

# Éléments de correction de l'épreuve de sciences industrielles de l'ingénieur

## Question 1

Réponse : 36242 kWh

Vitesse du vent en m/s	Puissance moyenne (W)	Nombre de Mesures	% du Temps	Durée (h) sur 1 an	Énergie produite en kWh
1	0	200	0,9 %	76,6	0
2	0	600	2,6 %	229,8	0
3	231	1750	7,7 %	670,3	155
4	709	2500	10,9 %	957,6	679
5	1535	3300	14,4 %	1264,0	1940
6	2873	3700	16,2 %	1417,2	4072
7	4384	3210	14,0 %	1229,5	5390
8	5952	2500	10,9 %	957,6	5700
9	8015	1800	7,9 %	689,5	5526
10	9823	1250	5,5 %	478,8	4703
11	10112	850	3,7 %	325,6	3292
12	10304	600	2,6 %	229,8	2368
13	10512	260	1,1 %	99,6	1047
14	10305	200	0,9 %	76,6	789
15	10096	150	0,7 %	57,5	580
		<b>22870</b>			<b>36242</b>

## Question 2

Durée annuelle de fonctionnement :  $D = \frac{36242 \text{ kWh}}{10 \text{ kW}} = 3624 \text{ h}$ .

Recettes attendues pour les 10 premières années :  $R = 36242 \times 0,082 - 500 = 2472 \text{ euros / an}$

Recettes attendues pour les 5 années suivantes :  $R = 36242 \times 0,028 - 500 = 515 \text{ euros / an}$

Durée d'amortissement : 26 500 € = 10 ans x 2471,84 € + 3,46 ans x 514,78 soit 13,5 années.

## Question 3

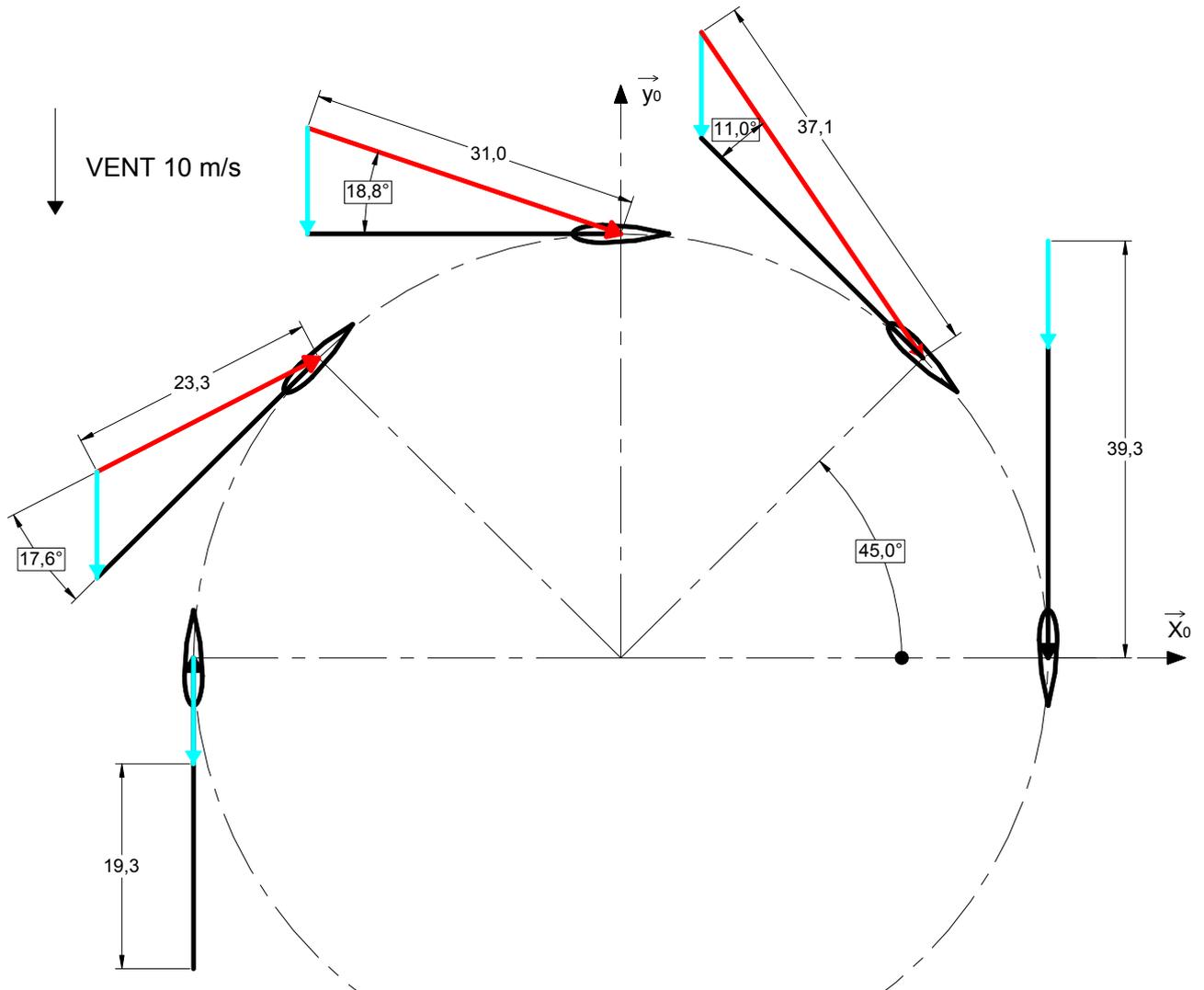
Port standard : transit services fournis ou requis

Port flux : transit de flux physiques (matière, énergie, information)

## Question 4

Suivant le diagramme de séquence, il existe une vitesse minimale pour la mise en rotation de l'éolienne. Suivant les valeurs mesurées, cette vitesse minimale est égale à 3 m/s.

**Question 5**



**Question 6**

$$\vec{V}(P_1 \in V/1) = \vec{V}(P_1 \in V/0) + \vec{V}(P_1 \in 0/1) \text{ soit } \vec{V}(P_1 \in V/1) = -V \vec{y}_0 - R\omega_{10} \vec{y}_1$$

$$\vec{V}(P_1 \in V/1) = -V(\sin\theta \vec{x}_1 + \cos\theta \vec{y}_1) - R\omega_{10} \vec{y}_1$$

$$\vec{V}(P_1 \in V/1) = -V \sin\theta \vec{x}_1 - (V \cos\theta + R\omega_{10}) \vec{y}_1$$

$$V_{rel}^2 = [V^2 + R^2 \omega_{10}^2 + 2VR\omega_{10} \cos\theta] = V^2 [1 + \lambda^2 + 2\lambda \cos\theta] \text{ soit } V_{rel} = V \sqrt{1 + \lambda^2 + 2\lambda \cos\theta}$$

$$\tan \alpha = \frac{\sin\theta}{\lambda + \cos\theta}$$

$$\lambda = \frac{R\omega_{10}}{V} = 2,93$$

Position Pale $\theta$	0°	45°	90°	135°	180°
Angle d'incidence $\alpha$	0	11,00	18,83	17,63	0
Vent relatif $V_{rel}$	39,32	37,07	30,98	23,35	19,32

**Question 7**

On positionne une pale d'éolienne dans une soufflerie. La pale est orientable et est fixée sur des appuis instrumentés munis de capteurs de force permettant de mesurer les réactions d'appuis suivant

les 2 directions  $x$  et  $y$ . Pour une même vitesse de vent, on modifie l'orientation de la pale, ce qui modifie l'angle d'incidence  $\alpha$ .

Mesures	Moyens de mesures
Mesure de $\alpha$	Rapporteur
Mesure de $V_{rel}$	Anémomètre
Mesures de $R_x$ et de $R_y$	Balance aérodynamique Capteurs de force permettant de mesurer la force suivant 2 directions
Calcul de $C_x(\alpha) = \frac{2R_x(\alpha)}{\rho S V_{rel}^2(\alpha)}$ ; $C_y(\alpha) = \frac{2R_y(\alpha)}{\rho S V_{rel}^2(\alpha)}$	

### Question 8

Position Pale $\theta$ (°)	0°	45°	90°	135°	180°
Angle d'incidence $\alpha$ (°)	0	11,00	18,83	17,63	0
Vent relatif $V_{rel}$ (m/s)	39,32	37,07	30,98	23,35	19,32
Coefficient $C_x(\alpha)$	0	0,8	0,85	0,9	0
Portance $R_x$ (N)	<b>0</b>	<b>2374,6</b>	<b>1762,1</b>	<b>1059,9</b>	<b>0</b>
Coefficient $C_z(\alpha)$ $C_y(\alpha)$	0,02	0,06	0,22	0,18	0,02
Trainée $R_y$ (N)	<b>66,8</b>	<b>184,2</b>	<b>456,1</b>	<b>212,0</b>	<b>16,1</b>
$\ \vec{R}(V \rightarrow P)\ $ $\ \vec{R}(V \rightarrow P)\ $ (N)	<b>66,8</b>	<b>2381,7</b>	<b>1820,2</b>	<b>1080,9</b>	<b>16,1</b>

### Question 9

$$\vec{M}(O, V \rightarrow P) = \overline{OP}_1 \wedge \vec{R}(V \rightarrow P) = R \vec{z}_1 \wedge R_z(V \rightarrow P) \vec{z}_r + R \vec{z}_1 \wedge -R_x(V \rightarrow P) \vec{x}_r$$

$$\vec{M}(O, V \rightarrow P) = R [R_z(\alpha) \sin \alpha - R_x(\alpha) \cos \alpha] \vec{y}_1$$

$$\vec{M}(O, V \rightarrow P) = R \left[ C_z(\alpha) \frac{\rho S}{2} V_{rel}^2 \sin \alpha \vec{y}_1 - C_x(\alpha) \frac{\rho S}{2} V_{rel}^2 \cos \alpha \right] \vec{y}_1$$

$$\vec{M}(O, V \rightarrow P) = \frac{\rho S R}{2} V_{rel}^2 [C_z(\alpha) \sin \alpha - C_x(\alpha) \cos \alpha] \vec{y}_1$$

$$\vec{M}(O, V \rightarrow P) = \frac{\rho S R}{2} V^2 (1 + \lambda^2 + 2\lambda \cos \theta) (C_z(\alpha) \sin \alpha - C_x(\alpha) \cos \alpha) \vec{y}_1$$

### Question 10

Si on néglige l'influence de la trainée, l'expression précédente peut se transformer en première approximation avec  $\tan \alpha = \alpha = \frac{\sin \theta}{\lambda + \cos \theta}$  d'où  $\vec{M}(O, V \rightarrow P) = \frac{\rho S R}{2} V^2 k \alpha^2 (1 + \lambda^2 + 2\lambda \cos \theta) \vec{y}_1$ ,

$$\text{soit } \vec{M}(O, V \rightarrow P) = \frac{\rho S R}{2} V^2 k \left( \frac{\sin \theta}{\lambda + \cos \theta} \right)^2 (1 + \lambda^2 + 2\lambda \cos \theta) \vec{y}_1$$

$$\vec{M}(O, V \rightarrow P) = M_V \left( \frac{\sin \theta}{\lambda + \cos \theta} \right)^2 (1 + \lambda^2 + 2\lambda \cos \theta) \vec{y}_1 \text{ avec } M_V = k \frac{\rho S R}{2} V^2$$

$$\text{Soit } \vec{M}(O, V \rightarrow P) = k \frac{\rho S R}{2} V^2 F(\theta) \vec{y}_1 \text{ avec } F(\theta) = \left( \frac{\sin \theta}{\lambda + \cos \theta} \right)^2 (1 + \lambda^2 + 2\lambda \cos \theta)$$

### Question 11

Le couple disponible est

$$\bar{M}(O, V \rightarrow \text{éolienne}) = \sum_{j=0}^2 k \frac{\rho S R}{2} V^2 F(\theta + j \frac{2\pi}{3}) \bar{y}_1 = k \frac{\rho S R}{2} V^2 \sum_{j=0}^2 F(\theta + j \frac{2\pi}{3}) \bar{y}_1$$

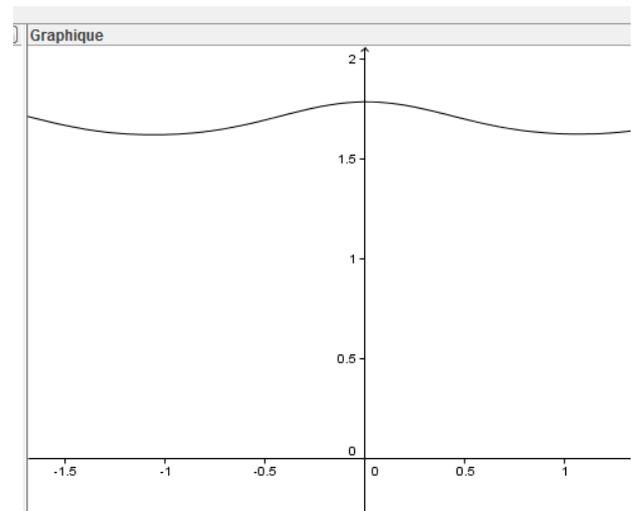
**Question 12**

La puissance mécanique disponible à la génératrice électrique est :

$$P(V \rightarrow \text{éolienne} / R_0) = k \frac{\rho S R}{2} V^2 \omega_0 F(\theta) \text{ avec}$$

$$F(\theta) = \sum_{j=0}^2 \left( \frac{\sin(\theta + j \frac{2\pi}{3})}{\lambda + \cos(\theta + j \frac{2\pi}{3})} \right)^2 \left( 1 + \lambda^2 + 2\lambda \cos(\theta + j \frac{2\pi}{3}) \right)$$

Tracé de la courbe  $F(\theta)$  avec  $\lambda=2,51$



La puissance mécanique moyenne disponible est

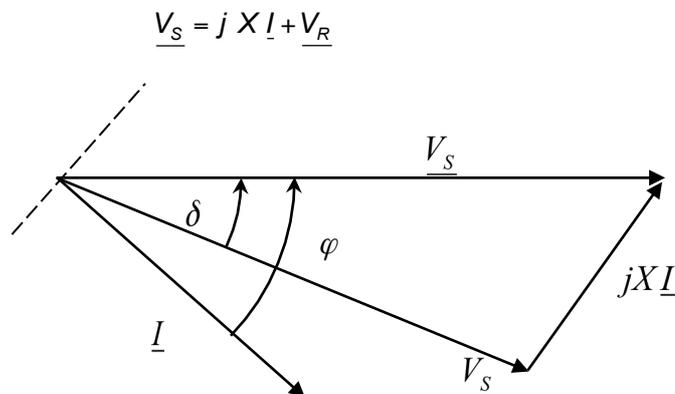
donc  $P(V \rightarrow \text{éolienne} / R_0) = k \frac{\rho S R}{2} V^2 \omega_0 1,7$

$$P(V \rightarrow \text{éolienne} / R_0) = 1,4 \times \frac{1,3 \times 3,6 \times 4}{2} 10^2 \times 6,28 \times 1,7 = 13989 \text{ W}$$

**Question 13**

La courbe montre que la puissance varie légèrement en fonction de la position des pales. La vitesse de rotation étant constante, cette variation est donc due à une variation de la force. Ceci peut engendrer des vibrations sur le mât et aura une incidence sur son dimensionnement.

**Question 14**



**Question 15**

$$P_S = 3 V_S I \cos \varphi \text{ or } V_R \sin \delta = IX \cos \varphi \text{ donc } P_S = 3 \frac{V_S V_R}{X} \sin \delta$$

$$Q_S = 3 V_S I \sin \delta \text{ or } V_S = X I \sin \varphi + V_R \cos \delta \text{ donc } Q_S = \frac{3 V_S}{X} (V_S - V_R \cos \delta)$$

En fonctionnement normal, l'angle  $\delta$  reste petit.

**Question 16**

on a  $P_S = 3 \frac{V_S V_R}{X} \sin \delta$  et  $Q_S = \frac{3 V_S}{X} (V_S - V_R \cos \delta)$

Les deux paramètres sur lesquels on peut agir pour ajuster le transfert de l'énergie sont  $V_R$  et  $\delta$ . Le générateur étant pourvu d'aimant permanent, il n'est pas nécessaire de produire un courant magnétisant statorique. On peut donc imposer  $Q_S = 0$ .

**Question 17**

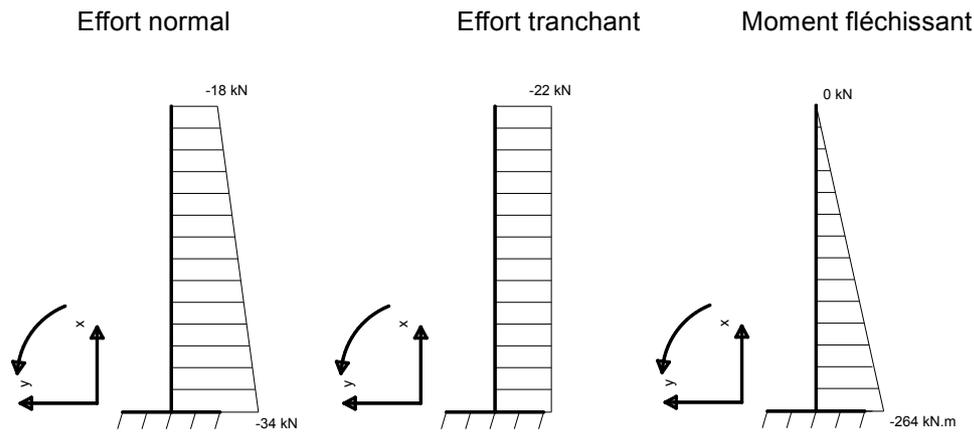
Si  $Q_S = 0$  alors  $Q_S = \frac{3 V_S}{X} (V_S - V_R)$  soit  $V_S = V_R$  et  $\delta = 3 \frac{P_S X}{V_S^2}$ .

**Question 18**

- Le capteur de position angulaire permet de connaître la phase de la tension  $V_S$  ;
- Le capteur de courant et la connaissance de la réactance  $X$  permettent de déterminer la norme de  $V_S$  ;
- La puissance active de référence est déterminée à partir de la caractéristique d'optimisation Puissance Mécanique en fonction de la vitesse du pendule, vitesse que l'on connaît grâce au capteur de vitesse placé sur le générateur.

Il est donc possible de piloter le convertisseur AC/DC en imposant  $V_R$  et  $\delta$ . Grâce à cette loi de commande, il est tout à fait possible de régler la puissance active fournie par le générateur en optimisant l'énergie récupérée en fonction des caractéristiques de la houle et du flotteur.

**Question 19**



**Question 20**

La répartition des contraintes normales dans la section A est  $\sigma(y) = \frac{N}{A} - \frac{M}{I_{Gy}} y$

avec  $I_{Gy} = \frac{\pi(D_e^4 - D_i^4)}{64} = \frac{\pi(0,54^4 - 0,52^4)}{64} = 5,85 \cdot 10^{-4} m^4$

avec l'aire du mât =  $A = \frac{\pi(D_e^2 - D_i^2)}{4} = \frac{\pi(0,54^2 - 0,52^2)}{4} = 1,67 \cdot 10^{-2} m^2$

La contrainte maximum de compression dans la section A vaut donc :

$$\sigma(y) = \frac{N}{A} - \frac{M}{I_{Gy}} y = \frac{-34 \cdot 10^{-3}}{1,66 \cdot 10^{-2}} - \frac{-264 \cdot 10^{-3}}{5,8484 \cdot 10^{-4}} \times (-0,27) = -2,05 - 121,88 = -124 \text{ MPa}$$

et est inférieure à la limite élastique de 235 MPa.

**Question 21**

$$EI_{Gy} \frac{d^2 x(z)}{dz^2} = M_{fy} \text{ avec } M_{fy} = F(L - z) \text{ soit } EI_{Gy} \frac{d^2 x(z)}{dz^2} = F(L - z)$$

$$EI_{Gy} \frac{dx(z)}{dz} = FLz - F \frac{z^2}{2} + A \text{ et donc } EI_{Gy} x(z) = FL \frac{z^2}{2} - F \frac{z^3}{6} + Az + B$$

Les conditions aux limites permettent d'écrire  $x(0) = 0$  donc  $B = 0$  et  $\frac{dx(0)}{dz} = 0$  donc  $A = 0$

Finalement :  $EI_{Gy} x(z) = FL \frac{z^2}{2} - F \frac{z^3}{6}$  et donc  $EI_{Gy} x(L) = F \frac{L^3}{2} - F \frac{L^3}{6}$  soit  $x(L) = F \frac{L^3}{3EI_{Gy}}$

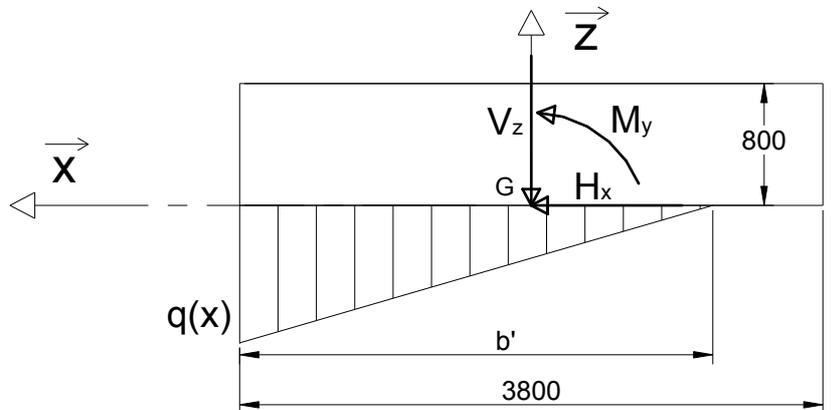
$$x(L) = \frac{FL^3}{3EI_{Gy}} = \frac{22\,000 \times 12^3}{3 \times 210\,000 \cdot 10^6 \times 5,8484 \cdot 10^{-4}} = 0,103m$$

**Question 22**

$$\{T(\text{semelle} \rightarrow \text{sol})\} = \begin{Bmatrix} 22 & 0 \\ 0 & 282 \\ -323 & 0 \end{Bmatrix}_{G,x,y,z}$$

La répartition des contraintes  $q(x)$  exercées par la semelle sur le sol est modélisée sur la figure ci-dessous.

$$\{T(\text{semelle} \rightarrow \text{sol})\} = \begin{Bmatrix} H_x & 0 \\ 0 & M_y \\ -V_z & 0 \end{Bmatrix}_{G,x,y,z}$$



**Question 23**

Les contraintes normales  $q(x)$  exercées par le sol sur la semelle équilibrent les actions mécaniques

$$\text{de la semelle sur le sol donc } \begin{cases} V_z = 323 \text{ kN} = \frac{3,8 q b'}{2} \\ M_y = 282 \text{ kNm} = \frac{3,8 q b'^2}{2} (1,9 - b'/3) \end{cases} \text{ soit } b' = 3(1,9 - \frac{282}{323}) = 3,08 \text{ m}$$

$$q = \frac{2.323}{3,8 \cdot 3,08} 10^{-3} = 0,055 \text{ MPa}$$

La contrainte maximale  $q = 0,055 \text{ MPa} < 0,20 \text{ MPa}$ . La contrainte maxi de compression est inférieure à la contrainte admissible du sol de fondation.

La surface de sol comprimée est  $S_c = 3,08 \cdot 3,8 = 11,7 \text{ m}^2 > 0,75 \cdot 3,8^2 = 10,83 \text{ m}^2$ . La surface décomprimée est inférieure au 1/3 de la surface de la semelle.

#### Question 24

$$f = \frac{N = 0 \text{ à } 60}{60} = 0 \text{ à } 1 \text{ Hz}$$

#### Question 25

Oui car la fréquence propre fondamentale de la structure (0,715 Hz) est proche des fréquences d'utilisation.

#### Question 26

Théorème du moment dynamique appliqué au tronçon, au point G, en projection sur l'axe  $\bar{y}$   
 $M_{\bar{y}}(z + dz) - M_{\bar{y}}(z) + T_x(z)dz = 0$  (en négligeant le moment d'inertie du tronçon autour de l'axe Gz)

Théorème de la résultante dynamique appliqué au tronçon, en projection sur l'axe  $\bar{x}$

$$T_x(z + dz) - T_x(z) = \rho S \frac{d^2 x(t)}{dt^2} dz$$

$$\text{Soit } \frac{dM_{\bar{y}}(z)}{dz} + T_x(z) = 0 \text{ donc } \frac{d^2 M_{\bar{y}}(z)}{dz^2} + \frac{dT_x(z)}{dz} = 0 \text{ or } \frac{dT_x(z)}{dz} = \rho S \frac{d^2 x(t)}{dt^2}$$

$$\text{donc } \frac{d^2 M_{\bar{y}}(z)}{dz^2} + \rho S \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = 0 \text{ or } EI_{Gy} \frac{d^2 x(z)}{dz^2} = M_{\bar{y}} \text{ soit } \frac{\partial^4 x(z,t)}{dz^4} + \frac{\rho S}{EI_{Gy}} \frac{\partial^2 x(z,t)}{dt^2} = 0$$

#### Question 27

$$\frac{d^4 X(z)}{dz^4} e^{i\omega t} - \frac{\rho S \omega^2}{EI_{Gy}} X(z) e^{i\omega t} = 0 \text{ soit } \frac{d^4 X(z)}{dz^4} - K^4 X(z) = 0 \quad (1) \text{ si on pose } K = \sqrt[4]{\frac{\rho S}{EI_{Gy}}} \omega^2 \text{ alors}$$

$$K_1 = K \quad K_2 = -K \quad K_3 = iK \quad K_4 = -iK$$

#### Question 28

$$X(z) = A \exp(Kz) + B \exp(-Kz) + C \exp(iKz) + D \exp(-iKz)$$

$$X(z) = A[\operatorname{ch}(Kz) + \operatorname{sh}(Kz)] + B[\operatorname{ch}(Kz) - \operatorname{sh}(Kz)] + C[\cos(Kz) + i \sin(Kz)] + D[\cos(Kz) - i \sin(Kz)]$$

$$X(z) = \operatorname{ch}(Kz)(A+B) + \operatorname{sh}(Kz)(A-B) + \cos(Kz)(C+D) + i \sin(Kz)(C-D)$$

$$\text{Soit } X(z) = A_1 \sin(Kz) + A_2 \cos(Kz) + A_3 \operatorname{sh}(Kz) + A_4 \operatorname{ch}(Kz)$$

#### Question 29

$$X(0) = 0 \text{ soit } A_2 + A_4 = 0$$

$$\frac{dX}{dz}(0) = 0 \text{ soit } A_1 + A_3 = 0$$

$$\frac{d^2 X}{dz^2}(L) = 0 \text{ soit } -A_1 \sin(KL) - A_2 \cos(KL) + A_3 \operatorname{sh}(KL) + A_4 \operatorname{ch}(KL) = 0$$

$$\frac{d^3 X}{dz^3}(L) = 0 \text{ soit } -A_1 \cos(KL) + A_2 \sin(KL) + A_3 \operatorname{ch}(KL) + A_4 \operatorname{sh}(KL) = 0$$

$$A_2 + A_4 = 0$$

$$A_1 + A_3 = 0$$

$$-A_1 \sin(KL) - A_2 \cos(KL) + A_3 \operatorname{sh}(KL) + A_4 \operatorname{ch}(KL) = 0$$

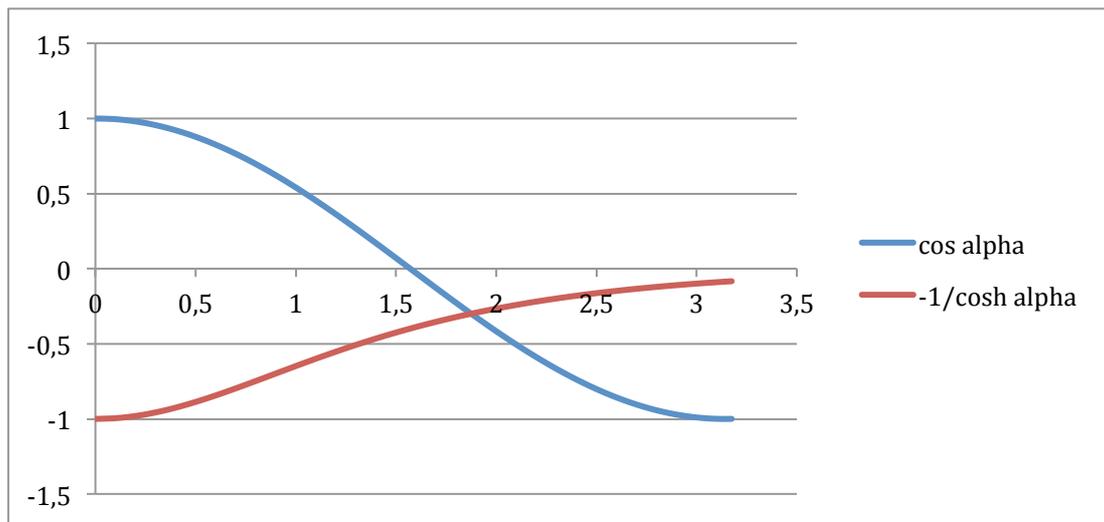
$$-A_1 \cos(KL) + A_2 \sin(KL) + A_3 \operatorname{ch}(KL) + A_4 \operatorname{sh}(KL) = 0$$

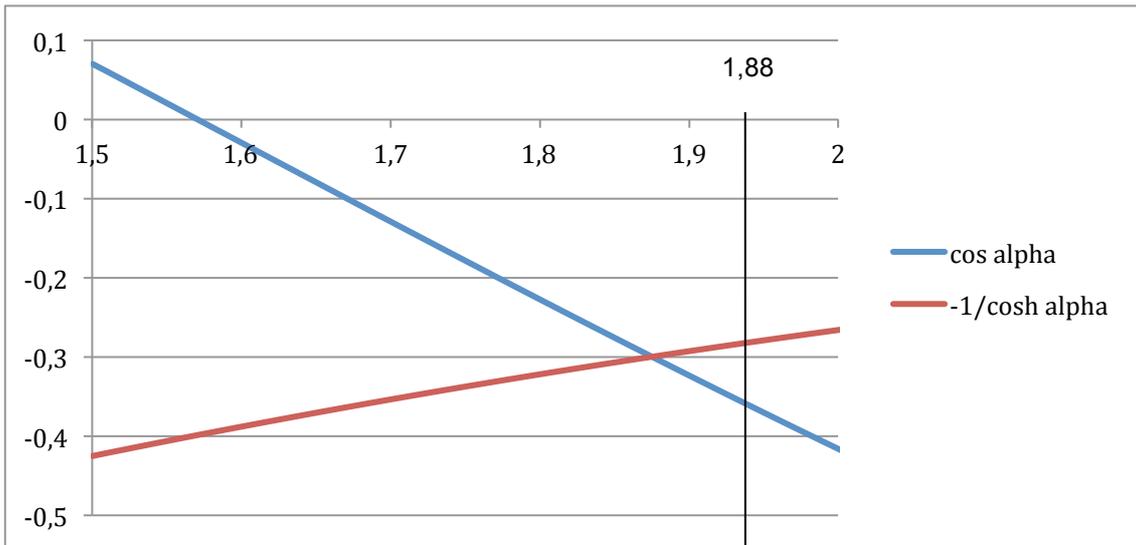
$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ -\sin(KL) & -\cos(KL) & \operatorname{sh}(KL) & \operatorname{ch}(KL) \\ -\cos(KL) & \sin(KL) & \operatorname{ch}(KL) & \operatorname{sh}(KL) \end{bmatrix}$$

### Question 30

Si on admet que  $\frac{1}{\operatorname{ch}(KL)}$  tend vers 0 très rapidement, l'équation 2 devient  $\cos(KL) = 0$  au-delà du

mode fondamental soit  $\alpha_i = (2k+1)\frac{\pi}{2}$  pour  $i \geq 2$





On trouve  $\alpha_1 = 1,88$        $\alpha_2 = \frac{3\pi}{2} = 4,71$        $\alpha_3 = \frac{5\pi}{2} = 7,85$        $\alpha_4 = \frac{7\pi}{2} = 10,99$

Les pulsations propres sont donc  $\omega_{i0} = \sqrt{\frac{\alpha_i^4 E I_{Gy}}{L^4 \rho S \alpha_i^4}}$  avec  $S = \pi \frac{D_e^2 - D_l^2}{4}$  et  $I_{Gy} = \pi \frac{D_e^4 - D_l^4}{64}$

Soit  $\omega_{i0} = \frac{\alpha_i^2}{4L^2} \sqrt{\frac{E(D_e^2 + D_l^2)}{\rho}}$ . Les fréquences propres, au-delà du fondamental, sont

donc  $f_{i0} = \frac{\alpha_i^2}{8\pi L^2} \sqrt{\frac{E(D_e^2 + D_l^2)}{\rho}}$  pour  $i \in [1,4]$ .

### Question 31

La fréquence propre de la structure (3,77 Hz) est supérieure de 20% aux fréquences d'utilisation, donc il n'y a pas de risque de résonance si le rotor tourne à une vitesse supérieure, comme  $f = \frac{226,2}{60} = 3,77$  Hz pour un vent inférieur à 20 m/s, il faut arrêter par sécurité le rotor, sinon il y a risque de problèmes.

### Question 32

Théorème du moment dynamique appliqué à la pale, au point G, en projection sur  $\vec{z}$   
 $\vec{\delta}(G,2/0) \cdot \vec{z} = \vec{M}(G, \text{mot} \rightarrow 2) \cdot \vec{z} + \vec{M}(G, \text{frot} \rightarrow 2) \cdot \vec{z} + \vec{M}(G, \text{pes} \rightarrow 2) \cdot \vec{z} + \vec{M}(G, \text{vent} \rightarrow 2) \cdot \vec{z}$  avec  
 $\vec{\delta}(G,2/0) = J \frac{d^2 \theta_{20}(t)}{dt^2} \vec{z} = J \frac{d^2 \theta_{21}(t)}{dt^2} \vec{z}$  car  $\Omega_{10} = \text{constante}$  soit  $J \frac{d^2 \theta_{21}}{dt^2} = K i(t) - f \frac{d\theta_{21}}{dt}$

### Question 33

La sortie du système s'écrit sous la forme :  $y = CX + Du$

D'après l'équation (4) on a  $\dot{x}_1 = -\frac{f}{J} x_1 + \frac{K}{J} i$

D'après l'équation (1) on a  $\dot{i} = -\frac{K}{l} x_1 - \frac{R}{l} i + \frac{1}{l} u$  donc  $\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{i} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{f}{J} & \frac{K}{J} & 0 \\ -\frac{K}{l} & -\frac{R}{l} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} X + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} u$

**Question 34**

On cherche à asservir la position angulaire de la pale donc la grandeur de sortie du système est la position angulaire du rotor du moteur à courant continu  $\theta$ . On trouve immédiatement que  $C = [0 \ 0 \ 1]$  et  $D = [0]$

**Question 35**

A l'aide du formalisme de Laplace, on peut exprimer le vecteur d'état  $X$  à l'aide de l'équation (3) :

$$pX = AX + BU(p)$$

soit

$$(pl - A)X = BU(p)$$

et donc

$$X = (pl - A)^{-1}BU(p)$$

et en introduisant cette expression dans (4), il vient  $Y(p) = [C(pl - A)^{-1}B + D]U(p)$

soit finalement

$$H(p) = C(pl - A)^{-1}B + D$$

**Question 36**

Pour calculer  $H(p)$ , il n'est pas nécessaire de calculer tous les termes de la matrice  $(pl - A)^{-1}$ , seul le coefficient  $X_{32}(p)$  est utile.

$$\det(pl - A) = p \left[ \left( p + \frac{f}{J} \right) \left( p + \frac{R}{I} \right) + \frac{K^2}{IJ} \right]$$

et finalement

$$H(p) = \frac{\frac{K}{J}}{p \left[ \left( p + \frac{f}{J} \right) \left( p + \frac{R}{I} \right) + \frac{K^2}{IJ} \right]}$$

On vérifie bien que les pôles de la fonction de transfert en boucle ouverte sont les racines du polynôme caractéristique de  $A$ . Par ailleurs, le système présente une intégration dans la chaîne directe. Il est donc de classe 1. L'erreur statique de position en boucle fermée est nulle.

**Question 37**

D'après la figure 3 on a toujours  $\dot{X} = AX + Bu(t)$  or  $u(t) = G_0 y_{ref} - K^t X$ .

En remplaçant l'expression de  $u(t)$  dans l'équation initiale, il vient  $\dot{X} = AX + B(G_0 y_{ref} - K^t X)$

soit  $\dot{X} = (A - BK^t)X + BG_0 y_{ref}$  avec  $A_{BF} = A - BK^t$  et  $B_{BF} = BG_0$ .

**Question 38**

En régime permanent on a  $\dot{X} = 0$  donc  $AX + B(G_0 y_{ref} - K^t X) = 0$  avec  $\begin{bmatrix} x_{1\infty} \\ i_{\infty} \\ \theta_{\infty} \end{bmatrix}$  donc

$X_{\infty} = -(A - BK^t)^{-1} BG_0 y_{ref}$ . En ne calculant que le terme qui nous intéresse de la matrice  $(A - BK^t)^{-1}$ , c'est à dire le terme situé à l'intersection de la 3<sup>e</sup> ligne et de la 2<sup>e</sup> colonne, on obtient  $\theta_{\infty} = \frac{IG_0 y_{ref}}{K_3}$  soit

$$G_0 = \frac{K_3}{I}$$

**Question 39**

Nous avons montré précédemment que les pôles de la fonction de transfert en boucle ouverte sont les racines du polynôme caractéristique de la matrice  $A$ . Pour la fonction de transfert en boucle fermée, il en est de même avec la matrice  $A_{BF}$ .

$$\text{Donc } \det(pI - A) = \frac{JI}{KK_3} p^3 + \frac{p^2}{KK_3} (JR + JK_2 + fl) + \frac{p}{KK_3} (Rf + K_2 f + KK_1 + K^2) + 1 = 0$$

$$p^3 + \frac{p^2}{JI} (JR + JK_2 + fl) + \frac{p}{JI} (Rf + K_2 f + KK_1 + K^2) + \frac{KK_3}{JI} = 0$$

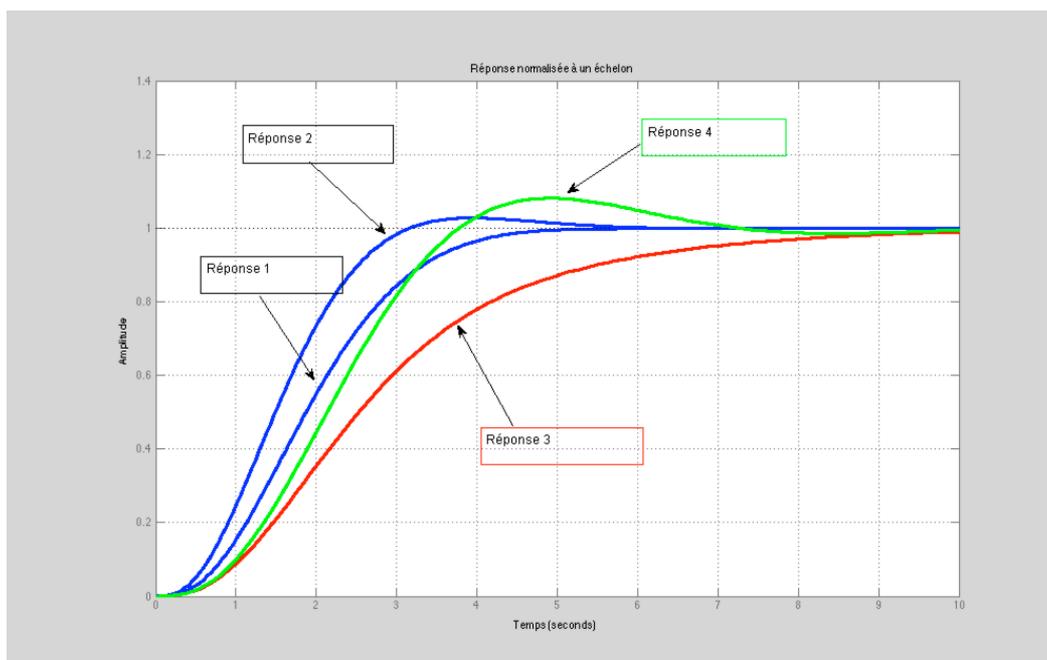
$$(p - r_0)(p - p_1)(p - \bar{p}_1) = p^3 - p^2(2r_1 + r_0) + p(r_1^2 + c_1^2 + 2r_0 r_1) - r_0(r_1^2 + c_1^2)$$

$$\text{par identification : } -(2r_1 + r_0) = \frac{JR + JK_2 + fl}{JI} \quad r_1^2 + c_1^2 + 2r_0 r_1 = \frac{Rf + K_2 f + KK_1 + K^2}{JI}$$

$$-r_0(r_1^2 + c_1^2) = \frac{KK_3}{JI}$$

#### Question 40

Pôles	Réponse 1	Réponse 2	Réponse 3	Réponse 4
$r_0$	-1	-2	-0,5	-1
$p_1$	$-1 + j$	$-1 + j$	$-1 + j$	$-0,5 + j \frac{\sqrt{3}}{2}$
$\bar{p}_1$	$-1 - j$	$-1 - j$	$-1 - j$	$-0,5 - j \frac{\sqrt{3}}{2}$



La réponse la plus intéressante est la réponse 2 car c'est la plus rapide et elle ne présente qu'un faible dépassement pas vraiment gênant pour l'asservissement de la pale.

En première approximation, on peut considérer que  $\omega_0 t_m \approx 3$ . Donc pour répondre au critère de rapidité du cahier des charges, il faut que  $\omega_0 \approx \frac{3}{t_m} = 30 \text{ rad.s}^{-1}$ . La pulsation propre du système

normalisé est  $\omega_n = \sqrt[3]{r_0(r_1^2 + c_1^2)} = 1,57 \text{ rad.s}^{-1}$ , avec  $r_0$  la racine réelle,  $r_1$  et  $c_1$  respectivement la partie réelle et la partie complexe des deux racines complexes.

Pour conserver la même nature de réponse on a donc  $\omega_0 = \rho^3 \omega_n$  soit  $r_0^n = \rho r_0$ ,  $r_1^n = \rho r_1$  et  $c_1^n = \rho c_1$  les racines souhaitées pour obtenir un temps de réponse suffisant du système corrigé et une réponse

présentant la forme 2. On peut alors déterminer à partir du résultat de la question 8 les coefficients  $K_1$ ,  $K_2$  et  $K_3$  de la matrice de retour d'état.

#### Question 41

On constate que la commande par retour d'état permet de régler toutes les constantes du système. L'asservissement de position de la pale est donc envisageable. On a vu que le système en boucle ouverte présente une seule intégration, ce qui garantit une erreur statique nulle. Par contre comme il s'agit d'un asservissement en suivi de position, le système présentera une erreur de suivi non nulle. Si l'on souhaite conserver la commande étudiée il pourra être intéressant de vérifier que cette erreur n'est pas trop importante, et éventuellement augmenter la bande passante du système en boucle fermée afin de la réduire.

#### Question 42

L'énergie cinétique de la colonne d'air de profondeur  $dx$  est  $E_c = \frac{1}{2} mV^2$  avec  $m = \rho \times S \times Vdt$  ainsi la puissance éolienne est  $P = \frac{1}{2} \rho S V^3$  donc  $P = \frac{1}{2} 1,3 \times 64 \times 10^3 = 41,6 \text{ kW}$

#### Question 43

Coefficient de puissance  $C_p = \frac{10000}{41600} = 0,24$

#### Question 44

Hydraulique : 70%, Photovoltaïque : 10%, Solaire thermique : 15%

#### Question 45

Désignations	Quantités	Bilan Carbone en kg CO <sub>2</sub> par kg	Bilan Carbone en kg de CO <sub>2</sub>
Éolienne	1	-	3 500 kg
Mat en acier (7850 kg / m <sup>3</sup> )	1 600 kg	1,31 kg CO <sub>2</sub> / kg	2 096 kg
Fondation en béton armé (2500 kg / m <sup>3</sup> )	28 880 kg	0,121 kg CO <sub>2</sub> / kg	3 494 kg
Total	-	-	9 090 kg

#### Question 46

Production de 1 kWh avec	Émission correspondante en kg de CO <sub>2</sub>
Charbon	0,75 kg
Mazout	0,60 kg
Gaz	0,35 kg