

Corrigé épreuve modélisation d'un système, d'un procédé ou d'une organisation

Partie I. Caméra et Acquisition du signal vidéo (Q1 à Q12)

Q1– fréquence du signal d'horloge $f = 640 \cdot 480 \cdot 24 = 7.3728$ MHz

Q2 – bloc traitement vidéo

Q3 – code C++ correspondant à la méthode **extract_CCD_img()**: voir dans le document réponse **DR1**

```
Bool C_CCD ::extract_CCD_img(void)
{
int x,y ;

for (x=0 ;x<640 ; x++)
    {
        for (y=0 ; y<480 ; y++)
            {
                WaitTic() ;
                img_in[X][Y]=PixCAN ;
            };
    };
return TRUE ;
}
```

Q4 –

+ : attribut public

- : attribut privé

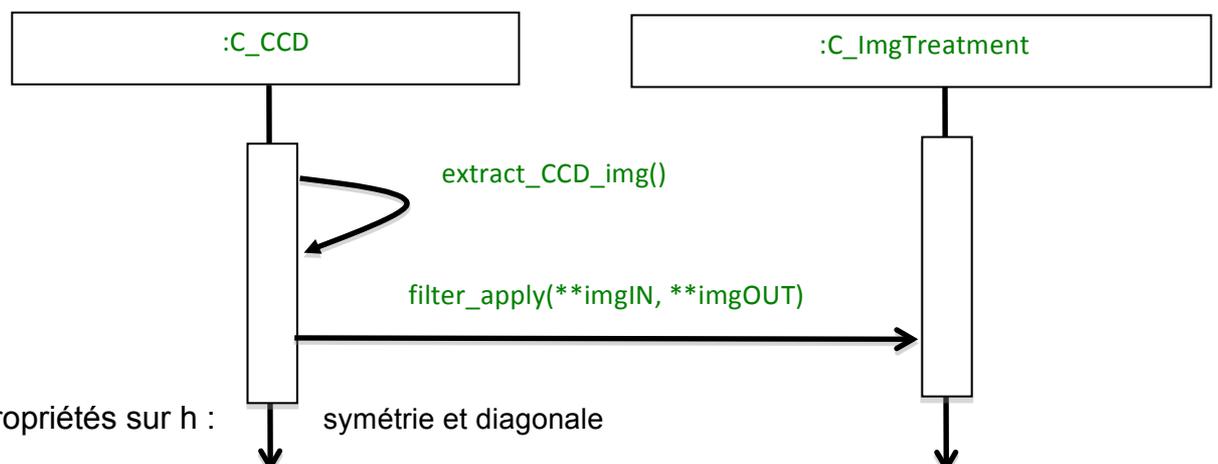
La flèche avec cette base représente une relation de composition entre les deux classes.

Q5 – Le type byte désigne une variable codée sur 1 octet (8bits) ce qui correspond à la taille mémoire nécessaire au stockage de la valeur de luminance d'un pixel.

Quantum= $1/2^8 - 1 = 1/(255) = 3.9\text{mV}$; même fréquence $f = 640 \cdot 480 \cdot 24 = 7.3728$ MHz

Convertisseur de type flash par exemple.

Q6 – diagramme de séquence UML associé :



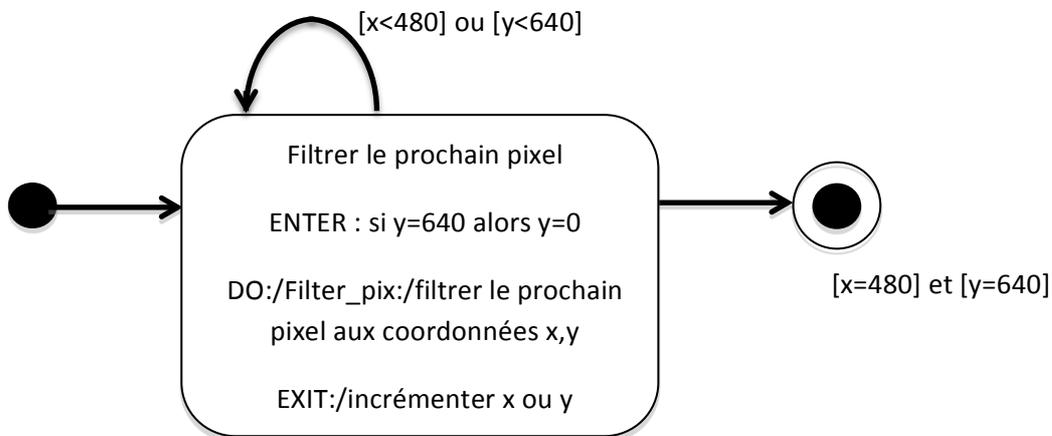
Q7 – propriétés sur h : symétrie et diagonale

Q8 – pseudo-code de cette méthode **filter_pix(**imgIN, int x,y) :**

filter_pix(imgIN, int x,y)**

- Float temp=0
- Pour xp variant de 0 à 4 par pas de 1 faire
- Début pour xp
 - Pour yp variant de 0 à 4 par pas de 1 faire
 - Début pour yp
 - Si ((x+xp-2)>0 ou (y+yp-2) > 0 ou (x+xp-2)<639 ou (y+yp-2)<479) alors
 - Début Alors
 - Temp=temp+1/159* filter_matrix[xp][yp]*imgIN[x+xp-2][y+yp-2]
 - Fin Alors
 - Fin pour yp
- Fin pour xp
- Retourne la valeur transtypée en type byte de temp

Q9 – diagramme d'état-transition:



Q10 – pseudo-code:

void filter_apply(byte **imgIN, byte **imgOUT)

int x=0,y=0

- Pour xp variant de 0 à 479 par pas de 1 faire
- Début pour xp
 - Pour yp variant de 0 à 639 par pas de 1 faire
 - Début pour yp
 - **imgOUT[xp][yp]= filter_pix(**imgIN, xp,yp)**
 - Fin pour yp
- Fin pour xp
- Retourne la valeur transtypée en type byte de temp

Q11 – détail du bloc **CAN** :



Contraintes +8 bits +entrée 1V +fréquence de travail $f=24*640*480$
Opérations +Convertir un pixel sur 8 bits +Envoyer un signal de fin de conversion

Q12 –

résolution en mégapixels du capteur de cette caméra : 646 x 485

termes :

« horizontal frequency », balayage horizontal

« vertical frequency », balayage vertical

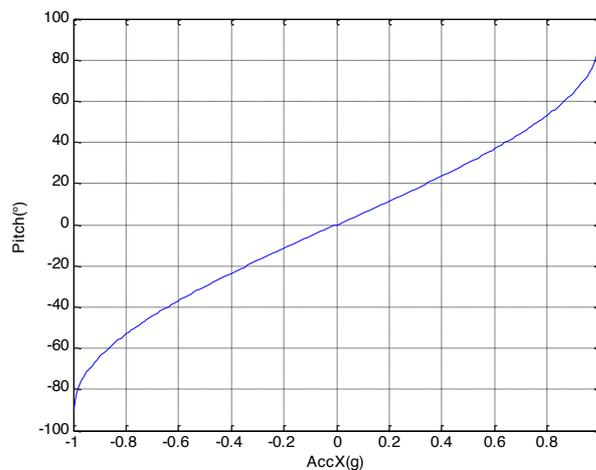
« minimum illumination », éclairage minimal (0.5 lux) lié à la sensibilité de la caméra

« S/N ratio », rapport signal à bruit

Q13 – tableau du document réponse DR2 :

Ligne	Position	Accélération sur X_C	Accélération sur Y_C	Accélération sur Z_C
1		-1g <input type="checkbox"/> 0g <input checked="" type="checkbox"/> x +1g <input type="checkbox"/>	-1g <input type="checkbox"/> 0g <input type="checkbox"/> +1g <input checked="" type="checkbox"/> x	-1g <input type="checkbox"/> 0g <input checked="" type="checkbox"/> x +1g <input type="checkbox"/>
2		-1g <input type="checkbox"/> 0g <input type="checkbox"/> +1g <input type="checkbox"/>	-1g <input type="checkbox"/> 0g <input type="checkbox"/> +1g <input type="checkbox"/>	-1g <input type="checkbox"/> 0g <input type="checkbox"/> +1g <input type="checkbox"/>
3		-1g <input type="checkbox"/> 0g <input type="checkbox"/> +1g <input type="checkbox"/>	-1g <input type="checkbox"/> 0g <input type="checkbox"/> +1g <input type="checkbox"/>	-1g <input type="checkbox"/> 0g <input type="checkbox"/> +1g <input type="checkbox"/>
4		-1g <input type="checkbox"/> 0g <input type="checkbox"/> +1g <input type="checkbox"/>	-1g <input type="checkbox"/> 0g <input type="checkbox"/> +1g <input type="checkbox"/>	-1g <input type="checkbox"/> 0g <input type="checkbox"/> +1g <input type="checkbox"/>
5		-1g <input type="checkbox"/> 0g <input type="checkbox"/> +1g <input type="checkbox"/>	-1g <input type="checkbox"/> 0g <input type="checkbox"/> +1g <input type="checkbox"/>	-1g <input type="checkbox"/> 0g <input type="checkbox"/> +1g <input type="checkbox"/>
6		-1g <input type="checkbox"/> 0g <input type="checkbox"/> +1g <input type="checkbox"/>	-1g <input type="checkbox"/> 0g <input type="checkbox"/> +1g <input type="checkbox"/>	-1g <input type="checkbox"/> 0g <input type="checkbox"/> +1g <input type="checkbox"/>

Q14 – pitch = arcsin(Ax) par projection des vecteurs (document réponse DR2)



Q15 – Etendue +ou - 90° car la fonction est périodique ; suffisante car l'inclinaison classique de la tête ne dépassera pas cette gamme.

Q16 –

$$\text{sensibilité} = \frac{d\text{Arcsin}(\text{Accx})}{d\text{Accx}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \text{Accx}^2}}$$

Q17 – Sensibilité non linéaire et même nulle autour de +/-90° (mais pas critique pour l'application)

Incertitude sur la mesure : les valeurs obtenues sont indéterminées à $\pi - \alpha$ près.

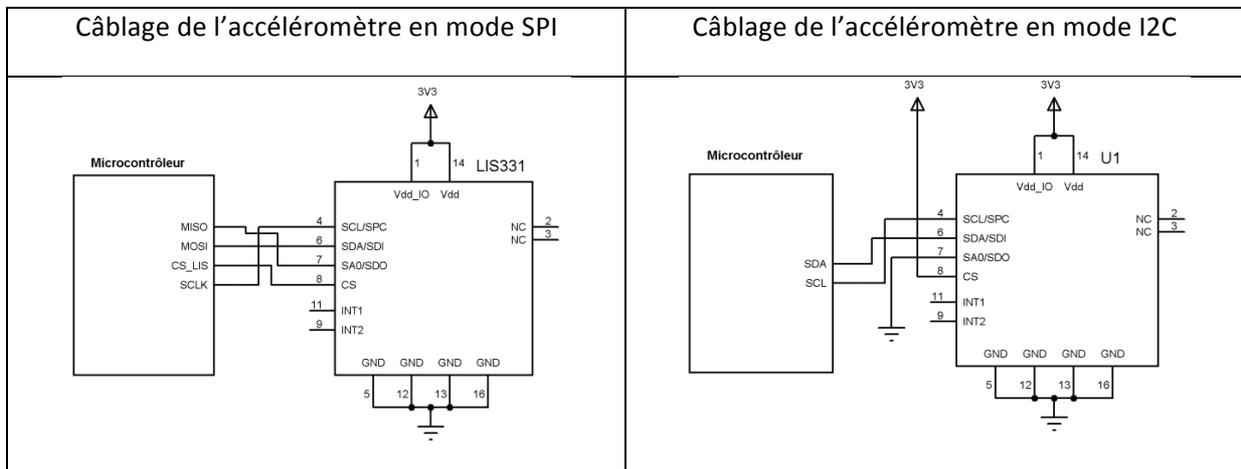
Une mesure de pitch à 30° donne le même résultat qu'à 150°

Q18 – document réponse **DR3**:

Valeurs d'accélération sur axe XC	Valeur de FS1..0	OUT_X_H (hexa)	OUT_X_L (hexa)
0g	00	00	00
350mg	00	01	5E
1g	00	03	E8
-350mg	00	FE	A2
-1g	11	F0	00

Q19 – document réponse **DR4** le schéma d'interconnexion en mode SPI

Q20 – document réponse **DR4** le schéma d'interconnexion en mode I2C



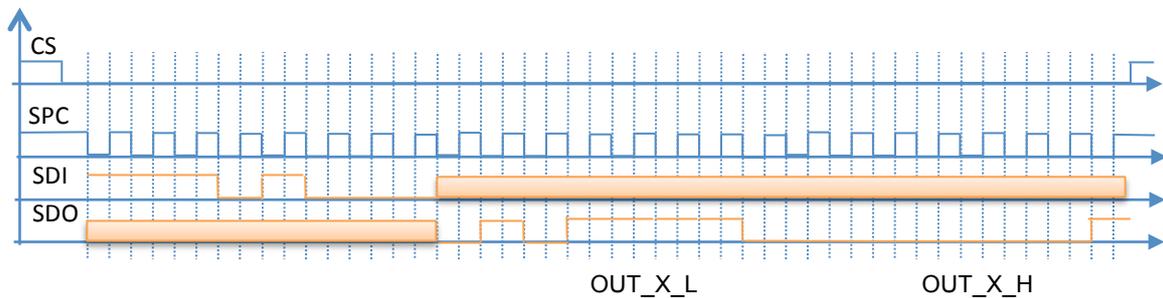
Q21. Sélection du circuit par un signal Chip select sur bus SPI : le circuit sélectionné est connecté au bus, les autres restent en haute impédance

Sélection du circuit par l'émission d'une adresse sur bus I2C : chaque circuit dispose d'une adresse interne + plusieurs broches permettant de compléter cette adresse. Le circuit reste connecté au bus lorsque son adresse interne + externe correspond à celle émise sur le bus par le maître.

Q22.

Vu en Q18 que pour 350mg :

OUT_X_H (hexa)	OUT_X_L (hexa)
01	5E



Q23 – Sensibilité & désalignement = matrice [A11 .. A33]

Décalage = matrice [A10, A20, A30]

Q24 –

$$\begin{bmatrix} Ax_{reelle} & Ay_{reelle} & Az_{reelle} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Ax_m & Ay_m & Az_m & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Acc_{11} & Acc_{21} & Acc_{31} \\ Acc_{12} & Acc_{22} & Acc_{32} \\ Acc_{13} & Acc_{23} & Acc_{33} \\ Acc_{10} & Acc_{20} & Acc_{30} \end{bmatrix}$$

donc

$$X = \begin{bmatrix} Acc_{11} & Acc_{21} & Acc_{31} \\ Acc_{12} & Acc_{22} & Acc_{32} \\ Acc_{13} & Acc_{23} & Acc_{33} \\ Acc_{10} & Acc_{20} & Acc_{30} \end{bmatrix}$$

Q25 – D'après la Table3 de la documentation technique, FS=00 donc sensibilité de 1mg/digit + pas d'erreur d'alignement, ni de décalage par rapport au niveau 0g

Donc :

$$X = \begin{bmatrix} 0,001 & 0 & 0 \\ 0 & 0,001 & 0 \\ 0 & 0 & 0,001 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\text{Q26} - \begin{bmatrix} Ax_{reelle} & Ay_{reelle} & Az_{reelle} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 230 & 400 & 50 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0.001 & 0 & -0.0001 \\ 0 & 0.001 & 0 \\ 0 & 0 & 0.001 \\ -0.0299 & -0.028 & -0.0086 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} Ax_{reelle} & Ay_{reelle} & Az_{reelle} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.2001 & 0.372 & 0.0184 \end{bmatrix} g$$

Partie III. Liaison Lunettes/ Implant (Q27 à Q46)

Q27 –

$$e_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} \quad \text{et} \quad e_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt}$$

$$\text{Q28 – } L_1 = L_{p1} + L_{f1} ; e'_1 = L_{p1} \frac{di_1}{dt} - M \frac{di_2}{dt} ; e_1 = L_{f1} \frac{di_1}{dt} + e'_1$$

Q29 – nous avons plusieurs relations :

$$K_p = \frac{e_2}{e'_1} ; e_2 = -L_2 \frac{di_2}{dt} + M \frac{di_1}{dt} = K_p L_{p1} \frac{di_1}{dt} - K_p M \frac{di_2}{dt} ; \text{ donc}$$

$$\boxed{K_p L_{p1} = M \text{ et } K_p M = L_2}$$

$$\text{Q30 – comme } L_{f1} = L_1 - L_{p1} = L_1 - \frac{M}{K_p} = L_1 - \frac{M^2}{L_2}, \text{ on obtient}$$

$$L_{f1} = L_1 \left(1 - \frac{M^2}{L_1 L_2} \right) = L_1 (1 - k^2) \text{ avec } k^2 = \left(\frac{M^2}{L_1 L_2} \right)$$

Q31 – k coefficient de couplage magnétique

Q32 – tension e_2 dans le domaine fréquentiel notée $E_2(\omega)$:

$$\text{En temporel, on a } e_2(t) = RL \cdot i_2(t) \text{ et } e_2(t) = M \frac{di_1}{dt} - L_2 \frac{di_2}{dt}$$

En régime permanent sinusoïdal, on a :

$$E_2(\omega) = RL \cdot I_2(\omega) \text{ et } E_2(\omega) = j\omega M I_1(\omega) - j\omega L_2 I_2(\omega)$$

$$\text{D'où } E_2(\omega) = I_1(\omega) \cdot \frac{j\omega M}{1 + j\omega L_2 / RL}$$

Q33 – $RL = 1440 \text{ Ohm}$

$$\text{Q34 – } R_0 = \frac{R_s R_e}{R_s + R_e} ; C = C_0 (A_0 - 1) \text{ en écrivant loi des mailles en sortie}$$

$$\text{Q35 – } G(\omega) = \frac{V_{AO}(\omega)}{\varepsilon(\omega)} = A_0 \cdot R_0 \cdot \mu_0 \cdot \frac{1}{(1 + j\omega R_0 C) \cdot (1 + \frac{j\omega}{\omega \mu})} ; \text{ gain statique } G_0 = A_0 R_0 \mu_0 ; \text{ fréquences}$$

$$\text{de coupure: } f_1 = \frac{1}{2\pi R_0 C} = \frac{1}{2\pi R_0 C_0 (A_0 - 1)} \text{ et } f_2 = f_\mu$$

Q36 – C0 induit un risque d'oscillation de l'AO (instabilité) ; il faut ajouter une compensation pour décaler f1 vers les très basses fréquences ; autre paramètre impacté = slew rate (qui augmente si la valeur de C0 augmente)

Q37 – G0 = gain en tension = A_{VOL} (data sheet AO) = 200V/mV = 2.10⁵ ; f1 obtenue via le produit gain-bande (GBW du data sheet) : f1 = 20MHz / 2.10⁵ = 100 Hz

Q38 – A(p) =G(p) et B(p) = R1/(R1+R2)

Q39 – transmittance T(p) = V_{AO}(p)/V_e(p) du système bouclé :

$$T(p) = \frac{A(p)}{1 + A(p).B(p)} = \frac{G(p)}{1 + \frac{R1}{R1 + R2} G(p)}$$

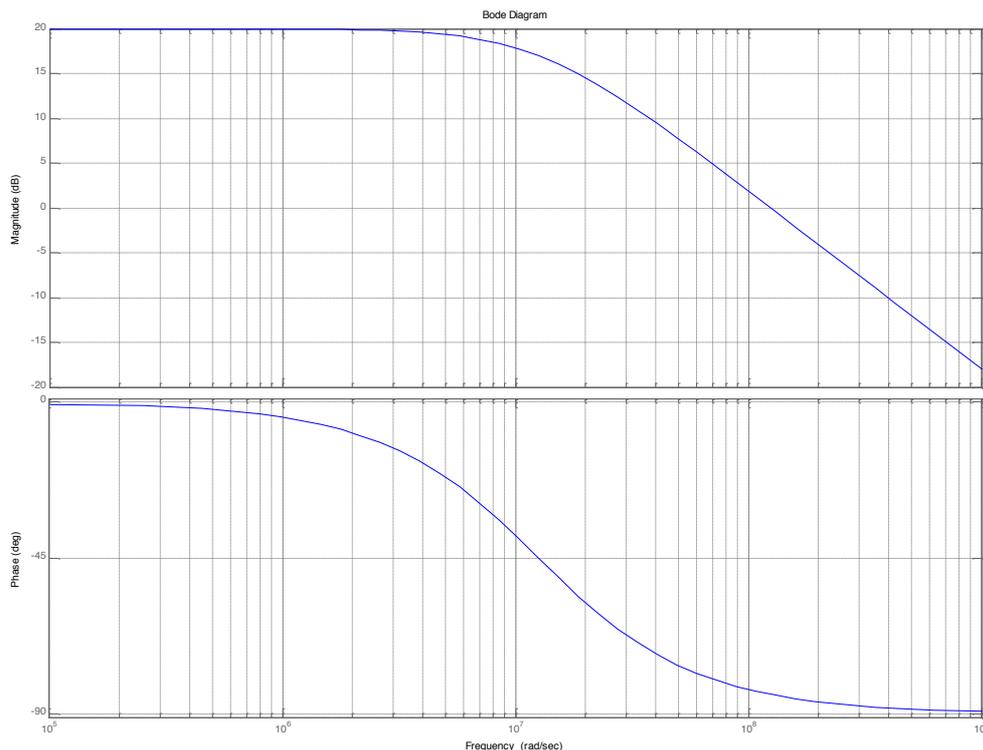
en fonction des éléments du circuit :

$$T(p) = \frac{G0}{1 + \alpha G0} \cdot \frac{1}{1 + \frac{p}{(1 + \alpha G0)\omega1}} \text{ avec } \alpha = \frac{R1}{R1 + R2} \text{ et } \omega1 = 2\pi f1$$

+ amplification de T(p) en basses fréquences : $\frac{G0}{1+\alpha G0} = 10$

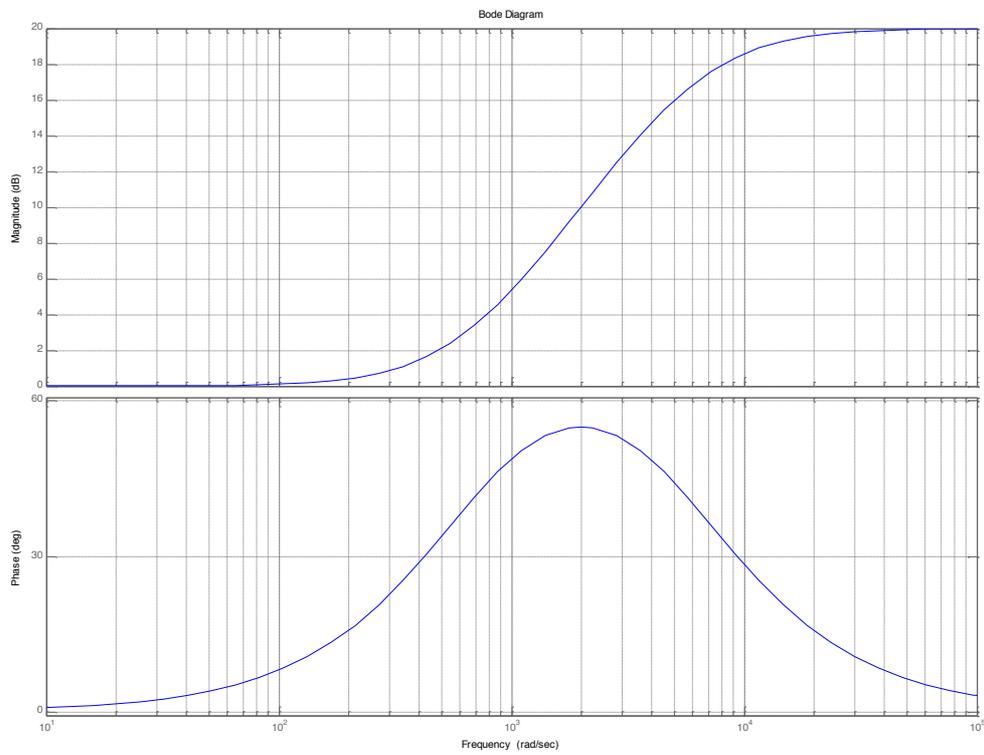
Q40 – $\omega0 = (1 + \alpha G0)\omega1 = 2\pi f0$ donne f0= 2MHz

Q41 – Document réponse **DR5** le diagramme de Bode



Q42 – $|T(\omega p)| = 1$ (pour 0dB) donne $\omega p = 9,95 \times \omega0$ fp~20MHz

Q43 – $C(p) = \frac{1 + T_1 p}{1 + T_2 p}$, Document réponse **DR5** le diagramme de Bode asymptotique



Q44 – $\omega_1 < 1/T_1 < \omega_p$ et $1/T_2 > \omega_p$

Q45 – $1/T_1 = \omega_1$ et $1/T_2 = 10 \omega_1$ (soit $T_2 = T_1/10$)

Q46 – correcteur à avance de phase

Partie IV. Micro-électrodes et stimulation électrique (Q47 à Q62)

Q47 – impédance complexe équivalente $Z_{\text{électrode}}(\omega) = R_s + \frac{R_{tc}}{1+j\omega R_{tc}C_i}$

Q48 – Décomposition: $Z'(\omega) = R_s + \frac{R_{tc}}{1+\omega^2 R_{tc}^2 C_i^2}$ et $Z''(\omega) = -\frac{j\omega R_{tc}^2 C_i}{1+\omega^2 R_{tc}^2 C_i^2}$

Q49 –

$$\left[Z' - \left(R_s + \frac{R_{tc}}{2} \right) \right]^2 + [Z'']^2 = \dots = \left(\frac{R_{tc}}{2} \right)^2$$

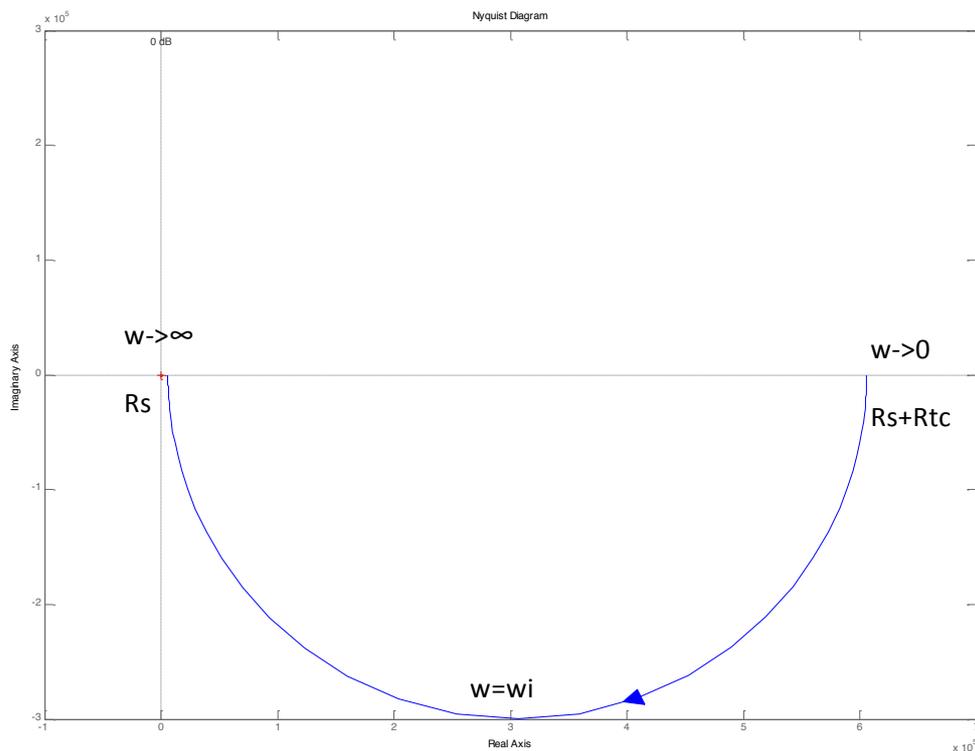
Q50 – $Z_{\text{électrode}}(\omega)$ correspond à un $\frac{1}{2}$ cercle de rayon $R_{tc}/2$ et de centre $(R_s + R_{tc}/2 ; 0)$ dans le plan (Z', Z'') = représentation de Nyquist

Q51 – pulsations limites

$\omega \rightarrow 0 : Z' \rightarrow R_s + R_{tc} ; Z'' \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty : Z' \rightarrow R_s ; Z'' \rightarrow 0$

Q52 – Pour $\omega_i = \frac{1}{R_{tc} \cdot C_i}$, les impédances sont $Z'(\omega_i) = R_s + R_{tc}/2$ et $Z''(\omega_i) = -R_{tc}/2$

Diagramme Nyquist correspondant :



Q53 – $f_i = \frac{1}{2\pi R_{tc} C_i}$ $f_i = 265\text{Hz}$ et $|Z(\omega_i)| = 428\text{k}\Omega$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi R_s C_i} = 26,5 \text{kHz} (= 100 \text{xfi}) \text{ et } |Z(\omega_2)| = 8,53 \text{ kOhm}$$

Q54 – non linearity ± 0.1 (9bits) = décalage par rapport à la courbe linéaire idéal de la sortie analogique Sanalog fonction de (code numérique d'entrée)

gain error $\pm 0,3\%$ of FSR (Full Scale Range) = Sanalog – Sidéal, pour tous les bits à 1 (full scale)

resolution 10 bits = plus petite variation de la sortie analogique ($V_{ref}/2^{10}$)

Q55 – Impédance vue par la référence V_{ref} lorsque I_{out1} et I_{out2} sont reliées à un potentiel nul (masse ou masse virtuelle) = $R = 10 \text{KOhm}$

Q56 – Un mot binaire N sur $n=10$ bits s'écrit: $N = b_{n-1} \cdot 2^{n-1} + \dots + b_1 \cdot 2 + b_0$

$$N_{max} = 2^n - 1 = 1023$$

$$Q57 - I_{out1} = \frac{V_{ref}}{2^n} \cdot \frac{N}{R} \quad \text{et} \quad I_{out2} = \frac{V_{ref}}{2^n} \cdot \frac{(N_{max}-N)}{R}$$

Q58 – $I_{out1} + I_{out2} = V_{ref}/R = \text{constante}$ et $I_{out1} - I_{out2} = 2I_{out1} - V_{ref}/R$: sortie différentielle plus intéressante à exploiter

Q59 – à la saturation, on aura $V_{DS} = V_{DSsat} = V_{GS} - V_T$ d'où l'expression du courant :

$$I_{Dsat} = \frac{W\mu_n C_I}{2L} \cdot (V_{GS} - V_T)^2 = \frac{Wk_n}{2L} \cdot (V_{GS} - V_T)^2$$

Et la transconductance :

$$g_m = \left. \frac{dI_D}{dV_{GS}} \right|_{saturation} = \frac{Wk_n}{L} \cdot (V_{GS} - V_T)$$

Q60. Il s'agit d'un miroir de courant classique : $I_1 = I_{D1sat}$ et $I_2 = I_{D2sat}$

$$I_{D1sat} = \frac{W1k_n}{2L1} \cdot (V_{GS} - V_T)^2 \quad \text{et} \quad I_{D2sat} = \frac{W2k_n}{2L2} \cdot (V_{GS} - V_T)^2$$

Donc on a bien la relation demandée :

$$\frac{I_{D2sat}}{I_{D1sat}} = \frac{I_2}{I_1} = \frac{W2/L2}{W1/L1}$$

Q61. Application numérique : $I_1 = I_{D1sat} = 100 \mu A$ impose $(V_{GS} - V_T)^2 = 1$; on élimine la solution $V_{GS} = 0$ pour garder T2 saturé donc $V_{GS} = 2V$

Comme $V_{DD} = R \cdot I_1 + V_{GS}$ on trouve $R = 30 \text{kOhm}$.

Q62. Il faut que T2 soit saturé pour délivrer un courant I_{D2} constant : $V_{GD2} < V_T$ d'où $V_{D2min} = 1V$.