangulaire avec les niveaux des 3 registres, on a :

$$\frac{T_0}{4} = \frac{CMP1}{p} \rightarrow CMP1 = \frac{1}{2} \frac{T_0}{T_s} = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{V_{DC} \sqrt{2}} \left(\sqrt{3} V_{ref-\alpha} + V_{ref-\beta} \right) \right)$$

$$\frac{T_0}{4} + \frac{T_1}{2} = \frac{CMP2}{p} \rightarrow CMP2 = CMP1 + \frac{T_1}{T_s}$$

On en déduit les valeurs à transférer dans les trois registres :

$$CMP2 = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{1}{V_{DC} \sqrt{2}} \left(\sqrt{3} V_{ref-\alpha} + V_{ref-\beta} \right) \right) + \left(\sqrt{3} V_{ref-\alpha} - V_{ref-\beta} \right) \frac{1}{V_{DC} \sqrt{2}}$$

$$CMP2 = \frac{1}{2} + \frac{1}{V_{DC} \sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} V_{ref-\alpha} - \frac{3}{2} V_{ref-\beta} \right)$$

$$CMP3 = CMP2 + \frac{T_2}{T_s} = \frac{1}{2} + \frac{1}{V_{DC} \sqrt{2}} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} V_{ref-\alpha} + \frac{1}{2} V_{ref-\beta} \right)$$

Les signaux PWM1, PWM2 et PWM3 doivent commander respectivement les cellules S1, S2 et S3.

Question D.2.1.

On établit la représentation d'état du moteur à partir des 3 équations suivantes :

$$v_d = r i_d - \omega L_q i_q + L_d \frac{di_d}{dt}$$

$$v_q = r i_q + \omega L_d i_d + L_q \frac{di_q}{dt}$$

$$J_{tot} \frac{d\Omega}{dt} = C_e - C_p - C_r$$

Les hypothèses formulées permettent d'admettre la simplification suivante : $J \frac{d\Omega}{dt} \approx C_e$

On en déduit le modèle d'état

$$\begin{bmatrix} \frac{di_d}{dt} \\ \frac{di_q}{dt} \\ \frac{d\Omega}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-r}{L_d} & p\Omega \frac{L_q}{L_d} & 0 \\ -p\Omega \frac{L_d}{L_q} & \frac{-r}{L_q} & 0 \\ \frac{p(L_d - L_q) i_q}{J} & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ \Omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix}$$

dans lequel

$$\begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \\ \Omega \end{bmatrix}.$$

Question D.2.2.

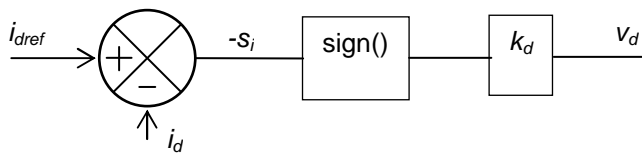
L'équation $s(x) = 0$ conduit sur chaque axe à :

$$e_d = 0 \text{ soit } i_d = i_{dref}$$

$$e_q = 0 \text{ soit } i_q = i_{qref}$$

Les deux surfaces sont des plans dans l'espace d'état défini par les variables i_d, i_q, Ω

Question D.2.3.



Cette commande est à structure variable à cause de la fonction $\text{sign}()$ qui engendre des équations différentielles à second membre discontinu.

Question D.2.4.

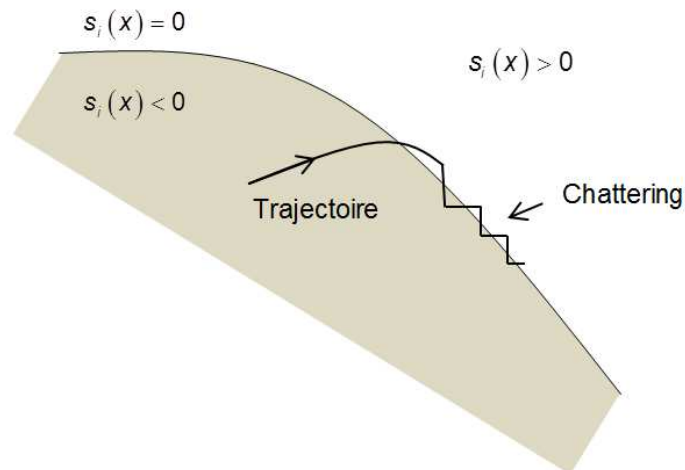
Il faut différencier $\dot{s}(x)$ pour faire apparaître \dot{x} :

$$\dot{s}(x) = \frac{ds(x)}{dt} = \frac{\partial s(x)}{\partial x} \cdot \frac{dx}{dt} = \frac{\partial s(x)}{\partial x} \cdot \dot{x} = \frac{\partial s(x)}{\partial x} \cdot (\mathbf{A}(x) \cdot x + \mathbf{B} \cdot u_{eq}) = 0$$

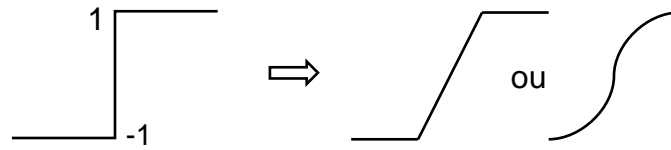
On extrait $u_{eq} = -\left(\frac{\partial s(x)}{\partial x} \cdot \mathbf{B}\right)^{-1} \cdot \frac{\partial s(x)}{\partial x} \cdot \mathbf{A}(x) \cdot x$

Après le calcul de $\frac{\partial s(x)}{\partial x} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, on aboutit bien à $v_{deq} = r i_d - \omega L_q i_q$

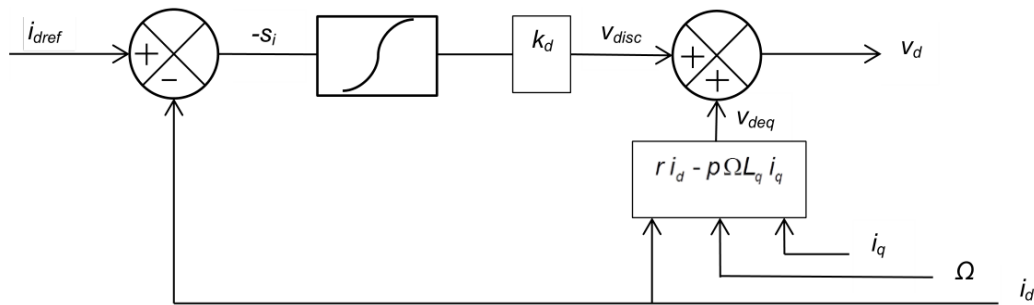
Question D.2.5.



Remplacement de la fonction sign() :



Ajout de la commande équivalente :



Question D.2.6.

- l'application d'un échelon de couple résistant constitue une perturbation ;
- la mesure de i_d a été perturbée par un bruit blanc gaussien.

Question D.3.1.

En appliquant les formules de discrétisation :

$$\mathbf{A}_k = \begin{bmatrix} 1 - \frac{r}{L_d} T_s & p\Omega \frac{L_q}{L_d} T_s & 0 \\ -p\Omega \frac{L_d}{L_q} T_s & 1 - \frac{r}{L_q} T_s & 0 \\ \frac{p(L_d - L_q) i_q}{J} T_s & 0 & 1 \end{bmatrix} ; \mathbf{B}_k = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_d} T_s & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_q} T_s \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Question D.3.2.

L'étape de prédiction est codée à la ligne 24 : $\hat{x}_{k+1/k} = \mathbf{A}_k \hat{x}_k + \mathbf{B}_k u_k$

L'étape de mise à jour est codée à la ligne 29 : $\hat{x}_{k+1/k+1} = \hat{x}_{k+1/k} + K(y_k - \mathbf{C}_k \hat{x}_{k+1/k})$

Question D.3.3.

Il faut reprendre le modèle d'état en ajoutant le couple résistant : $x = [i_d \quad i_q \quad \Omega \quad C_r]^T$

La position et la vitesse sont liées : $\theta = \int_0^t \Omega(t).dt + \theta_0$, la principale difficulté étant d'estimer la position

initiale θ_0 du rotor à l'arrêt.

DOCUMENT RÉPONSE A
Question A.1.3.
NK 80-250/270 50 Hz

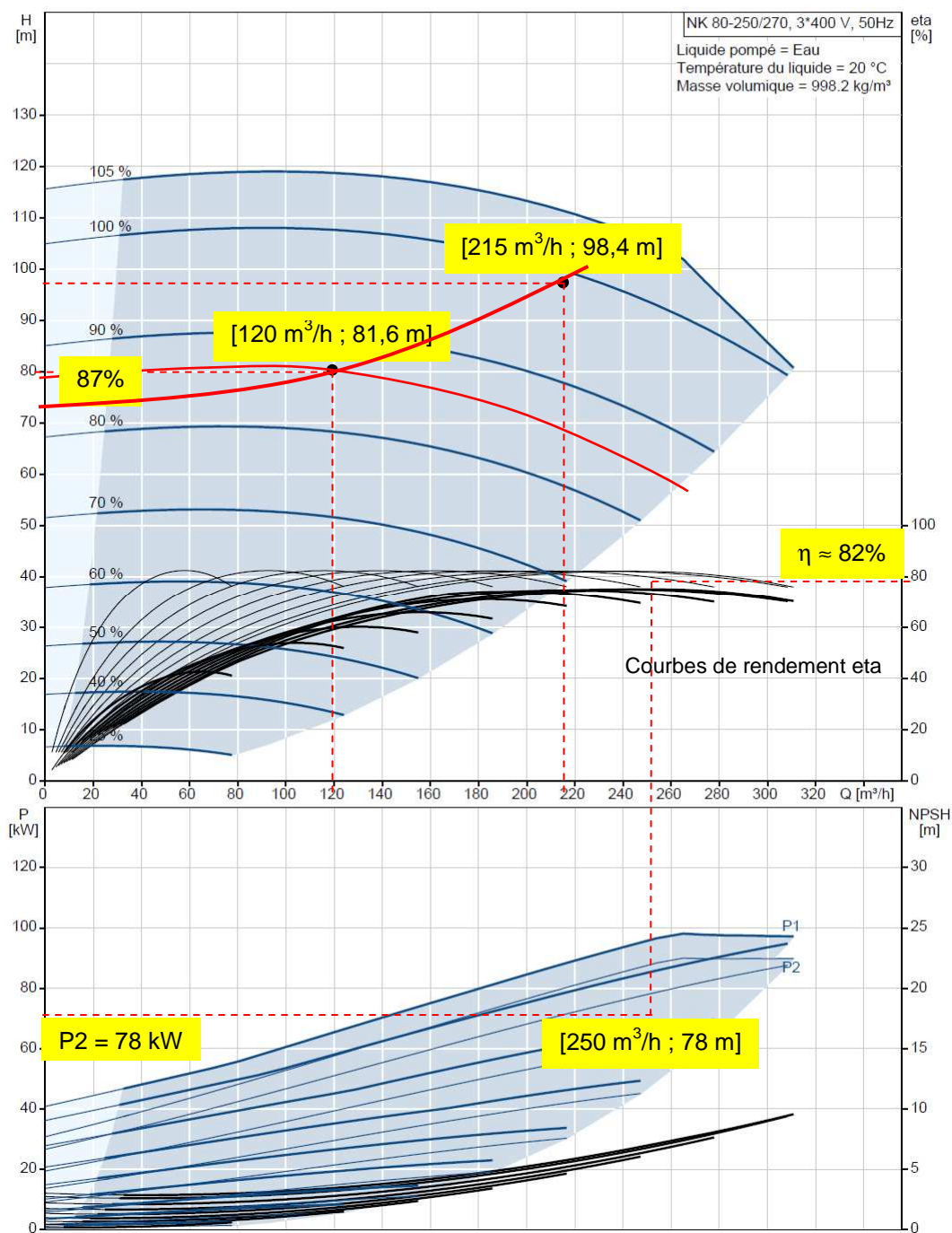
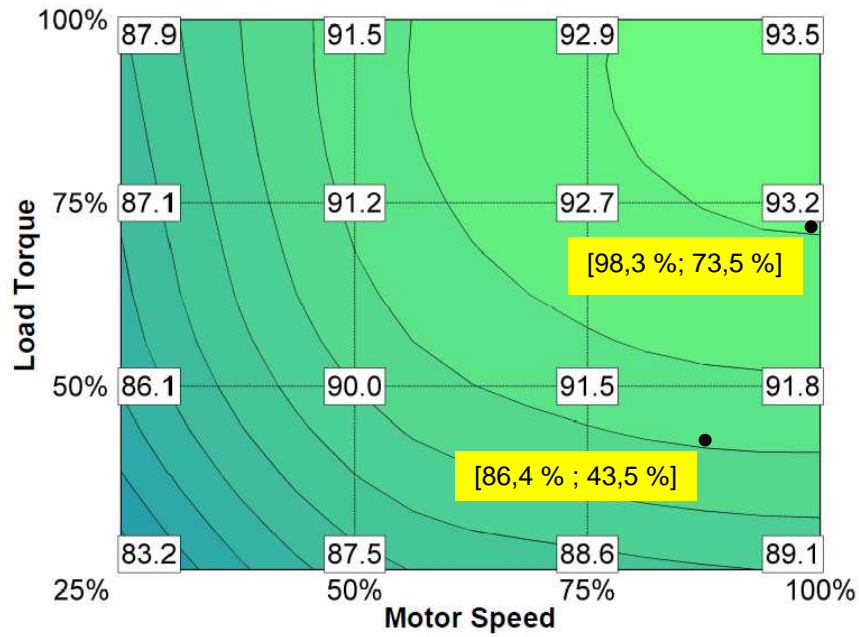


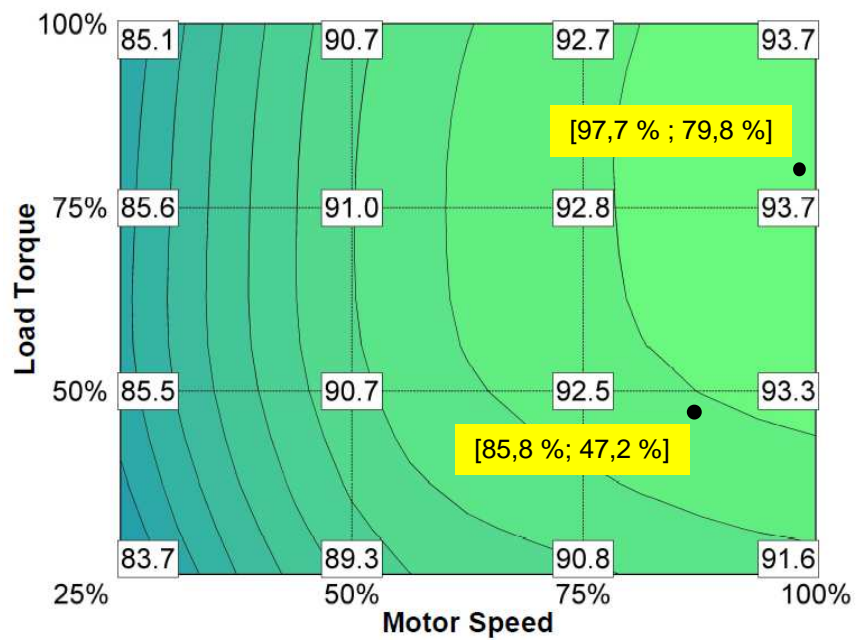
Figure 1 – Hauteur manométrique (H) et rendement (η) de la pompe (traits fins noirs) pour différentes vitesses d'entraînement ($2980 \text{ tr}\cdot\text{min}^{-1} \leftrightarrow 100\%$).
 P_2 : puissance mécanique d'entraînement de la pompe ; P_1 : puissance électrique en amont du variateur pilotant le moteur (MMG 280MA). Les courbes des deux graphes H [m] et P [kW] sont corrélées.

Question A.2.1

Package efficiency [%] for applications with other load characteristics:



(a) – High output SynRM motor-drive package



(b) – IE4 SynRM motor-drive package

Figure 2 – Diagrammes des rendements (données ABB)

Question A.2.2.

Tableau 1 – Rendements (%)

	Pompe	MMG 280MA + variateur VACON	High output SynRM motor-drive package	IE4 SynRM motor-drive package
F ₁	82,0	90,9	93,0	93,7
F ₂	73,0	86,2	91,1	92,9

Question A.2.3.

Tableau 2 – Coût énergétique en €

	Durée totale de fonctionnement : 8000 heures Tarif : 0,05 €kW ⁻¹ .h ⁻¹			Économie / IE2 (MMG 280MA + VACON 90)
Répartition du temps de fonctionnement	100 % F ₁	100 % F ₂	30 % F ₁ 70 % F ₂	30 % F ₁ 70 % F ₂
Asynchrone IE2 MMG 280MA + VACON 90	30882 €	16931 €	21116 €	
High output SynRM motor-drive package	30184 €	16020 €	20270 €	847 €
IE4 SynRM motor-drive package	29958 €	15710 €	19985 €	1132 €

DOCUMENT RÉPONSE B
Question B.1.3.

Convention de représentation des conducteurs dans les encoches :



Enroulement : A, B ou C Bobine : 1, 2, ...
 Exemple : faisceau d'aller de la 2^e bobine de l'enroulement B :

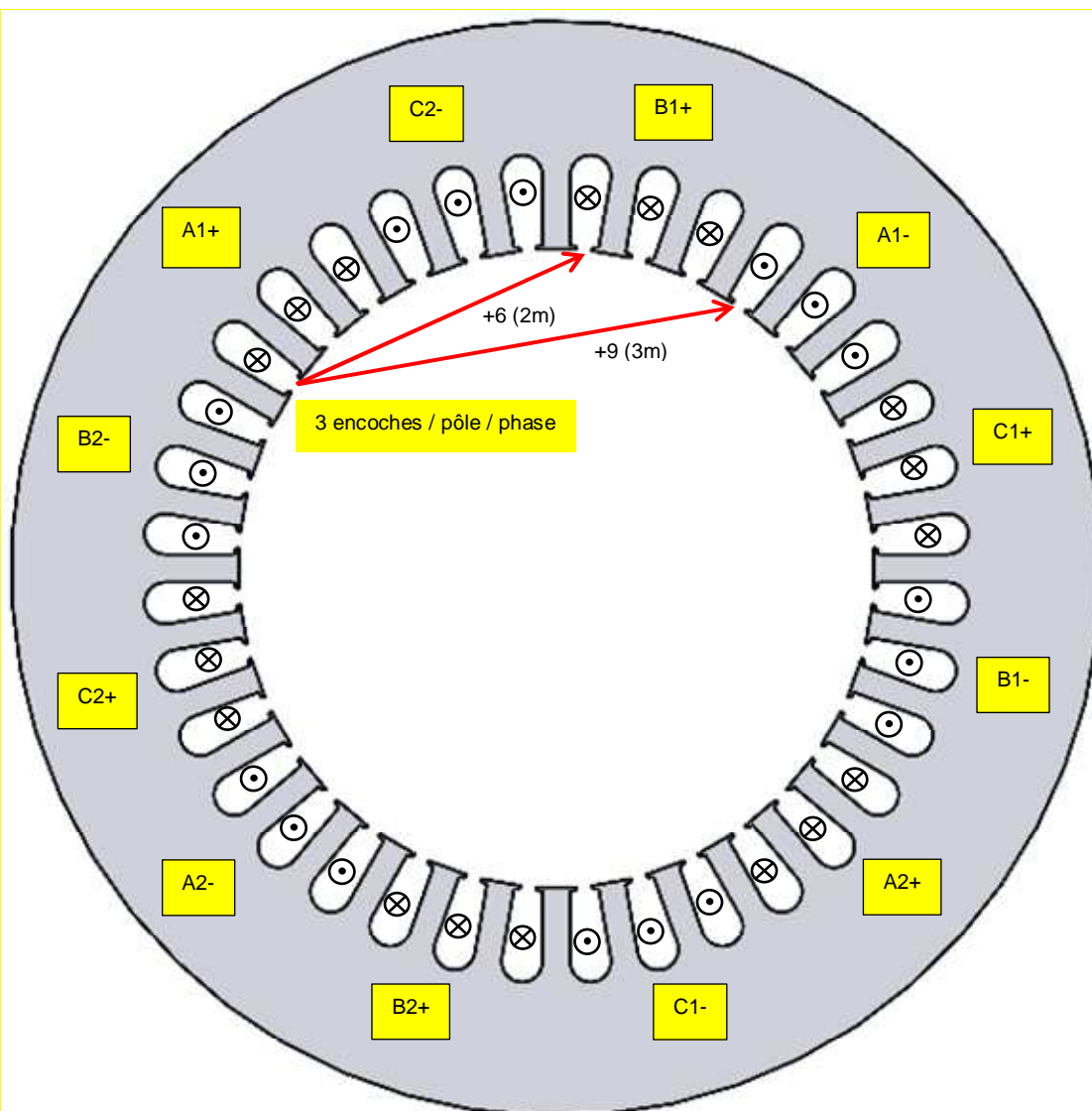
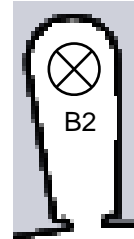


Diagramme n°1 – Répartition des conducteurs dans les encoches du stator

Question B.1.4.

– Le nombre de conducteurs par faisceau sera supposé égal à un pour la représentation de $\varepsilon(\theta)$;

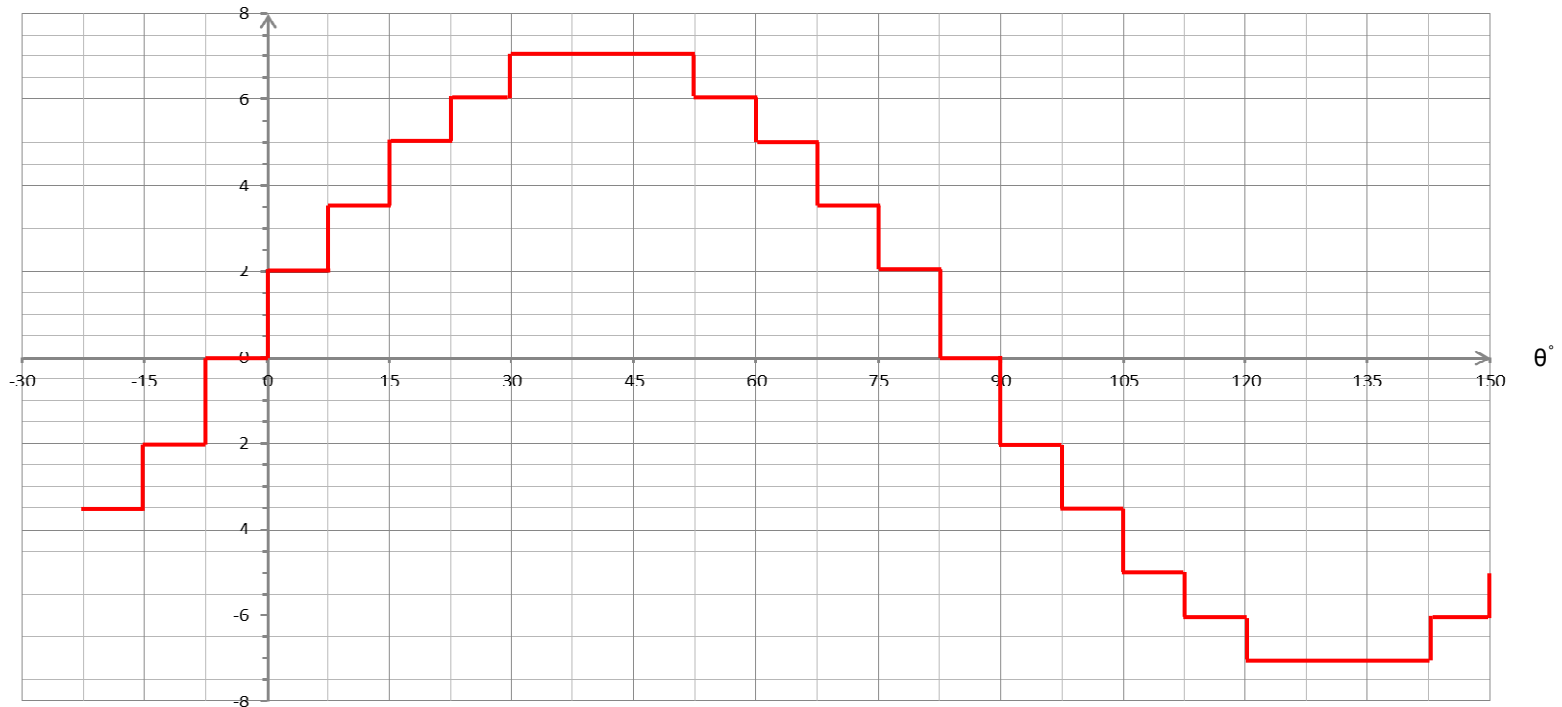
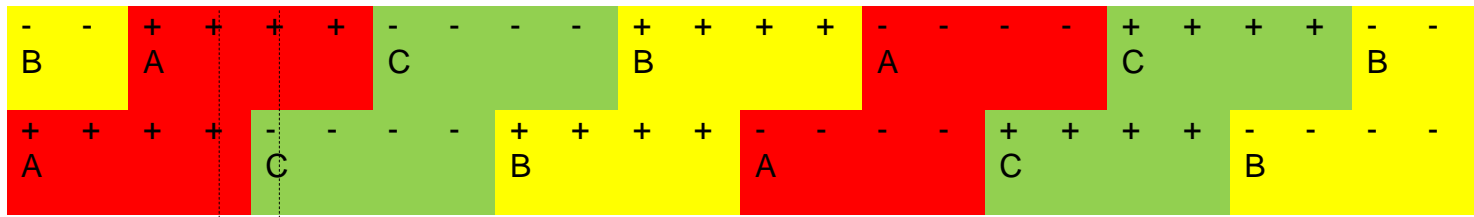


Diagramme n°2 – Bobinage à pas raccourci sur deux couches

Question B.2.3.

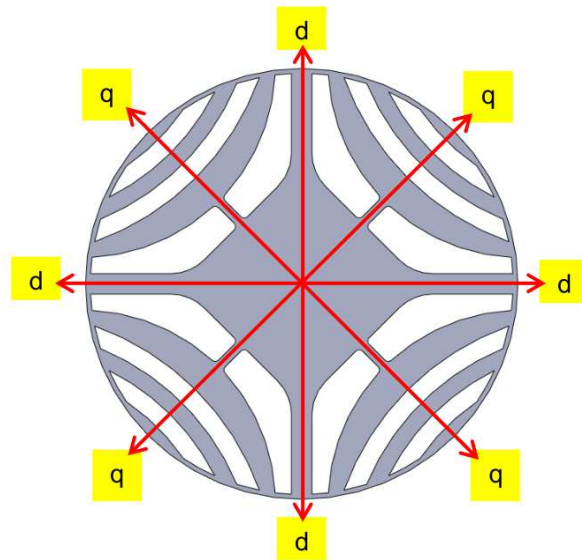


Figure 1 – Coupe transversale du rotor ABB

DOCUMENT RÉPONSE C

Question C.2.2.

Le contour doit être tracé pour une spire diamétrale d'une bobine d'un enroulement tétrapolaire. Le stator possède 36 encoches.

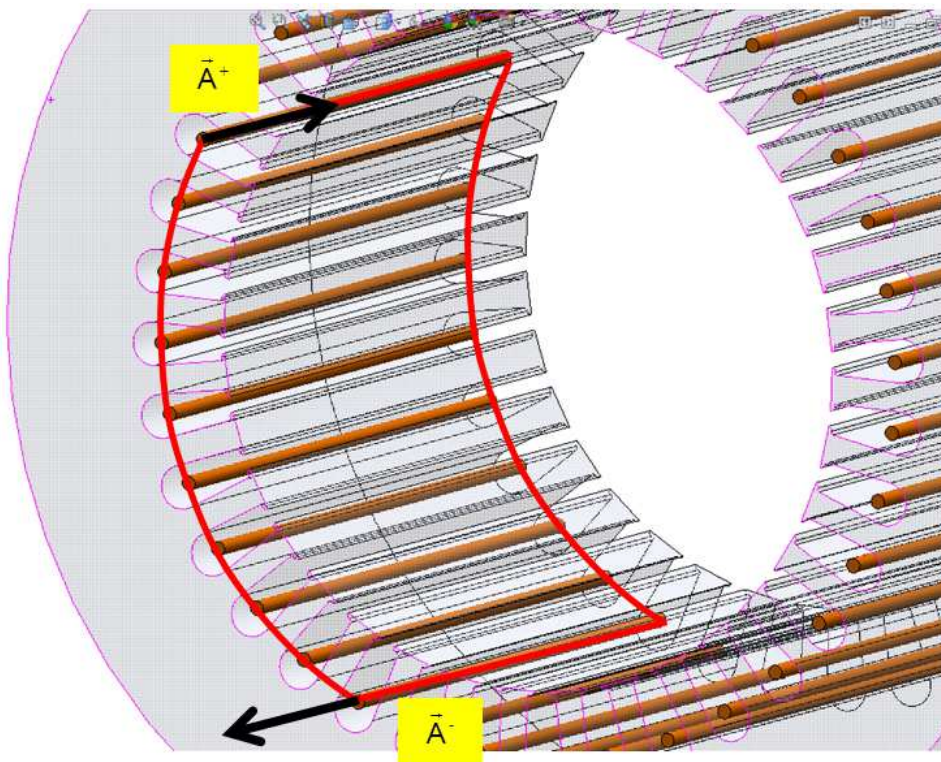


Figure 1 – Calcul du flux à partir du potentiel vecteur

DOCUMENT RÉPONSE D

Questions D.1.1. et D.1.2.

Tableau 1 – Expressions des différentes tensions

S1	S2	S3	u_{ab}	u_{bc}	u_{ca}	v_a	v_b	v_c	v_x	v_y
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	0	V_{DC}	0	$-V_{DC}$	$\frac{2V_{DC}}{3}$	$-\frac{V_{DC}}{3}$	$-\frac{V_{DC}}{3}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}V_{DC}$	0
1	1	0	0	V_{DC}	$-V_{DC}$	$\frac{V_{DC}}{3}$	$\frac{V_{DC}}{3}$	$-\frac{2V_{DC}}{3}$	$\sqrt{\frac{2}{3}}V_{DC}$	$\frac{V_{DC}}{\sqrt{2}}$

Questions D.1.3. et D.1.5.

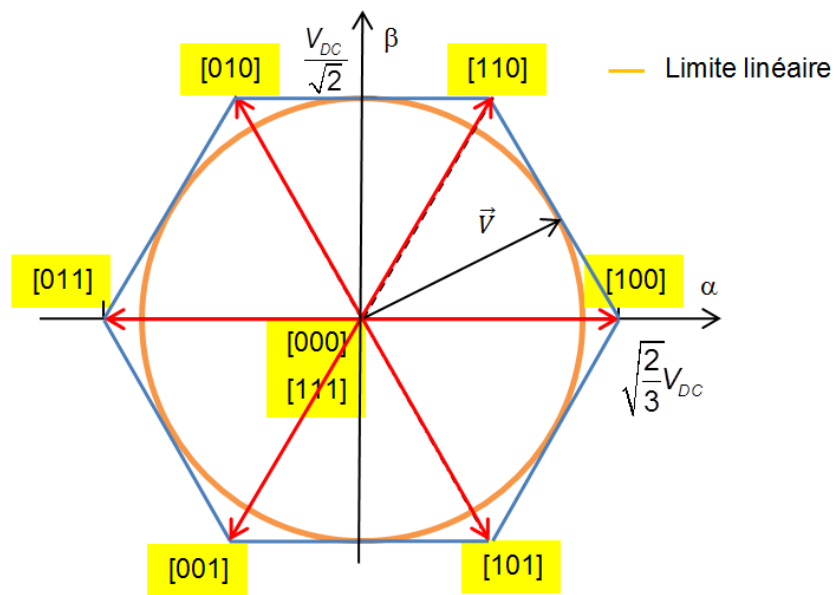


Figure 1 – Diagramme des phaseurs spatiaux dans le repère (α, β)