

Ce sujet porte sur divers aspects d'un appareil médical destiné à relever les électrocardiogrammes (ECG) de patients lors d'examens médicaux. Dans ce but, on prélève la tension générée par le corps humain lors des battements cardiaques par l'intermédiaire d'électrodes fixées sur chacun des deux poignets ( $V_R$  et  $V_L$ ) du patient. Une 3<sup>ème</sup> électrode ( $V_f$ ) dont l'utilité sera précisée ultérieurement est reliée à l'une des chevilles (voir figure 1a).

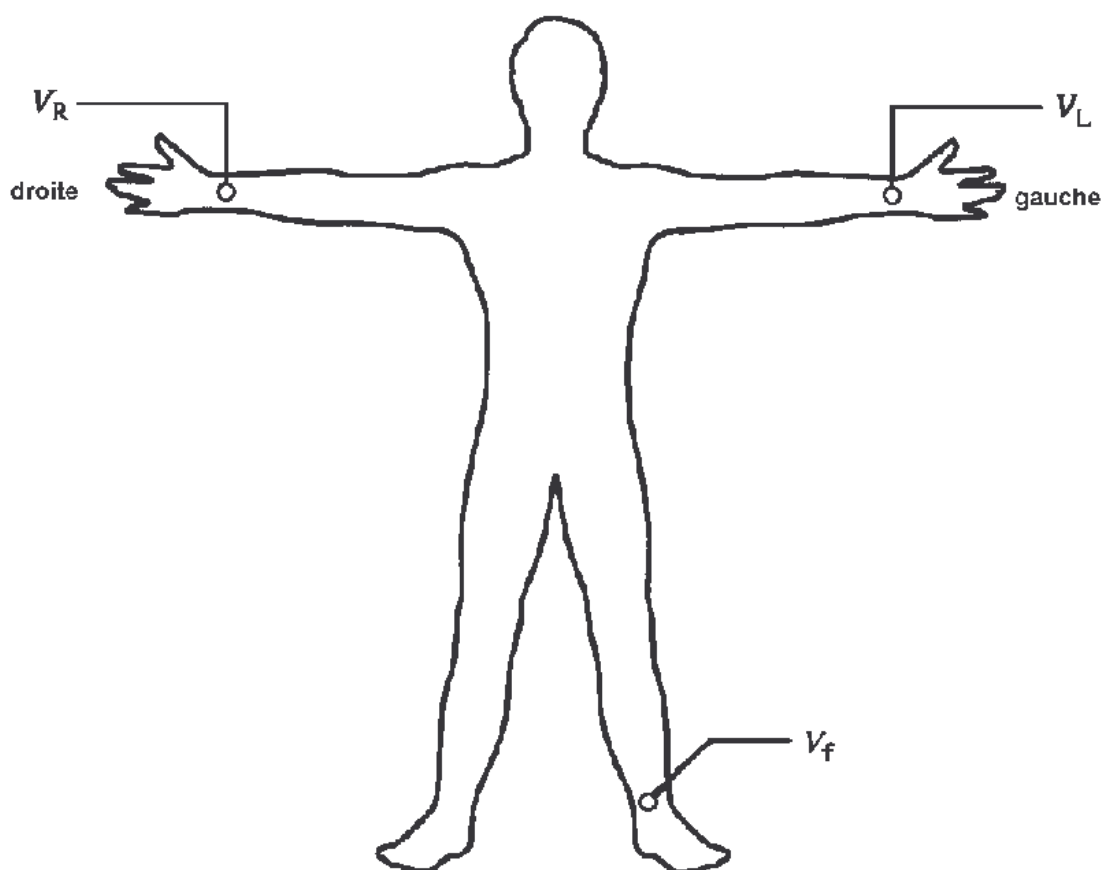


Figure 1a

Les différentes tensions prélevées sont relativement faibles (de l'ordre du mV) et sont souvent bruitées (par exemple par le rayonnement des câbles d'alimentation du secteur) où perturbées par des fém (forces électromotrices) de contact entre les électrodes et la peau que l'on peut réduire en enduisant la peau d'un gel conducteur approprié. L'utilité de la 3<sup>ème</sup> électrode ( $V_f$ ) est examinée dans le paragraphe B4.

Il est tout d'abord nécessaire d'amplifier ces tensions en réduisant le bruit qui les accompagne, c'est le rôle de l'amplificateur différentiel qui sera étudié en partie B3.

Pour des raisons de sécurité évidentes, il est indispensable d'isoler le patient de la partie traitement électronique du système ; cette fonction est assurée par un amplificateur d'isolement ou optocoupleur qui sera vu dans la partie C.

On examine les propriétés spectrales et fréquentielles des signaux traités (partie A) puis on étudie les caractéristiques générales d'un montage amplificateur différentiel en partie B2 avec son filtre d'entrée (partie B1) ainsi qu'une structure de calibrage dite « d'auto-zéro » sous forme d'un amplificateur bouclé (partie B5).

Ce modèle est également muni d'un détecteur automatique de pics (ou valeur crête) non étudié ici et possède un filtre numérique qui sera décrit succinctement en partie D.

Les 4 parties (A,B,C,D) ainsi que les paragraphes (A1, A2, B1, B2, B3, B4, B5) de ce problème sont largement indépendantes.

On présente l'ensemble du système étudié par son schéma-bloc sur la figure 1b, où  $K$  et  $K_1$  désignent des coefficients d'amplifications.

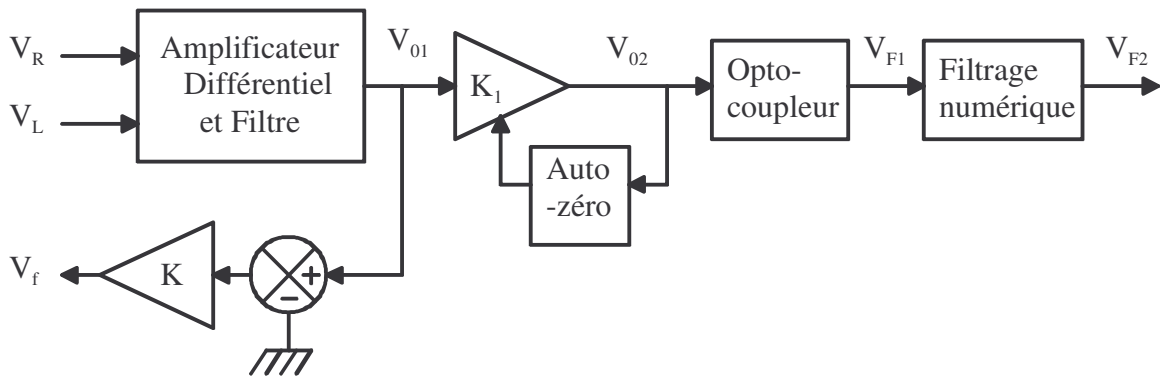


Figure 1b

## A) Propriétés du signal ECG

On a reproduit sur la figure 2 un relevé réel d'une période d'un signal ECG (graduation verticale en mV et horizontale en ms, les lettres P, Q, R, S, T désignent des instants particuliers utiles aux médecins). Pour étudier ses principales propriétés et dans un souci de simplification, on convient de remplacer le signal ECG réel par le signal noté  $s_1(t)$  représenté sur la figure 3.

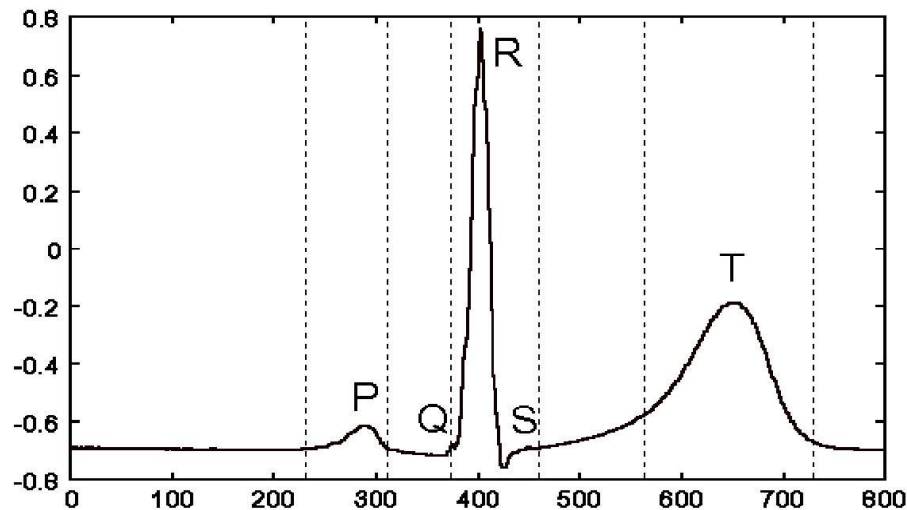


Figure 2

Le signal  $s_1(t)$  est formé d'impulsions rectangulaires d'amplitude  $E$  de durée  $\tau$  et de période  $T_0$  centré sur l'origine. On appellera :  $a = \tau/T_0$ , le rapport cyclique du signal.

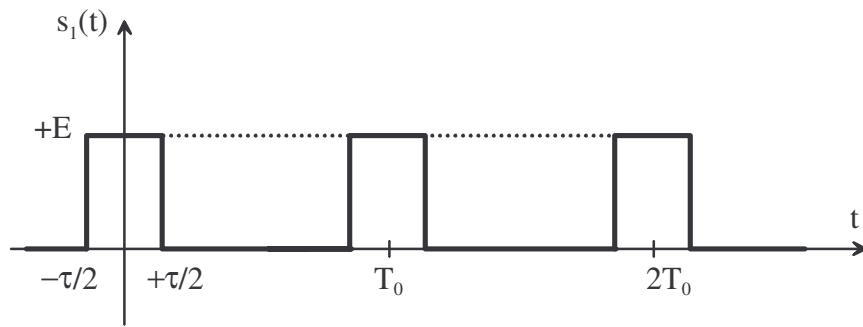


Figure 3

### A1) Paramètres temporels

- A1.a) Quelle est la valeur moyenne notée  $S_{IMOY}$  du signal  $s_1(t)$  en fonction de E et a ?
- A1.b) Effectuer l'application numérique pour  $E = 1$  mV et  $a = 0,1$  .
- A1.c) L'étage d'entrée de l'appareil est destiné à amplifier le signal  $s_1(t)$  sans aucune autre modification, cet étage doit-il laisser passer le continu ? Justifier votre réponse.
- A1.d) Rappeler la définition de la valeur efficace d'un signal périodique puis exprimer la valeur efficace ( notée  $S_{IEFF}$  ) du signal  $s_1(t)$  en fonction de E et a .
- A1.e) Calculer la valeur numérique de  $S_{IEFF}$  pour les mêmes valeurs de E et a .

### A2) Paramètres fréquenciel

On rappelle que d'après le théorème de Fourier, le signal  $s_1(t)$  peut se décomposer en la somme de sa valeur moyenne et de fonctions  $\cos(k\omega_0 t)$  et  $\sin(k\omega_0 t)$  ayant respectivement comme amplitude les coefficients  $a_k$  et  $b_k$  où  $\omega_0$  est la pulsation fondamentale ou harmonique d'ordre 1 et  $k\omega_0$ , l'harmonique d'ordre k ; cela pour k entier naturel quelconque  $\geq 1$ .

$$s_1(t) = S_{IMOY} + \sum_{k=1}^{+\infty} a_k \cos(k\omega_0 t) + \sum_{k=1}^{+\infty} b_k \sin(k\omega_0 t)$$

On rappelle que :

$$a_k = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{+T_0/2} s(t) \times \cos(k\omega_0 t) \times dt \quad \text{et} \quad b_k = \frac{2}{T_0} \int_{-T_0/2}^{+T_0/2} s(t) \times \sin(k\omega_0 t) \times dt$$

avec  $\omega_0 = 2\pi/T_0 = 2\pi f_0$  ;  $f_0$  étant la fréquence dite fondamentale .

A2.a) Expliquer pourquoi :

- tous les coefficients  $b_k$  sont nuls
- $a_k = \frac{2E}{k\pi} \sin(k\pi a)$
- parmi ces termes  $a_k$  certains sont nuls, lesquels ?

On donne les valeurs numériques :  $E = 1$  mV ,  $T_0 = 1$  s et  $a = 0,1$  .

A2.b) Calculer la valeur numérique des 5 premiers termes non nuls et comparer au spectre ci-dessous donné par un logiciel de simulation numérique (qui ne fait pas apparaître la valeur moyenne) sur la

figure 4 (on ne prendra en compte que les amplitudes des raies significatives, c'est à dire celles qui sont supérieures à  $20 \mu\text{V}$  environ).

A2.c) Est-ce que les termes  $a_k$  nuls sont bien ceux qui étaient prévus ?

Echelle verticale d'amplitude graduée en  $\mu\text{V}$ , horizontale en  $\text{Hz}$ .

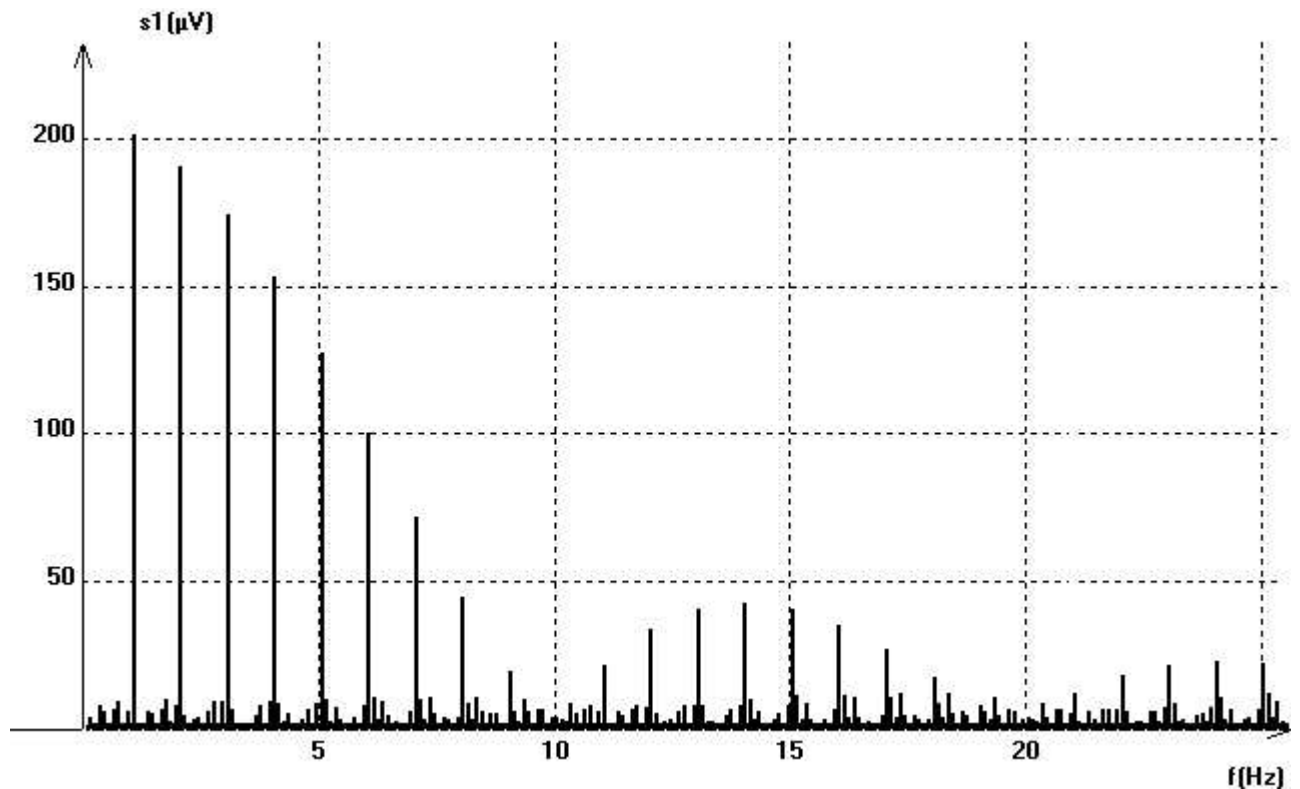


Figure 4

A2.d) On veut amplifier ce signal en le déformant le moins possible, donc on souhaite conserver le maximum de termes de la décomposition. On convient d'éliminer tous les termes qui seraient inférieurs à 1% de l'amplitude du fondamental (terme pour lequel  $k = 1$ ). Expliquer pourquoi cette condition nous impose de conserver tous les termes jusqu'à l'ordre  $k = 100$ .

A2.e) Le rythme cardiaque humain est habituellement compris entre 40 et 220 battements à la minute. En déduire les deux valeurs extrêmes de la fréquence fondamentale  $f_0$  d'un signal ECG enregistré sur un patient.

A2.f) Quelle doit être la bande passante nécessaire de l'amplificateur chargé de traiter de tels signaux si l'on respecte la condition citée dans la question A.2.d ?

## B) Amplificateur

### B1) Filtre d'entrée

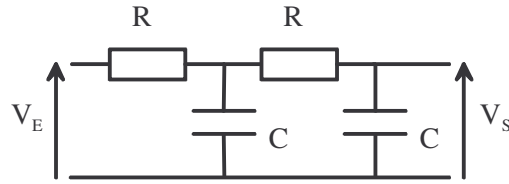


Figure 5

B1.a) Le filtre d'entrée de l'amplificateur est conforme à la figure 5 ci-dessus. Calculer sa transmittance complexe en tension à vide et la mettre sous la forme :

$$\underline{T}(j\omega) = \frac{V_S}{V_E} = \frac{A_1}{1 + 2m_1 \frac{j\omega}{\omega_1} + \left(\frac{j\omega}{\omega_1}\right)^2}$$

Quelles sont les valeurs numériques de  $A_1$  et  $m_1$  ? Exprimer  $\omega_1$  en fonction de  $R$  et  $C$ .  
Quel est l'ordre de ce filtre ?

B1.b) On prendra comme valeurs numériques :  $A_1 = 1$  ,  $m_1 = 1,5$  et  $f_1 = \frac{\omega_1}{2\pi} = 3,4$  kHz .

Les valeurs des composants sont :  $R = 4,7$  k $\Omega$  et  $C = 10$  nF. Sont-ils en conformité avec la valeur numérique précédente de  $f_1$  ?

B1.c) Vérifier à l'aide du document-réponse N°1 fourni où l'on a représenté quelques points du gain (en dB) de ce filtre en fonction de la fréquence si les valeurs numériques de  $A_1$  ,  $m_1$  et  $f_1$  et si son ordre sont conformes à ce qu'on attend.

Sur ce document tracer les asymptotes, faire apparaître précisément la valeur mesurée de  $f_1$  en expliquant très clairement votre méthode ainsi que votre démarche pour trouver  $m_1$  .

B1.d) Utiliser le document réponse N°2 où figurent quelques points de l'argument de ce même filtre pour retrouver  $f_1$  et  $m_1$  par une nouvelle démarche que l'on expliquera et comparer ces résultats aux valeurs précédentes.

B1.e) Ce filtre satisfait-il aux exigences imposées dans la partie précédente ? Quelle est sa fréquence de coupure à  $-3$  dB ? Est-elle égale à  $f_1$  ? Pour quelle raison ?

## B2) Amplificateur différentiel

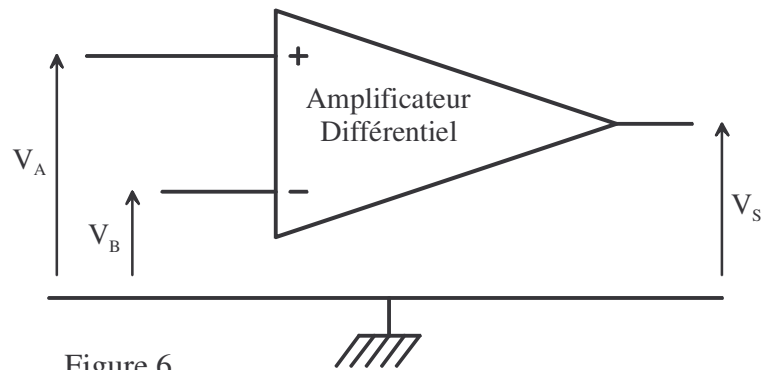


Figure 6

B2.a) On rappelle que pour un amplificateur différentiel (noté A.D.) tel que celui représenté sur la figure 6 ci-dessus, la tension de sortie s'exprime suivant la relation :  $V_S = A_D \times U_D + A_C \times U_C$  où :

- $A_D$  est l'amplification en mode différentiel ,
- $A_C$  est l'amplification en mode commun ,
- $U_D = V_A - V_B$  est la tension de mode différentiel ,
- $U_C = \frac{V_A + V_B}{2}$  est la tension de mode commun .

Le taux de réjection de mode commune (TRMC) de cet A.D. est défini par :  $TRMC = 20 \log \frac{A_D}{A_C}$ .

On sait que pour l'A.D. utilisé, la valeur de  $A_D = 500$  et que le  $TRMC = 120$  dB, en déduire la valeur de  $A_C$ .

B2.b) On choisit comme exemple les valeurs :  $V_A = 16,02$  mV et  $V_B = 15,98$  mV, calculer la valeur de  $V_S$ . Si on suppose que dans le cas idéal  $V_S$  ne dépend que de  $U_D$ , quelle est l'erreur relative introduite par la tension de mode commun ?

B2.c) Si la qualité de l'amplificateur était réduite de sorte que le  $TRMC = 60$  dB, calculer la nouvelle erreur relative introduite par la tension de mode commun. En déduire pourquoi il est important d'avoir une valeur du TRMC la plus élevée possible.

B2.d) Citer quelques causes d'apparition de tensions de mode commun  $U_C$  lors d'un relevé d'ECG.

B2.e) Pouvez-vous donner l'ordre de grandeur du TRMC d'un A.D. que vous avez déjà utilisé ?

**B3) Montage amplificateur d'instrumentation**

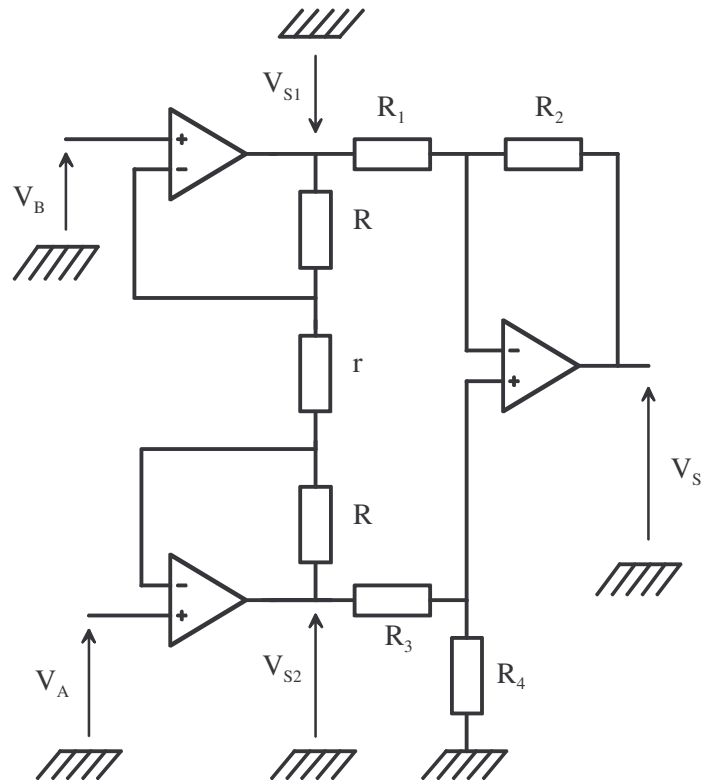


Figure 7

B3.a) Le montage utilisé est celui de la figure 7 et on suppose tous les amplificateurs opérationnels idéaux. Déterminer d'abord l'expression de  $V_S$  en fonction de  $V_{S1}$  et  $V_{S2}$  en supposant pour simplifier que :  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R$ .

B3.b) Exprimer ensuite  $V_{S1} - V_{S2}$  en fonction de  $V_A - V_B$  et en déduire que :

$$V_S = \left(1 + \frac{2R}{r}\right) \times (V_A - V_B)$$

B3.c) Quelle est alors l'expression de  $A_C$  et de  $A_D$  pour ce montage ? En déduire que le TRMC est dans ce cas infini.

B3.d) Les valeurs des composants du montage sont :  $R = 100 \text{ k}\Omega$  et  $r = 470 \Omega$ , en déduire la valeur numérique de  $A_D$ .

B3.e) Existe-t-il des A.D. réels avec un TRMC infini ? Expliquer pourquoi en raisonnant par exemple sur la figure 7.

B3.f) Une mesure sur le montage a permis de trouver la relation expérimentale suivante :  $V_S = 426,6 \times V_A - 426,5 \times V_B$ , que vaut le TRMC ?

### B4) Contre-réaction par la 3<sup>ème</sup> électrode

Dans la plupart des appareils ECG, la 3<sup>ème</sup> électrode est branchée sur l'une des chevilles comme cela est expliqué dans l'introduction.

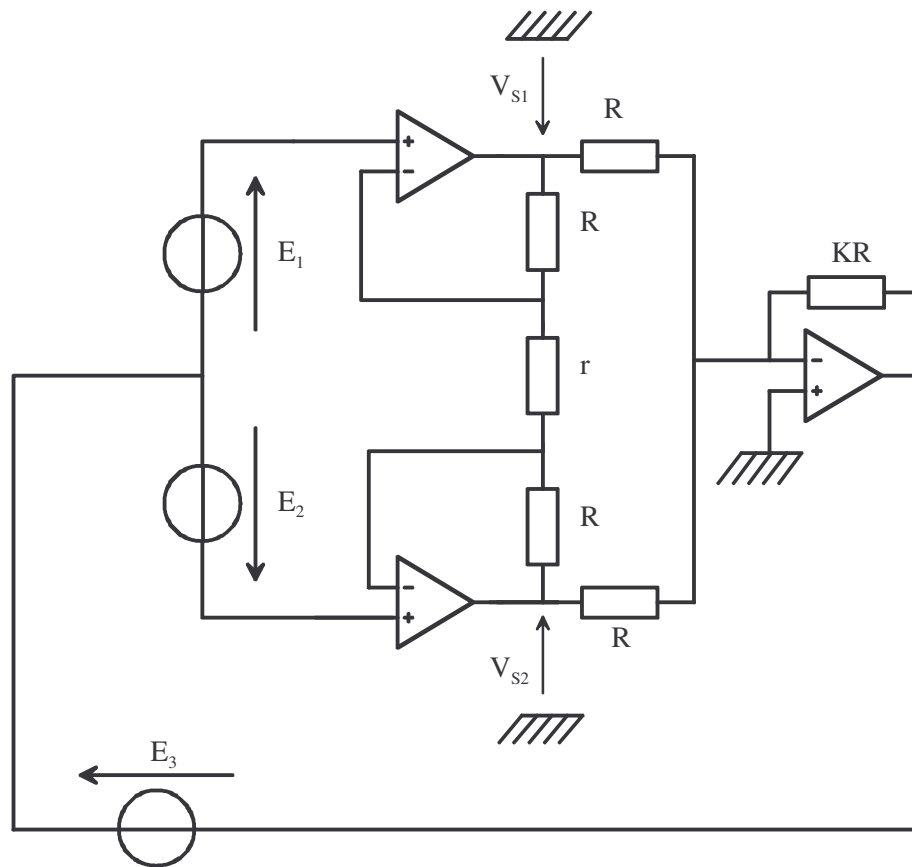


Figure 8

Le principe du montage est donné figure 8 ci-dessus. On utilise la tension moyenne  $\frac{V_{S1} + V_{S2}}{2}$  comme référence dans les étages suivants et celle-ci ne doit pas être trop élevée pour éviter de saturer les amplificateurs.

Les 3 tensions  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  sont celles qui sont générées par le contact électrode-peau et sont la somme de deux termes : l'un étant la tension utile de l'ECG (de l'ordre du mV) et l'autre une fém de contact « parasite » inconnue constante ou très lentement variable (d'ordre de grandeur : 10 mV).

Si l'on se reporte à la figure 1a, on aurait par exemple :  $E_1 = V_D$  ;  $E_2 = V_R$  ;  $E_3 = V_f$ .

B4.a) Exprimer  $\frac{V_{S1} + V_{S2}}{2}$  uniquement en fonction de  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $E_3$  et de  $K$ .

B4.b) En déduire que plus  $K$  est élevé, plus l'influence des fém de contact « parasites » sera réduit.



### B5) Calibration automatique du zéro

Note d'introduction : à la tension de valeur instantanée notée  $v(t)$ , on associe sa transformée de Laplace notée  $V(p)$ .

Une autre fonctionnalité de l'appareil est l'auto-zéro automatique afin que la courbe d'ECG soit toujours centrée sur l'écran d'observation.

B5.a) On utilise pour cela le montage figure 9 ci-dessous, calculer sa transmittance opérationnelle

$$\frac{V_2(p)}{V_1(p)} \text{ et la mettre sous la forme : } \frac{V_2(p)}{V_1(p)} = \frac{\omega_0}{p}, \text{ avec } \omega_0 = \frac{1}{RC}$$

Quelle est le nom habituel donné à cette transmittance ?

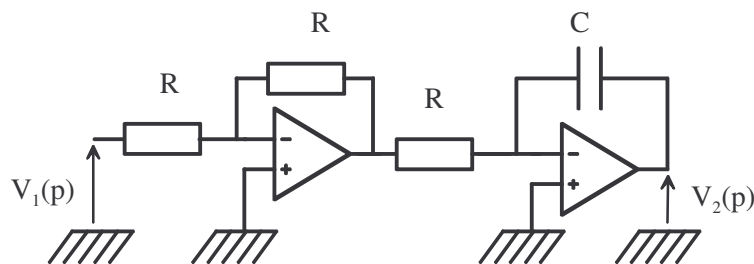


Figure 9

B5.b) Ce montage est utilisé en contre-réaction dans la figure 10,  $K_1$  étant l'amplification de la chaîne directe. Expliquer pourquoi ce système bouclé est toujours stable (on pourra utiliser toute méthode qui conduit au résultat, par exemple en traçant l'allure du diagramme de Nyquist du gain de boucle ouverte et appliquer le critère du revers). Quelle est sa marge de phase ?

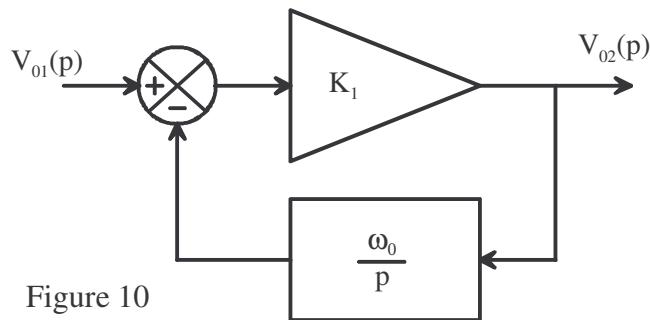


Figure 10

B5.c) On suppose que  $v_{01}(t)$  est un échelon de tension  $E$ , que vaut  $v_{02}(t)$  ? Quelle est la constante de temps de ce montage en fonction de  $K_1$  et  $\omega_0$  ?

On donne quelques transformées de Laplace utiles en fin de paragraphe.

B5.d) La tension  $v_{01}(t)$  est maintenant la superposition d'un signal utile du type  $A \cos(\omega t)$  avec  $\omega \gg K_1 \omega_0$  et d'une perturbation constante  $E$  apparaissant à l'instant  $t = 0$  (geste du patient qui modifie la fém de contact par exemple).

Calculer puis tracer l'allure de  $v_{02}(t)$  et en déduire l'intérêt de ce montage en prenant par exemple :  $A = 1 \text{ V}$  et  $E = 5 \text{ V}$ . Il existe la possibilité de faire varier  $\omega_0$ , quelle peut être son utilité ?

## Quelques transformées de Laplace utiles

$f(t)$ pour $t > 0$	$F(p)$
1	$\frac{1}{p}$
$e^{-t/\tau}$	$\frac{1}{p + 1/\tau}$
$1 - e^{-t/\tau}$	$\frac{1}{p(1 + \tau p)}$

### C) Optocoupleur (amplificateur d'isolement)

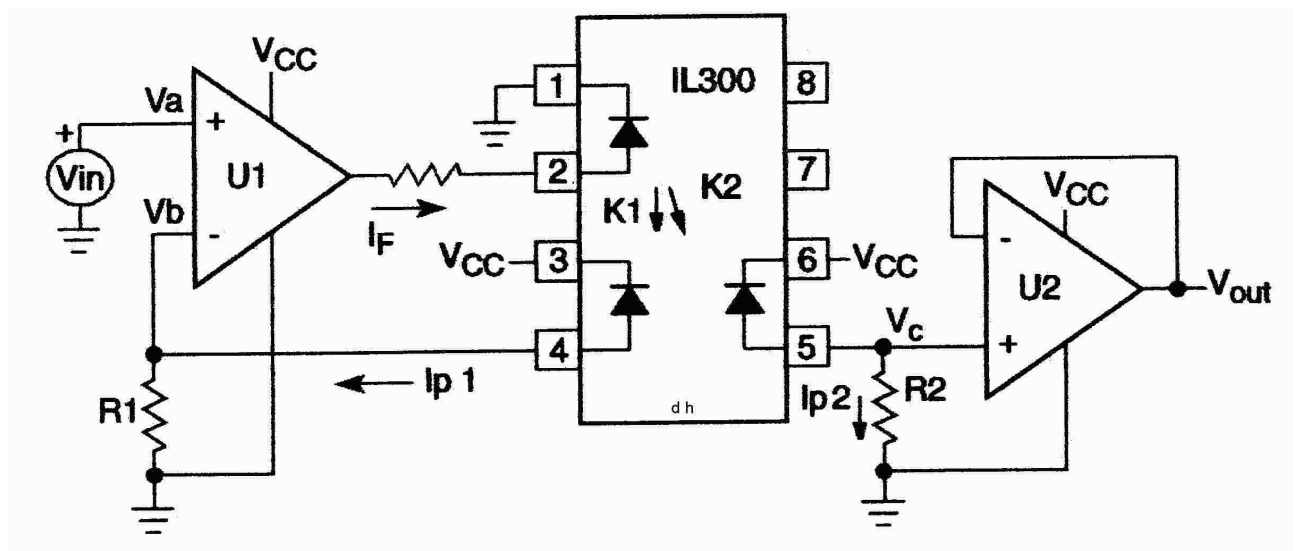


Figure 11

- C.1) On utilise le montage figure 11 ci-dessus qui est extraite d'une note d'application de la société « Infineon Technologies » mettant en œuvre un opto-coupleur de référence IL 300. Il utilise une LED ( Light Emitting Diode ) d'émission et deux photodiodes appariées en réception. Expliquer pourquoi la LED d'émission est branchée en direct alors que les photodiodes de réception sont en inverse.
- C.2) La LED d'émission est composée d'AsGa (arséniure de gallium, colonne III et V du tableau périodique), ce matériau est semi-conducteur comme le silicium (Si , colonne IV), quelle en est la raison ?
- C.3) Lorsqu'un électron de la LED émet un rayonnement, il passe d'un niveau d'énergie supérieur à un autre inférieur dont la différence vaut  $E_G$  . Cette énergie  $E_G$  est convertie en un photon (particule élémentaire d'énergie lumineuse) de fréquence  $f$  .  
On rappelle que  $E_G$  et  $f$  vérifient la relation  $E_G = hf$  , où  $h$  est une constante dite constante de Planck de valeur numérique  $h = 6,62 \cdot 10^{-34}$  J.s .  
Rappeler la relation liant  $f$ ,  $c$  (vitesse de la lumière dans le vide) et  $\lambda$  (longueur d'onde du rayonnement émis).

En déduire que l'on peut écrire :  $\lambda = 1,24/E_G$  ( $\lambda$  exprimé en  $\mu\text{m}$  et  $E_G$  en eV,  $1\text{eV} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$ )

C.4) Dans quel domaine de radiations (infra-rouge, visible, ultra-violet) se situe la lumière émise par la LED AsGa sachant que  $E_G = 1,43 \text{ eV}$  ? Justifier votre réponse sachant que le spectre visible se situe entre 400 et 800 nm .

C.5) On appelle facteurs de transmission lumineux les coefficients  $K_1 = I_{P1}/I_F$  et  $K_2 = I_{P2}/I_F$  et on définit le rapport :  $K_3 = K_2/K_1$  .

Montrer que  $\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}} = K_3 \frac{R_2}{R_1}$  .

C.6) Quel intérêt présente le fait que l'amplification  $\frac{V_{\text{out}}}{V_{\text{in}}}$  soit indépendante du courant  $I_F$  de la LED

d'émission ? Serait-ce aussi le cas pour un opto-coupleur classique avec une LED d'émission et une photodiode (ou phototransistor) unique de réception ?

## D) Traitement numérique

### Relations utiles :

$$1) \cos(p) - \cos(q) = -2 \sin\left(\frac{p+q}{2}\right) \times \sin\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

2) Si  $X(Z)$  est la transformée en  $Z$  de  $x(n)$  , alors la séquence retardée  $x(n-1)$  a comme transformée :  $Z^{-1}X(Z)$

Un traitement numérique simple est réalisé dans le but de détecter automatiquement la pente maximale des signaux d'ECG afin de commander l'entrée du fréquencesmètre destiné à la mesure automatique du rythme cardiaque.

D.1) Pour quelle raison cette méthode est-elle préférable à la simple détection de crête ?

D.2) On choisit comme fréquence d'échantillonnage  $F_E = 5 \text{ kHz}$ , justifier cette valeur.  
On note  $T_E = 1/F_E$ , la période d'échantillonnage.

D.3) Rappeler la définition et l'intérêt du filtre anti-repliement placé avant tout échantillonneur.

D.4) Les signaux analogiques avant échantillonnage sont notés  $x(t)$  , après leur numérisation, ils deviennent une séquence de nombre  $x(n)$  avec  $x(n) = x(nT_E)$ . Pour détecter le maximum de la dérivée, on calcule les échantillons de sortie  $y(n)$  en utilisant l'algorithme :  $y(n) = \frac{x(n) - x(n-1)}{T_E}$  .

Expliquer pourquoi  $y(n)$  constitue une image approximative de la dérivée.

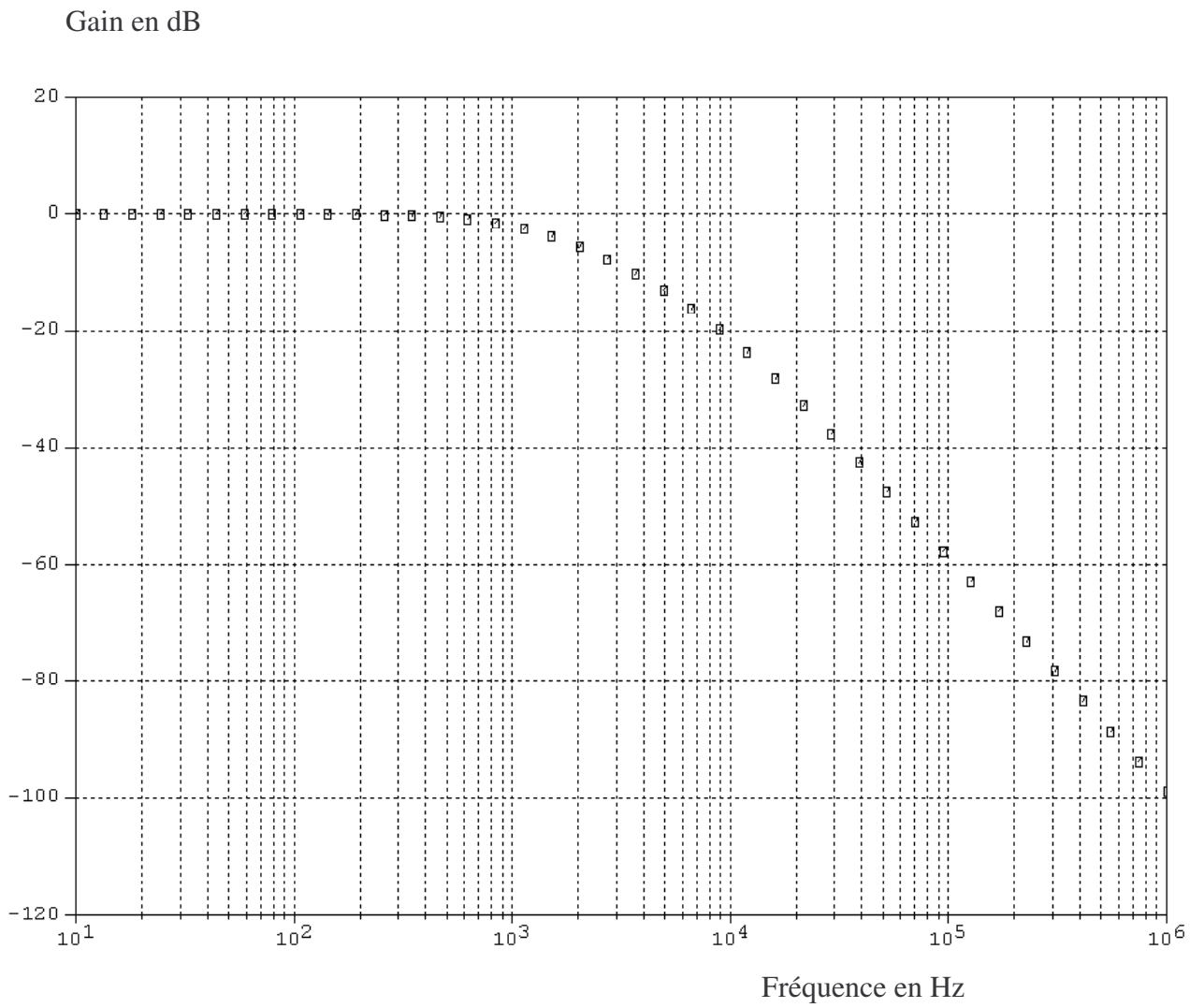
D.5) Le filtre ayant comme entrée  $x(n)$  et comme sortie  $y(n)$  est-il récursif ou non récursif ? Justifier votre réponse.

D.6) Quelle est sa fonction de transfert en  $Z$  :  $T(Z) = Y(Z)/X(Z)$  ?

D.7) Si  $x(t) = A \cos(\omega t)$  , que devient l'expression de  $x(n)$  puis celle de  $y(n)$  ?

D.8) Comment se simplifie  $y(n)$  si  $\omega \ll 1/T_E$  , montrer qu'alors en envoyant  $y(n)$  dans un CNA , on obtient à sa sortie une tension  $y(t) \approx \frac{dx(t)}{dt}$  .

# Document réponse N°1 à rendre avec la copie



Document réponse N°2 à rendre avec la copie

Argument en degrés

