

COMMENTAIRES SUR L'ÉPREUVE DE SCIENCES ET TECHNIQUES INDUSTRIELLES

L'épreuve de Sciences et Techniques Industrielles s'appuyait sur l'étude de la commande d'une table de machine de découpage laser.

Elle visait à évaluer les connaissances des candidats dans les différents domaines de la mécanique générale : modélisation, géométrie, cinématique, dynamique et résistance des matériaux.

Ces différentes parties étaient indépendantes et le sujet bien que comportant de nombreuses questions était de difficulté et de longueur raisonnables puisque sept candidats l'ont traité convenablement dans sa totalité.

584 candidats ont composé dans l'option construction, 291 en productique et 26 en maintenance avec des notes comprises entre 0 et 17.

La moyenne de l'épreuve a été : en construction de 7.1, en productique de 6.8 et en maintenance de 6.4.

Il est important de remarquer que les candidats qui ont obtenu la note maximale ont fourni une réponse satisfaisante aux 42 questions, y compris les applications numériques, ce qui laisse penser que le sujet était parfaitement adapté aux connaissances d'un candidat bien préparé.

La **modélisation, préalable à toute étude mécanique, est la partie** qui caractérise fondamentalement les **Sciences Industrielles**. Les candidats ont en général des difficultés énormes à modéliser .

Une préparation dans cet esprit est absolument indispensable.

L'étude géométrique a été en général bien abordée même si d'énormes erreurs de calcul ont été constatées.

L'étude statique n'a été réalisée correctement que par quelques candidats . La encore, des lacunes importantes sont constatées en particulier dans la définition de l'ensemble isolé.

L'étude dynamique bien que très classique n'a pas toujours donné satisfaction , en particulier par manque de rigueur et de justifications .

Enfin **l'étude de résistance des matériaux** , très classique elle aussi et ne nécessitant pas de prérequis particuliers en ce qui concerne le flambage, n'a pas été abordée avec grande rigueur : conventions non signalées, erreur de calcul littéral, valeurs numériques extravagantes.

Le retour au réel et les implications technologiques qui en découlent sont trop souvent négligées. C'est pourtant l'aboutissement d'une étude mécanique qui conduit dans la majorité des cas à la validation ou la modification de l'existant.

Les commentaires détaillés sur l'épreuve sont intégrés dans le corrigé joint.

MACHINE DE DECOUPAGE LASER

CORRECTION

Question 1

Condition géométrique: $\vec{n} = \vec{z}_1$ en projection dans R_0

$$\vec{z}_1 = \cos \theta_{x1} \vec{z}_2 - \sin \theta_{x1} \vec{y}_2$$

$$\vec{z}_2 = \vec{z}_0 \text{ et } \vec{y}_2 = -\sin \theta_z \vec{x}_0 + \cos \theta_z \vec{y}_0$$

$$\vec{z}_1 = \sin \theta_{x1} \sin \theta_z \vec{x}_0 - \sin \theta_{x1} \cos \theta_z \vec{y}_0 + \cos \theta_{x1} \vec{z}_0$$

$$\vec{n} = n_x \vec{x}_0 + n_y \vec{y}_0 + n_z \vec{z}_0$$

$$\begin{aligned} n_x &= \sin \theta_{x1} \sin \theta_z \\ n_y &= -\sin \theta_{x1} \cos \theta_z \\ n_z &= \cos \theta_{x1} \end{aligned}$$

Le produit vectoriel de \vec{n} par \vec{z}_1 n'est pas équivalent à l'égalité $\vec{n} = \vec{z}_1$.

Question 2

Expression de θ_{x1} , θ_z en fonction de n_x , n_y , et n_z

$$\theta_{x1} = \text{Arc cos}(n_z) \quad [1]$$

$$\theta_z = \text{Arc tan}\left(-\frac{n_x}{n_y}\right) \quad [2]$$

Les calculs ont été longs et fastidieux trop souvent.

Question 3

Condition géométrique: $\vec{O_0M} = \vec{O_0H}$ en projection dans R_0 :

$$\vec{O_0O_2} + \vec{O_2O_1} + \vec{O_1H} = \lambda_z \vec{z}_0 + L_2 \vec{x}_1 - L_1 \vec{z}_1$$

$$\vec{O_0M} = \vec{O_0O_5} + \vec{O_5M} = \vec{O_0O_4} + \vec{O_4O_5} + \vec{O_5M} = \lambda_x \vec{x}_0 + \lambda_y \vec{y}_0 + x_M \vec{x}_0 + y_M \vec{y}_0 + z_M \vec{z}_0$$

$$\vec{O_0M} = (\lambda_x + x_M) \vec{x}_0 + (\lambda_y + y_M) \vec{y}_0 + z_M \vec{z}_0$$

$$\vec{O_0H} = (L_2 \cos \theta_z \vec{x}_0 + \sin \theta_z \vec{y}_0) - L_1 (\cos \theta_{x1} \vec{z}_2 - \sin \theta_{x1} \vec{y}_2) + \lambda_z \vec{z}_0$$

$$\vec{O_0H} = (L_2 \cos \theta_z - L_1 \sin \theta_{x1} \sin \theta_z) \vec{x}_0 + (L_2 \sin \theta_z + L_1 \sin \theta_{x1} \cos \theta_z) \vec{y}_0 + (\lambda_z - L_1 \cos \theta_{x1}) \vec{z}_0$$

Des erreurs de signes dans les projections ont été constatées.
D'autre part, il fallait tenir compte des repères définis dans le texte.

Question 4

Expression de λ_x , λ_y et λ_z :

$$\lambda_x = L_2 \cos \theta_z - L_1 \sin \theta_{x1} \sin \theta_z - x_M = -x_M - L_1 n_x + L_2 \cos \theta_z \quad [3]$$

$$\lambda_y = L_2 \sin \theta_z + L_1 \sin \theta_{x1} \cos \theta_z - y_M = -y_M - L_1 n_y + L_2 \sin \theta_z \quad [4]$$

$$\lambda_z = L_1 \cos \theta_{x1} + z_M = +z_M + L_1 n_z \quad [5]$$

Question 5

A partir des caractéristiques géométriques du point M appartenant à la surface à découper (x_M , y_M , z_M , n_x , n_y et n_z) les équations indépendantes de [1] à [5] permettent de déterminer tous les paramètres de positionnement θ_{x1} , θ_z , λ_x , λ_y et λ_z .
La tête de découpe laser permet de commander ces mobilités, elle a donc les possibilités de respecter les conditions de coupe.

5 équations indépendantes pour 5 inconnues est une conclusion suffisante.

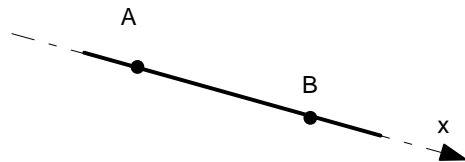
Question 6

Eliminer une mobilité dans le mécanisme revient à bloquer une liaison.
si on bloque une liaison pivot on fige la valeur de θ_{x1} ou θ_z .
on a alors par exemple n_z fixé par l'équation $n_z = \cos \theta_{x1}$
et toute orientation dans l'espace ne peut être obtenue.

Il suffisait de mettre en évidence un contre exemple.

Question 7

Isolons 2



Il est soumis:

A l'action de 1 en A (pivot), exprimée en B :

$$\{F1/2\} = \begin{Bmatrix} \vec{X_A} & \vec{Y_A} & \vec{Z_A} \\ \vec{M_A} & \vec{N_A} & \vec{O_A} \end{Bmatrix}$$

A l'action de 3 (glis hélicoïdale), exprimée en B :

$$\{F3/2\} = \begin{Bmatrix} \vec{X_B} & \vec{Y_B} & \vec{Z_B} \\ \vec{L_B} & \vec{M_B} & \vec{N_B} \end{Bmatrix} \quad \text{avec } L_B = K X_B$$

Le principe fondamental de la statique appliqué à 2 nous donne:

$$X_A + X_B = 0 \quad [1]$$

$$Y_A + Y_B = 0 \quad [2]$$

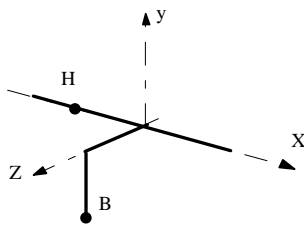
$$Z_A + Z_B = 0 \quad [3]$$

$$O + L_B = 0 \quad [4]$$

$$M_A + M_B = 0 \quad [5]$$

$$N_A + N_B = 0 \quad [6]$$

Isolons 3



Il est soumis:

A l'action de 1 (glissière), exprimée en B

$$\{F1/3\} = \begin{Bmatrix} \vec{Y}_H y + \vec{Z}_H z \\ \vec{L}_H x + \vec{M}_H y + \vec{N}_H z \end{Bmatrix}$$

A l'action de 2 (glis hélicoïdale) exprimée en B

$$\{F2/3\} = \begin{Bmatrix} -\vec{X}_B x - \vec{Y}_B y - \vec{Z}_B z \\ -\vec{L}_B x - \vec{M}_B y - \vec{N}_B z \end{Bmatrix} \text{ avec } L_B = k X_B$$

Le principe fondamental de la statique appliqué à 3 nous donne:

$$-X_B + 0 = 0 \quad [7]$$

$$-Y_B + Y_H = 0 \quad [8]$$

$$-Z_B + Z_H = 0 \quad [9]$$

$$-L_B + L_H = 0 \quad [10]$$

$$-L_B + M_H = 0 \quad [11]$$

$$-N_B + N_H = 0 \quad [12]$$

$$L_B = k X_B \quad [13]$$

Résolution:

$$[4] L_B = 0; \quad [10] L_H = 0$$

$$[7] X_B = 0; \quad [1] X_A = 0$$

Pour pouvoir continuer à résoudre il faut imposer des valeurs à des inconnues.

Posons par exemple :

$$Y_A = 0 \text{ alors } Y_B = 0 \text{ et } Y_H = 0$$

$$Z_A = 0 \text{ alors } Z_B = 0 \text{ et } Z_H = 0$$

$$M_A = 0 \text{ alors } M_B = 0 \text{ et } M_H = 0$$

$$N_A = 0 \text{ alors } N_B = 0 \text{ et } N_H = 0$$

Pour pouvoir résoudre le système en totalité il faut imposer 4 inconnues.

Le degré d'hyperstaticité du modèle est égal à 4

On rappelle que conduire une étude statique consiste à réaliser :

- l'isolement de chaque pièce ou ensemble de pièces du mécanisme en précisant le bilan des actions mécaniques qui s'exercent sur elles;
- l'écriture des équations issues du principe fondamental de la statique ;
- la résolution et l'exploitation du système d'équations obtenues.

Une étude globale a été réalisée par 95 % des candidats .

Ce type d'étude n'était pas suffisant ici, à moins de justifier précisément le degré de mobilité. Par l'expression " conduire une étude statique ", le jury attendait une étude détaillée comme celle présentée ci dessus.

Le jury a constaté aussi que tous les moyens ont été utilisés pour arriver au résultat fourni , la mécanique appliquée n'est pas un jeu de hasard.

Question 8

De la question précédente on déduit, qu'une solution pour rendre le système isostatique consiste à annuler les composantes Y_B , Z_B , M_B et N_B .

Les conditions géométriques à imposer sur les axes des liaisons pour permettre un fonctionnement correct sont : un parallélisme des axes des liaisons (2 conditions géométriques angulaires) et le respect des entraxes correspondants (2 conditions géométriques linéaires).

Les équations précédentes doivent permettre de mettre en évidence les composantes hyperstatiques.

Une méthode de vérification simple consiste à effectuer le montage "par la pensée" du mécanisme possédant des défauts géométriques et d'imaginer les corrections linéaires et angulaires à effectuer pour que le montage et le fonctionnement puissent se réaliser correctement.

Question 9

On peut déterminer le degré d'hyperstaticité du modèle présenté sur la figure 2 de manière globale. On suppose le modèle plan.

Il est donné par la relation $h = n_s - rang$

h représente le degré d'hyperstaticité;

n_s : nombre d'inconnues de liaison, ici égal à 5.

$Rang$: nombre d'équations indépendantes données par le P.F.S.,

La mobilité est nulle.

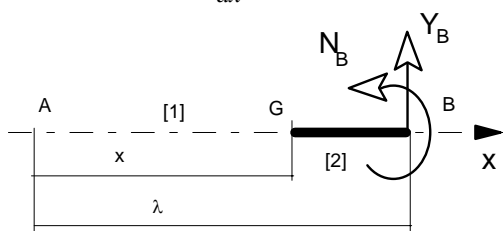
$$h = 5 - 3 = 2$$

Une étude globale suffit ici, il est néanmoins important de préciser que la mobilité est nulle et d'utiliser le fait que le modèle est plan .

Question 10

La poutre est droite, l'équation de la déformée s'écrit:

$$EI_{Gz} \frac{d^2 y}{dx^2} = Mf \quad [I]$$



$$\{T_{int}\} = \{T_{[2] / [1]}\} = \{T_{ext} / [2]\}$$

Le torseur des efforts intérieurs s'écrit en G:

$$\{T_{int}\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{Y_B y} \\ G \left[(\lambda - x) Y_B + N_B \right] \vec{z} \end{array} \right\}$$

La vis est soumise à de la flexion simple.

$$Mf = (\lambda - x) Y_B + N_B$$

Soit en intégrant l'équation différentielle [I]

$$EI_{Gz} \frac{dy}{dx} = (\lambda x - \frac{x^2}{2}) Y_B + N_B x + C_1 \text{ avec } C_1 = 0 \text{ car } y' = 0 \text{ pour } x = 0$$

$$y' = \frac{1}{EI_{Gz}} [(\lambda x - \frac{x^2}{2}) Y_B + N_B x] \quad [A]$$

$$EI_{Gz} y = (\lambda \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{6}) Y_B + N_B \frac{x^2}{2} + C_2 \text{ avec } C_2 = 0 \text{ car } y = 0 \text{ pour } x = 0$$

$$y = \frac{1}{2EI_{Gz}} [(\lambda x^2 - \frac{x^3}{3}) Y_B + N_B x^2] \quad [B]$$

Il est indispensable de préciser la convention utilisée pour l'écriture du torseur des efforts intérieurs, une méthode simple consiste à isoler un tronçon de la poutre considérée. Cette convention conditionne la validité des signes dans l'équation de la déformée.

Question 11

L'expression des composantes est donnée à partir équations [A] et [B]

En effet pour $x = \lambda$ on a $y' = \delta\alpha$ et $y = \delta y$

$$[A] \Rightarrow \delta\alpha = \frac{1}{EI_{Gz}} (\frac{\lambda^2}{2} Y_B + \lambda N_B)$$

$$[B] \Rightarrow \delta y = \frac{1}{EI_{Gz}} (\frac{\lambda^3}{3} Y_B + \frac{\lambda^2}{2} N_B)$$

Soit en combinant ces deux expressions on obtient:

$$Y_B = -\frac{12EI_{Gz}}{\lambda^3} [\frac{\lambda}{2} \delta\alpha - \delta y]$$

$$N_B = \frac{12EI_{Gz}}{\lambda^2} [\frac{\lambda}{3} \delta\alpha - \frac{\delta y}{2}]$$

De nombreuses erreurs de calcul ont été constatées.

Question 12

$|Y_B|$ et $|N_B|$ sont maxi pour $\lambda_{\min} = 300\text{mm}$ et pour $\delta\alpha$ et δy de signes contraires.

Question 13

Application numérique:

$$|Y_B| = 483 \text{ N}$$

$$|N_B| = 96 \text{ Nm}$$

Des valeurs numériques fantaisistes ont trop souvent été notées.

Question 14

Expression de θ'' , appliquons le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble (2,3):

- Energie cinétique:

$$T_{(2/R)} = \frac{1}{2} I_2 \dot{\theta}^2$$

$$T_{(3/R)} = \frac{1}{2} M V_3^2$$

$$T_{(2+3/R)} = \frac{1}{2} \dot{\theta}^2 \left[I_2 + \left(\frac{M p^2}{4\pi^2} \right) \right]$$

- Puissance:

efforts de liaison: $P_l = 0$
(liaisons parfaites);
pesanteur négligée $P_p = 0$;
puissance moteur $P_m = C m \dot{\theta}$.

■ Théorème de l'énergie cinétique

$$\left[\frac{dT}{dt} \right]_{/R} = P \Rightarrow \dot{\theta} \left[I_2 + \left(\frac{M p^2}{4\pi^2} \right) \right] = C m$$

$$\theta'' = \frac{C m}{I_2 + \left(\frac{M p^2}{4\pi^2} \right)} \quad [C]$$

Le théorème de l'énergie cinétique est quelquefois trop mal connu.

Un manque de rigueur est trop souvent constaté : oubli des puissances de pesanteur, puissance des efforts intérieurs au système isolé, confusion entre le pas p du système vis écrou et le pas 'réduit' $p/2\pi$,.....

Question 15

Appliquons le principe fondamental de la dynamique à la pièce 3 de manière à déterminer l'expression de l'effort axial de l'écrou sur la vis:

$$\{F_{2/3}\}_B = \begin{Bmatrix} -X_B \vec{x} \\ -L_B \vec{x} \end{Bmatrix}_{\forall M \in B, x} \quad \text{avec } L_B = k X_B; \quad \{D_{3/R}\}_B = \begin{Bmatrix} M \vec{\Gamma}_{3/R} \\ - \end{Bmatrix}_B$$

Les projections sur l'axe x de l'action du bâti et de la pesanteur sur la pièce 3 sont nulles.

Donc :

$$M \lambda'' = X_B \quad \text{et} \quad \lambda = -\frac{p \theta}{2\pi}$$

$$X_B = \frac{M p \theta''}{2\pi} \quad [D]$$

Dans beaucoup trop de copies, on trouve des erreurs de signe dans la résultante des actions de 2 sur 3 et dans l'expression définissant λ .

Question 16

Expression de cet effort en fonction de Cm , I_2 , M et p en rapprochant les expressions [C] et [D] on obtient:

$$X_B = \frac{MpCm}{2\pi I_2 + \frac{Mp^2}{2\pi}}$$

Question 17

Expression de la composante L_B :

$$L_B = -\frac{p}{2\pi} X_B = -\frac{Mp^2Cm}{4\pi^2 I_2 + Mp^2}$$

On pouvait aussi obtenir cette expression en appliquant le PFD à la vis.

Question 18

Torseur représentant les actions mécaniques de l'écrou sur la vis:

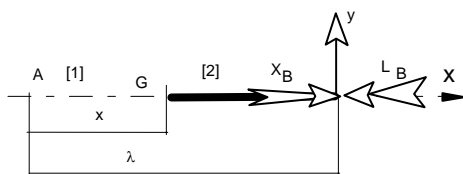
$$\{F_{3/2}\}_B = \left\{ \begin{array}{l} \vec{X_B}_x = \frac{MpCm}{2\pi I_2 + \frac{Mp^2}{2\pi}} \\ \vec{L_B}_x = -\frac{Mp^2Cm}{4\pi^2 I_2 + Mp^2} \end{array} \right\} \quad \forall M \in B, \vec{x}$$

Question 19

$$\begin{array}{l} X_B = 1490 \text{ N} \\ L_B = -2,4 \text{ Nm} \end{array}$$

De trop nombreux candidats qui ont répondu correctement à la question précédente considèrent que les applications numériques ne présentent pas d'intérêt.

Question 20



Le torseur des efforts intérieurs s'écrit en G:

$$\{T_{int}\} = \{T_{[2]/[1]}\} = \{T_{ext/[2]}\} = \left\{ \begin{array}{l} \vec{X_B}_x \\ \vec{L_B}_x \end{array} \right\}_G$$

Il est indispensable de préciser la convention utilisée pour l'écriture du torseur des efforts intérieurs.

Question 21

La vis est soumise à:

- Traction compression suivant (B, \vec{x})
- Torsion autour de (B, \vec{x}) .

Il est indispensable de préciser les axes.

Question 22

Erreur axiale de position de la table due au déplacement induit par les sollicitations déterminées à la question précédente :

- Sollicitation de traction $u_1(\lambda) = \frac{\lambda X_B}{ES}$

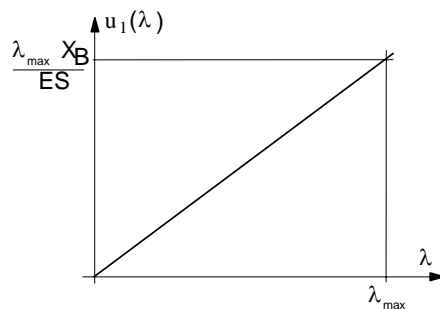
- Sollicitation de torsion $M_t = LB = G\theta I_0$ avec $\theta = \frac{\alpha}{\lambda}$ et $u_2(\lambda) = -\frac{p\alpha}{2\pi}$

$$u_2(\lambda) = -\frac{p}{2\pi} \lambda \frac{LB}{GI_0}$$

De très nombreux candidats n'ont pas su relier la déformation en torsion au déplacement de l'écrou.

Question 23

Allure de la courbe représentant le déplacement $u_1(\lambda)$



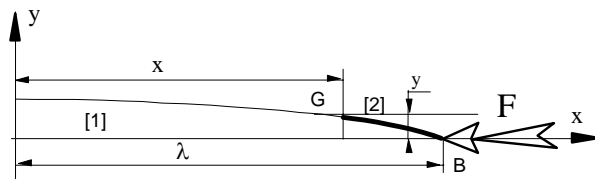
Question 24

$$\begin{aligned} u_1(\lambda) &= 0,03\text{mm} \\ u_2(\lambda) &= 0,002\text{mm} \end{aligned}$$

Le déplacement dû à la torsion est négligeable devant celui dû à la traction compression.

Certains des candidats qui ont abordé cette question ont fait des erreurs dans les unités.

Question 25



$$\{T_{\text{int}}\} = \{T_{[2] / [1]}\} = \{T_{G \text{ ext } / [2]}\}$$

$$\vec{Mf} = \sum \vec{M_{G \text{ ext } / [2]}}$$

$$Mf = -Fy$$

Une fois de plus, il est indispensable de préciser la convention utilisée pour l'écriture du torseur des efforts intérieurs.

Question 26

Equation de la déformée

$$EI_{Gz} \frac{d^2 y}{dx^2} = Mf = -Fy \text{ en posant } \frac{d^2 y}{dx^2} = y''$$

$$y'' + \frac{F}{EI_{Gz}} y = 0 \text{ avec } k = \sqrt{\frac{F}{EI_{Gz}}}$$

Question 27

Résolution de l'équation différentielle, appliquons les conditions aux limites, déterminons B:

$$y(x) = A \cos(kx) + B \sin(kx)$$

$$y(\lambda) = 0 \Rightarrow A \cos(k\lambda) + B \sin(k\lambda) = 0 \quad [E]$$

$$y'(0) = 0 \Rightarrow -Ak \sin(0) + Bk \cos(0) = 0 \quad [F]$$

$$[F] \Rightarrow B = 0 \text{ dans } [E] A \cos(k\lambda) = 0$$

Si A est nul, il n'y a pas de déformation, on prendra $A \neq 0$

$$\cos(k\lambda) = 0 \Rightarrow k\lambda = \pi/2 + C\pi$$

Les conditions aux limites ont été très mal exprimées car de nombreux candidats n'ont pas tenu compte de la position du repère (disposé ainsi pour faciliter la résolution).

Question 28

Expression de F pour $C=0$

$$C = 0; \quad k = \frac{\pi}{2\lambda}; \quad F = k^2 EI_{Gz}$$

Application numérique, la charge critique est égale à

$$F_C = \frac{\pi^2 EI_{Gz}}{4\lambda^2} = 2500 \text{ N}$$

Question 29

Le coefficient de sécurité est égal à

$$S_r = \frac{F_C}{X_B} = \frac{2500}{1500} = 1,6$$

Le coefficient de sécurité souhaité étant égal à 5, il y a risque de flambage.

Certains candidats ont, à partir d'un résultat correct tiré des conclusions erronées.

Question 30

La vis est de section circulaire, le moment quadratique I_{Gu} par rapport à un axe (O, \vec{u}) quelconque appartenant au plan (O, \vec{y}, \vec{z}) est égal à I_{Gz} . Le moment fléchissant sera donc le même quel que soit sa direction dans ce plan et le risque de flambage sera identique.

Question 31

Voir le schéma sur le document réponse 2

La modélisation fait partie des compétences que le jury considère comme fondamentales. Trop de candidats ne savent pas lire un dessin technique de difficulté normale et encore moins modéliser les pièces et les liaisons associées.

Question 32

On peut déterminer le degré d'hyperstaticité de l'ensemble modélisé sur le document réponse 2 de manière globale.

Il est donné par la relation $h = n_s - rang = n_s - [6(n-1) - m]$

h représente le degré d'hyperstaticité;

n_s : nombre d'inconnues de liaisons, ici égal à 23.

n représente le nombre de solides composant le mécanisme y compris le bâti, ici égal à 5.

m représente le nombre de mobilités, ici égal à 1 (mobilité générale)

$$h = 23 - [24 - 1] = 0 \Rightarrow \text{Le modèle est isostatique}$$

Question 33

Voir document réponse 1

Question 34

Justification du modèle adopté sur la figure 5:

- En A roulement à aiguilles (linéaire annulaire) et rouleaux (appuis plans bilatéraux) combinés. Cette liaison peut être modélisée par une liaison PIVOT d'axe (A, \vec{x}) .
- En B roulement à aiguilles. Cette liaison peut être modélisée par une LINEAIRE ANNULAIRE d'axe (C, \vec{x}) .
- Une analyse similaire à celle de la question 32 permet de déterminer que $h=2$ pour cette modélisation. Le roulement à aiguilles rajouté en C par rapport à la version de base défini figure a introduit deux inconnues de liaisons supplémentaires.

Question 35

Sollicitations dans la vis:

Les conditions géométriques font que l'action en C est nulle on a :

$$\{T_{int}\} = \{T_{[2]/[1]}\} = \{T_{ext}/[2]\} \quad G \begin{cases} \vec{X_B} \vec{x} \\ \vec{L_B} \vec{x} \end{cases}$$

La vis est soumise à:

- Traction compression suivant (B, \vec{x}) avec risque de flambage.
- Torsion autour de (B, \vec{x}) .

Question 36

Le comportement au flambage de la vis analysé dans la question précédente (ponctuelle en B et encastrement en A) peut être modélisé par le cas c. La linéaire annulaire est modélisée dans le plan (O, \vec{x}, \vec{y}) .

Le coefficient m a une valeur égale à 2.

La seule réponse $m = 2$ ne suffit pas . Il faut justifier.

Question 37

Le coefficient de sécurité est égal à :

$$S_r = \frac{F_C}{X_B} = \frac{8 \times 2500}{1500} = 13,3 \geq S_s$$

Le coefficient de sécurité déterminé ici est largement supérieur à celui souhaité S_s . Le risque de flambage est écarté, c'est l'intérêt de la présence de la linéaire annulaire en C.

Mêmes commentaires qu'à la question 29

Question 38

Voir document réponse 1

Question 39

Justification du modèle adopté sur la figure 7:

- En A et B roulements à deux rangées de billes à contact oblique disposés en "O" leurs centres de poussée sont distincts, on peut donc modéliser ces deux liaisons par deux liaisons PIVOT d'axe (A, \vec{x}) .
- Une analyse similaire à celle de la question 32 permet de déterminer pour cette modélisation que $h=5$. Cela conduit à 3 inconnues supplémentaires par rapport au cas précédent.

Mêmes commentaires qu'à la question 34.

Question 40

- a- Equilibre de la plaque P dans le cas de l'état 2, en projection sur l'axe (A, \vec{x}) . Soit F_1 et F_2 les actions respectives des ressorts R_1 et R_2 .

$$-F + F_1 + F_2 = 0$$

- b- Expression du déplacement $u(\lambda)$:

$$F_1 = k_1 u(\lambda) \quad \text{avec} \quad k_1 = \frac{SE}{\lambda}$$

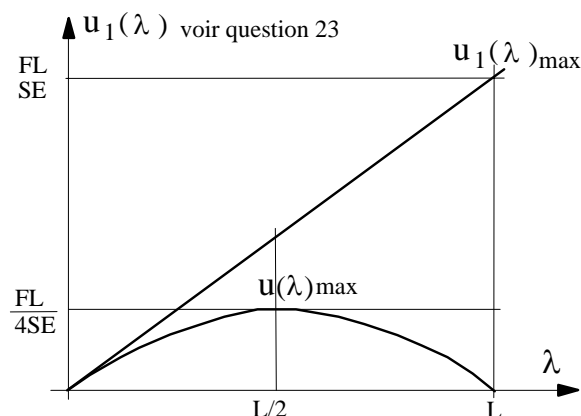
$$F_2 = k_2 u(\lambda) \quad \text{avec} \quad k_2 = \frac{SE}{L - \lambda}$$

$$F = +F_1 + F_2 = u(\lambda) SE \left(\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{L - \lambda} \right)$$

$$u(\lambda) = \frac{F}{SE} \frac{\lambda(L - \lambda)}{L} \quad ; u'(\lambda) = \frac{F}{LSE} (L - 2\lambda)$$

Après avoir précisé la loi de Hooke, il fallait mettre en évidence et utiliser la condition géométrique : $u_1(\lambda) = u_2(\lambda) = u(\lambda)$

c-



d- Dans cette solution hyperstatique, en particulier axialement, sous l'action de F le déplacement de l'écrou est bien inférieur au déplacement correspondant à la solution isostatique.

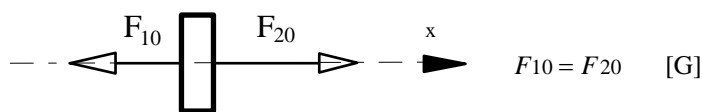
$$u(\lambda)_{\max} = 0,007 \text{ mm}$$

Il est important ici de constater la rigidité élevée du système hyperstatique.

Question 41

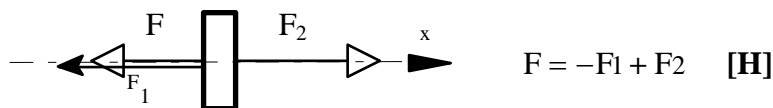
Recherche de $u(\lambda)$

- Equilibre de la plaque dans l'état 1 :



- Equilibre de la plaque dans l'état 2 :

La précontrainte F_{10} est telle que R_1 tire vers la gauche, quel que soit F .



- Comportement de R_1 et R_2 :

$$F_1 = F_{10} - k_1 u(\lambda) \quad \text{et} \quad F_2 = F_{20} + k_2 u(\lambda)$$

En utilisant les relations [G] et [H]

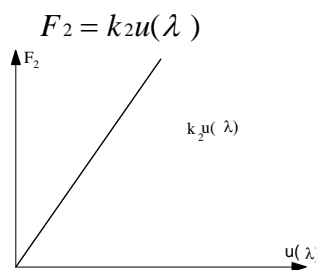
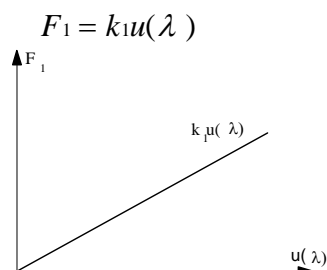
$$F = -F_{10} + k_1 u(\lambda) + F_{20} + k_2 u(\lambda)$$

$$F = u(\lambda) [k_1 + k_2] = u(\lambda) ES \left[\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{L - \lambda} \right]$$

$$u(\lambda) = \frac{F}{ES \left[\frac{1}{\lambda} + \frac{1}{L - \lambda} \right]}$$

On constate que le déplacement de l'écrou est indépendant de la précontrainte.

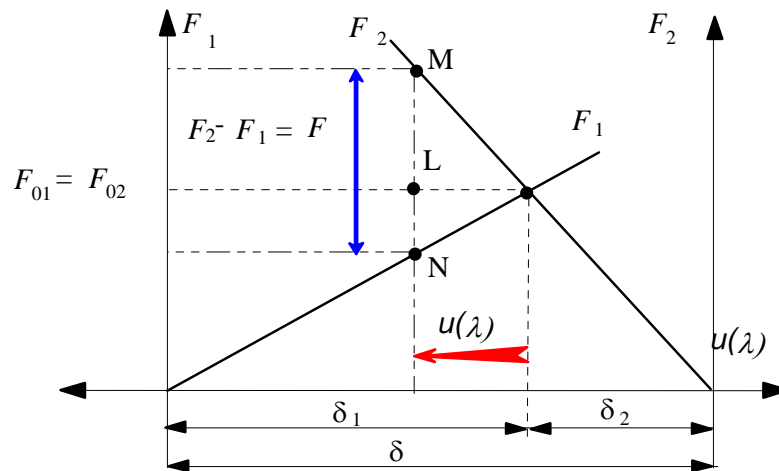
Résolution graphique:



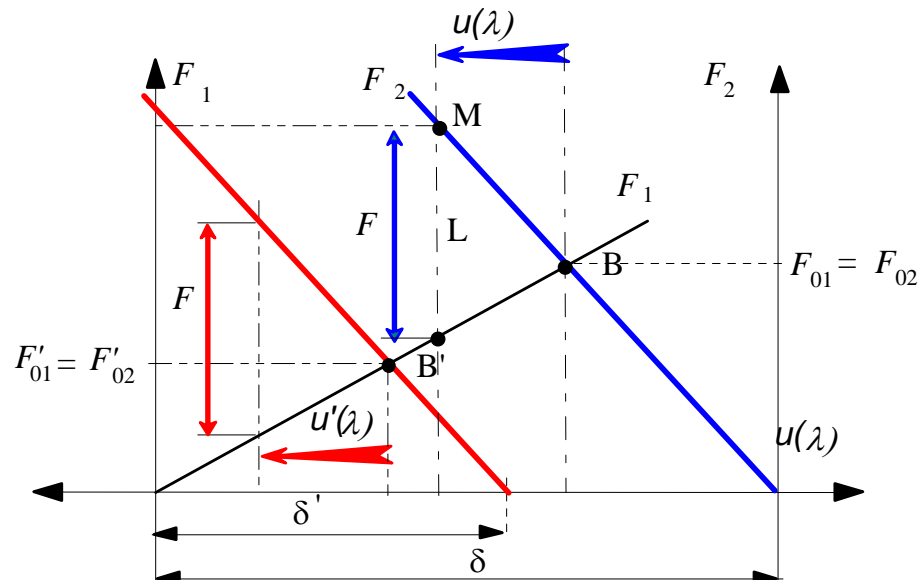
Sur un même graphe, en retournant la courbe 2, en faisant une construction à l'échelle, connaissant k_1 et k_2 et F on peut déterminer F_1 et F_2 .

δ correspond à une précharge donnée.

$$F = MN = ML + LN = k_1 u(\lambda) + k_2 u(\lambda)$$



Pour un autre réglage δ' :



Pour un même effort F

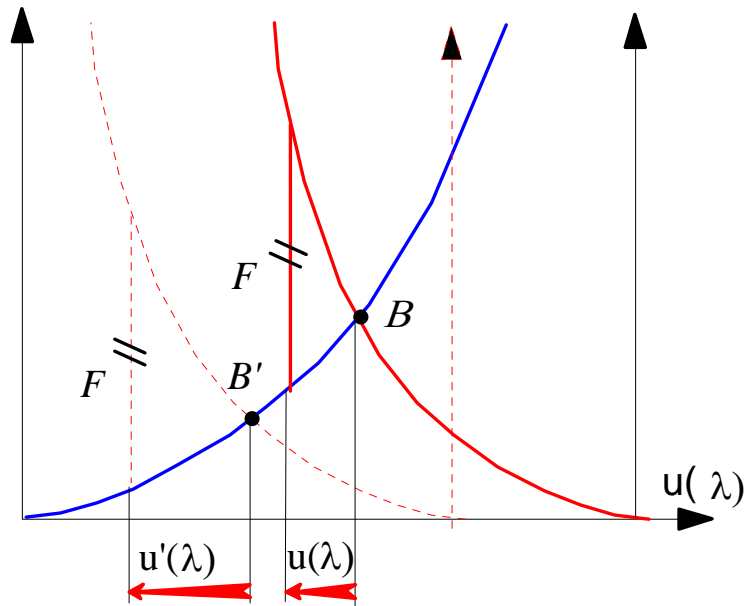
$$u'(\lambda) = u(\lambda) \quad \text{et} \quad u(\lambda) = \frac{F}{k_1 + k_2}$$

Remarque: On mesure $u'(\lambda)$ par rapport à B' , nouvelle position de B après changement de précontrainte.

Si on introduit le comportement des roulements:

Le comportement des roulements peut être illustré par les courbes ci-dessous:

Pour un même F on a pas un même $u(\lambda)$ en effet le comportement en déformation axiale des roulements n'est pas linéaire.



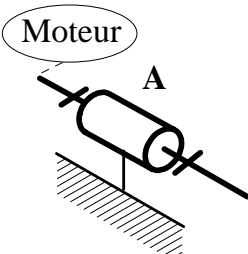
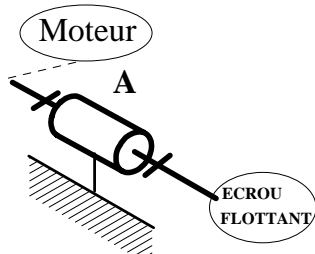
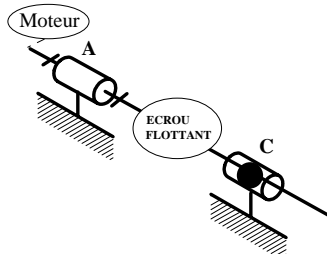
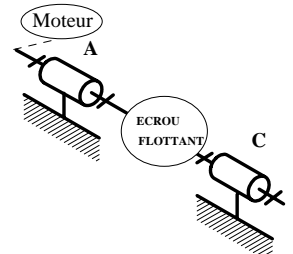
Question 42

En comparant les résultats obtenus aux question 40 et 41 on constate que la précontrainte du guidage:

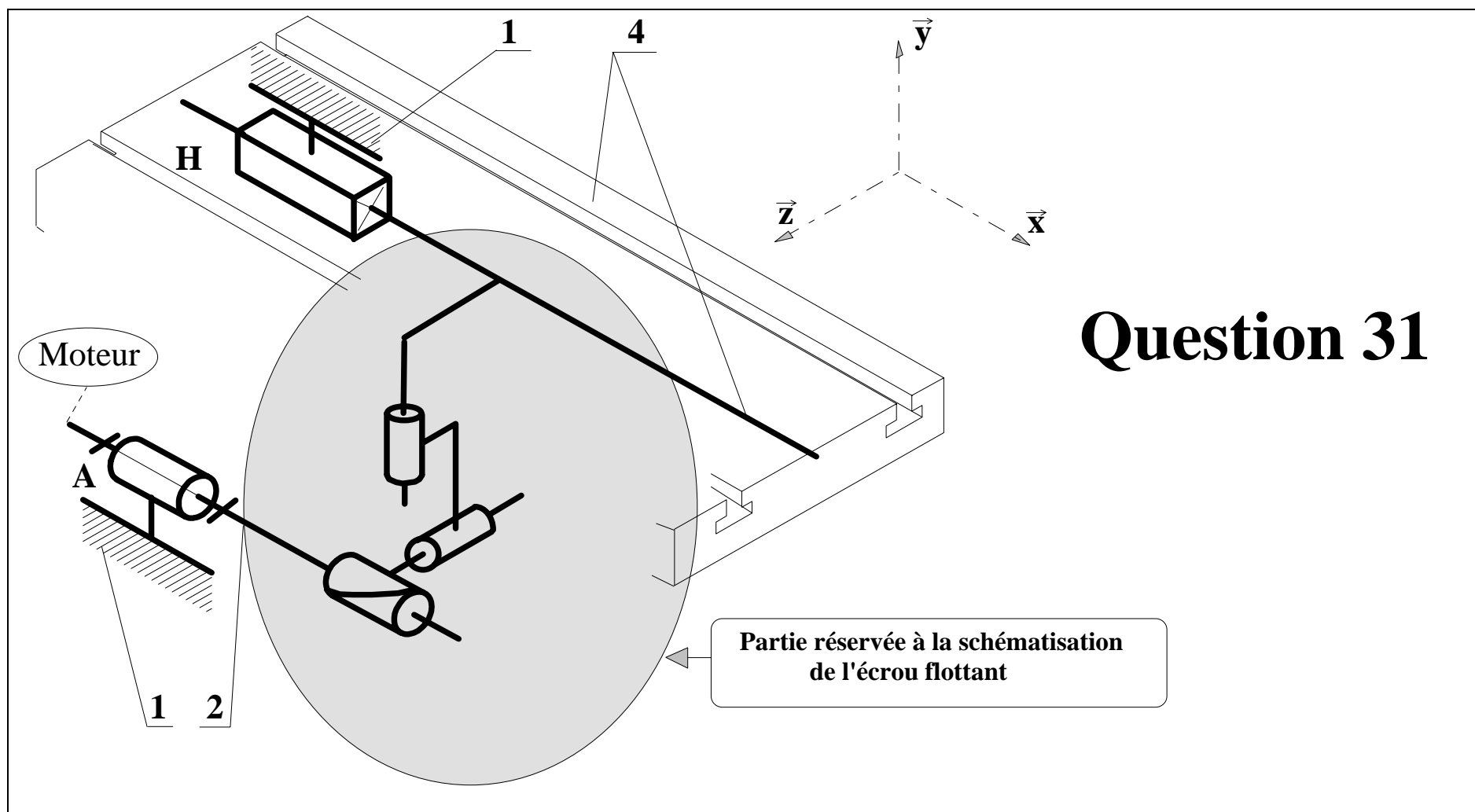
- Elimine les jeux;
- Augmente le nombre de billes en contact avec les bagues dans les roulements (augmentation du paramètre ε);
- réduit le risque de flambage, si la vis est mise en traction.

Question 43

Voir document réponse 1.

TYPE DE VERSION	VERSION DE BASE	PREMIER AMENAGEMENT	2eme AMENAGEMENT	3eme AMENAGEMENT
SCHEMA				
DEGRE D'HYPERSTATICITE	$h = 4$	$h = 0$	$h = 2$	$h = 5$ (Q29)
RIGIDITE AXIALE PRECISION	$u_1 (\lambda) = 0.03 \text{ mm}$	$u_1 (\lambda) = 0.03 \text{ mm}$	$u_1 (\lambda) = 0.03 \text{ mm}$ (Q24)	$u_1 (\lambda) = 0.007 \text{ mm}$ (Q29)
RISQUE DE FLAMBAGE	$m = 1/4$	$m = 1/4$	$m = 2$ (Q36)	

DOCUMENT REPONSE 1 : TABLEAU DE RESULTATS



Question 31

DOCUMENT REPONSE 2 : SCHEMA DE L'ECROU FLOTTANT