

SESSION 2023

---

**CAPET**  
**CONCOURS EXTERNE ET CAFEP CORRESPONDANT**  
**ET TROISIEME CONCOURS**

**Section : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR**

**Option : INGÉNIERIE MÉCANIQUE**

**ÉPREUVE ÉCRITE DISCIPLINAIRE**

Durée : 5 heures

---

*Calculatrice autorisée selon les modalités de la circulaire du 17 juin 2021 publiée au BOEN du 29 juillet 2021.*

*L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.*

*Il appartient au candidat de vérifier qu'il a reçu un sujet complet et correspondant à l'épreuve à laquelle il se présente.*

*Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.*

**NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier. Le fait de rendre une copie blanche est éliminatoire.**

**Tournez la page S.V.P.**

A

## INFORMATION AUX CANDIDATS

Vous trouverez ci-après les codes nécessaires vous permettant de compléter les rubriques figurant en en-tête de votre copie

Ces codes doivent être reportés sur chacune des copies que vous remettrez.

► **Concours externe du CAPET de l'enseignement public :**

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
E D E	1 4 1 4 E	1 0 1	9 3 1 1

► **Concours externe du CAFEP/CAPET de l'enseignement privé :**

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
E D F	1 4 1 4 E	1 0 1	9 3 1 1

► **Troisième concours externe du CAPET de l'enseignement public :**

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
E D V	1 4 1 4 E	1 0 1	9 3 1 1





Ce sujet comporte 44 pages dont :

- énoncé → pages 2 à 21
- annexes → pages 22 à 43
- document réponse → page 44

## Robot autonome pour le désherbage viticole - TED

### Présentation du support d'étude

#### 1.1. Mise en situation

Le robot autonome polyvalent TED, développé par la société Naïo, est un outil enjambeur de désherbage mécanique des vignes. Son intérêt principal est de décharger de tâches pénibles et chronophages les viticulteurs et vigneron.

TED, figures 1 et 2, propose un désherbage 100% mécanique ce qui limite l'utilisation d'herbicides habituellement utilisés. Son passage fréquent offre un travail d'entretien régulier.

Ce robot est l'un des premiers robots électriques entièrement autonome sur le marché pour le désherbage précis et efficace de l'inter-cep.



Figure 1 - illustration du robot en mode 'enjambeur'



Figure 2 - illustration du robot à l'arrêt

L'entretien des sols d'un vignoble, inter-rang ou sous le rang, est l'une des principales contraintes des vigneron. Il est admis que la présence d'herbes en phase végétative nuit grandement au vignoble, aussi bien sur la quantité que sur la qualité du raisin.

Les viticulteurs perdent beaucoup de temps au binage, sarclage et tonte répétés, en saison ou hors saison, comme l'indique le diagramme de la figure 3.

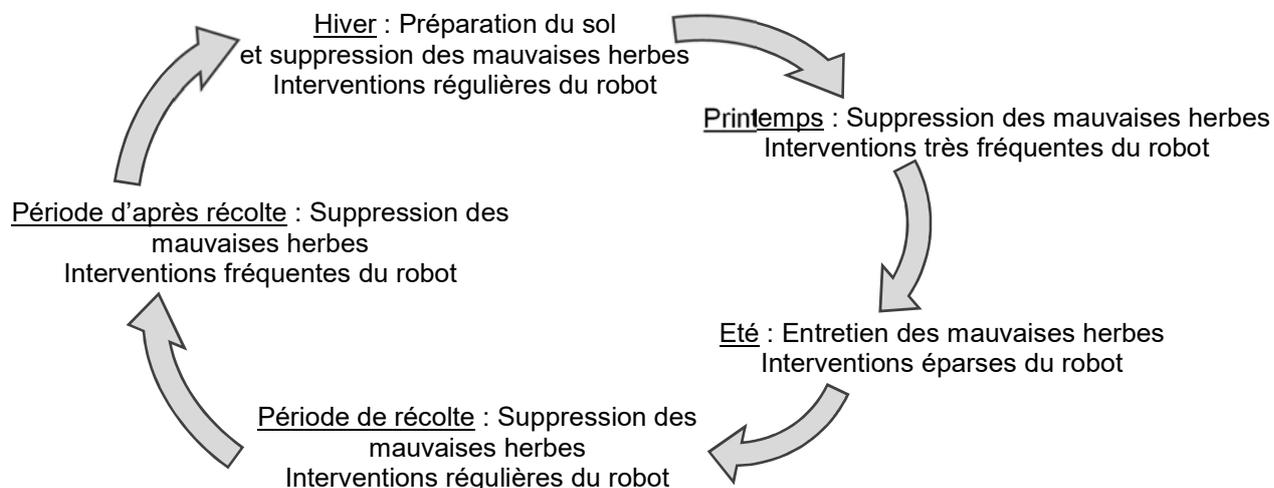


Figure 3 - cycle d'entretien des vignobles

Une alternative depuis la fin des années 1940 est l'utilisation de produits chimiques (herbicides). Ces produits ont permis un gain de temps sur des opérations de désherbage, mais ils ne garantissent pas la fertilité du sol sur le long terme et entraînent des risques de pollution des eaux. Ils ne favorisent pas non plus l'activité biologique des sols et la biodiversité dans la parcelle.

Entre la volonté d'arrêter l'utilisation des herbicides d'un côté et le problème de recrutement de personnel qualifié pour réaliser un entretien manuel sous le rang de l'autre, le robot TED a été conçu.

Le diagramme des cas d'utilisation de la figure 22 de l'annexe A expose l'environnement de travail du robot TED.

Ce robot permet d'enlever l'herbe au pied du cep pour favoriser la pousse du raisin. Il réalise un entretien plus fréquent et respectueux du cep car le cavaillon (motte de terre sous le cep de vigne) doit rester meuble et facile à travailler. De plus, étant autonome, il libère le viticulteur qui peut se consacrer à d'autres tâches.

La figure 23 de l'annexe A détaille la structure du robot.

## 1.2. Cycle d'utilisation

L'utilisation et la mise en route du robot TED est assez simple :

Étape 1 : mise en place du robot sur la parcelle ;

Étape 2 : cartographie des parcelles technologie RTK par GPS, manuellement ou par drone ;

Étape 3 : réglage de la vitesse et montage des outils ;

Étape 4 : lancement du cycle en autonomie du robot.

On peut atteler au porteur (partie tractée du robot) un ensemble d'outils mécaniques traditionnels comme des disques ou des décavaillonneuses.

Le robot est léger. Sa masse avec outils reste inférieure à 1 tonne. Il est ainsi plus léger qu'un tracteur ce qui contribue au non-tassement des sols.

Le diagramme de la figure 24 de l'annexe A présente les contraintes et exigences fixées en collaboration avec les viticulteurs pour le fonctionnement du robot TED.

Dans ce sujet, le candidat devra :

- partie 1 : vérifier l'équipement en alimentation électrique du robot (exigence 1.1) ;
- partie 2 : évaluer la capacité du robot TED à changer de rang (exigences 1.2.1.3 et 1.2.1.4) ;
- parties 3 & 4 : évaluer la pertinence du choix de la géométrie du robot (exigence 1.3.2) ;
- partie 5 : proposer une motorisation du robot afin de répondre aux exigences 1.1 et 1.2.1.2 ;
- parties 6 & 7 : justifier de la rigidité du système de porte-outil et proposer une solution alternative conformément aux exigences 3 et 4.

Les parties sont toutes indépendantes et peuvent être traitées dans n'importe quel ordre. La plupart des formules et modèles de calcul sont donnés dans les annexes.

La problématique générale est la validation du robot actuel au vu des exigences demandées, mais surtout, dans une optique d'industrialisation, le candidat est amené tout au long de ce sujet à réfléchir sur des pistes d'amélioration et de simplification des solutions actuelles afin de proposer un robot amélioré.

## Partie 1 : Étude de l'équipement embarqué

La société Naïo propose d'équiper son robot TED avec 6 ou 12 batteries.

L'objectif de cette partie est de déterminer les critères de choix sur la version 6 batteries ou 12 batteries en fonction de la taille et l'inclinaison des parcelles.

Il est indispensable pour le vigneron que le robot TED fonctionne en toute autonomie sur une parcelle d'environ 5ha de surface. Il faut limiter la masse embarquée due aux accumulateurs qui peuvent nuire aux performances énergétiques du robot.

Les batteries retenues par la société Naïo sont des *Power Brick Lithium-Ion 12.8V 100Ah 1280Wh max 14.6V LFP (Lifepo4)* sont présentées en figure 25 de l'annexe B.

Un tableau (figure 26 de l'annexe B), extrait du document constructeur, indique les caractéristiques de ces batteries.

Afin de calculer le nombre de batteries nécessaires au fonctionnement du robot TED, selon les critères énoncés dans le diagramme des exigences, il faut déterminer la puissance à fournir aux moteurs dans le cas d'une parcelle 'à plat' et d'une parcelle 'inclivée'.

**Question 1** - Déterminer à partir du diagramme de définition des blocs, figure 23 de l'annexe A, le nombre total d'actionneurs (guidage et traction) du robot TED. Calculer la puissance à fournir aux moteurs en fonctionnant à 50% de leur puissance, correspondant à une parcelle située sur un terrain plat, puis à 72% de leur puissance ce qui correspond à une parcelle en pente de 30°.

Les batteries sont montées en séries de 3.

**Question 2** - Déterminer, pour 3 batteries, l'énergie embarquée par le robot. Faire de même dans le cas de 6 batteries embarquées (soit 2 séries en parallèle) puis pour 12 batteries embarquées (2 fois 2 séries en parallèle).

**Question 3** – Calculer le temps de fonctionnement d'un robot équipé de 6 batteries sur terrain plat puis sur terrain en pente de 30°. Faire de même pour un robot équipé de 12 batteries. Quelle remarque peut-on faire sur l'exigence 1.1 de l'annexe A ?

On sait qu'en France la taille moyenne d'une exploitation viticole est de 10,5 ha alors qu'en Europe la taille moyenne est plus proche 1,3 ha.

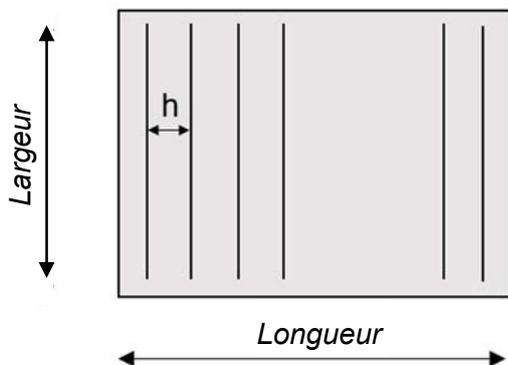


Figure 4 - parcelle 'type'

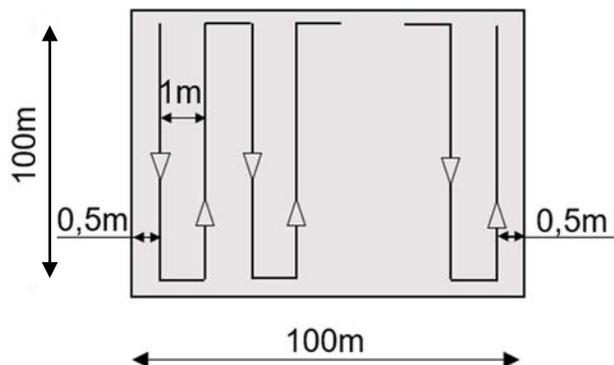


Figure 5 - parcelle 'type': dimensions de la parcelle étudiée et trajectoire du robot

Sur la figure 4, une parcelle 'type', généralement utilisée pour les études, est schématisée. Les traits verticaux représentent les rangs de ceps.

En prenant comme base une parcelle standard, on identifie des dimensions de la parcelle comme un carré de 100 m x 100 m. On note un espace moyen entre les rangées de ceps de 1 mètre. On admet une vitesse moyenne du robot à 4 km·h<sup>-1</sup>.

La trajectoire simplifiée suivie par le robot TED est représentée sur la figure 5.

**Question 4** - Pour cette parcelle donnée, indiquer si le vigneron a besoin d'investir dans la version 6 batteries ou 12 batteries du robot TED.

La société Naïo veut inclure dans la notice d'utilisation du nouveau robot TED une méthode permettant aux vignerons de déterminer le nombre de batteries nécessaires en fonction de la taille de leur parcelle.

**Question 5** - Proposer un logigramme (schéma ou diagramme) d'aide au choix du modèle 6 ou 12 batteries.

## Partie 2 : Étude de la cinématique du demi-tour du robot

Le robot TED doit être parfaitement autonome pendant toute la durée de fonctionnement, en particulier pendant les phases de demi-tour en fin de rang de vigne.

Pour cela, le robot dispose de quatre roues orientables et motorisées indépendantes.

---

**Objectif** : Valider les solutions technologiques permettant le demi-tour du robot TED.

---

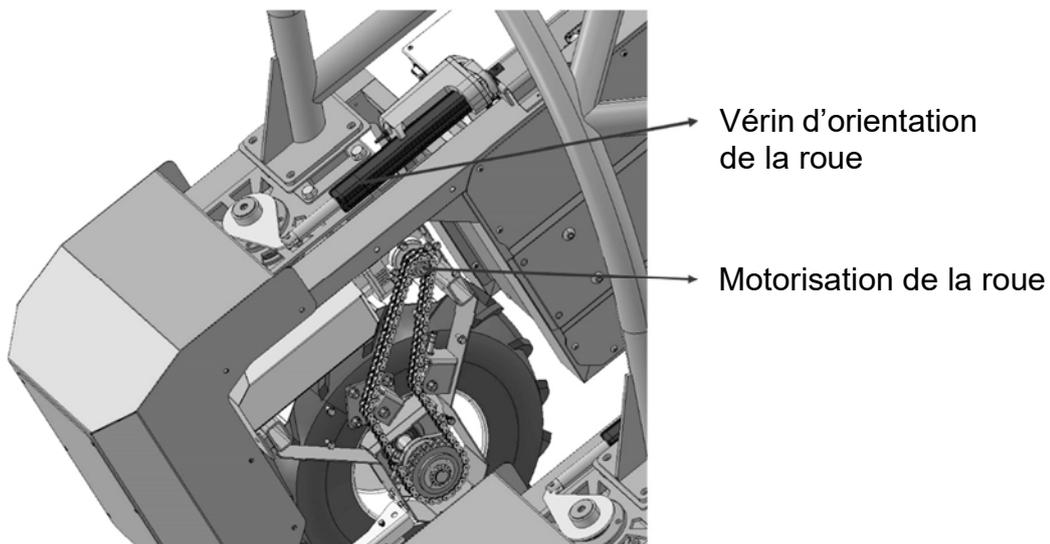


Figure 6 - Vue 3D du système d'entraînement d'une roue du robot TED

Pour opérer un demi-tour, le robot TED dispose de deux chaînes de puissance dont les actionneurs sont visibles sur la figure 6.

Comme indiqué dans le cahier des charges (annexe A), le robot doit être capable de désherber 4 ha de parcelle par jour. On supposera dans cette partie que l'autonomie des batteries est de 8 h et 30 min sur la parcelle témoin de 4 ha représentée ci-après (figure 7 et figure 8).



Figure 7 - Illustration d'une parcelle

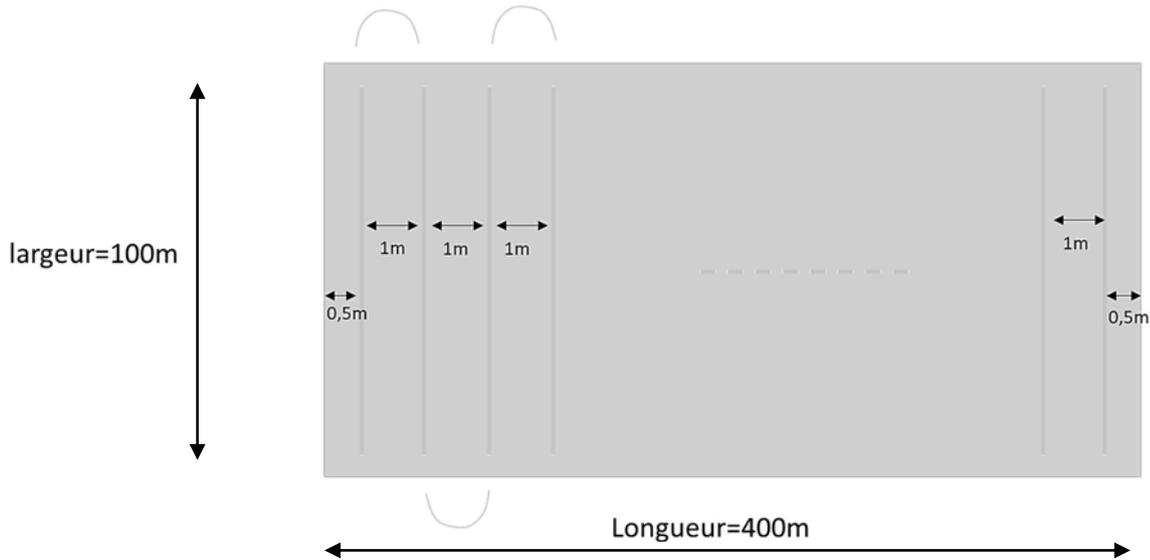


Figure 8 - Schéma d'une parcelle vue de dessus

La distance entre deux rangs successifs est égale à 1 mètre. Les premier et dernier rang sont à 0,5 m des limites de la parcelle. Les demi-tours se font en fin de rang.

---

**Sous-objectif 1** : Déterminer la vitesse du robot pendant les phases de demi-tour.

---

TED doit être capable de se déplacer à une vitesse maximale de  $6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  (figure 24 de l'annexe A). Dans un souci d'efficacité, il paraît intéressant d'imposer cette vitesse en ligne droite.

Par contre, le cahier des charges impose au robot de ne pas dépasser une distance de 2 mètres après la fin du rang de vigne, pour des raisons de limite de propriété et/ou obstacle.

Il paraît donc judicieux de limiter la vitesse en phase de virage, afin de permettre au robot de manoeuvrer plus aisément, à condition de respecter la surface journalière désherbée (figure 24 de l'annexe A).

La trajectoire du virage est proposée sur la figure 9 ci-après.

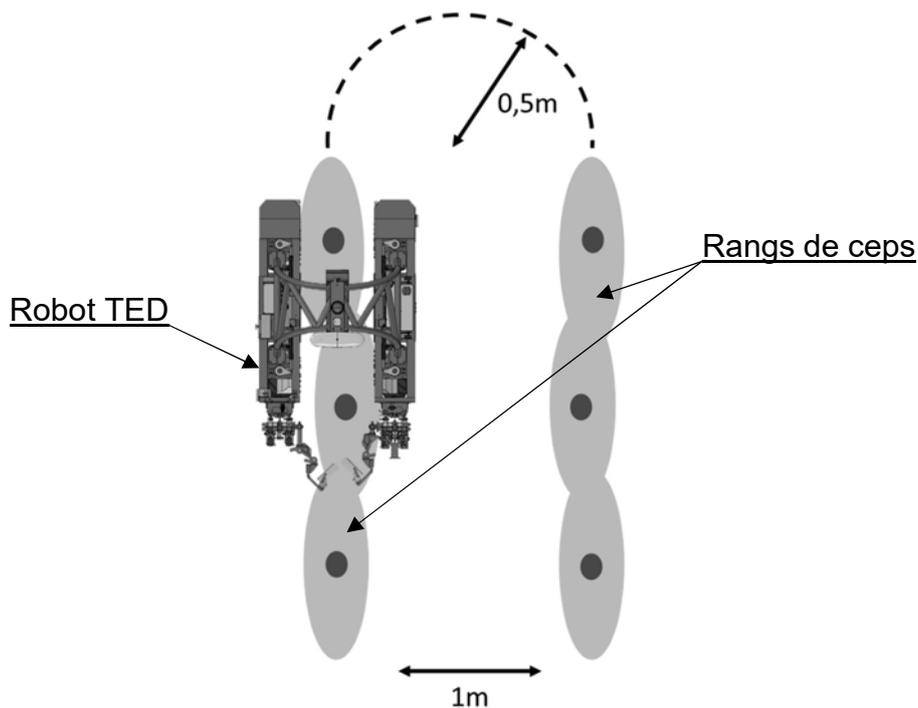


Figure 9 - Schéma inter-rang robot en position de changement de rangée

**Question 6** - Sur la parcelle schématisée à la figure 8, déterminer le nombre de rangs à désherber.

**Question 7** - En supposant que le robot avance à une vitesse de  $6 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ , déterminer le temps passé effectivement par TED à désherber. En déduire le temps restant disponible pour effectuer l'intégralité des virages.

**Question 8** - En exprimant la distance parcourue lors des virages, calculer la vitesse minimale  $V_{min}$  que doit avoir le robot dans les virages pour respecter l'objectif journalier. Commenter.

Pour la suite de l'étude, quel que soit le résultat trouvé à la question précédente, une vitesse de  $V_{min} = 4 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$  en virage sera retenue.

---

**Sous-objectif 2** : Déterminer les consignes à imposer aux actionneurs pendant la phase de demi-tour.

---

Pour réaliser le demi-tour, TED dispose de quatre roues orientables et motorisées indépendamment grâce à deux chaînes de puissance pour chaque roue (figure 6 et annexe C).

Dans cette partie, il s'agit de vérifier qu'il existe un couple  $\alpha_k, \dot{\theta}_k, k \in \{1, 2, 3, 4\}$  pour chaque roue afin que le robot TED parvienne à effectuer un demi-tour sans que les roues ne glissent sur le sol afin de ne pas endommager prématurément les pneus. On note  $\dot{\theta}_k = \frac{d\theta_k}{dt}$ .

Tous les éléments relatifs à la modélisation et les données géométriques sont présentés en annexe C.

On définit le vecteur vitesse  $\overline{V(O,0 / sol)}$ , vecteur vitesse au point O appartenant à 0 dans son mouvement par rapport au sol. On pose  $\overline{V(O,0 / sol)} = V_{min} \cdot \vec{y}_0$  pour la trajectoire circulaire représentée sur l'annexe C. On rappelle que le solide 0 est le châssis du robot, en mouvement par rapport au sol.

**Question 9** - Déterminer  $V_{min}$  en fonction de  $R$  et  $\dot{\theta}$ . Faire l'application numérique pour  $\dot{\theta}$ .

On note  $P_k, k \in \{1,2,3,4\}$ , les différents points de contact entre les roues et le sol. On supposera que ces contacts se font sans glissement.

**Question 10** - Exprimer les quatre conditions cinématiques de roulement sans glissement au niveau des différents points de contact  $P_k$ .

**Question 11** - À partir du schéma cinématique de l'annexe C - 2/2, justifier que le vecteur  $\overline{V(A_1,1 / 0)} = \vec{0}$ .

**Question 12** - Calculer le vecteur vitesse  $\overline{V(A_1,2 / 0)}$ .

Les figures de changement de base (ou figures géométrales) nécessaires à la réalisation des différentes projections sont données en annexe C -1/2.

**Question 13** - En utilisant une loi de composition de vitesse en  $P_1$ , montrer que l'on obtient

les deux relations scalaires suivantes :

$$\begin{cases} -\frac{L}{2}\dot{\theta} - r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \cos(\alpha_1) = 0 & (1) \\ V_{min} - \frac{\ell}{2}\dot{\theta} - r \cdot \dot{\theta}_1 \cdot \sin(\alpha_1) = 0 & (2) \end{cases}$$

Par analogie, on obtient ainsi huit équations scalaires indépendantes, contenant les huit inconnues du mouvement des roues recherchées dans le cadre du sous-objectif 2  $\{\dot{\theta}_1, \alpha_1, \dot{\theta}_2, \alpha_2, \dot{\theta}_3, \alpha_3, \dot{\theta}_4, \alpha_4\}$ .

**Question 14** - À l'aide des relations (1) et (2) trouvées à la question précédente, déterminer les valeurs numériques du couple  $\{\dot{\theta}_1, \alpha_1\}$ . Que dire du signe de  $\dot{\theta}_1$ ? Faire l'application numérique.

Une simulation numérique permet de remplir le tableau de résultats suivants :

	$ \dot{\theta}_k $ (en tours·min <sup>-1</sup> )	$\alpha_k$ en °
Roue 2 <sub>1</sub>	104	57
Roue 2 <sub>2</sub>	59	-16
Roue 2 <sub>3</sub>	59	16
Roue 2 <sub>4</sub>	104	-57

Tableau 1 : grandeurs cinématiques recherchées

Les relations obtenues précédemment ne permettent pas, dans un premier temps, de déterminer les signes des vitesses de rotation  $\dot{\theta}_k$  ce qui se fera à l'aide d'un schéma.

**Question 15** - Compléter le document réponse DR1 en représentant les roues orientées pour cette trajectoire circulaire et en précisant le sens d'avance et le sens de rotation pour chaque roue, comme sur l'exemple.

**Sous-objectif 3** : Valider la solution technologique retenue pour l'orientation des roues.

La partie précédente a permis de déterminer les paramètres cinématiques à imposer pour permettre la réalisation du demi-tour, selon les hypothèses proposées.

Il s'agit ici de vérifier que la solution technologique proposée par Naïo (figure 10), permet d'obtenir l'inclinaison des roues souhaitée (tableau 1 de la page précédente). La nouvelle modélisation de la chaîne de puissance pour la roue 1 (solide 2<sub>1</sub>) est proposée sur la figure 10 .

**Attention** : les systèmes d'axes utilisés dans cette partie sont indépendants des précédents systèmes d'axes.

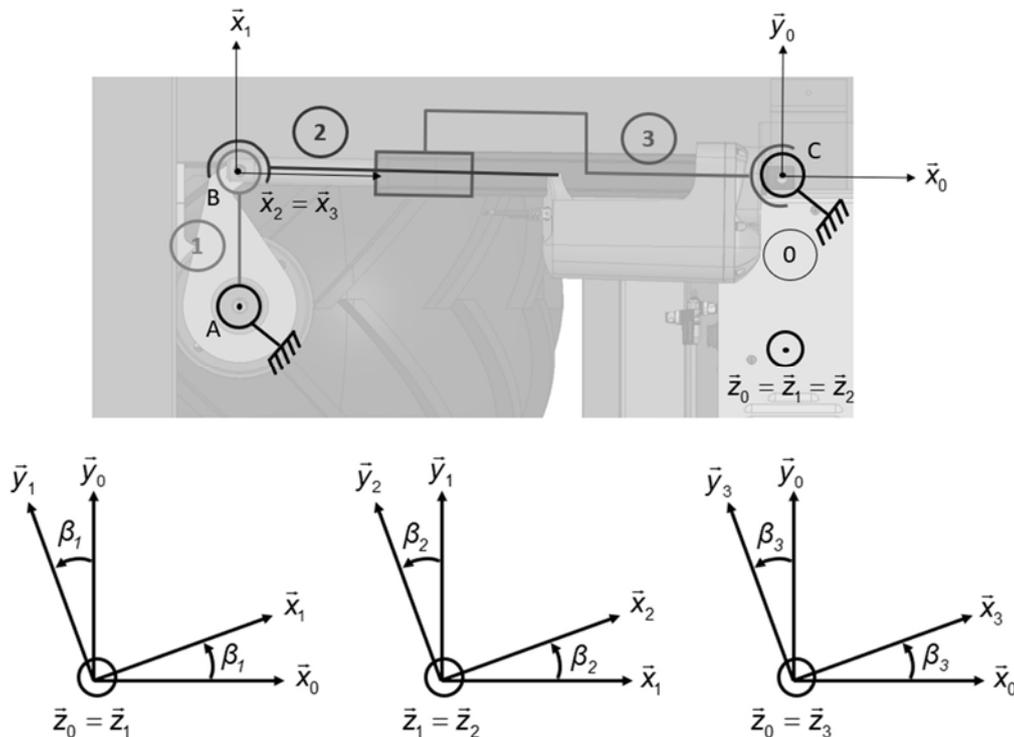


Figure 10 - Schéma cinématique minimal du dispositif d'orientation des roues et figures géométrales

Le corps du vérin (3) est en liaison sphérique de centre C avec le châssis (0). Le paramètre angulaire de la rotation dans le plan est  $\beta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3)$ .

La tige du vérin (2) est en liaison pivot glissant d'axe  $(B, \vec{x}_2)$  avec le corps du vérin (3). On note  $\overline{BC} = x(t) \cdot \vec{x}_2$ .

La biellette (1) est en liaison sphérique de centre B avec la tige du vérin (2) de paramètre de rotation dans le plan  $\beta_2 = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$  et en liaison pivot d'axe  $(A, \vec{z}_0)$  avec le châssis (0), de paramètre de rotation  $\beta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$ .

On pose  $\overline{AB} = l_a \cdot \vec{x}_1$ ,  $\overline{AC} = a \cdot \vec{x}_0 + b \cdot \vec{y}_0$ , avec  $l_a = 14,5$  cm,  $a = 57$  cm et  $b = 13$  cm.

**Question 16** - Indiquer quel paramètre angulaire informe sur l'inclinaison de la roue. Quelle est la relation entre ce paramètre et l'angle  $\alpha_1$  défini précédemment ?

On se propose de déterminer la relation entre  $x(t)$  paramétrant la longueur du vérin et  $\beta_1$ .

**Question 17** - Écrire la relation vectorielle de fermeture géométrique dans le triangle ABC.

On obtient la relation  $x(t)^2 = (a - l_a \cdot \cos \beta_1)^2 + (b - l_a \cdot \sin \beta_1)^2$ .

**Question 18** - Justifier cette expression (aucun calcul n'est demandé).

**Question 19** - À l'aide de la figure 10, identifier la position des points A, B et C afin d'avoir la course minimale ainsi que la course maximale du vérin. Mesurer la variation de longueur du vérin appelée course du vérin et notée  $\Delta x(t)$ .

Une modélisation dynamique a montré que le vérin devait supporter une charge de 1600 N. Une documentation en annexe D relative à la gamme de vérin LA36 de Linak (gamme choisie par le constructeur) indique la course des vérins en fonction de la charge maximale admissible.

**Question 20** - Valider le choix du vérin.

Grâce à la relation justifiée à la question 18, une résolution numérique permet de déterminer :

$$\begin{cases} \beta_{1min} = f(x_{min}) = 12^\circ \\ \beta_{1max} = f(x_{max}) = 192^\circ \end{cases}$$

**Question 21** – À partir du tableau 1 et des relations précédentes, conclure sur la pertinence de la solution technologique choisie par Naïo Technologie.

### Partie 3 : Validation de la géométrie du robot à l'équilibre

Le robot TED doit pouvoir se déplacer parmi les rangs de vigne sur des terrains en pente et en dévers. On s'intéresse aux choix technologiques permettant de répondre à cette exigence.

---

**Objectif global** : Valider la géométrie du robot sur des terrains en dévers, à l'arrêt

---

Le diagramme des exigences (exigence 1.3.2, annexe A) précise que le robot doit être capable de se déplacer sur des terrains en dévers, de même que rester en position statique, pour le changement des outils par exemple. Il ne doit par conséquent pas être sujet à d'éventuels basculements.

---

**Sous-objectif 1** : Déterminer la position du centre d'inertie du robot

---

Afin de déterminer la position du centre d'inertie de TED, le paramétrage est proposé sur la figure 11, page suivante.

L'angle  $\gamma$  représente l'angle de dévers considéré,  $(\bar{x}_s, \bar{y}_s, \bar{z}_s)$  la base associée au robot,  $(\bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$  la base associée au sol horizontal.

On définit les 4 sous-ensembles suivants :

- le train de roue  $S_1$  (batteries comprises), de masse  $m_1$  et de centre d'inertie  $G_1$ , situé à une distance  $y_1$  du sol ;
- le train de roue  $S_2$  (batteries comprises), de masse  $m_2$  et de centre d'inertie  $G_2$ , situé à une distance  $y_2$  du sol ;
- l'arceau  $S_3$ , de masse  $m_3$  et de centre d'inertie  $G_3$ , situé à une distance  $y_3$  du sol ;

- le porte-outils  $S_4$  (non entouré en pointillés sur la figure 11), de masse  $m_4$  et de centre d'inertie  $G_4$ , situé à une distance  $y_4$  du sol.

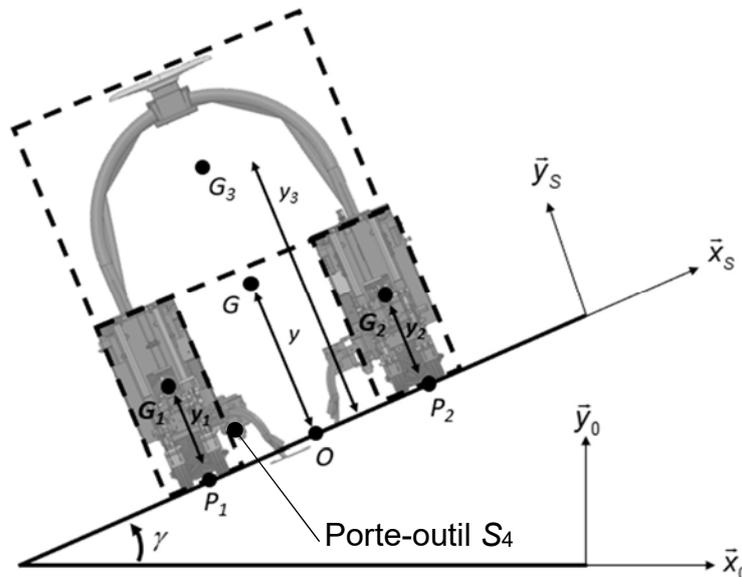


Figure 11 – Schéma paramétré

Les caractéristiques de masse sont :  $m_1 = 400$  kg,  $m_2 = 400$  kg,  $m_3 = 67$  kg,  $m_4 = 40$  kg. On identifie également les caractéristiques de distances  $y_i$  :  $y_1 = y_2 = 0,48$  m,  $y_3 = 1,5$  m,  $y_4 = 0,25$  m.

L'influence du système  $S_4$  dans le basculement sera négligée.

**Question 22** - Discuter de la pertinence de cette hypothèse.

**Question 23** - Exprimer vectoriellement le vecteur  $\overline{OG}$  (en utilisant la formule du barycentre par exemple) en fonction de  $\overline{OG_1}$ ,  $\overline{OG_2}$ ,  $\overline{OG_3}$  et des différentes masses, où  $G$  est le centre d'inertie global.

**Question 24** - En déduire une relation scalaire permettant d'exprimer  $y = \overline{OG} \cdot \vec{y}_s$  en fonction de  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$  et des différentes masses. Réaliser l'application numérique.

La position du centre d'inertie du robot est désormais connue. Pour le reste de l'étude, la valeur de  $y = 56$  cm sera retenue.

---

### Sous-objectif 2 : Déterminer de la condition de basculement

---

On se place dans le cas où le robot, de masse  $m = m_1 + m_2 + m_3$  est à l'arrêt, sur une parcelle de dévers  $\gamma$ . Le paramétrage complet est donné en annexe E. Par symétrie, on ne considèrera qu'un seul point de contact entre chaque train de roue et le sol aux points  $P_1$  et  $P_2$ . On propose une modélisation des actions mécaniques de contact entre le robot et le sol (cf. annexe E).

**Question 25** - Appliquer le principe fondamental de la statique à  $S$  en  $P_1$ . Projeter le théorème de la résultante statique selon les vecteurs  $\vec{x}_s$  et  $\vec{y}_s$ . Projeter le théorème du moment statique selon  $\vec{z}_0$ .

**Question 26** - Indiquer une condition sur  $N_1$ ,  $N_2$ ,  $T_1$ ,  $T_2$  à la limite du basculement du robot. De quels paramètres dépend le basculement ? Déterminer alors le dévers maximal (en

utilisant la valeur de  $y$  donnée) que peut supporter le robot à l'arrêt. Conclure sur l'exigence 1.3.2 du cahier des charges (figure 24, annexe A).

En conditions réelles d'utilisation (affaissement, rocher, rafale de vent...), cette marge de sécurité est insuffisante.

Afin d'illustrer cette problématique, on représente sur la figure 12 le passage du robot au-dessus d'un rocher.

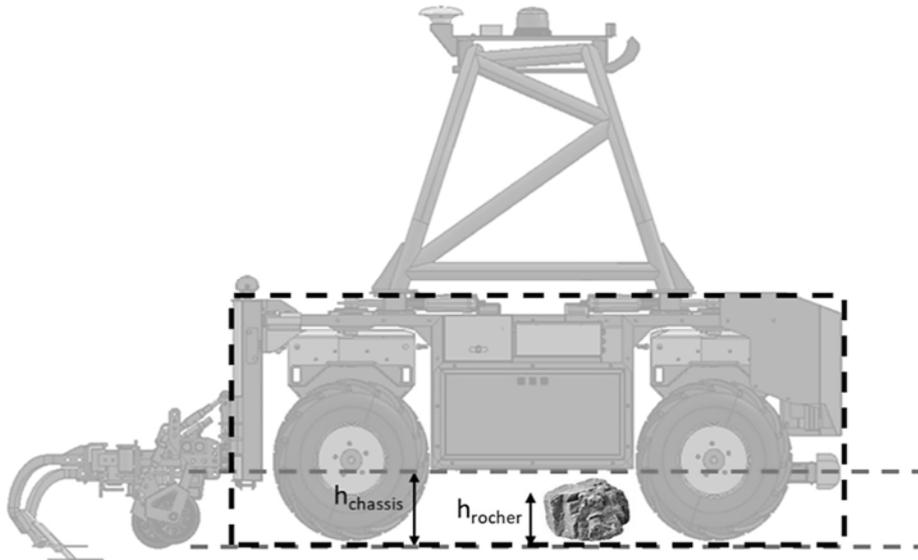


Figure 12 - Passage d'un obstacle

Pour ne pas endommager le bas de caisse et les batteries, il faut respecter la condition  $h_{ch\grave{a}ssis} > h_{rocher}$ . Pour simplifier la modélisation, on supposera que chaque train de roue est un parallélépipède homogène. Pour le dévers maximal du cahier des charges, une simulation numérique permet de tracer la courbe de la valeur algébrique de l'effort normal  $N_2$  en fonction de la position  $y$  du centre d'inertie  $G$  (figure 13).

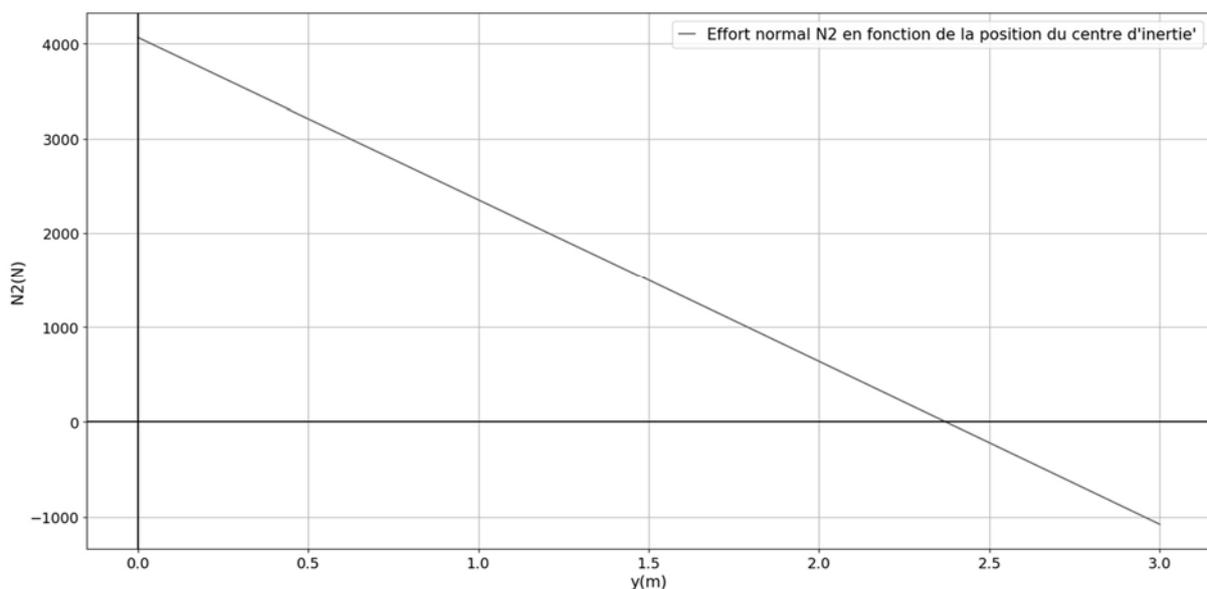


Figure 13 – courbe de l'effort normal  $N_2$  en fonction de la position  $y$  du centre d'inertie  $G$

**Question 27** - Discuter la possibilité d'abaisser le centre d'inertie du système au vu des différentes contraintes. Conclure sur la validité de la géométrie proposée par Naïo dans une phase statique.

Partie 4 : Validation de la géométrie du robot en mouvement

Le robot TED doit pouvoir se déplacer parmi les rangs de vigne à une vitesse maximale de  $6 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ . L'étude doit permettre de valider des choix technologiques relatifs au non-bascullement de TED en phase de déplacement.

Objectif global : Valider la géométrie du robot pour un comportement dynamique en virage

La partie d'étude en cinématique indique que le robot doit être capable de tourner à une vitesse de  $4 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ .

**Question 28** - En observant les caractéristiques géométriques (figure 23, annexe A) du robot (largeur, hauteur), indiquer la problématique du virage et du basculement pour la tenue de route de TED.

Dans cette partie, les conditions de basculement du robot en virage sont étudiées. Le modèle proposé, tous les éléments de paramétrage ainsi que des rappels de dynamique sont fournis en annexe F.

**Question 29** - Exprimer  $\overline{V(G, S / R)}$  en fonction du rayon  $R$ ,  $\dot{\theta}$  et  $\bar{x}_1$ . En déduire  $\overline{\Gamma(G, S / R)}$ .

**Question 30** - Appliquer le théorème de la résultante dynamique à S. Projeter l'équation vectorielle dans la base  $B_1$ . Montrer que l'on obtient le système suivant :

$$\begin{cases} -(m_1 + m_2) \cdot R \cdot \ddot{\theta} = X_1 + X_2 \\ -(m_1 + m_2) \cdot R \cdot \dot{\theta}^2 = Y_1 + Y_2 \\ 0 = Z_1 + Z_2 - (m_1 + m_2) \cdot g \end{cases}$$

**Question 31** - Calculer le moment cinétique  $\overline{\sigma(G, S / R)}$ , le moment dynamique  $\overline{\delta(G, S / R)}$ , puis  $\overline{\delta(O, S / R)}$  (en utilisant la formule de changement de point).

**Question 32** - Appliquer le théorème du moment dynamique à S au point O et en projection selon  $\bar{x}_1$ . Montrer que :  $0 = (R - l_1) \cdot Z_1 + h \cdot Y_1 + (R + l_1) \cdot Z_2 + h \cdot Y_2 - (m_1 + m_2) \cdot R \cdot g$ . En déduire  $Z_1$  en fonction de  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $g$ ,  $l_1$ ,  $h$ ,  $R$  et  $\dot{\theta}$ .

Une simulation numérique issue de cette loi permet de tracer la valeur algébrique de l'effort normal  $Z_1$  en fonction de la vitesse du robot sur la figure 14, page suivante.

**Question 33** - Relever la vitesse à partir de laquelle le robot bascule. Conclure sur le respect de l'exigence 1.2.1.2 (annexe A).

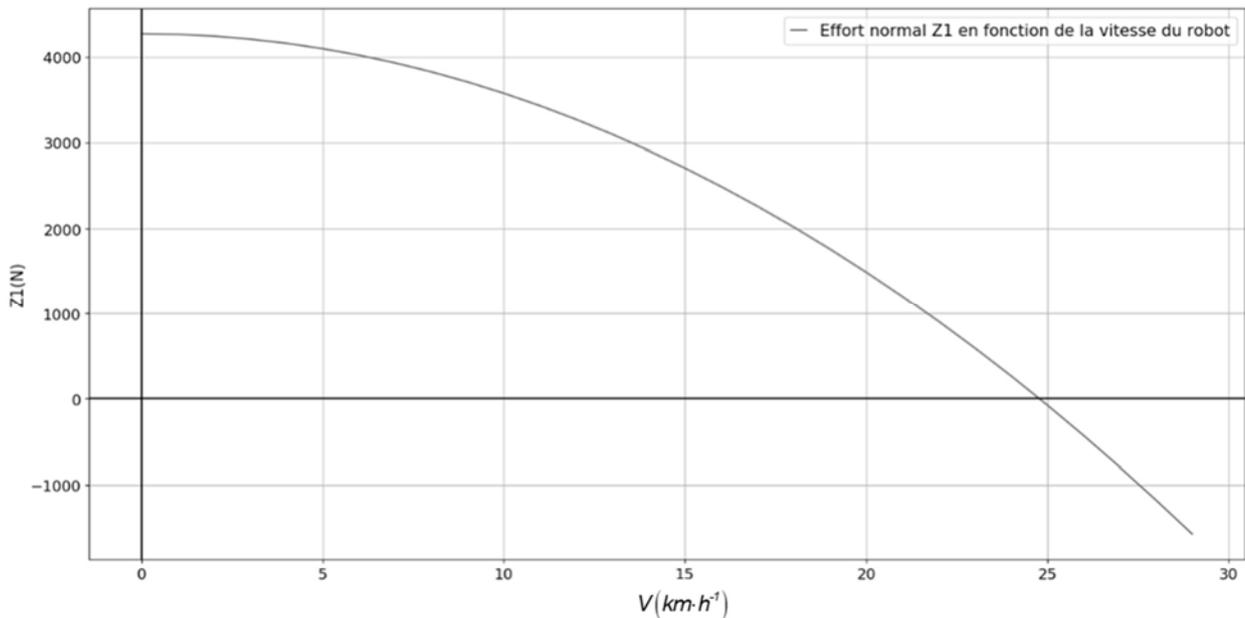


Figure 14 – norme de l'effort normal  $Z_1$  en fonction de la vitesse du robot

## Partie 5 : Dimensionnement de la motorisation du robot

Le robot TED doit pouvoir se déplacer parmi les rangs de vignes à une vitesse maximale de  $6 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ , notamment en montée en ligne droite. Pour cela, les moteurs associés à chaque roue doivent être dimensionnés en conséquence.

---

### **Objectif global :** Dimensionner la motorisation des moteurs d'avance du robot TED

---

Il s'agit ici de mettre en place un modèle permettant de choisir un ensemble moto-réducteur permettant de satisfaire les exigences d'accélération et de vitesse.

L'annexe G indique le paramétrage, les notations, les données relatives à la modélisation ainsi que quelques rappels de formules d'énergétique.

Toutes les liaisons sont supposées parfaites à l'exception du contact roue-sol. Les roues roulent sans glisser sur le sol en  $P_i$ .

Le coefficient de résistance au roulement,  $\mu = 3 \cdot 10^{-3}$ , est identique pour tous les contacts roue-sol. On pose  $\overline{P_1 Q_1} = \mu \cdot \vec{x}_S$ , avec  $\mu > 0$ , si le déplacement du robot est suivant  $+\vec{x}_S$ .

Les frottements de l'air sont négligés, et toutes les roues sont motrices.

---

### **Sous-objectif 1 :** Déterminer l'équation de mouvement

---

**Question 34** – À l'aide de l'annexe G, déterminer les expressions des différentes puissances extérieures (pesanteur, actions du sol) s'appliquant sur le véhicule  $E = \{4 \text{ roues} + 3 + 4 \text{ arbres moteurs } M + \text{porte-outil}\}$ .

**Question 35** - Déterminer les expressions des différentes puissances intérieures (actions des motorisations, les 4 roues sont motrices) du système  $E$ .

**Question 36** - Déterminer l'énergie cinétique galiléenne totale de  $E$ .

Après application du théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble  $E$ , on obtient l'équation suivante :

$$m \cdot V \cdot \dot{V} + 2J_R \cdot (\omega_{13} \cdot \dot{\omega}_{13} + \omega_{23} \cdot \dot{\omega}_{23}) + 4J_m \cdot \omega_m \cdot \dot{\omega}_m = 4C_m \cdot \omega_m - X_{sp} \cdot V - m \cdot g \cdot V \cdot \sin\alpha + 2\mu \cdot (N_1 \cdot \omega_{13} + N_2 \cdot \omega_{23})$$

Cette équation n'est pas l'équation différentielle du mouvement, du fait de la présence des inconnues de liaisons  $N_1$  et  $N_2$ .

Par application du théorème de la résultante dynamique appliqué à l'ensemble  $E$  en projection selon  $\vec{y}_S$ , il est possible de résoudre ce problème. On rappelle que  $\omega_{20} = \omega_{23}$ .

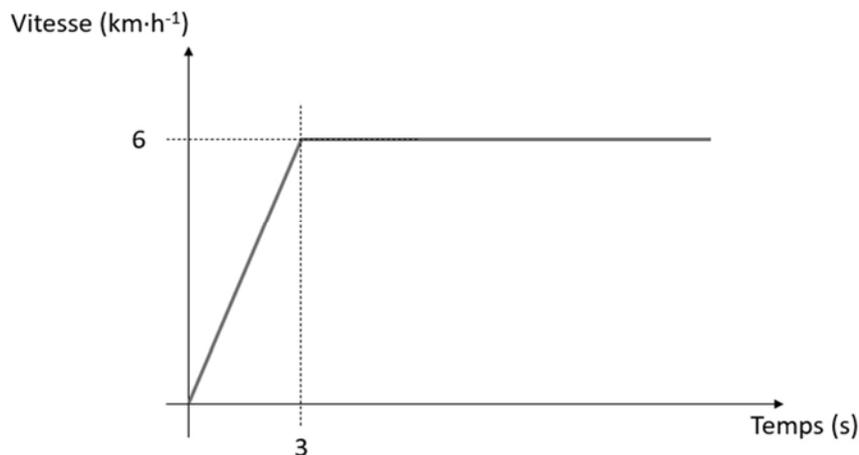
**Question 37** – À partir de l'annexe G, calculer  $r = \frac{\omega_{23}}{\omega_m}$  le rapport de réduction de la chaîne de transmission (identique à chaque roue).

**Question 38** - Établir l'équation différentielle du mouvement (à l'aide du théorème de la résultante dynamique). En remarquant que les roues roulent sans glisser sur le sol, mettre cette équation sous la forme  $\frac{4C_m}{r \cdot R} - F_r = M_{eq} \cdot \frac{dv}{dt}$  avec  $F_r$  fonction de  $m, \mu, g, R, X_{sp}, \alpha$  et  $M_{eq}$  fonction  $m, J_m, J_R, R$  et  $r$ . Faire les applications numériques pour  $F_r$  et  $M_{eq}$ .

**Sous-objectif 2** : Déterminer le couple moteur à fournir afin de choisir le moteur

Quelles que soient les valeurs trouvées, nous prendrons pour la suite  $F_r = 8,1$  kN et  $M_{eq} = 1$  tonne.

Le profil de vitesse lors du démarrage du robot TED est celui produit sur la figure 15.



**Question 39** - À l'aide de ce profil et de l'équation différentielle du mouvement, déterminer le couple maximal qui devra être fourni en sortie de chaque motoréducteur.

Le motoréducteur comprend une réduction à axes orthogonaux de rapport 20,4.

**Question 40** - Déterminer, dans ces conditions, le couple moteur minimum à fournir en sortie du moteur électrique.

Le constructeur souhaite choisir un moteur électrique pour lequel la vitesse de rotation nominale est proche de 3000 tr·min<sup>-1</sup>.

**Question 41** - Justifier que cette vitesse de rotation est pertinente au vu de la vitesse souhaitée pour le robot.

**Question 42** - À l'aide de la documentation fournie en annexe H et des critères énoncés, choisir le moteur électrique qui vous semble le plus pertinent.

### Partie 6 : Validation de la géométrie du système d'attache des outils

La société Naïo commercialise le robot TED mais les outils utilisés sont des outils standards achetés chez des fabricants d'outils.

Le travail de l'entreprise consiste à prévoir un système d'attache des outils permettant de s'adapter aux différents types d'outils mais aussi aux différentes hauteurs et sollicitations du terrain.

La modélisation 3D du système porte-outil + outil ainsi que l'outil seul et le porte-outil seul est représentée figure 16, figure 17 et figure 18.

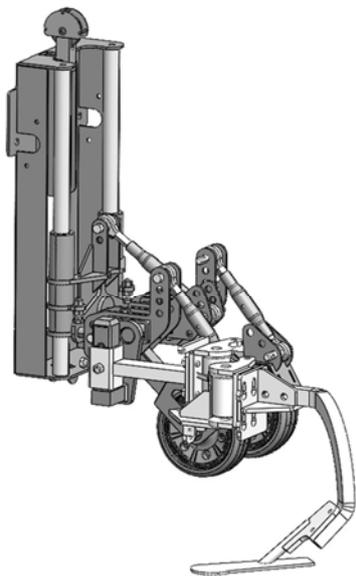


Figure 16 – ensemble porte-outil + outil

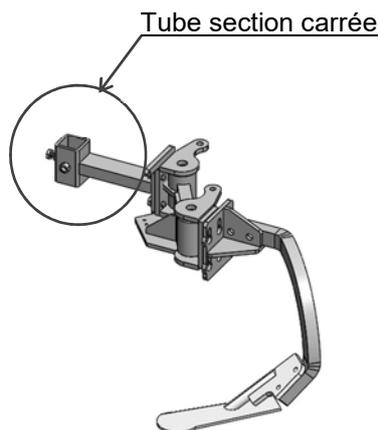


Figure 17 - outil seul

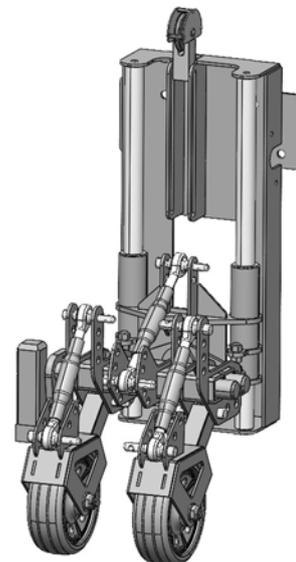


Figure 18 - porte-outil sans l'outil

L'outil est facilement mis en place et retiré grâce au système d'attache rapide au moyen un tube à section carrée et d'un maintien par vis.

---

**Objectifs** : Étudier la conception actuelle du système 'porte-outil' et dégager ses avantages et inconvénients. Une fois l'étude menée, une nouvelle solution constructive plus simple doit être proposée tout en indiquant les avantages et inconvénients d'une telle solution.

---

La représentation cinématique spatiale du système 'porte-outil' est reproduite sur la figure 27, annexe J. Elle représente le schéma d'architecture de l'ensemble {porte-outil + outil}.

**Remarque sur les notations de la partie 6 : les systèmes d'axes et les points sont propres à cette partie et ne renvoient en aucun cas sur des parties précédentes.**

**Question 43** - À partir de ce schéma d'architecture, réaliser le graphe de structure (graphe de liaison non minimal) du mécanisme porte-outil complet. À partir de ce graphe de structure et de l'annexe I, vérifier que le degré d'hyperstatisme de l'ensemble  $\Sigma 1 = \{1 + 7a + 7b + 2\}$  vaut  $h_1 = 5$ . En déduire si le sous-ensemble  $\Sigma 1$  est isostatique ou hyperstatique.

**Question 44** - À l'aide du graphe de structure, déterminer les degrés d'hyperstatisme des sous-systèmes  $\Sigma 2 = \{2 + 8a + 8b + 5\}$  et  $\Sigma 3 = \{2 + 9a + 9b + 6\}$ . Conclure sur la rigidité des sous-ensembles  $\Sigma 2$  et  $\Sigma 3$  du mécanisme porte-outil par rapport à celle de l'ensemble  $\Sigma 1$ .

La société Naïo a choisi cette architecture. La rigidité voulue se traduit par la mise en place de contraintes géométriques et/ou dimensionnelles sur les pièces.

**Question 45** - En s'intéressant au sous-ensemble  $\Sigma 0 = \{0 + 1\}$ , identifier les spécifications géométriques et/ou dimensionnelles portées sur le dessin de définition de la pièce 'chariot' (annexe K) qui participent au respect de la mobilité voulue entre les pièces 'chariot' et 'socle'. En déduire le degré d'hyperstatisme présent entre ces deux pièces. Vérifier par calcul.

Si le degré d'hyperstatisme est non nul, il est possible de mettre en place une solution isostatique afin de supprimer la mise en place de spécifications liées au côté rigide de la première solution.

**Question 46** - Pour le sous-ensemble  $\Sigma 0 = \{0 + 1\}$ , indiquer quelle est la liaison équivalente  $Leq0$  aux deux liaisons en parallèles. Proposer un croquis en perspective à main levée d'une nouvelle forme de la pièce 'chariot' permettant de réaliser directement la liaison équivalente déterminée en remplacement des deux liaisons en parallèles.

L'architecture du système peut être simplifiée en déterminant les liaisons équivalentes.

Pour le sous-ensemble  $\Sigma 1 = \{1 + 7a + 7b + 2\}$ , la liaison équivalente  $Leq1$  entre les solides est une liaison pivot d'axe  $\vec{z}$ .

Pour le sous-ensemble  $\Sigma 5 = \{2 + 8a + 8b + 5\}$ , la liaison équivalente  $Leq2$  entre les pièces bloc H (2) et bloc roue gauche (5) est une liaison pivot d'axe  $\vec{z}$ .

De même, la liaison équivalente  $Leq3$  pour le sous-ensemble  $\Sigma 6 = \{2 + 9a + 9b + 6\}$  entre les pièces bloc H (2) et bloc roue droite (6) est une liaison pivot d'axe  $\vec{z}$ .

**Question 47** - Réaliser le graphe des liaisons du système en faisant apparaître les liaisons équivalentes  $Leq0$ ,  $Leq1$ ,  $Leq2$  et  $Leq3$ . Comparer la solution initiale du constructeur et celle déterminée par l'étude précédente. Indiquer leurs avantages et leurs inconvénients. Conclure sur le choix de la solution retenue.

## Partie 7 : Optimisation de la conception du porte-outil

**Remarque sur les notations de la partie 7 : les systèmes d'axes et les points sont propres à cette partie et ne renvoient en aucun cas sur des parties précédentes.**

Les sols des vignobles étant secs et caillouteux, les outils de désherbage au pied du cep sont amenés à rencontrer des obstacles qui sollicitent particulièrement ces derniers.

Les outils, achetés chez des fournisseurs, résistent parfaitement à ces sollicitations, mais le système d'attache de l'outil sur le bloc porte-outil a été identifié comme la pièce la plus sollicitée de l'assemblage (voir figure 19 et figure 20 page suivante).

Elle est dans un premier temps conçue de manière robuste.

Mais le prix des matières premières augmentant, la société Naïo a décidé de reconcevoir cette pièce afin de l'optimiser pour la deuxième version de leur robot.

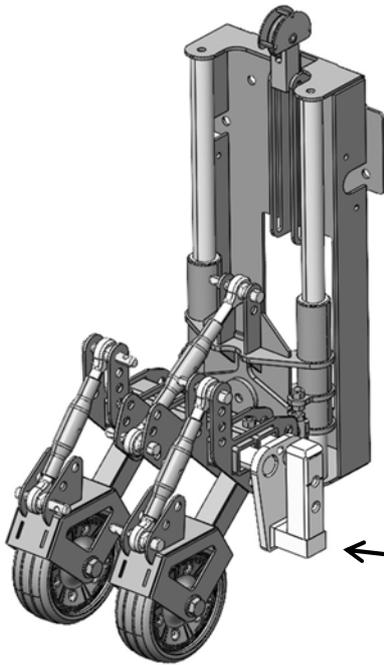


Figure 19 - Bloc porte-outil sans l'outil

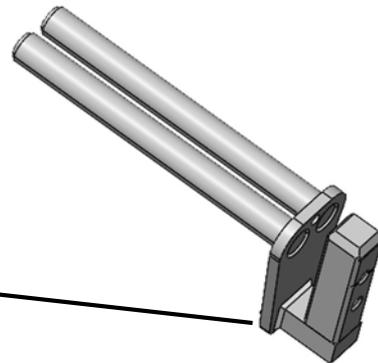


Figure 20 - Pièce 'attache' du porte-outil

Les deux tubes de la pièce étant emmanchés forcés dans leur support, seule la partie en porte-à-faux pose problème.

C'est sur cette partie en U que porte notre étude. La modélisation retenue est celle de la figure 21.

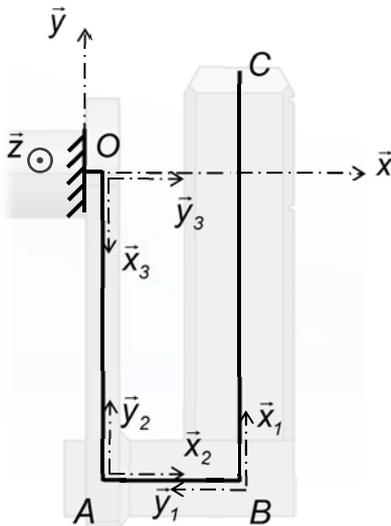


Figure 21 - modélisation de la pièce 'attache' en format

Le portique représente la partie en porte-à-faux de la pièce 'attache' du porte-outil.

Le repère  $R(O, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$  est le repère global du portique. On associe à chaque poutre constituant le portique un repère local :

- $R_1(B, \bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1)$  pour la poutre  $(BC)$  ;
- $R_2(A, \bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_2)$  pour la poutre  $(AB)$  ;
- $R_3(O, \bar{x}_3, \bar{y}_3, \bar{z}_3)$  pour la poutre  $(OA)$ .

L'action exercée de l'outil sur la pièce 'attache' peut se représenter sous la forme d'une densité de force  $d\bar{F}(u)$  répartie linéairement sur la poutre  $(BC)$  suivant l'axe  $\bar{z}$  :

$$d\bar{F}(u) = p \cdot u \cdot du \cdot \bar{z}_1 \text{ avec } u \text{ l'abscisse le long de la poutre}$$

---

**Objectif :** Dans un premier temps, une étude de mécanique des structures, permettant d'identifier sur la conception de la pièce 'attache' du porte-outil les contraintes mécaniques présentes, est réalisée. La société ayant travaillé sur la reconception de cette pièce, une nouvelle pièce est proposée. Dans un second temps, les choix faits par la société Naïo pour la deuxième version du robot doivent être validés et d'autres choix proposés.

---

## 1. Modélisation analytique

---

**Sous-objectif 1** : À partir d'hypothèses simplificatrices, étudier la résistance de la pièce 'attache' et conclure sur le dimensionnement et la conception de la pièce vis-à-vis du coefficient de sécurité déterminé.

---

### Hypothèses de modélisation

- les poutres étudiées sont réalisées dans un matériau continu, homogène, isotrope, étudié dans le domaine élastique ;
- les déformations restent petites devant les dimensions de la pièce ;
- les sections droites d'une poutre avant déformation restent droites après déformations ;
- les déplacements sont très petits devant les dimensions de la pièce ;
- hypothèse de Barré de Saint Venant : l'état des sollicitations dans une région suffisamment éloignée des points d'application des charges extérieures appliquées à la poutre ne dépend que du torseur associé à ces charges.

**Question 48** - Justifier la modélisation retenue en termes de liaisons et de chargement sur les figures 28 et 29 de l'annexe L.

Pour cette étude, les modèles simplifiés figures 30 et 31 de l'annexe M sont retenus.

Données des annexes M et N :

- dimensions des poutres :  $L_1 = 190 \text{ mm}$  ;  $b_1 = 50 \text{ mm}$  ;  $L_2 = 55 \text{ mm}$  ;  $b_2 = 50 \text{ mm}$  ;  $h_2 = r = 35 \text{ mm}$  ;
- matériau de type acier de construction mécanique E295 de caractéristiques mécaniques : résistance à l'élasticité longitudinale  $R_e = 275 \text{ MPa}$ , résistance à l'élasticité transversale  $\tau_e = 185 \text{ MPa}$ , résistance à la rupture  $R_r = 470 \text{ MPa}$  et de module de Young  $E = 200\,000 \text{ MPa}$  ;
- effort généré par l'outil sur la pièce 'attache' :  $\|\vec{F}\| = F < 1,2 \text{ kN}$ .

**Question 49** - Justifier la modélisation retenue en termes de liaisons et de chargement sur les figures 30 et 31 vis-à-vis des modélisations précédentes. Indiquer en quoi les modèles simplifiés négligent les déformations en bout de poutre (BC).

On note  $\left\{ \boldsymbol{\tau}_{coh} \right\}_{G_i} = \left\{ \begin{array}{cc} N & Mx \\ Ty & Mfy \\ Tz & Mfz \end{array} \right\}_{G_i}$  le torseur des actions mécaniques de cohésions, le long

d'une poutre, exprimé au point  $G_i$ .

**Question 50** - À partir du modèle simplifié de la figure 30, déterminer le torseur des actions mécaniques de cohésion le long de la poutre (BC) au point  $G_1$ . Indiquer la nature des sollicitations subies le long de cette poutre (BC).

**Question 51** - À partir du modèle simplifié de la figure 31, déterminer le torseur des actions mécaniques de cohésion le long de la poutre (AB) au point  $G_2$ . Indiquer la nature des sollicitations subies le long de cette poutre (AB).

Les sections des poutres (BC) et (AB) sont définies respectivement sur les figures 32 et 33 de l'annexe N.

On rappelle les formules de calcul dans les tableaux figures 34 et 35 de l'annexe O.

**Question 52** - À partir des figures 32 et 33 et des tableaux figures 34 et 35, exprimer les contraintes le long des poutres ( $BC$ ) et ( $AB$ ) et préciser s'il s'agit de contraintes normales ou tangentielles. Calculer la valeur maximale de ces contraintes sur chacune des deux poutres et indiquer en quel(s) point(s) ces contraintes sont maximales. Calculer le coefficient de sécurité minimal respecté pour la poutre ( $BC$ ) ainsi que celui pour la poutre ( $AB$ ). Conclure sur ces coefficients de sécurité.

## 2. Modélisation numérique par éléments finis

Une simulation numérique par éléments finis a été réalisée afin de valider le modèle théorique. En effet, le modèle théorique ne permet pas de prendre en compte toutes les concentrations de contraintes liées à la géométrie de notre pièce selon l'hypothèse posée de Saint Venant (voir les hypothèses page 19).

---

**Sous-objectif 2** : Prendre en compte les concentrations de contraintes sur le modèle numérique afin de vérifier la résistance de la pièce 'attache'.

---

Les conditions aux limites paramétrées sur le logiciel indiquent deux articulations en  $A$  et  $A'$  sur la figure 36 de l'annexe P et un appui simple sur le plan  $\Pi$ . Le chargement est modélisé par un effort ponctuel de norme 1,2 kN au point  $P$ .

**Question 53** - Justifier succinctement le modèle numérique retenu vis-à-vis des conditions aux limites et du chargement.

Le critère de Von Mises permet de modéliser les contraintes sur la pièce 'attache'.

Les figures 37 et 38 de l'annexe Q représentent les résultats de la simulation pour ce critère de contraintes ainsi que pour le coefficient de sécurité.

**Question 54** - Après analyse des résultats de la simulation par éléments finis, comparer les relevés des contraintes de la simulation numérique aux résultats précédemment trouvés. Faire de même pour le coefficient de sécurité. Conclure sur la conception de la pièce vis-à-vis des résultats analytiques et de ceux de la simulation 3D et proposer des pistes de reconception de cette pièce.

## 3. Validation des choix de reconception de la pièce 'attache' de la seconde version du robot

La société a décidé pour sa deuxième version du robot TED de limiter ses coûts sur le gain de masse de la pièce 'attache' ainsi que sur le matériau de cette dernière. Elle souhaite aussi limiter son impact environnemental.

---

**Sous-objectif 3** : Analyser les simulations réalisées sur la nouvelle version de la pièce 'attache' et conclure sur les choix de modifications faits par la société.

---

Afin de gagner en masse, les concepteurs ont choisi des profilés tubulaires à section carrée ou rectangulaire assemblés par mécano-soudage. Ce choix permet de limiter beaucoup les coûts de fabrication au vu du nombre de robots fabriqués par an. On impose aussi une bonne résistance à la corrosion à l'eau douce ainsi qu'une obligation pour le matériau d'être recyclable en fin de vie.

Les critères de choix du nouveau matériau prennent en compte différents facteurs qui sont :

- la résistance mécanique à l'élasticité ;
- l'impact environnemental ;
- le prix.

L'utilisation d'un logiciel adapté permet d'affiner le choix du matériau.

Les figures 40 et 41 de l'annexe R proposent un classement des matériaux éligibles à notre cahier des charges.

**Question 55** - À partir des diagrammes d'Ashby donnés en annexe R, indiquer quels sont les matériaux qui pourraient convenir dans notre cas et justifier vos propositions.

La société a finalement choisi de conserver la pièce 'attache' en acier E295.

**Question 56** - Justifier leur choix.

Le matériau étant validé, la pièce 'attache' peut être reconçue afin de gagner en masse.

On cherche à déterminer l'épaisseur des tubes des poutres ( $BC$ ) et ( $AB$ ). Pour cela, on se fixe un coefficient de sécurité minimal de 3 sur les contraintes.

En reprenant l'étude de la poutre ( $AB$ ), on détermine une épaisseur de tube de 5 mm.

**Question 57** - Pour la poutre ( $BC$ ) déterminer le nouveau coefficient de sécurité lié aux contraintes subies par la pièce, pour une poutre de section tubulaire d'épaisseur 2 mm. Les dimensions extérieures de la poutre restent inchangées par rapport à la première étude.

Avec ces modifications, la société cherche à vérifier que le déplacement du bout de la pièce 'attache' reste dans l'hypothèse des petits déplacements posée en début d'étude.

**Question 58** - Indiquer la démarche à suivre, sans calcul, pour déterminer le déplacement au point  $C$  du bout de la poutre ( $BC$ ).

Les relevés de la simulation numérique par éléments finis concernant les déplacements sont en figure 39 de l'annexe Q.

**Question 59** - Conclure sur l'hypothèse des petits déplacements. Justifier. Conclure sur la validation des objectifs de la société vis-à-vis de cette conception.

## Partie 8 : Conclusion

**Question 60** - Au regard des résultats trouvés dans les différentes parties, proposer des pistes d'amélioration pour le robot Naïo permettant de satisfaire les exigences demandées (annexe A), sous forme d'un tableau à double entrée (ancienne version / nouvelle version).

## Annexe A - Description fonctionnelle du robot TED

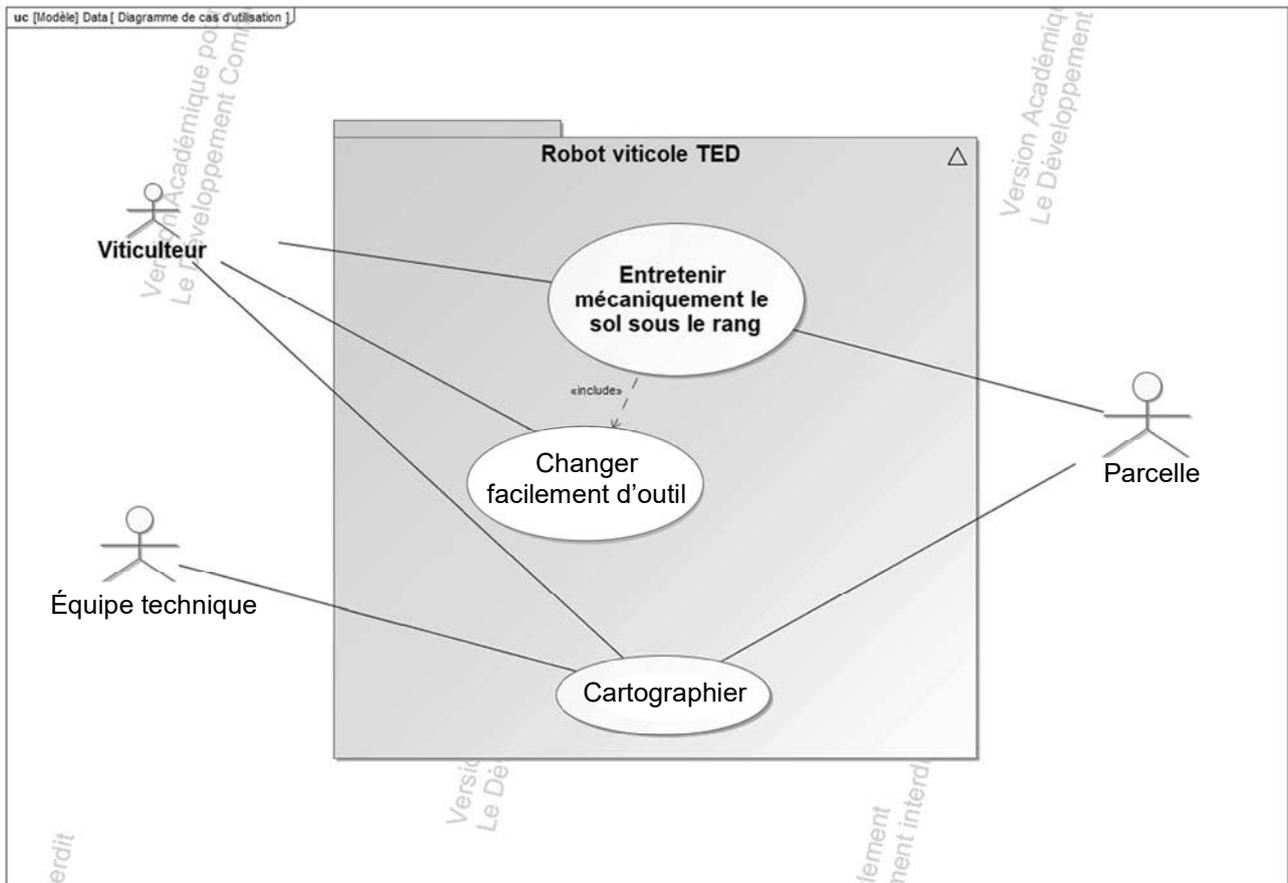


Figure 22 - diagramme des cas d'utilisation du robot TED

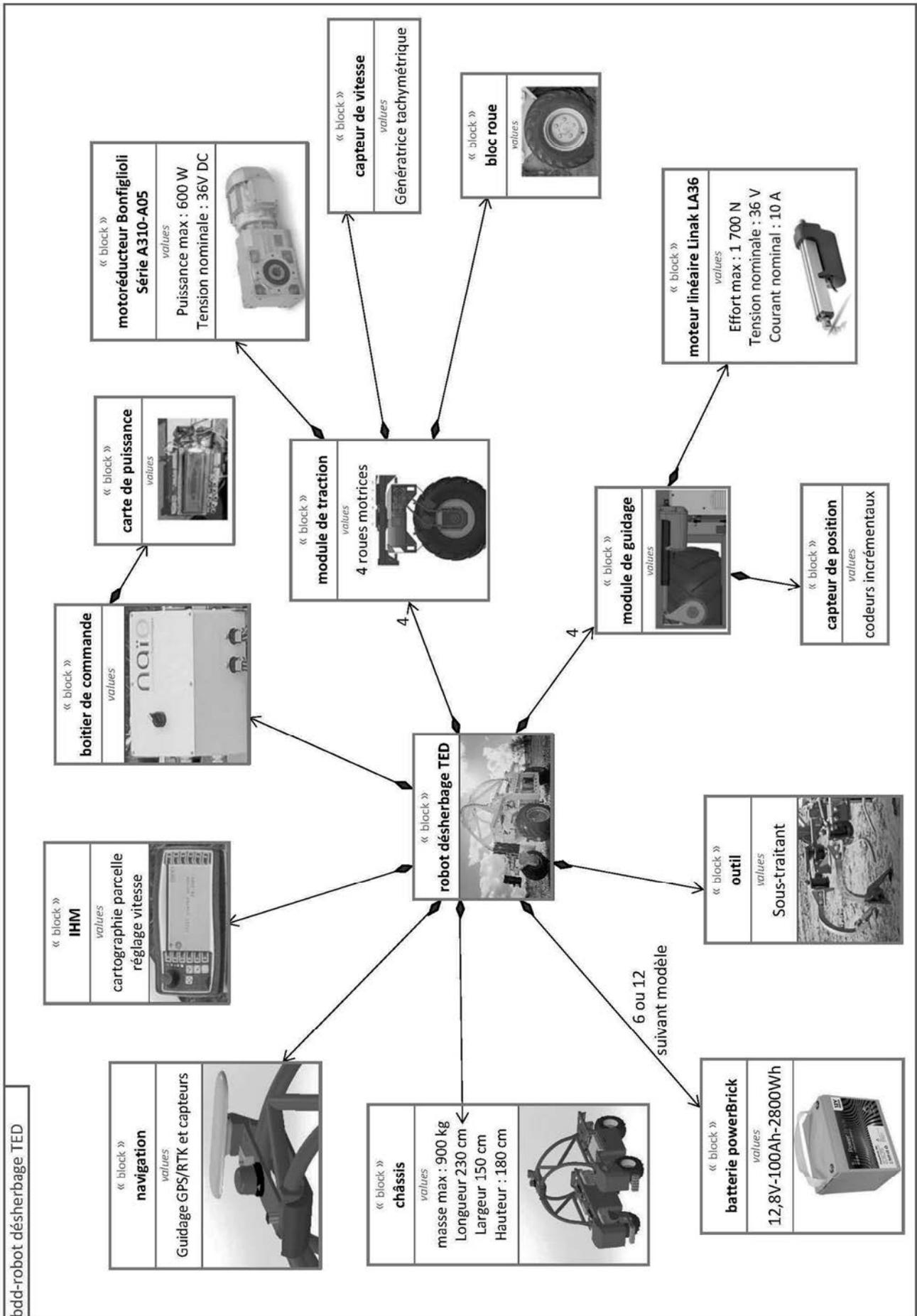


Figure 23 - diagramme de définition des blocs du robot TED

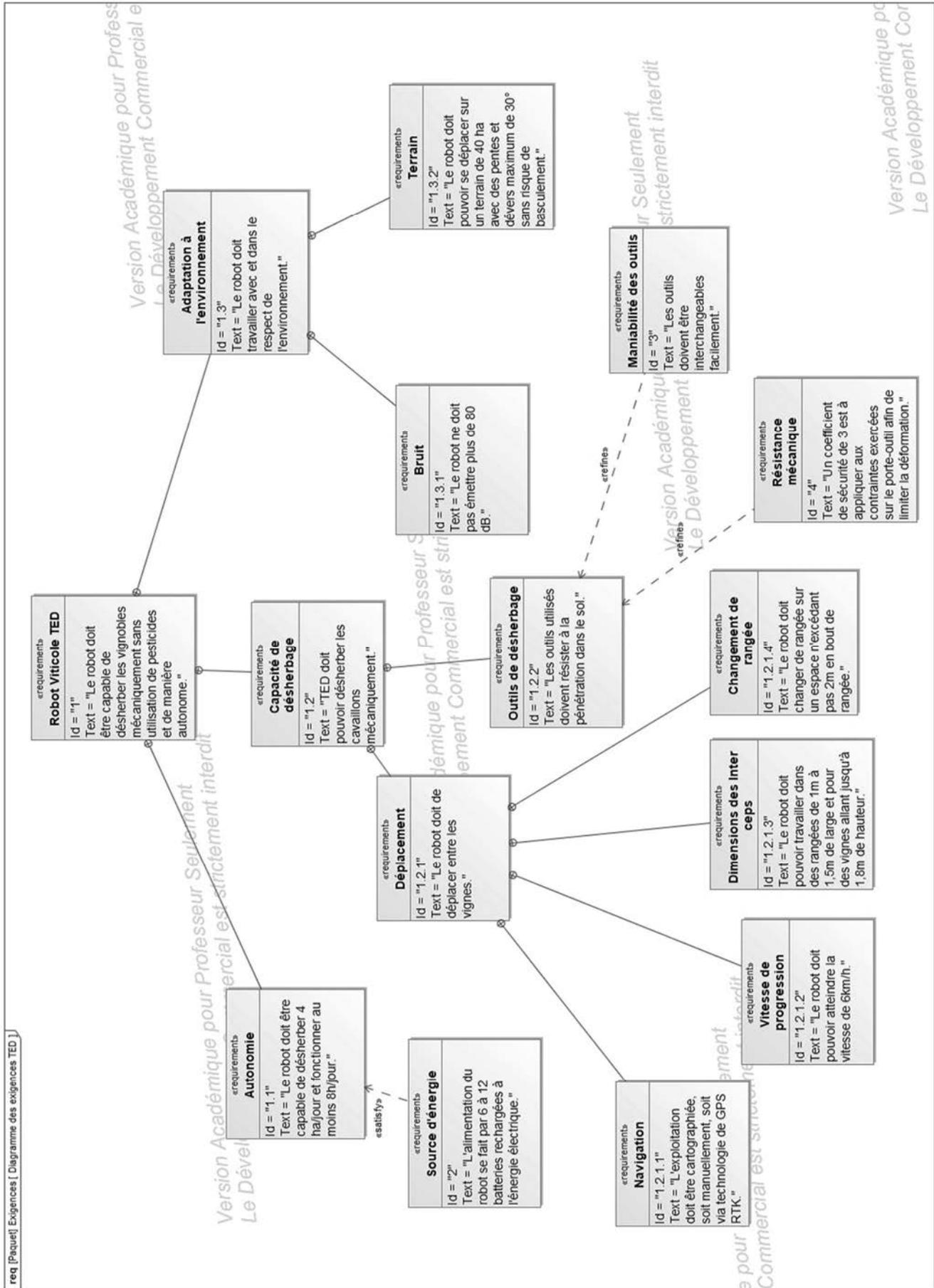


Figure 24 - diagramme des exigences du robot TED

## Annexe B - Extrait document constructeur batterie



### Pack Lithium Ferro-Phosphate (LiFePO<sub>4</sub>) - 12V - 100Ah

- **Durée de vie très élevée** : de 2000 cycles à plusieurs milliers (voir abaque)
- **Décharges profondes possibles** (jusqu'à 100 %)
- Technologie **Lithium Fer Phosphate** complètement **sécurisée** (pas de risque d'explosion, ni d'auto-inflammation)
- **BMS** (Battery Management System) **intégré** au boîtier : **maximise la durée de vie ET sécurise la batterie**
- Très **faible toxicité** pour l'environnement
- Durée de **vie calendaire** > 10 ans
- Excellente **tenue en température** (-20 °C à +60 °C)
- **Système flexible** : jusqu'à 4 packs en parallèle et 4 en série
- **Puissance constante** durant toute la décharge (faible résistance interne)
- **Très faibles pertes de Peukert** (rendement énergétique >96 %)
- **Très faible auto-décharge** (<3 % par mois)
- **Pas d'effet mémoire**
- **Gain de poids > 50 %** et **encombrement diminué de 40%** par rapport aux batteries au Plomb
- **Certification** : CE, RoHS, UN 38.3, UL and CB

Figure 25 - informations générales batterie Power Brick Lithium-Ion

Spécifications techniques		
Electriques	Tension nominale	12.8V
	Capacité nominale	100 Ah
	Energie	1 280 Wh
	Résistance interne	≤ 50mΩ
	Nombre de cycles	>2000 cycles (voir abaque)
	Autodécharge	< 3% par mois
	Rendement énergétique	96% ~99% @1C
Charge standard	Tension de charge	14.4V ± 0.2V
	Mode de charge	CC/CV : Constant Current / Constant Voltage
	Courant maxi de charge en continu	50 A
	Tension de coupure BMS	14.8V ± 0.1V
Décharge standard	Courant continu de décharge	80 A (1.02 kW)
	Courant maxi de décharge (< 30s)	130 A (1.67 kW)
	Tension de coupure BMS	10 V
Environnement	Température de charge	0°C à 45°C @60±25% d'humidité relative
	Température de décharge	-20°C à 60°C @60±25% d'humidité relative
	Température de stockage	0°C à 40°C @60±25% d'humidité relative
	Protection IP	IP 55
Mécanique	Cellules et assemblage	26650 - 4S32P
	Boîtier	ABS
	Dimensions	L : 260mm x P : 168mm x H : 212 mm
	Poids	11.5 kg
	Terminal	M8

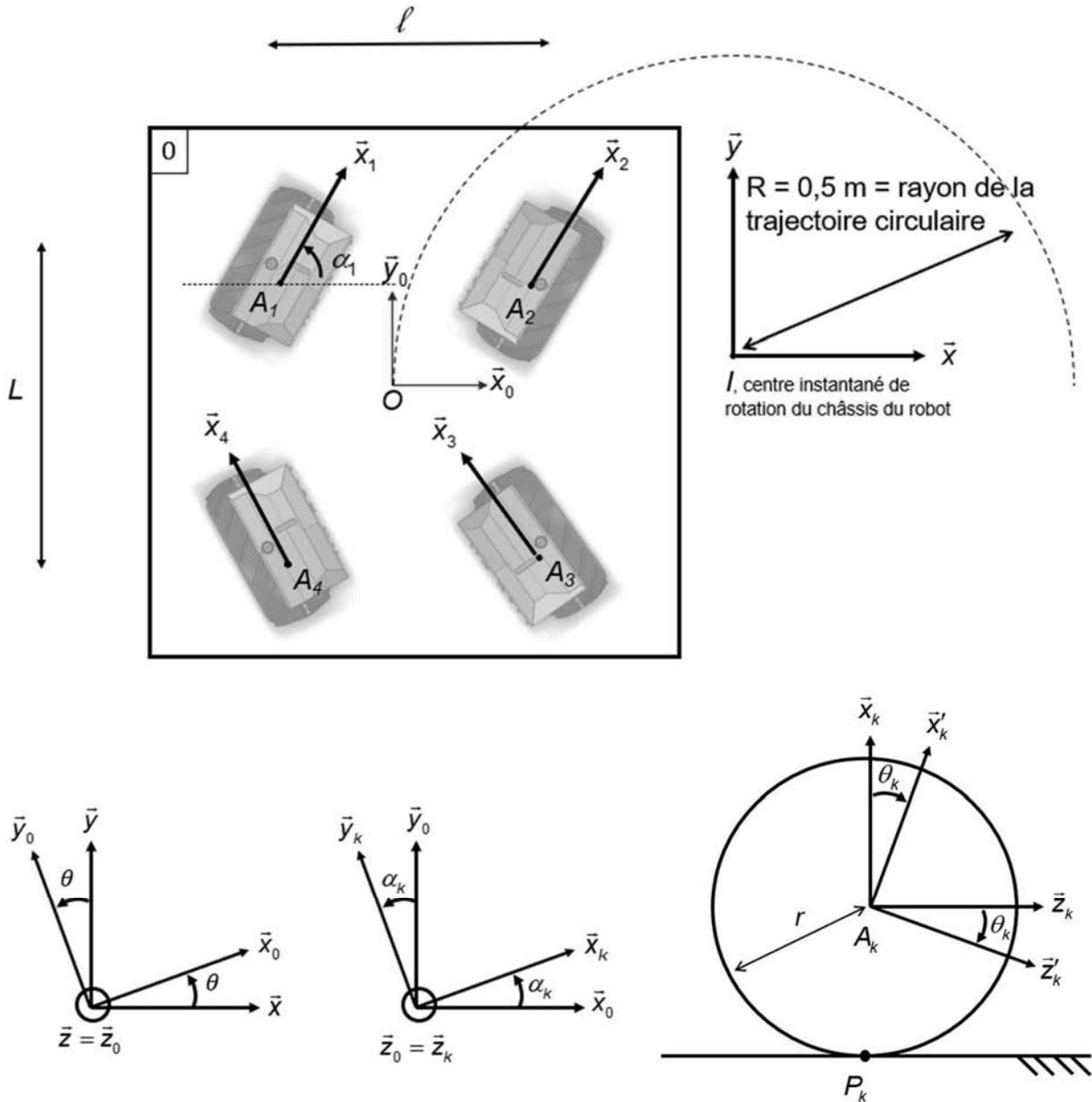
Figure 26 - caractéristiques techniques batterie Power Brick Lithium-Ion

### Annexe C - 1/2 : Paramétrage partie cinématique

Dans cette partie, on notera 0 le châssis du robot TED,  $1_k, k \in \{1,2,3,4\}$ , les différents caissons de roues et  $2_k$  les différentes roues.

On définit les vecteurs vitesses de rotation  $\overline{\Omega_{0/sol}} = \dot{\theta} \cdot \bar{z}_0$ ,  $\overline{\Omega_{1_k/0}} = \dot{\alpha}_k \cdot \bar{z}_k$  et  $\overline{\Omega_{2_k/1_k}} = \dot{\theta}_k \cdot \bar{y}_k$  avec  $\bar{z}_0 = \bar{z}_k$  et  $\bar{y}_k = \bar{y}'_k$ ,  $k \in \{1,2,3,4\}$  (Cf. schémas ci-après).

Le paramétrage proposé est décrit sur la figure suivante :

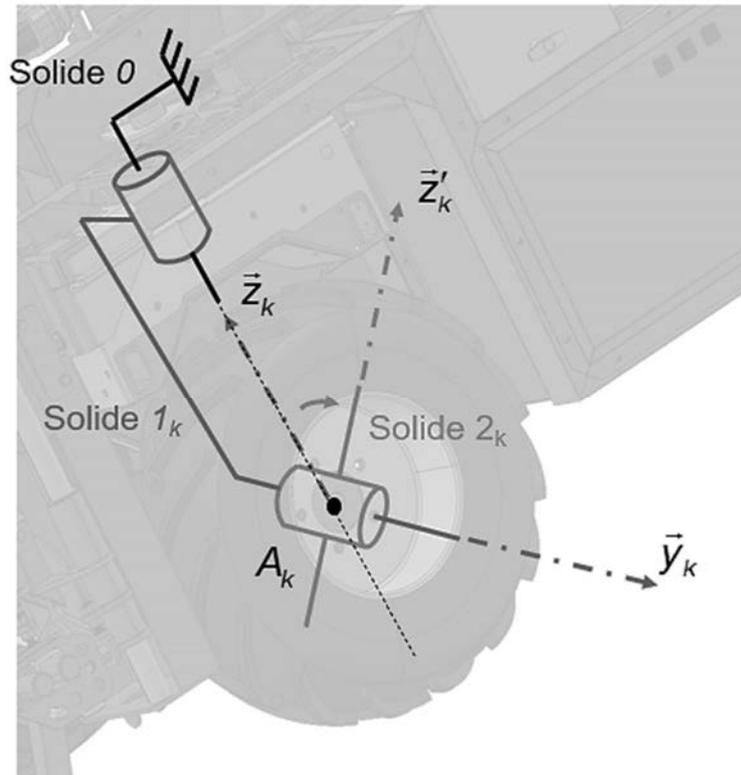


L'angle  $\theta$  caractérise la rotation du châssis par rapport au sol, auquel est associée la base  $(I, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ ,  $I$  étant le centre instantané de rotation du mouvement du châssis par rapport à la terre. Le point O est défini comme le centre du rectangle  $A_1A_2A_3A_4$ .

On pose  $L = \overline{A_4A_1} \cdot \bar{y}_0 = \overline{A_3A_2} \cdot \bar{y}_0 = 1,6$  m et  $l = \overline{A_1A_2} \cdot \bar{x}_0 = \overline{A_4A_3} \cdot \bar{x}_0 = 1,45$  m.

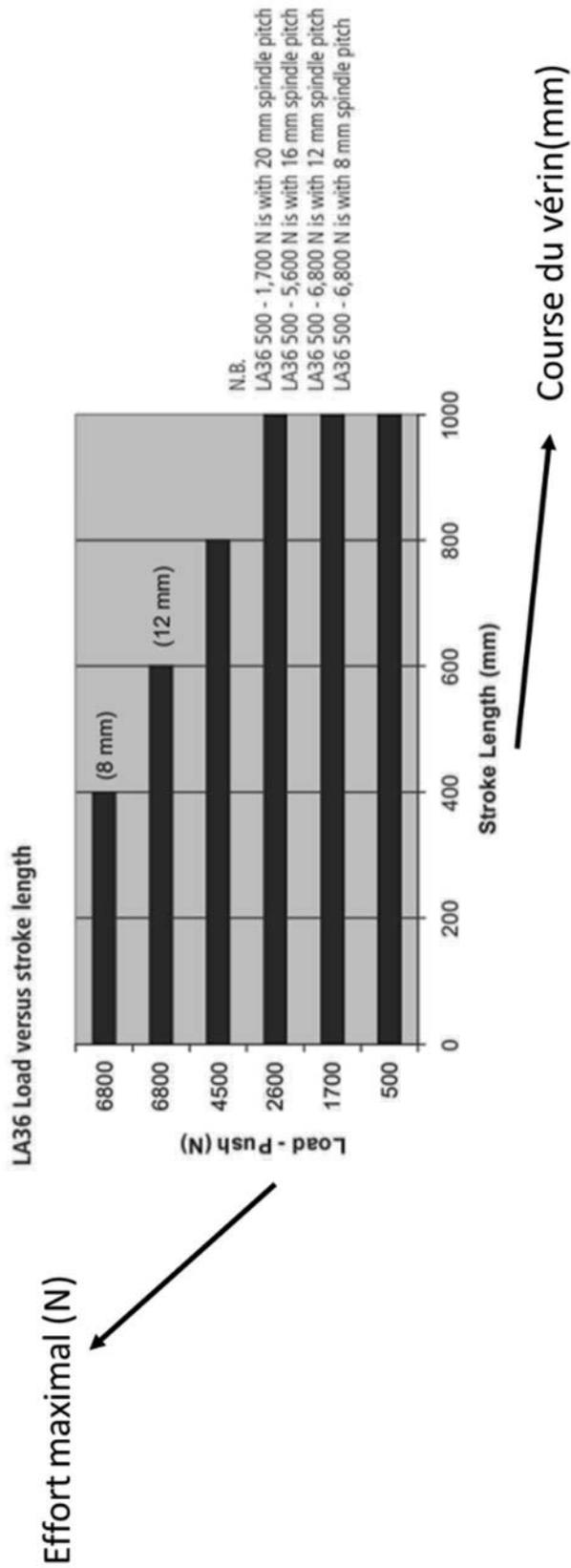
### Annexe C – 2/2 : Paramétrage partie cinématique

Chacune des roues, de centre  $A_k$ ,  $k \in \{1,2,3,4\}$ , possède un repère  $(A_k, \vec{x}_k, \vec{y}_k, \vec{z}_k)$  en rotation par rapport au repère  $(A_k, \vec{x}_k, \vec{y}_k, \vec{z}_k)$  lié au caisson des roues (cf. schéma cinématique ci-après).



On note  $R = 0,5$  m le rayon de la trajectoire circulaire du point O et  $r = 30$  cm le rayon des roues.

Annexe D – Extrait document constructeur du vérin Linak®



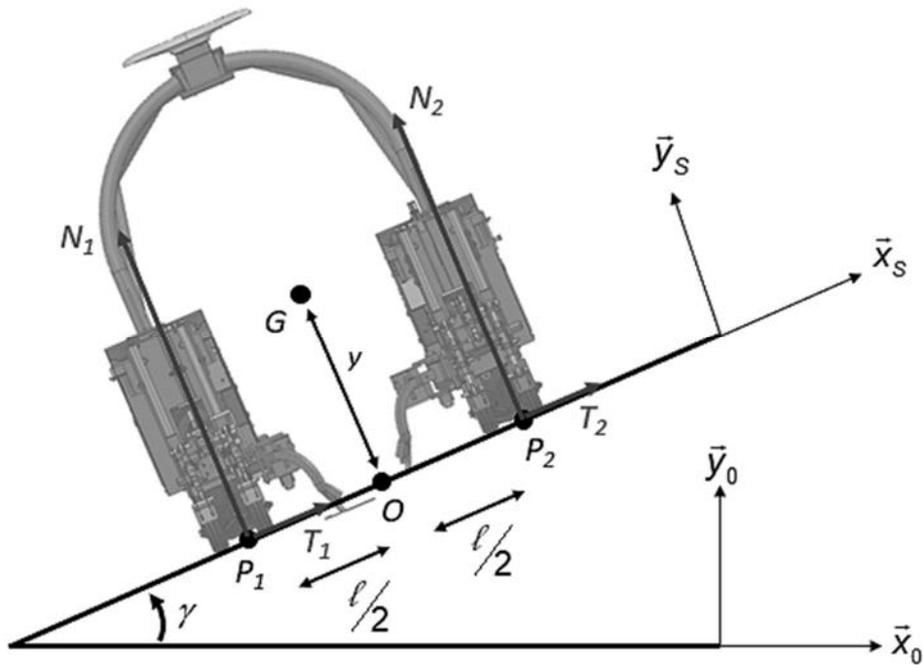
## Annexe E - Paramétrage étude statique

On note :

$$- \left\{ \mathcal{T}(\text{sol} \rightarrow S_1(\text{resp } S_2)) \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \bar{R}(\text{sol} \rightarrow S_1(\text{resp } S_2)) \\ \bar{M}(P_1(\text{resp } P_2), \text{sol} \rightarrow S_1(\text{resp } S_2)) \end{array} \right\}_{P_1(\text{resp } P_2)}$$

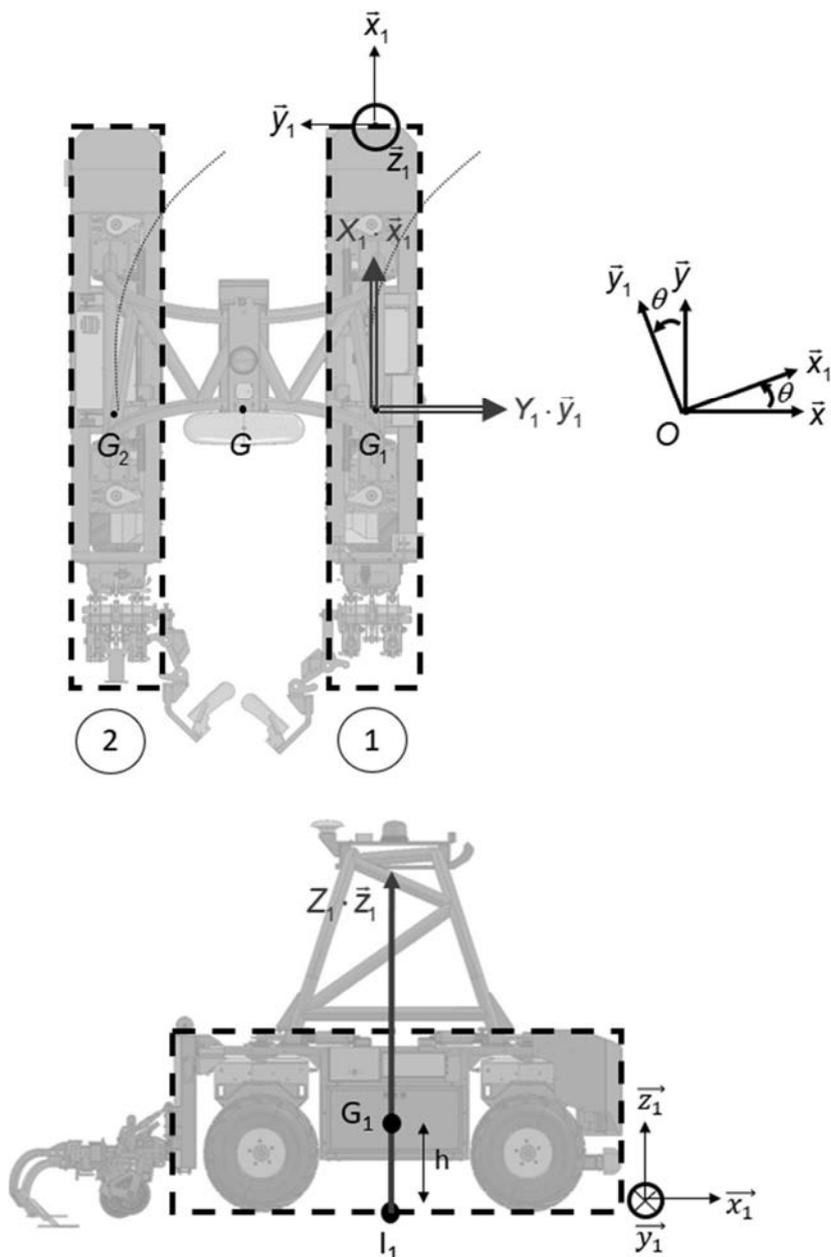
L'action mécanique du sol sur le train de roue 1 (respectivement sur le train de roue 2) ;

- $\bar{R}(\text{sol} \rightarrow S_1) = T_1 \cdot \bar{x}_s + N_1 \cdot \bar{y}_s$ ,  $\bar{R}(\text{sol} \rightarrow S_2) = T_2 \cdot \bar{x}_s + N_2 \cdot \bar{y}_s$  ;
- $\bar{M}(P_1, \text{sol} \rightarrow S_1) = \vec{0}$ ,  $\bar{M}(P_2, \text{sol} \rightarrow S_2) = \vec{0}$ .



On précise les données géométriques :  $\overline{P_1 P_2} = l \cdot \bar{x}_s$ ,  $l = 1,45$  m et  $\overline{OG} = y \cdot \bar{y}_s$ .

## Annexe F – 1/2 : Paramétrage étude dynamique



Pour simplifier l'étude, on modélise l'ensemble des deux contacts *roue/sol* pour chaque train de roue par un seul contact, en  $P'_1$  (respectivement en  $P'_2$ ). Le point  $O$  représente le centre de la trajectoire circulaire modélisée.

On décompose le système  $S$  en deux sous-ensembles  $S_1$  et  $S_2$ , supposés indéformables chacun composé d'un train de roue et de la moitié de l'arceau. On note  $G_1$  (respectivement  $G_2$ ) les positions de leurs centres d'inertie. On pose :

$$\overline{OG} = R \cdot \vec{y}_1, \quad \overline{P'_1G} = h \cdot \vec{z}_1 + l_1 \cdot \vec{y}_1, \quad \overline{P'_2G} = h \cdot \vec{z}_1 - l_1 \cdot \vec{y}_1, \quad \overline{GG_1} = -l_1 \cdot \vec{y}_1 \quad \text{avec } R = 0,5 \text{ m}, l_1 = 0,7 \text{ m}.$$

## Annexe F – 2/2 : Paramétrage étude dynamique

On définit les vecteurs vitesses de rotation  $\overline{\Omega_{1/0}} = \overline{\Omega_{2/0}} = \dot{\theta} \cdot \vec{z}_1$ . La base  $B_1(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  est identique à la base  $B_2$  (non représentée ici). Le repère  $R(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$  est le repère galiléen associé au sol.

La forme de la matrice d'inertie de l'ensemble  $S$  au point  $G$  est :  $I(G, S) = \begin{pmatrix} A & 0 & 0 \\ 0 & A & 0 \\ 0 & 0 & C \end{pmatrix}_{R_1}$

L'expression des torseurs des actions mécaniques est notée ci-après :

$$\{\mathcal{T}(sol \rightarrow S_1)\} = \left\{ \begin{array}{c} X_1 \cdot \vec{x}_1 + Y_1 \cdot \vec{y}_1 + Z_1 \cdot \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{P_1'}$$

$$\{\mathcal{T}(sol \rightarrow S_2)\} = \left\{ \begin{array}{c} X_2 \cdot \vec{x}_1 + Y_2 \cdot \vec{y}_1 + Z_2 \cdot \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{P_2'}$$

$$\{\mathcal{T}(pesanteur \rightarrow S)\} = \left\{ \begin{array}{c} -(m_1 + m_2 + m_3) \cdot g \cdot \vec{z}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G$$

On rappelle l'expression du torseur cinétique où  $S$  est un système de masse  $m$ , de centre

d'inertie  $G$  et  $R_g$  un référentiel galiléen :  $\{\mathcal{C}(S \rightarrow R_g)\} = \left\{ \begin{array}{c} m \cdot \overline{V(G, S / R_g)} \\ \overline{\sigma(A, S / R_g)} \end{array} \right\}_A$

où  $m \cdot \overline{V(G, S / R_g)}$  est la résultante cinétique et  $\overline{\sigma(A, S / R_g)}$  le moment cinétique en  $A$ .

Le moment cinétique se calcule à partir du torseur cinématique :

$$\overline{\sigma(A, S / R_g)} = I(A, S) \cdot \overline{\Omega_{S/R_g}} + m \cdot \overline{AG} \wedge \overline{V(A, S / R_g)}$$

On rappelle l'expression du torseur dynamique où  $S$  est un système et  $R_g$  un référentiel

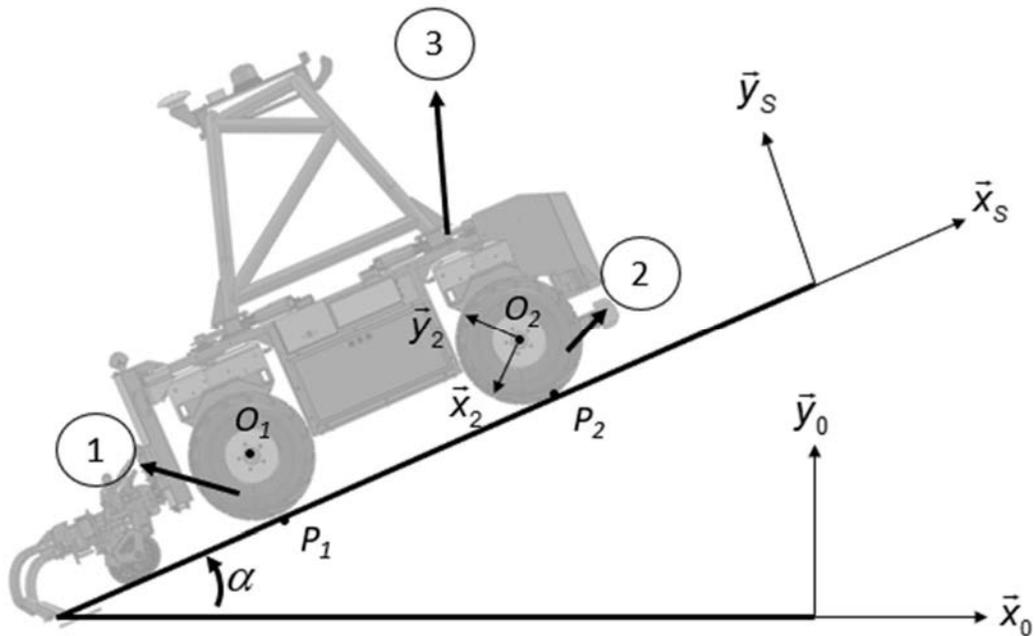
galiléen :  $\{\mathcal{D}(S \rightarrow R_g)\} = \left\{ \begin{array}{c} m \cdot \overline{\Gamma(G, S / R_g)} \\ \overline{\delta(A, S / R_g)} \end{array} \right\}_A$

où  $m \cdot \overline{\Gamma(G, S / R_g)}$  est la résultante dynamique et  $\overline{\delta(A, S / R_g)}$  le moment dynamique en  $A$ .

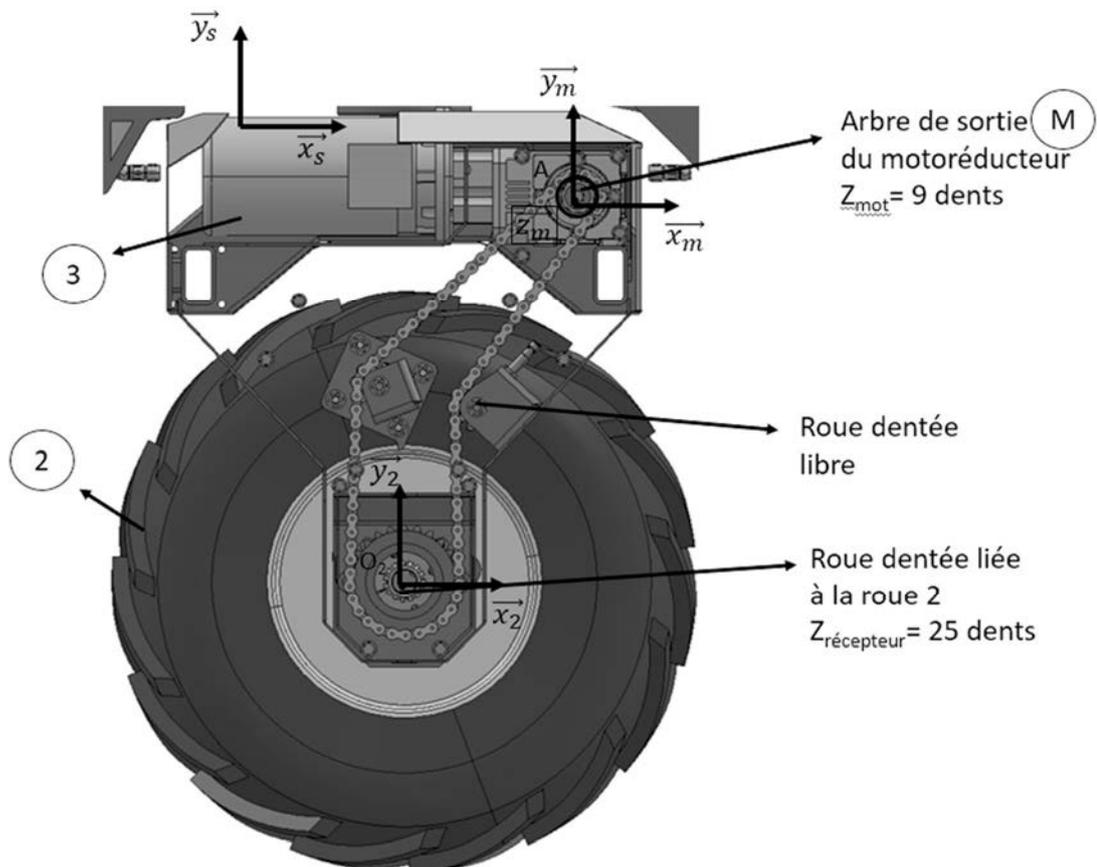
Le moment dynamique se calcule à partir du torseur cinétique :

$$\overline{\delta(A, S / R_g)} = \left. \frac{d\overline{\sigma(A, S / R_g)}}{dt} \right|_{R_g} + \overline{V(A / R_g)} \wedge m \cdot \overline{V(G, S / R_g)}$$

## Annexe G – 1/3 : Paramétrage étude énergétique

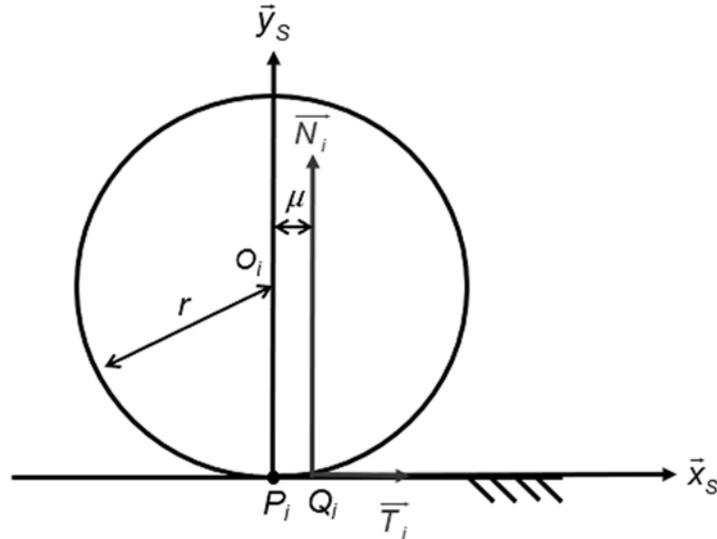


Seules les roues 1 et 2 sont numérotées. Par symétrie, les calculs de puissances / énergies cinétiques relatifs aux roues 1 et 2 seront à multiplier par deux.



De même, quatre moteurs identiques assurent la mise en mouvement de chacune des roues.

## Annexe G – 2/3 : Paramétrage étude énergétique



Le vecteur  $\vec{y}_0$  est vertical ascendant et on note  $g$  l'accélération de la pesanteur. La pente de la montée est notée  $\alpha = 30^\circ$ .

Les bases  $(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$  et  $(\vec{x}_s, \vec{y}_s, \vec{z}_s)$  sont associées à des repères fixes par rapport au sol. Le centre de gravité du robot reste dans le plan de symétrie du robot  $(O_i, \vec{x}_s, \vec{y}_s)$ .

Toutes les liaisons sont supposées parfaites à l'exception du contact roue-sol. Les roues roulent sans glisser sur le sol en  $P_i$ .

Le coefficient de résistance au roulement,  $\mu = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ , est identique pour tous les contacts roue-sol. On pose  $\vec{P}_1 \vec{Q}_1 = \mu \cdot \vec{x}_s$ , avec  $\mu > 0$ , si le déplacement du robot est suivant  $+\vec{x}_s$ .

Les frottements de l'air sont négligés, et toutes les roues sont motrices.

On modélise les actions mécaniques de la manière suivante :  $i \in \{1,2\}$

$$\{\mathcal{T}(\text{sol} \rightarrow i)\} = \left\{ \begin{array}{c} T_i \cdot \vec{x}_s + N_i \cdot \vec{y}_s \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{Q_i}$$

$$\{\mathcal{T}(\text{sol} \rightarrow \text{porte-outils})\} = \left\{ \begin{array}{c} -X_{sp} \cdot \vec{x}_s \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{P_i}, X_{sp} = 3000 \text{ N}$$

Chacun des quatre moteurs permet d'appliquer un torseur couple entre 3 et son arbre  $M$  tel que :

$$\{\mathcal{T}(3 \rightarrow M)\} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ C_m \cdot \vec{z}_m \end{array} \right\}_{\forall P}$$

## Annexe G – 3/3 : Paramétrage étude énergétique

On modélise les différentes masses et inerties :

Moment d'inertie du rotor du motoréducteur autour de son axe  $(A, \bar{z}_m)$  :  $J_m = 6 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

Moment d'inertie d'une roue autour de son axe (par exemple pour la roue 2)  $(O_2, \bar{z}_m)$  :  
 $J_r = 0,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ .

Masse du robot avec le porte outils :  $m = 1\,000 \text{ kg}$ .

Le centre de gravité de l'ensemble mobile sera noté  $G$ . Les autres inerties seront négligées.

On modélise les grandeurs cinématiques :

On notera  $\omega_m$  la vitesse de rotation de l'arbre moteur  $M$  par rapport à 3,  $\omega_{13}$  la vitesse de rotation des roues arrière 1 par rapport à 3 et  $\omega_{23} = \omega_{13}$  (on suppose que les roues roulent sans glisser sur le sol) la vitesse de rotation des roues avant 2 par rapport à 3. On note  $\omega_{10}$  et  $\omega_{20}$  les vitesses de rotation des roues par rapport au sol. Le solide 3 est en translation par rapport au sol donc  $\omega_{13} = \omega_{10}$  et  $\omega_{23} = \omega_{20}$ .

On note la vitesse au point  $G$  centre d'inertie  $\overline{V(G, 3/0)} = \overline{V(3/0)} = V \cdot \bar{x}_s$ ,  $V = 6 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$  en régime permanent la vitesse du robot. Les roues ont un rayon  $R = 30 \text{ cm}$ .

Rappels d'énergétique :

La puissance développée par l'action mécanique de  $\Sigma$  sur  $S$ , dans le mouvement de  $S$  par rapport à  $R$  s'écrit comme le comoment du torseur des actions mécaniques par le torseur cinématique suivants :

$$P(\Sigma \rightarrow S / R) = \{\mathcal{T}(\Sigma \rightarrow S)\} \otimes \{\mathcal{U}(S / R)\}$$

Pour le calcul de la puissance intérieure, lorsque les liaisons ne sont pas parfaites, on définit la puissance des inter-efforts entre les solides 1 et 2 :

$$\begin{aligned} P(1 \leftrightarrow 2) &= P(1 \rightarrow 2 / 1) = \{\mathcal{T}(1 \rightarrow 2)\} \otimes \{\mathcal{U}(2 / 1)\} \\ &= P(2 \rightarrow 1 / 2) = \{\mathcal{T}(2 \rightarrow 1)\} \otimes \{\mathcal{U}(1 / 2)\} \end{aligned}$$

Le théorème de l'énergie cinétique s'écrit :

$$\frac{d(T(\Sigma / R_g))}{dt} = P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma / R_g) + P(int)$$

où  $P(\bar{\Sigma} \rightarrow \Sigma / R_g)$  est la puissance développée par les efforts extérieurs et  $P(int)$  la puissance développée par les efforts intérieurs.

## Annexe H – Extrait document constructeur motorisation

2 P		3000 min <sup>-1</sup> - S1										50 Hz - IE2		
P <sub>n</sub> kW		n min <sup>-1</sup>	M <sub>n</sub> Nm	I <sub>n</sub> 400V A	η%			cos φ	$\frac{I_s}{I_n}$	$\frac{M_s}{M_n}$	$\frac{M_a}{M_n}$	J <sub>m</sub> x 10 <sup>-4</sup> kgm <sup>2</sup>	IM B5 	
					100%	75%	50%							
0.75	<b>BE 80A</b>	2	2860	2.5	1.65	80.0	79.6	76.4	0.83	6.8	3.8	3.5	9.0	9.5
1.1	<b>BE 80B</b>	2	2845	3.7	2.35	81.5	82.2	79.9	0.83	6.9	3.8	3.1	11.4	11.3
1.5	<b>BE 90SA</b>	2	2865	5.0	3.2	81.3	80.7	78.1	0.82	6.8	3.6	2.8	12.5	12.3
2.2	<b>BE 90L</b>	2	2870	7.3	4.7	83.2	83.1	80.8	0.82	6.9	3.1	2.9	16.7	14
3	<b>BE 100L</b>	2	2880	9.9	6.2	84.6	84.6	83.7	0.83	7.3	3.5	3.1	39	23
4	<b>BE 112M</b>	2	2920	13.1	8.2	85.8	85.5	84.3	0.82	7.9	3.5	3.1	57	28
5.5	<b>BE 132SA</b>	2	2925	18.0	10.6	87.0	85.0	81.7	0.86	8.5	3.6	3.3	145	42
7.5	<b>BE 132SB</b>	2	2935	24	14.3	88.1	87.4	84.7	0.86	8.8	3.9	3.6	178	53
9.2	<b>BE 132MB</b>	2	2920	30	16.4	88.8	86.5	84.2	0.91	8.4	3.7	3.3	210	65
11	<b>BE 160MA</b>	2	2940	36	20.0	89.4	89.5	88.0	0.89	8.1	3.0	2.9	340	84
15	<b>BE 160MB</b>	2	2950	49	27.2	90.5	90.5	89.5	0.88	8.5	3.0	2.8	420	97
18.5	<b>BE 160L</b>	2	2945	60	32	90.9	90.5	89.8	0.91	7.7	2.9	2.7	490	109

## Annexe I – Rappel sur l'hyperstatisme des systèmes

On note  $h$  le degré d'hyperstatisme tel que :  $h = m + 6\gamma - I_C$

avec  $h$  : degré d'hyperstatisme d'un mécanisme ;

$m$  : mobilité (utile + interne) du mécanisme ;

$\gamma$  : nombre cyclomatique du mécanisme  $\gamma = N_L - (N_P - 1)$  ;

$N_L$  : nombre de liaisons ;

$N_P$  : nombre total de pièces ;

$I_C$  : nombre de paramètres cinématiques non nuls du système.

## Annexe J - Schéma d'architecture du système porte-outil du robot TED

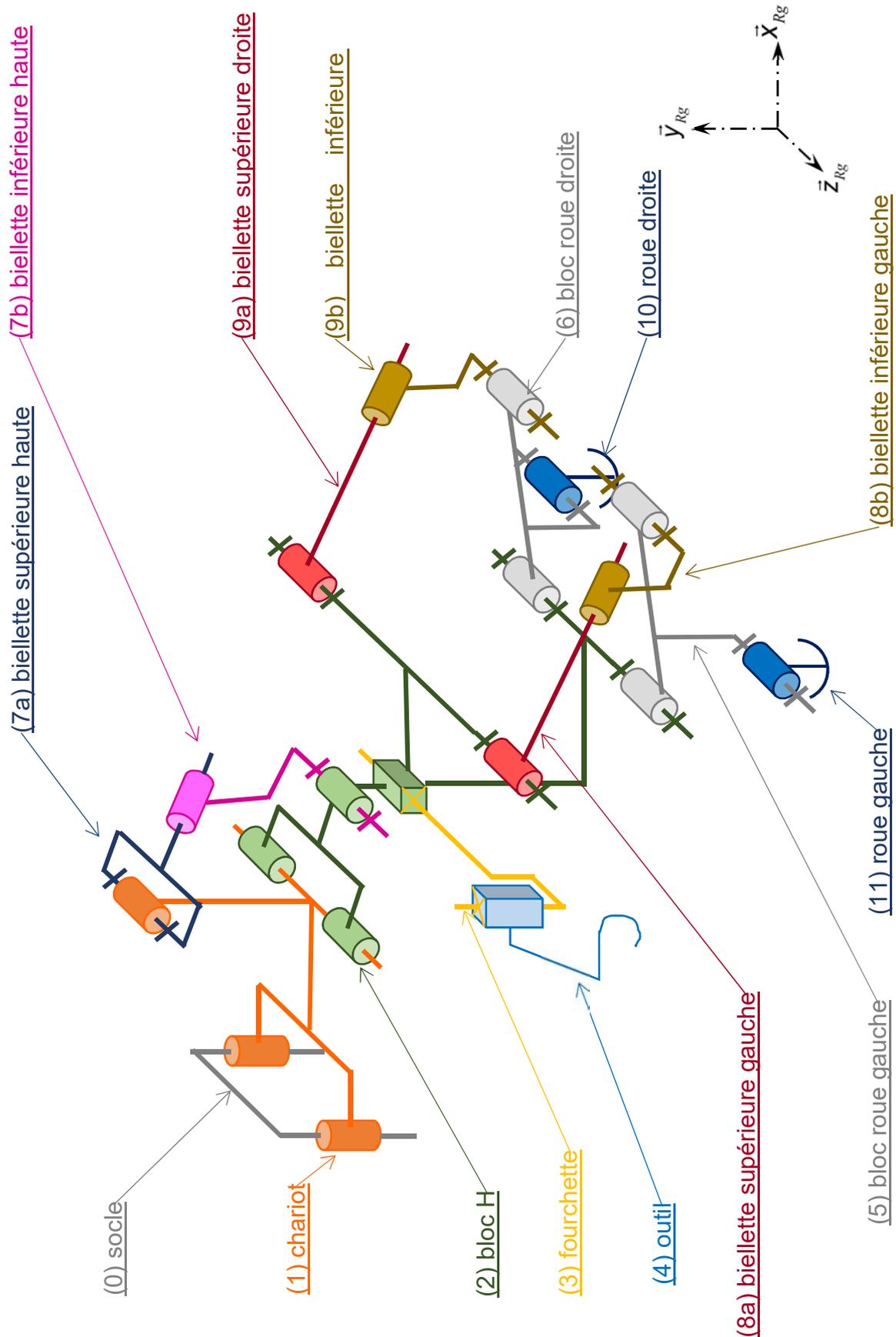
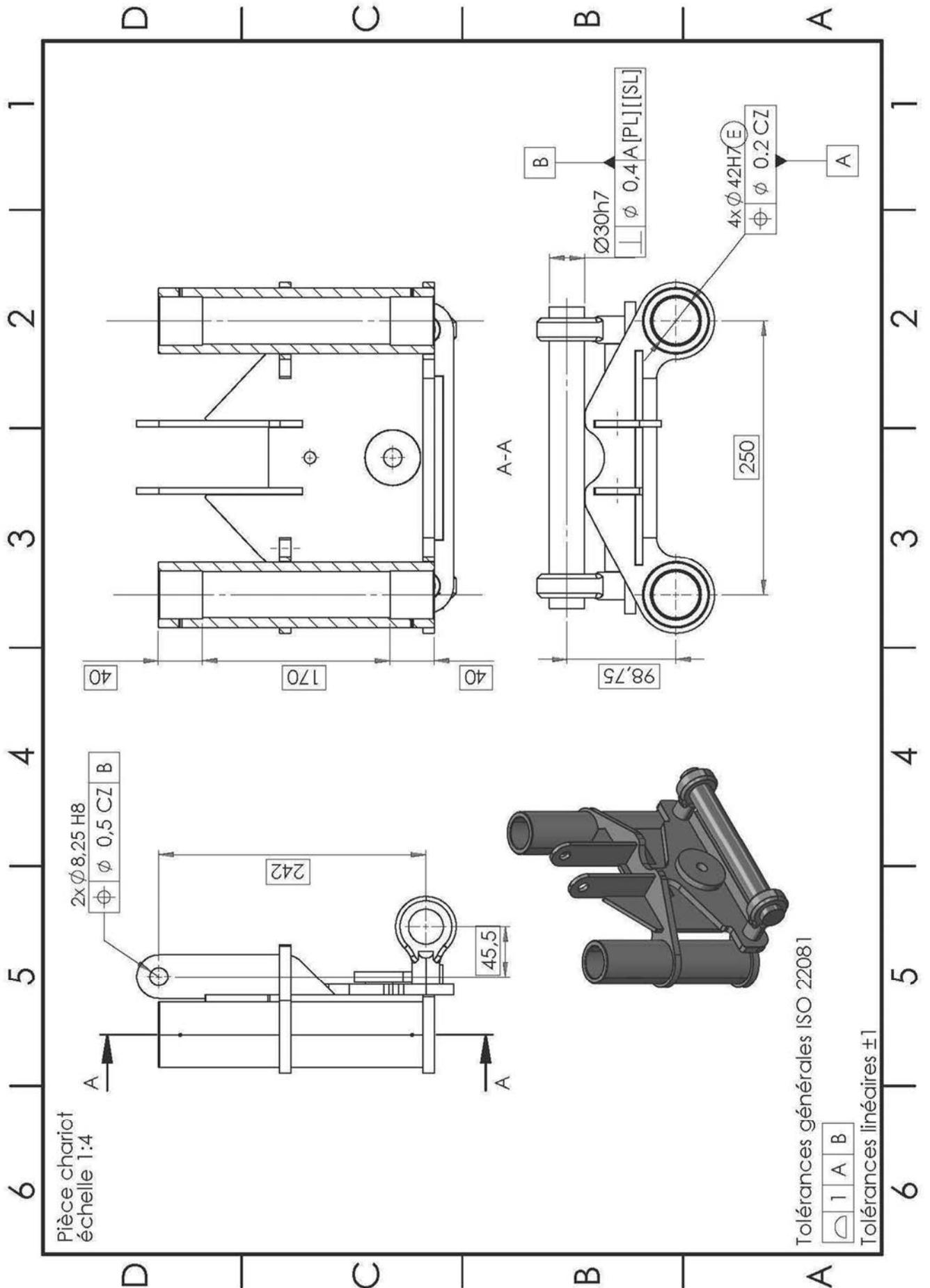


Figure 27 - schéma d'architecture de l'ensemble porte-outil + outil

# Annexe K- Mise en plan pièce 'chariot'



**Annexe L - Modélisation chargement réel sur les poutres (BC) et (AB) de la pièce 'attache'**

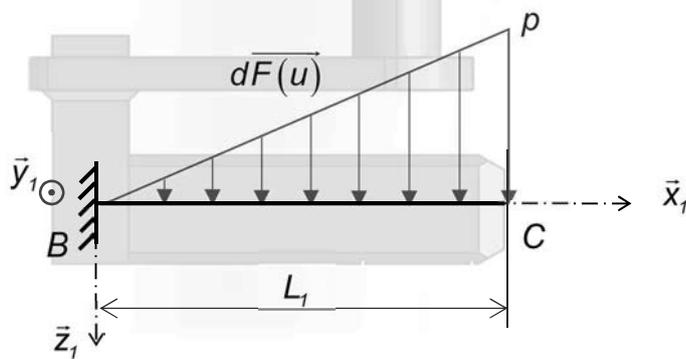


Figure 28 - modèle n°1 poutre (BC)

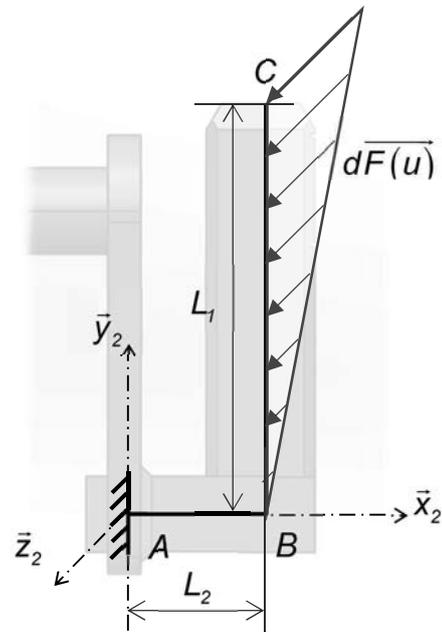


Figure 29 - modèle n°2 poutre (AB)

**Annexe M - Modélisation simplifiée du chargement sur les poutres (BC) et (AB) de la pièce 'attache'**

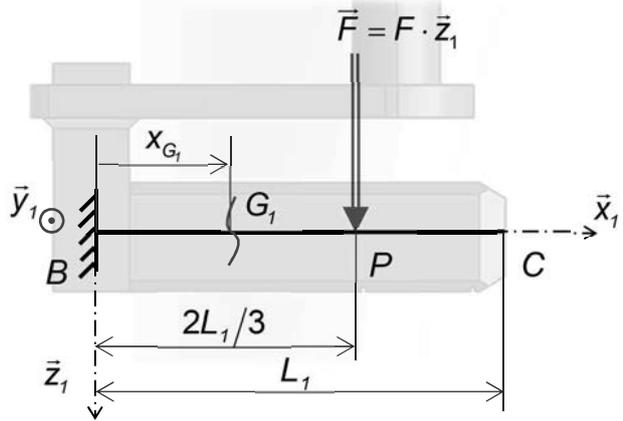


Figure 30 - modèle n°1 simplifié poutre (BC)

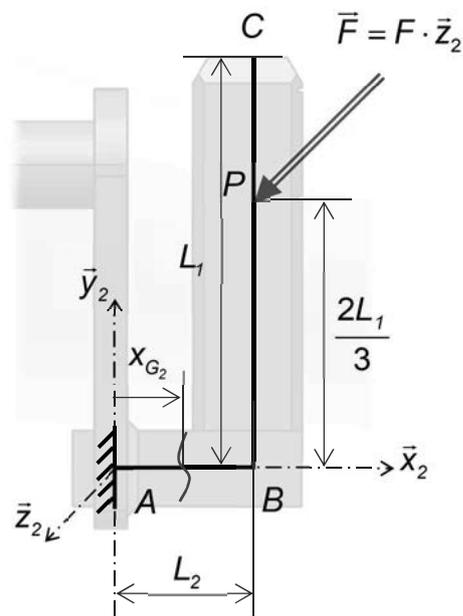
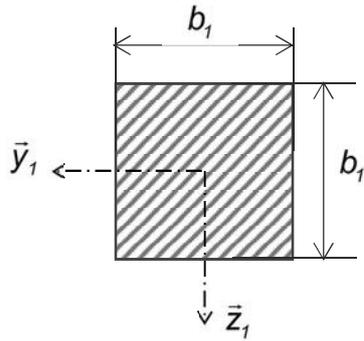


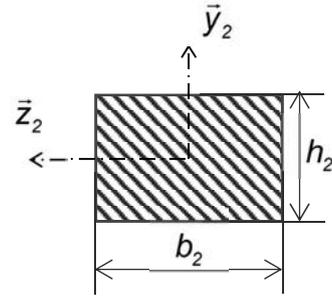
Figure 31 - modèle n°2 simplifié poutre (AB)

## Annexe N - Section des poutres (BC) et (AB)



Moment quadratique d'une poutre à section carré de côté  $b_1$  :  $I_{G\bar{y}_1} = I_{G\bar{z}_1} = \frac{b_1^4}{12}$

Figure 32 - section poutre (BC)



Moment quadratique d'une poutre à section rectangle :  $I_{G\bar{y}_2} = \frac{h_2 b_2^4}{12}$  ;  $I_{G\bar{z}_2} = \frac{b_2 h_2^4}{12}$

Figure 33 - section poutre réelle (AB)

## Annexe O - Formules générales de mécanique des structures

Sollicitation	Torseur de cohésion	Contraintes	Equation de la déformée	Caractéristiques
Traction / Compression	${}_G \mathcal{T}_{coh} = \begin{Bmatrix} N_x & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{Ri}$ <p><math>N_x &gt; 0</math> en traction <math>N_x &lt; 0</math> en compression</p>	$\sigma_{xx} = \frac{N_x(x)}{S}$	$u(x) = \int \frac{N_x}{E \cdot S} \cdot dx$	<p><math>S</math> : section de la poutre (m<sup>2</sup>) <math>E</math> : Module de Young (MPa) du matériau de la poutre <math>u(x)</math> : déplacement (m)</p>
Torsion	${}_G \mathcal{T}_{coh} = \begin{Bmatrix} 0 & M_x \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{Ri}$	$\tau_{xy} = \frac{ M_x }{W_{ty}} ; W_{ty} = ahb^2$ $\tau_{xz} = \frac{ M_x }{W_{tz}} ; W_{tz} = abh^2$	$\alpha = \frac{ M_x  \cdot L}{G \cdot I_t}$ $I_t = \eta hb^3$	<p><math>W_t</math> : Module de torsion (m<sup>3</sup>) <math>I_t</math> : Constante de torsion (m<sup>4</sup>) <math>G</math> : Module de Coulombs (MPa) du matériau de la poutre</p>
Flexion	${}_G \mathcal{T}_{coh} = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ T_y & Mf_y \\ T_z & Mf_z \end{Bmatrix}_{Ri}$	$\sigma_{xx} = -\frac{Mf_z}{I_{G\bar{z}}} \cdot y + \frac{Mf_y}{I_{G\bar{y}}} \cdot z$	$\frac{d^2v(x)}{dx^2} = \frac{Mf_z(x)}{E \cdot I_{G\bar{z}}}$ $\frac{d^2w(x)}{dx^2} = \frac{-Mf_y(x)}{E \cdot I_{G\bar{y}}}$	<p><math>I_{G\bar{y}}, I_{G\bar{z}}</math> : Moments quadratiques (m<sup>4</sup>) <math>E</math> : Module de Young (MPa) du matériau de la poutre <math>v(x), w(x)</math> : déplacement (m)</p>

Figure 34 - tableau formules

b/h	1.00	1.50	1.75	2.00	2.50	3.00
$\alpha$	0.208	0.231	0.239	0.246	0.256	0.267
$\beta$	1.000	0.859	0.820	0.795	0.766	0.753
$\eta$	0.141	0.196	0.214	0.229	0.249	0.263

Figure 35 - coefficients  $\alpha$ ,  $\beta$  et  $\eta$  donnés en fonction du rapport b/h de la section rectangulaire d'une poutre

## Annexe P- Paramétrage du modèle numérique de la pièce 'attache'

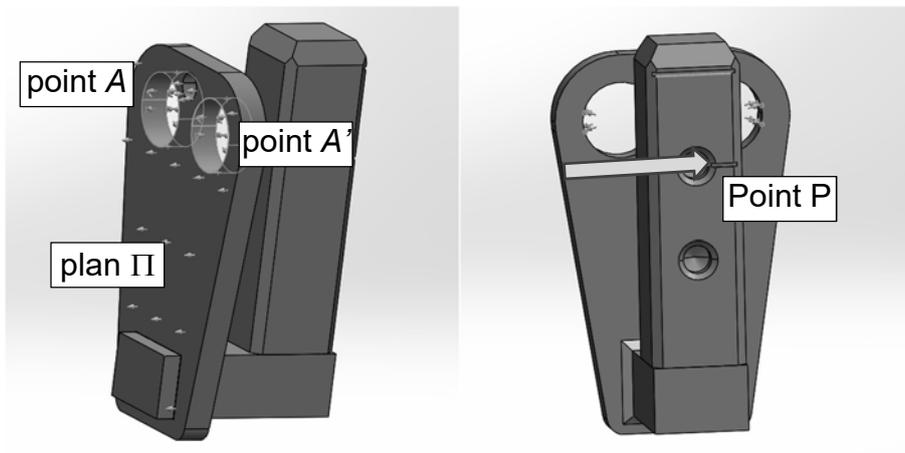


Figure 36 - paramétrage modèle numérique

## Annexe Q - Résultats de l'analyse numérique par éléments finis

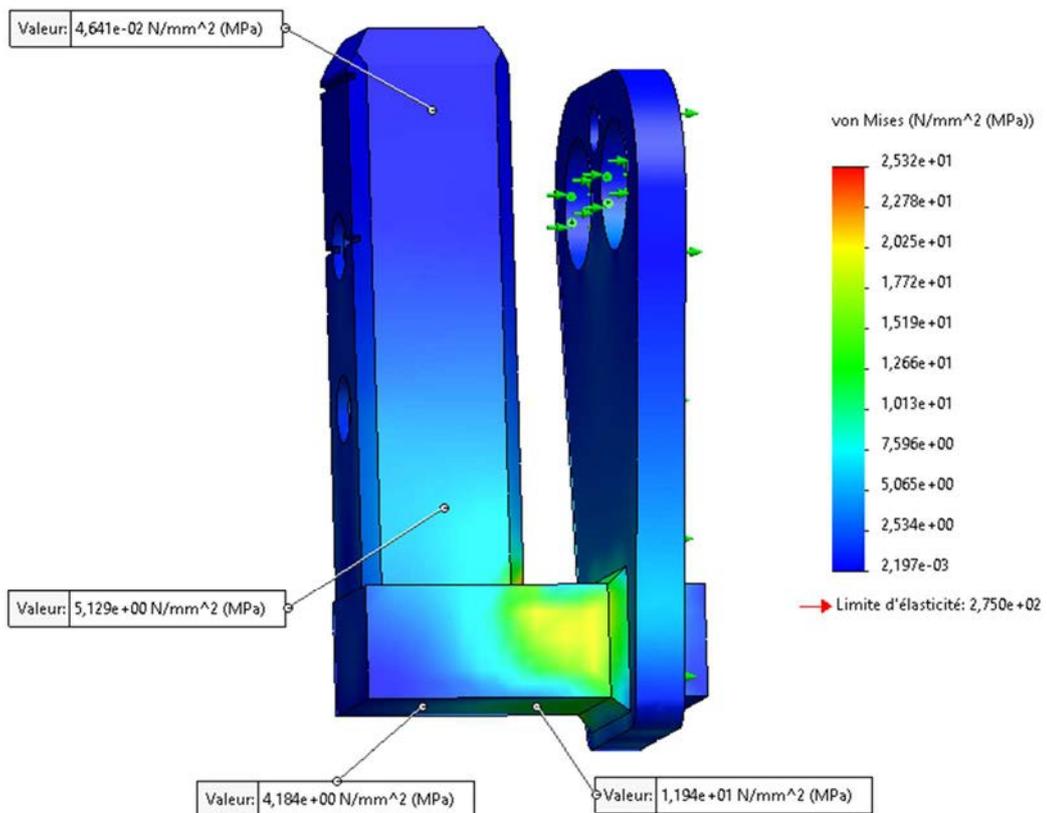


Figure 37 - résultats simulation contraintes

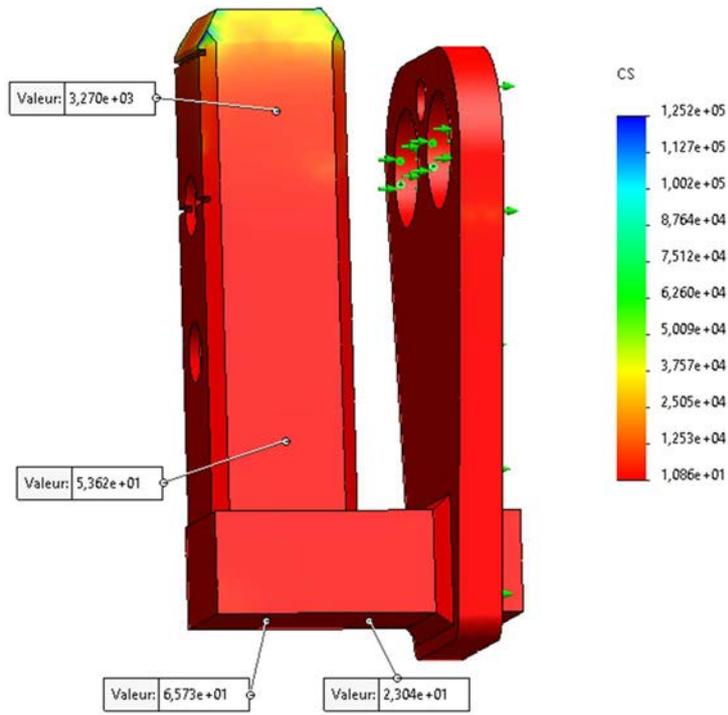


Figure 38 - résultats simulation coefficient de sécurité

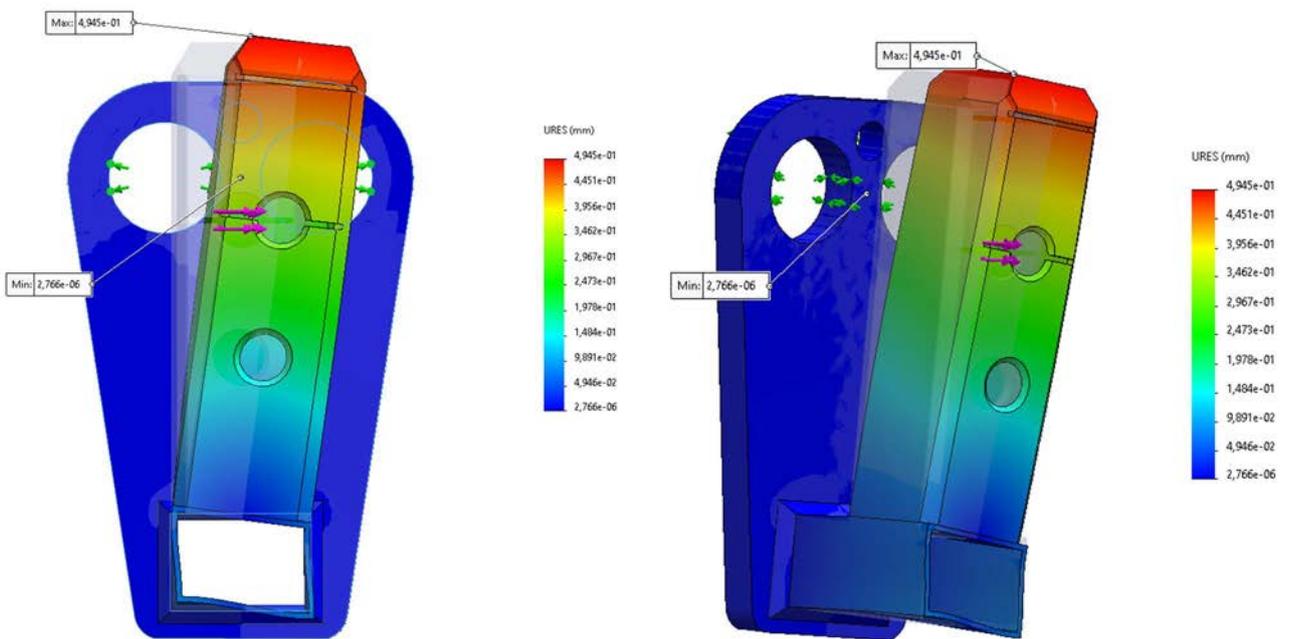


Figure 39 – résultats simulation déplacement version 2 : pièce creuse

## Annexe R - Étude des matériaux

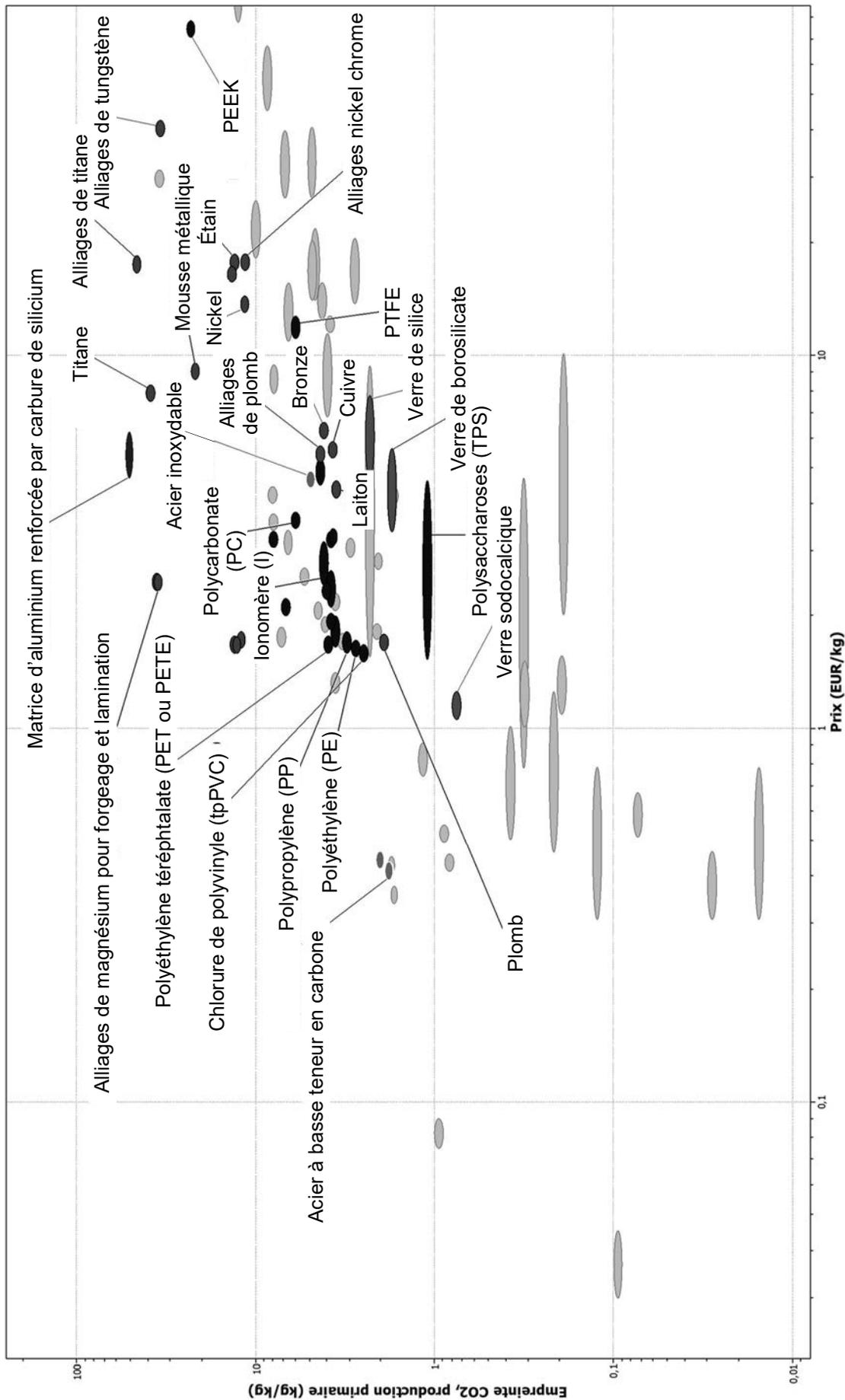


Figure 40 - diagramme d'Ashby Empreinte CO2 en fonction du Prix

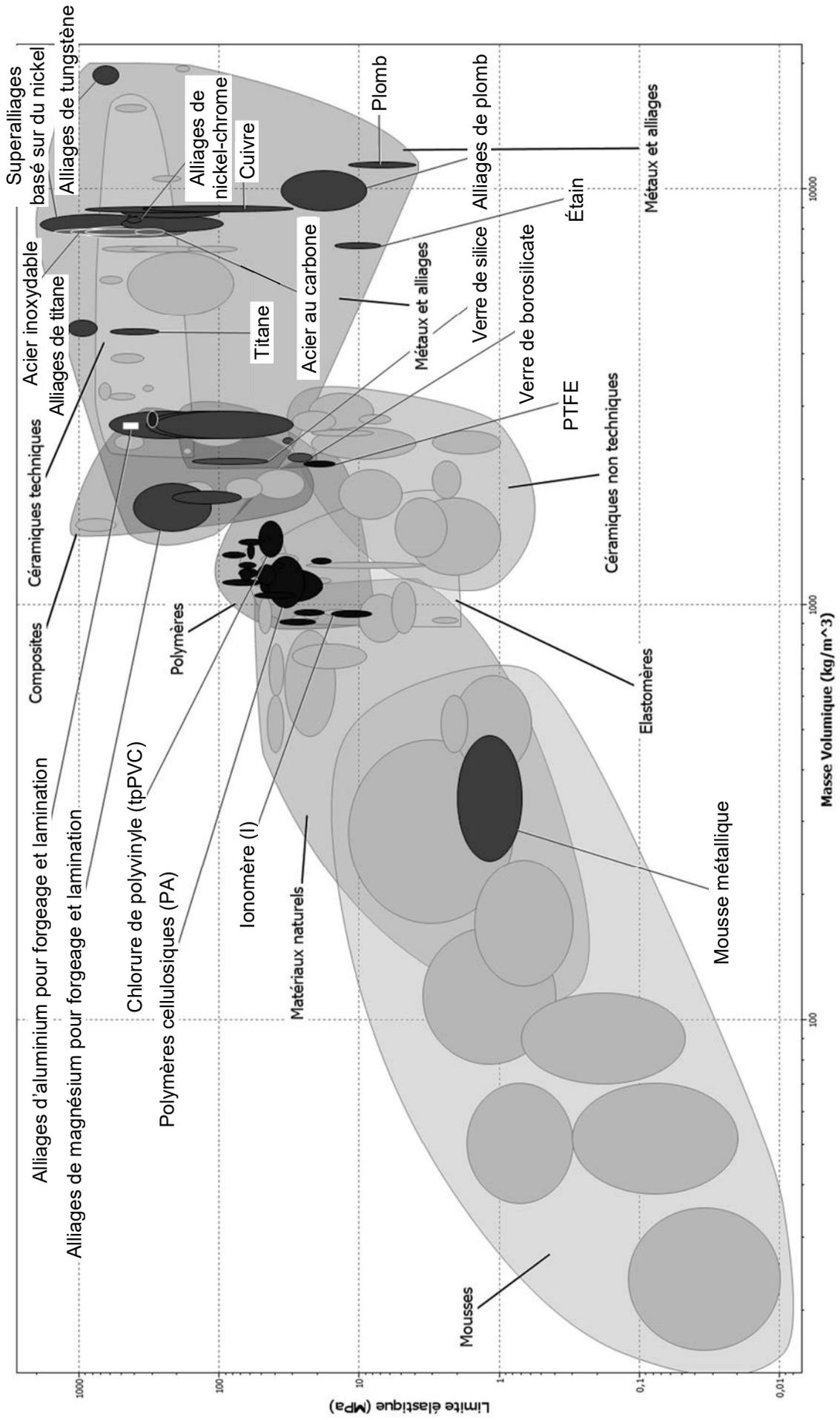
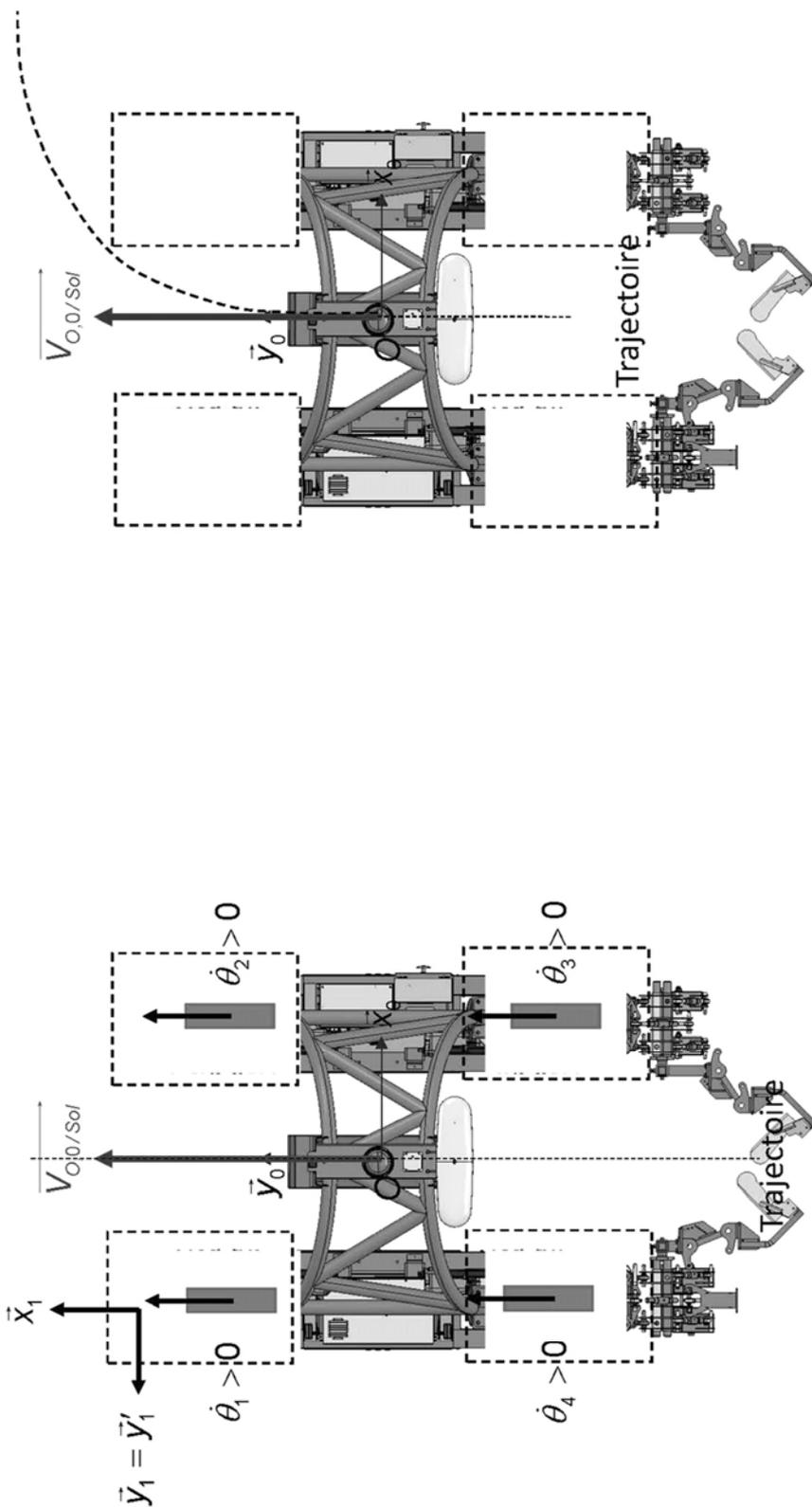


Figure 41 - diagramme d'Ashby Limite d'élasticité en fonction de la masse volumique



**NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE**

**Document réponse DR1 :**



Pour la trajectoire souhaitée

Pour un mouvement en ligne droite

