



MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE

EAE SIC 2

SESSION 2019

AGREGATION CONCOURS EXTERNE

Section : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

Option : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR
ET INGÉNIERIE DES CONSTRUCTIONS

MODÉLISATION D'UN SYSTÈME, D'UN PROCÉDÉ
OU D'UNE ORGANISATION

Durée : 6 heures

Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur d'énoncé, vous devez le signaler très lisiblement sur votre copie, en proposer la correction et poursuivre l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, vous devez la (ou les) mentionner explicitement.

NB : Conformément au principe d'anonymat, votre copie ne doit comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé consiste notamment en la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de la signer ou de l'identifier.

Tournez la page S.V.P.

A

INFORMATION AUX CANDIDATS

Vous trouverez ci-après les codes nécessaires vous permettant de compléter les rubriques figurant en en-tête de votre copie

Ces codes doivent être reportés sur chacune des copies que vous remettrez.

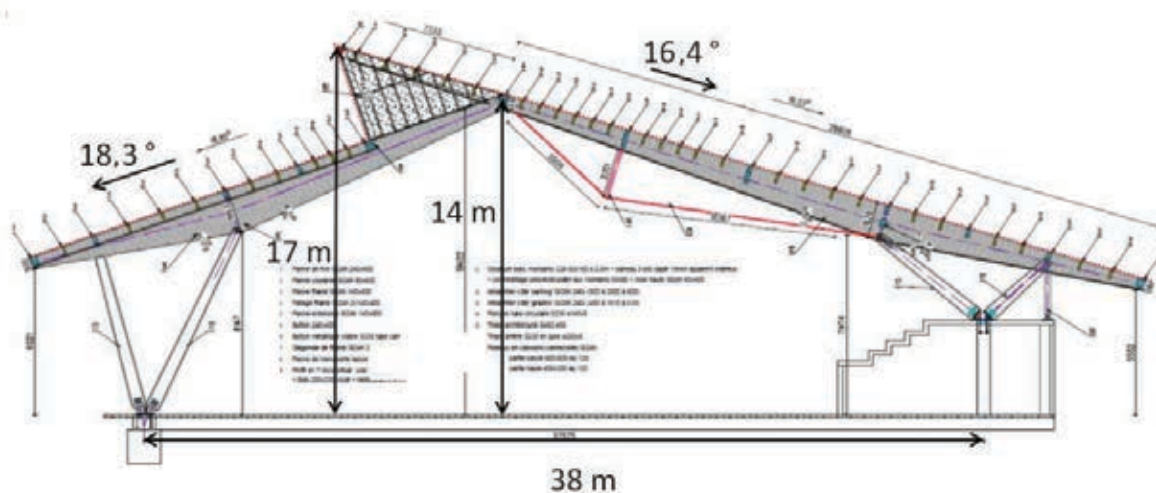
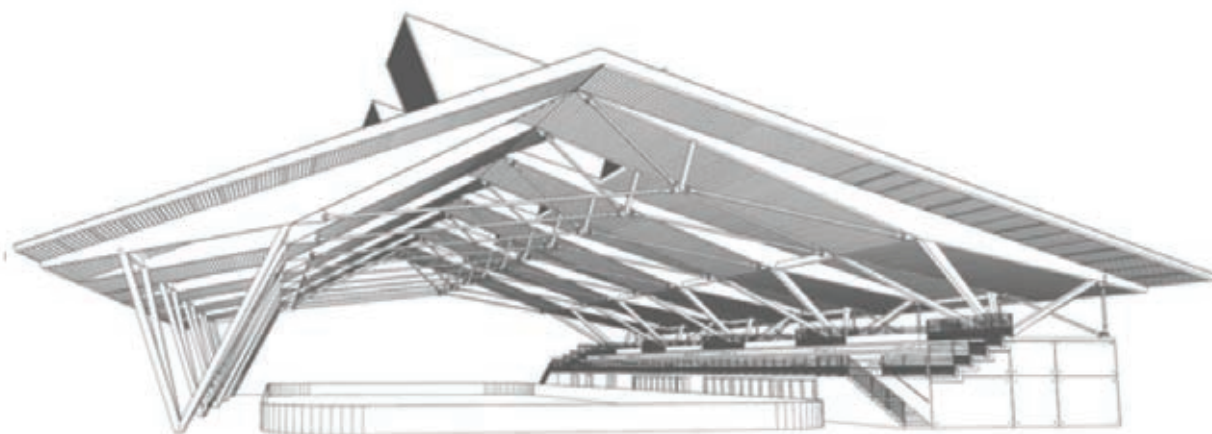
Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EAE	1416A	109	2680

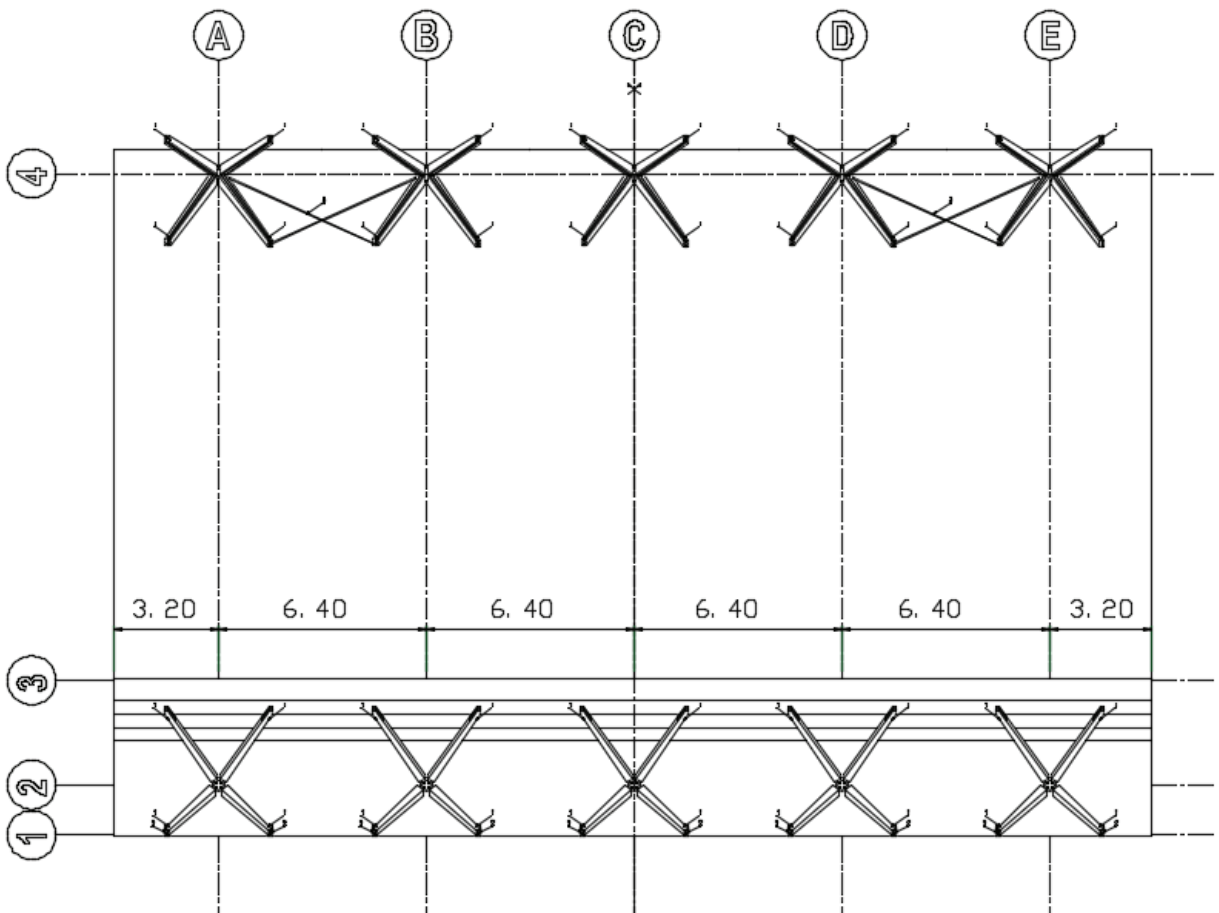
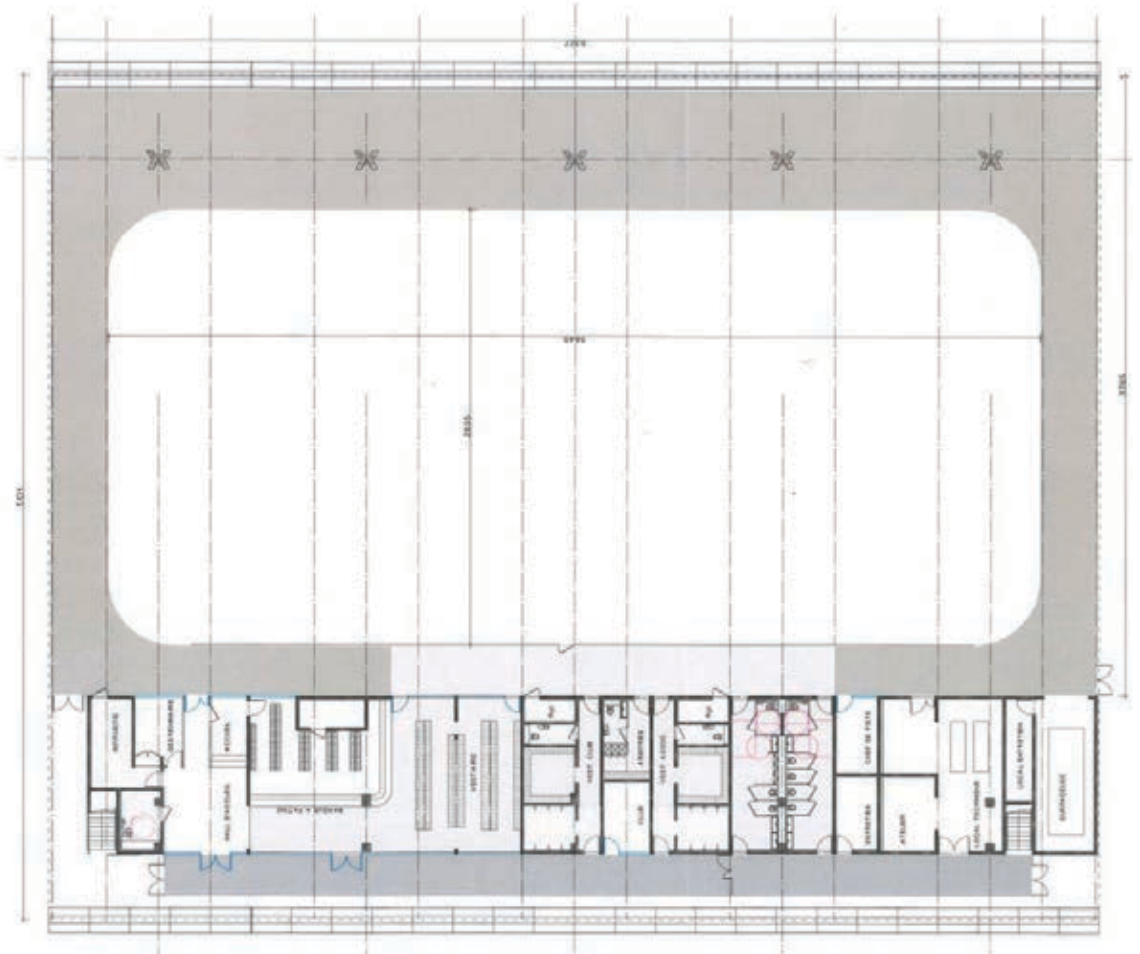
Toutes les parties peuvent être traitées de manière indépendante. Pour chaque question, en complément des résultats de calculs proprement dits, il conviendra de justifier les choix effectués et les calculs réalisés, et de commenter les résultats obtenus.

PATINOIRE DE SAMOENS

Ce dossier s'articule autour du projet de construction d'une couverture en bois d'une patinoire qui se situe à Samoëns. Localisée au nord du département de la Haute-Savoie dans la haute vallée du Giffre, Samoëns occupe un vaste territoire (d'une superficie supérieure à 97 km²), partagée entre le fond de vallée et les versants montagnards. Cette ville compte 2 384 habitants permanents, et de fortes affluences en été et en hiver. Le niveau d'équipement et de services de cette petite ville de montagne (site aménagé pour le ski alpin et le ski de fond, base de loisirs, patinoire, poste, commerces de bouche, hôtels...) en fait un des centres de services principaux de l'ensemble de la vallée du Giffre.

Les premières parties seront consacrées à l'étude des équipements techniques de la patinoire. Ces parties concernent le calcul des apports de chaleur en surface de la patinoire, l'étude de la distribution d'eau glacée dans la dalle froide et l'estimation de la performance du groupe frigorifique.





Partie 1 – Etude Thermique

L'étude des échanges thermiques entre la surface glacée de la patinoire et l'ambiance permettront de déterminer les caractéristiques essentielles au dimensionnement des équipements de production de froid.

Un des objectifs est de déterminer les apports de chaleur à la surface de la glace afin d'estimer la puissance nécessaire pour maintenir sa température de surface à $T_G = -5\text{ °C}$. Les bilans thermiques permettront également de connaître la température du fluide caloporteur dans la nappe de tube et d'optimiser l'épaisseur de l'isolant sous la glace pour limiter les consommations.

La patinoire est ouverte de mi-octobre à fin avril. Pour le dimensionnement nous nous placerons dans les conditions les plus défavorables :

- Présence de vent et de patineurs
- Température extérieure de $T_I = 12\text{ °C}$ et une humidité relative de $HR_I = 50\%$.

Notations :

- Le flux de chaleur : Φ W
- La densité de flux : $\varphi = \frac{\Phi}{S}$ W/m^2

1.1. Etude simplifiée

De nombreux phénomènes physiques doivent être pris en compte pour connaître de manière précise les apports de chaleurs à la surface de la glace.

L'étude qui suit se limitera à certains apports de surface (convection avec l'air, condensation de la vapeur d'eau et solidification en surface, rayonnement).

Question 1 : Lister les autres apports qu'il faudrait prendre en compte dans une étude exhaustive.

1.2. Etude de la convection

Pour l'étude des transferts convectifs en surface, on considère les trois nombres adimensionnels ci-dessous caractérisant la convection forcée :

- Reynolds : $Re = \frac{U.L_c}{\nu}$
 - U la vitesse du fluide loin de la paroi ($U = 2\text{ m/s}$)
 - L_c la longueur caractéristique (**voir définition en Annexe1**) m
 - ν la viscosité cinématique du fluide dans la couche limite $m^2.s^{-1}$
- Prandtl : $Pr = \frac{\nu}{\alpha}$
 - α diffusivité thermique du fluide dans la couche limite $m^2.s^{-1}$
- Nusselts : $Nu = \frac{h_{conv}.L_c}{\lambda}$
 - h_{conv} coefficient d'échange convectif $W.m^{-2}.K^{-1}$
 - λ conductivité thermique du fluide dans la couche limite $W.m^{-1}.K^{-1}$

[Voir les propriétés de l'air et les corrélations de convection en Annexe 1](#)

Question 2 : Expliquer pourquoi l'échange convectif devra être modélisé par les relations de la convection forcée. Quels sont les facteurs qui rendent difficile l'estimation de la longueur caractéristique ?

Question 3 : Exprimer le coefficient d'échange convectif en fonction de la longueur caractéristique. Si on considère la longueur caractéristique comprise entre 5 et 20 m, quel est l'ordre de grandeur du coefficient de convection thermique. En déduire la densité de flux échangé par convection φ_{cv} entre la surface de la patinoire et l'air ambiant.

1.3. Etude de la condensation-solidification

L'objectif est de déterminer le coefficient d'échange dû à la condensation-solidification de la vapeur d'eau.

Question 4 : Expliquer pourquoi l'humidité contenue dans l'air se condense puis gèle sur la glace. (Voir le diagramme de l'air humide en Annexe 2)

La loi de Lewis est une approche simplifiée du phénomène de condensation qui donne le débit surfacique d'eau condensée par de l'air en contact avec une paroi froide :

$$Qm_{cond} = \frac{h_{conv}}{Cp_{air}} \cdot (x_I - x_{satG})$$

- h_{conv} coefficient d'échange convectif ; on prendra $h_{conv} = 5 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{°C}^{-1}$
- Cp_{air} chaleur massique de l'air à pression constante $\text{J} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{°C}^{-1}$
- x_I teneur en humidité de l'air ambiant $\text{kg}_{vap} \cdot \text{kg}_{air}^{-1}$
- x_{sG} teneur en humidité de l'air saturé à la température de la paroi froide $\text{kg}_{vap} \cdot \text{kg}_{air}^{-1}$

On se propose d'exprimer la densité de flux échangé sous la forme : $\varphi_{cond} = h_{cond} \cdot (T_I - T_G)$.

Question 5 : Quelle est l'unité du débit surfacique d'eau condensée ? Montrer que le coefficient d'échange h_{cond} peut être simplifié sous la forme ci-dessous :

$$h_{cond} = h_{conv} \cdot \frac{(x_I - x_{sG}) \cdot (L_c + L_s)}{(h_I - h_{sG})}$$

- L_v la chaleur latente de condensation de l'eau $L_c = 2490 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$
- L_f la chaleur latente de solidification de l'eau $L_s = 334 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$
- h_I l'enthalpie de l'air ambiant $\text{kJ} \cdot \text{kg}_{as}^{-1}$
- h_{sG} l'enthalpie de l'air saturé à la température de la glace $\text{kJ} \cdot \text{kg}_{as}^{-1}$

Question 6 : Calculer le flux échangé par le phénomène de condensation-solidification φ_{cond} ?

1.4. Etude des transferts radiatifs

L'objectif de cette partie est de déterminer la densité de flux de chaleur radiatif reçu par la surface glacée.

[Voir les relations sur les facteurs de forme en Annexe 1](#)

Pour modéliser ces échanges nous supposons, dans un premier temps, une enceinte fermée de forme parallélépipédique (voir schéma ci-dessous) comprenant 2 surfaces distinctes :

Hypothèses :

- Surface 1 : La surface glacée ($\epsilon_1 = 0,4$; $T_1 = -5$ °C)
- Surface 2 : La toiture + gradin + rambarde (ϵ_2 ; $T_2 = 12$ °C)

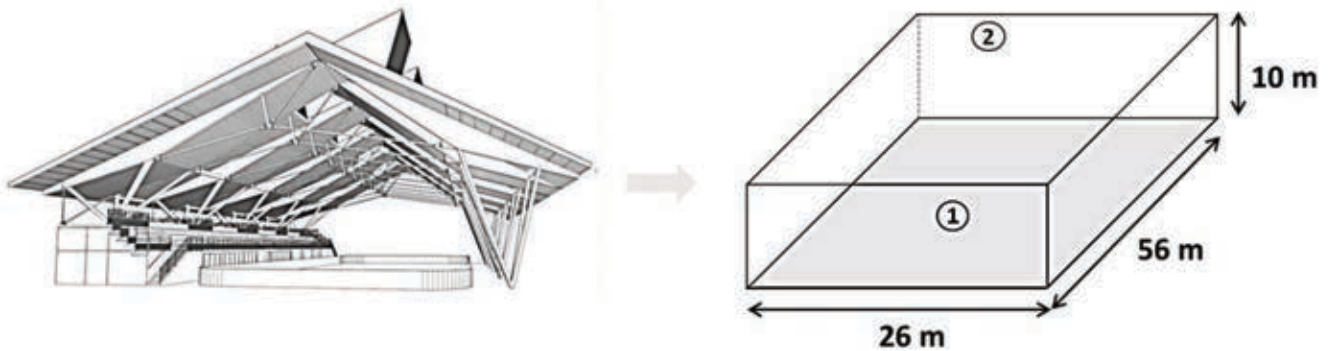


Figure 1 : Echanges radiatifs à 2 surfaces

Question 7 : Expliquer les hypothèses simplificatrices (géométrie et température) proposées ci-dessus pour la modélisation des échanges radiatifs.

Le flux net radiatif échangé entre 2 surfaces est donné par la relation suivante :

$$\Phi_{12net} = \frac{\sigma \cdot (T_2^4 - T_1^4)}{\frac{1 - \epsilon_1}{S_1 \cdot \epsilon_1} + \frac{1}{S_1 \cdot F_{12}} + \frac{1 - \epsilon_2}{S_2 \cdot \epsilon_2}}$$

On se propose d'exprimer la densité de flux net radiatif sous la forme :

$$\varphi_{12net} = \frac{\Phi_{12net}}{S_1} = h_{r-12} \cdot (T_2 - T_1)$$

Si on considère la toiture comme une surface noire : $\epsilon_2 = 1$.

Question 8 : Déterminer le facteurs de forme et les surfaces nécessaires au calcul du flux. En déduire la densité de flux φ_{12net} échangée entre la surface glacée et la surface environnante. Calculer le coefficient d'échange radiatif h_{r-12} .

Question 9 : Dans le cas où une des surfaces est noire, montrer que le coefficient d'échange radiatif h_{r-ij} peut être simplifié sous la forme : $h_{r-ij} \sim 4,6 \cdot \epsilon_j \cdot F_{ij}$

Les toitures des patinoires sont parfois revêtues de peinture basse émissivité ($\epsilon_2 = 0,1$).

Question 10 : Expliquer qualitativement l'effet et l'intérêt des revêtements basse émissivité dans le cas de la patinoire. Dans le cas de cette patinoire quelle serait la densité de flux obtenue.

1.5. Etude de la conduction

Les objectifs de cette partie sont, d'une part de déterminer la puissance frigorifique nécessaire pour maintenir une épaisseur de glace de 3cm, d'autre part de dimensionner l'épaisseur d'isolant sous la dalle.

Le bilan complet des apports de chaleur (convection, condensation-solidification, rayonnement et autres) permet d'obtenir un flux surfacique total de :

$$\varphi_{sup} = 220 \text{ W.m}^{-2}$$

L'étude de la conduction (en régime stationnaire) dans les dalles sera menée en une seule dimension.

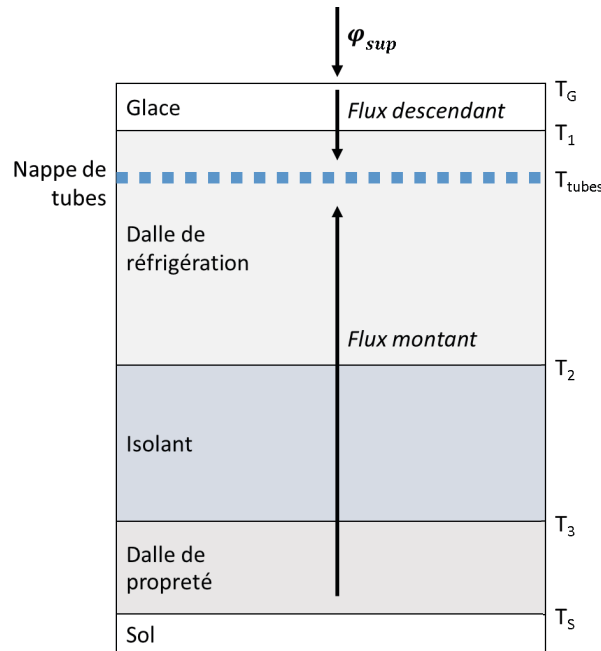


Figure 2 : Compositions de la dalle et transfert conductif

Grandeur	Epaisseur e	Conductivité Thermique λ	Masse volumique ρ	Chaleur massique C_p
Unité	cm	$W.m^{-1}.^{\circ}C^{-1}$	$kg.m^{-3}$	$J.kg^{-1}.^{\circ}C^{-1}$
Glace	3	2,1	910	2060
Dalle de réfrigération	15 3 + 12	2	2300	880
Isolant	?	0.037	18	1170
Dalle de propreté	6	2	2300	880

Figure 3 : Propriétés des différentes couches composant la dalle

La nappe de tubes sera refroidie à basse température pour maintenir la température de surface de la glace à $T_G = -5^{\circ}C$.

Question 11 : Déterminer la température de la nappe de tubes (T_{tubes}).

Pour limiter les apports de chaleur depuis le sol un isolant sera installé sous la dalle de réfrigération. On souhaite que le flux montant (issu du sol) ne représente pas plus de 3% du flux descendant (issu de la surface glacée).

Question 12 : Déterminer l'épaisseur de l'isolant permettant de garantir cette contrainte. Tracer le profil des températures dans la dalle.

1.6. Etude en régime instationnaire

Dans cette question l'objectif est d'estimer le temps nécessaire, lors de la mise en service, pour obtenir une couche de glace de 3cm.

La puissance frigorifique installée doit prendre en compte une surpuissance pour permettre d'obtenir des temps de descente en température acceptable :

$$\Phi_{inst} = F \cdot \Phi_{stat}$$

- Φ_{inst} : puissance frigorifique au niveau de la nappe de tubes (W)
- Φ_{stat} : puissance frigorifique issu du calcul statique (W)
- F : coefficient de surpuissance

Hypothèses en régime instationnaire :

- Température initiale de la dalle et de l'eau à geler : 12 °C
- Coefficient d'échange surfacique moyen : $h_{tot} = 12 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{°C}^{-1}$
- Epaisseur d'isolant : 12 cm

On considèrera la température de surface de la glace constante pendant le temps de fabrication de la glace.

Question 13 : Quelle hypothèse peut-on faire sur la température de surface moyenne ?

Question 14 : Exprimer et tracer le temps de mise en régime en fonction du facteur de surpuissance. Conclure

Partie 2 – Hydraulique

L'objectif de cette partie est de modéliser le réseau hydraulique afin de déterminer la puissance électrique de la pompe de distribution.

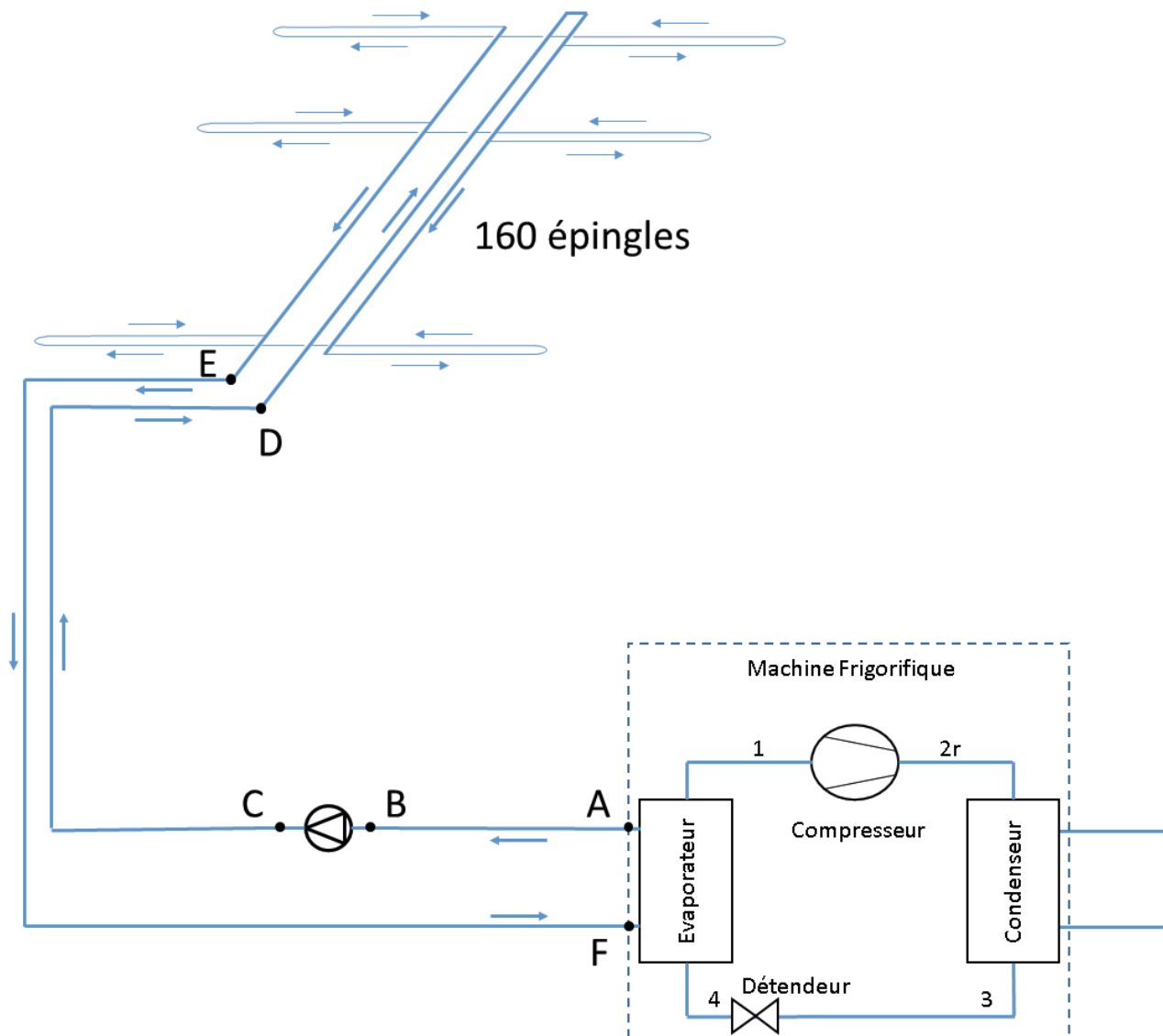


Figure 4 : Schéma de principe du système de distribution d'eau glycolée

Données :

- Puissance frigorifique du groupe d'eau glacée $P_F = 651 \text{ kW}$
- Fluide caloporteur : eau glycolée 40 % MEG (*voir propriétés en Annexe 4*)
- Régime d'eau $-14/-9^\circ\text{C}$
- 160 épingles raccordées en boucle de Tichelmann.

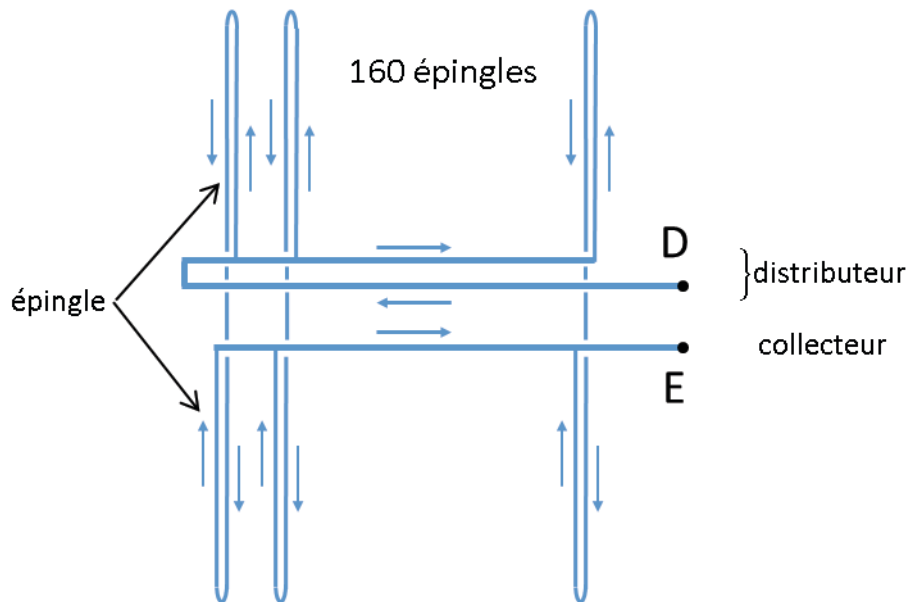


Figure 5 : Détail de la boucle de Tichelmann de la piste de patinage

Tronçon	AB	CD	EF
Matériaux	INOX	INOX	INOX
Rugosité ε mm	0,001	0,001	0,001
Diamètre intérieur D_i mm	197,3	197,3	197,3
Longueur tronçon L m	15	22	37
Nombre coudes	3	5	8

Figure 6 : Propriétés du réseau hydraulique

2.1. Etude globale

Question 15 : Vérifier que le débit d'eau glycolée est de $Qv = 128 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$.

Question 16 : Ecrire l'équation de Bernoulli sur le réseau pour faire apparaitre la relation entre le travail volumique de la pompe et les pertes de charge.

2.2. Etude des pertes de charges du réseau d'eau glycolée

2.2.1. Echangeur de F à A

Les pertes de charge de l'évaporateur sont données par le fabricant dans certaines conditions de fonctionnement. Pour un débit d'eau glycolé de $Qv = 115 \text{ m}^3 \cdot \text{h}^{-1}$ la perte de charge et de $\Delta P_{\text{évap}} = 72 \text{ kPa}$.

Question 17 : Déterminer la perte de charge de l'échangeur dans les conditions d'utilisation nominales.

2.2.2. Piste de patinage de D à E

La perte de charge d'une épingle est de $\Delta P_{\text{épingle}} = 112 \text{ kPa}$. Les pertes de charge du distributeur et du collecteur sont de $\Delta P_{\text{coll.+dist.}} = 21 \text{ kPa}$

Question 18 : Les épingles étant identiques et raccordées en boucle de Tickelmann, calculer les pertes de charges de la piste de patinage. Expliquer l'équilibrage hydraulique.

2.2.3. Tube de A à B, C à D et E à F :

Pertes de charges d'un tronçon : $\Delta P_{\text{tube}} = \Delta P_{L\text{-tube}} + \Delta P_{S\text{-tube}}$

Pertes de charges linéaires : $\Delta P_{L\text{-tube}} = \lambda \cdot \frac{L}{D_h} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$

- λ : Le coefficient de perte de charge linéaire ; $\lambda = 0,02$

Pertes de charges singulières : $\Delta P_{S\text{-tube}} = \xi \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^2$

- ξ : Le coefficient de perte de charge singulière (pour un coude : $\xi = 0,2$)

Question 19 : Vérifier que la vitesse de l'eau dans les tubes est inférieure à la valeur maximale : $v_{\text{max}} = 1,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Déterminer la perte de charge des tronçons AB, CD et EF.

2.2.4. Impédance hydraulique du réseau

L'impédance hydraulique Z d'un réseau dépend de sa perte de charge (ici exprimée en m_{CE}) et du débit traversant le réseau : $\Delta H_{\text{réseau}} = Z \cdot Qv^2$

- $\Delta H_{\text{réseau}}$ la perte de charge totale du réseau en m_{CE} .
- Qv le débit volumique en $m^3 \cdot h^{-1}$

Question 20 : Déterminer l'impédance du réseau d'eau glycolée.

2.3. Etude de la pompe

On obtient l'impédance hydraulique du réseau $Z = 1,4 \cdot 10^{-3} h^2 \cdot m_{CE}^2 \cdot m^{-3}$

Question 21 : Tracer la courbe caractéristique du réseau sur le diagramme de la pompe et en déduire le point de fonctionnement F en ajustant le diamètre de la roue. A partir du rendement de la pompe, en déduire la puissance électrique $P_{\text{élec}}$. Voir Document réponse 1.

Partie 3 - Machine Frigorifique

Le système de production de froid est un système indirect, la machine frigorifique va produire de l'eau glycolée à basse température qui sera envoyée dans ma dalle de réfrigération.

Cette partie est consacrée à l'étude de la machine frigorifique et du cycle thermodynamique permettant de produire l'eau glycolée.

Information générale sur l'installation frigorifique :

- Puissance frigorifique : $P_F = 651 \text{ kW}$
- Cycles thermodynamiques avec compressions isentropique et réelle tracés sur le R507
- Fluide frigorigène : **R507**
- Masse de fluide dans l'installation : $m = 100 \text{ kg}$

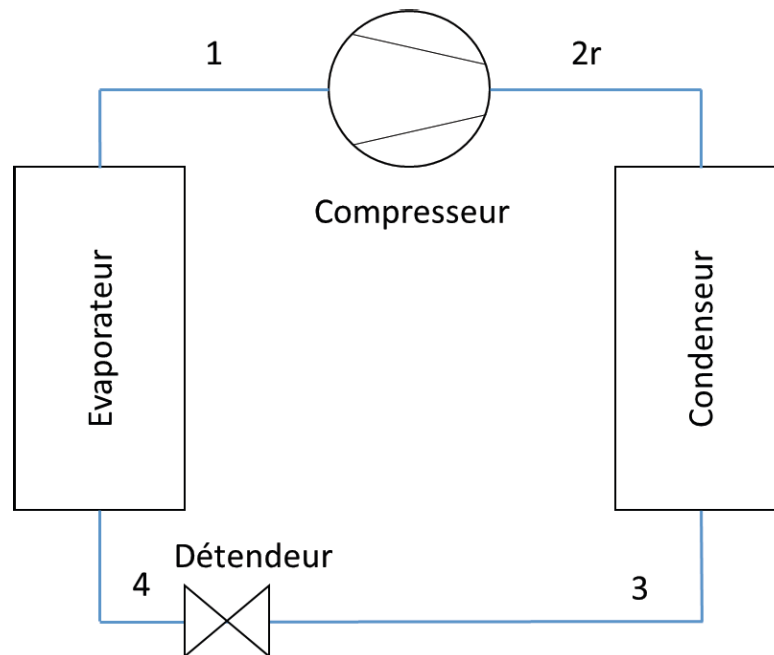


Figure 7 : Schéma de principe du cycle frigorifique mono-étagé

3.1. Fluide frigorigène

Le fluide frigorigère R507 est un mélange azéotropique de 50% de R143a et 50% de R125 (voir les propriétés des fluides en Annexe 5).

Le **Potentiel de Réchauffement Global** (PRG) est un moyen simple de comparer les différents gaz à effet de serre qui influencent le système climatique. Il est utilisé pour prédire les impacts relatifs de différents gaz sur le réchauffement climatique en se basant sur leurs propriétés radiatives et leur durée de vie. La masse d'équivalent CO₂ correspondant à un mélange de plusieurs Gaz à Effet de Serre (GES) peut être estimée par la somme de leurs PRG (calculés sur la même période) multipliés par les masses respectives. Le PRG associé à ce mélange peut être estimé par la moyenne des PRG pondérée par les masses respectives.

Le Règlement (UE) n° 517/2014 du Parlement Européen et du Conseil, daté du 16 avril 2014 :

A partir du 1er janvier 2020, l'utilisation de gaz à effet de serre fluorés dont le potentiel de réchauffement planétaire est supérieur ou égal à 2500 pour l'entretien ou la maintenance

des équipements de réfrigération, ayant une charge de 40 tonnes équivalent CO₂ ou plus, est interdite.

Question 22 : L'installation sera-t-elle impactée par la réglementation en 2020 ? Justifier votre réponse.

En cas de substitution le R507 serait remplacé par le R442a. (*voir les propriétés du fluide en Annexe 5*)

Question 23 : Quelle serait la masse équivalente de CO₂ de l'installation après substitution. Expliquer quels peuvent-être les problèmes rencontrés lors de la substitution d'un fluide par un autre.

3.2. Fonctionnement machine frigo

En fonctionnement nominal les caractéristiques du cycle seront lues sur le diagramme enthalpique.

Caractéristiques des compresseurs semi-hermétiques :

- Cylindrée : $C = 9224,1 \text{ cm}^3$
- Vitesse de rotation : $N = 2900 \text{ tr. min}^{-1}$

Voir le cycle frigorifique sur le diagramme de Mollier en [Annexe 5](#)

Question 24 : A partir du relevé des caractéristiques du fluide frigorigène, en déduire le sous refroidissement, la surchauffe et vérifier que le débit qui circule dans l'installation est : $Qm_{FF} = 5,56 \text{ kg. s}^{-1}$

On propose la modélisation énergétique suivante du compresseur équivalent :

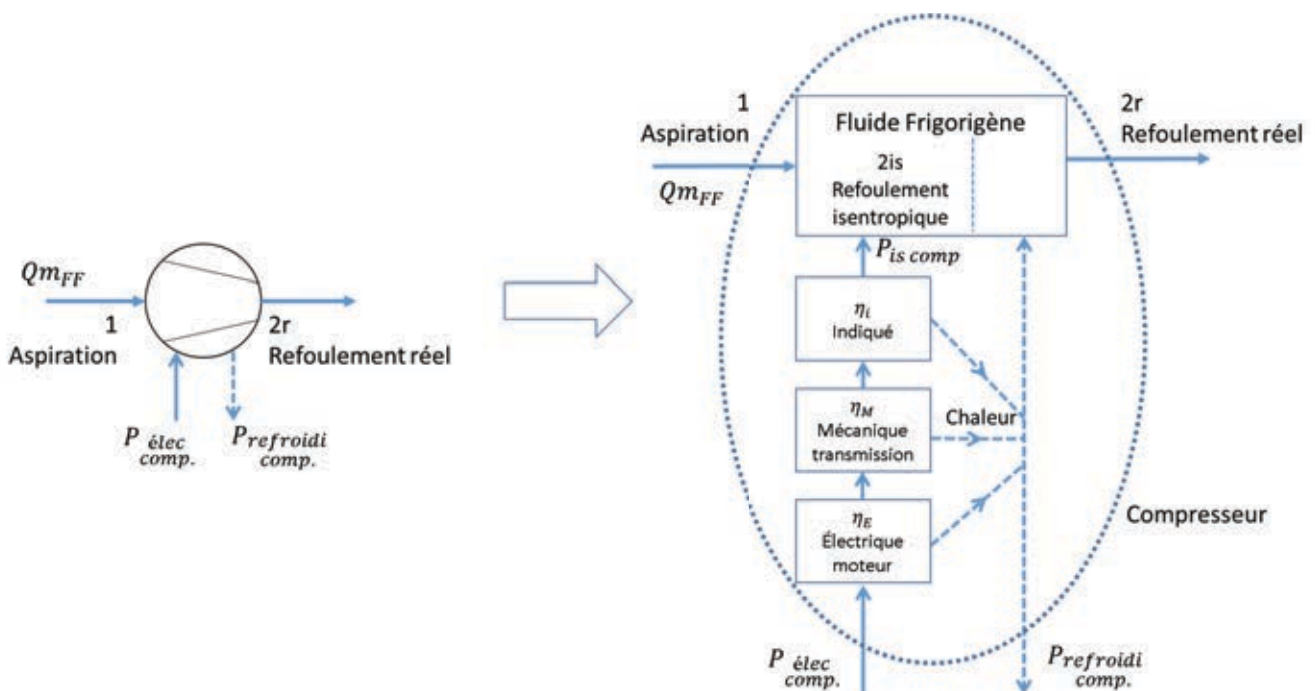


Figure 8 : Modélisation énergétique du compresseur

Rendement mécanique de transmission : $\eta_M = 98 \%$

Rendement électrique du moteur : $\eta_E = 82 \%$

Question 25 : Calculer le rendement volumétrique $\eta_{V\text{compresseur}}$ qui correspond, à peu de choses près, au rendement indiqué $\eta_i \sim \eta_{V\text{compresseur}}$.

Définition rendement volumétrique

Question 26 : On suppose que le rendement indiqué est $\eta_i = 80 \%$. Calculer la puissance électrique des compresseurs $P_{\text{comp.}}^{\text{élec.}}$.

Question 27 ? : Les compresseurs sont ventilés, donc refroidis, afin de limiter la température de refoulement du point 2r qui peut détériorer l'installation. Calculer la puissance de refroidissement des compresseurs $P_{\text{comp.}}^{\text{refroidi.}}$.

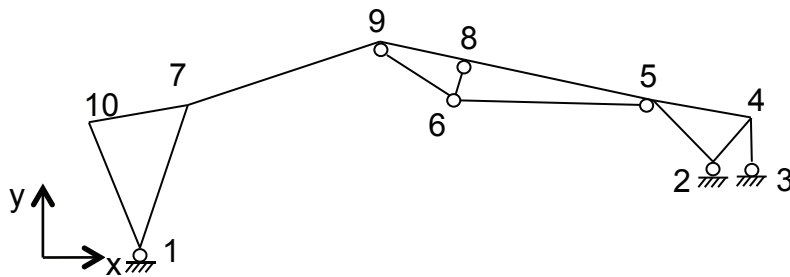
La puissance électrique des compresseurs est d'environ $P_{\text{comp.}}^{\text{élec.}} = 330 \text{ kW}$.

Dans un souci d'économie d'énergie, il est envisagé de récupérer une partie de la chaleur au condenseur pour le chauffage et la production d'eau chaude sanitaire des vestiaires

Question 28 : Calculer le coefficient de performance de l'installation (*COP*) sans l'option de récupération de chaleur au condenseur. Puis calculer le *COP* si la récupération de chaleur est estimée à 10 % de la puissance du condenseur.

Partie 4 – Modélisation de la structure – Etude d'un arbalétrier

L'étude porte sur le portique de la file DD, dont la modélisation mécanique est la suivante:



Question 29 : Déterminer le degré d'hyperstaticité externe et le degré d'hyperstaticité interne de la structure telle que définie dans le schéma mécanique ci-dessus.

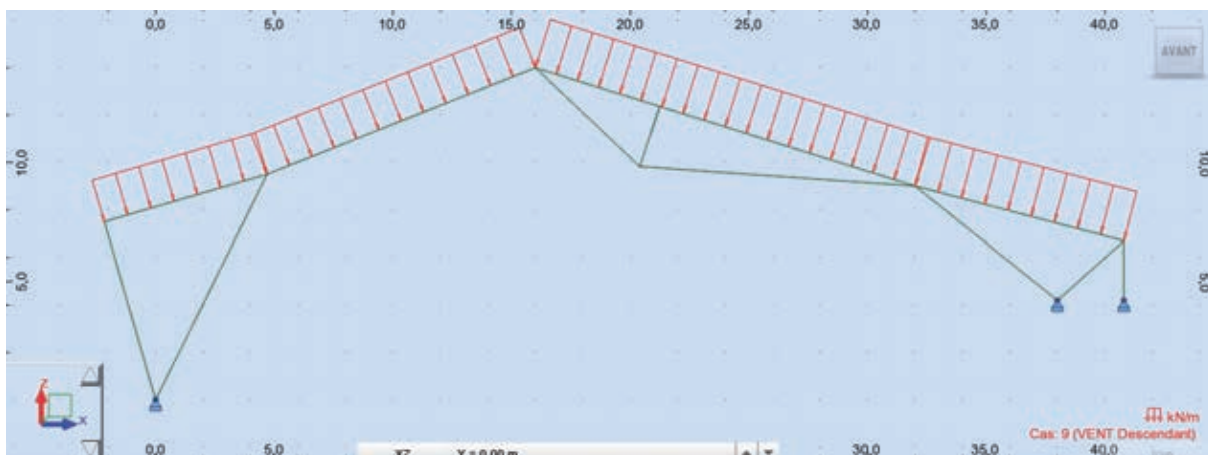
L'étude se limite dans un premier temps à étudier l'influence des charges de vent sur cette structure.

La charge de vent sur la structure est donnée sur les schémas ci-dessous.

Action du vent descendante:

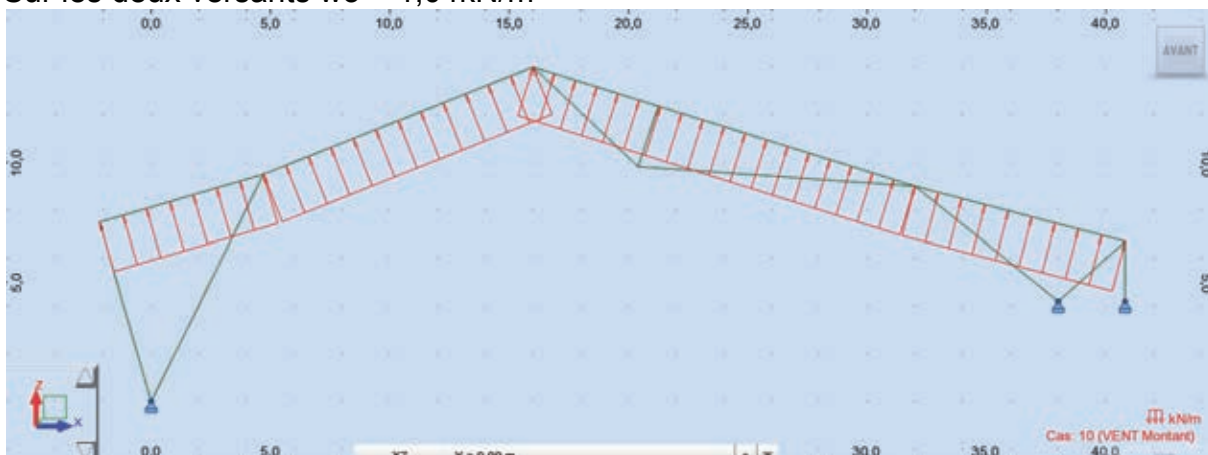
Sur le versant incliné de gauche : $w_1 = 0,352 \text{ kN/m}^2$

Sur le versant incliné de droite : $w_2 = 0,461 \text{ kN/m}^2$



Action du vent ascendante :

Sur les deux versants $w_3 = 1,04 \text{ kN/m}^2$



Question 37 : Les cas de charges de vent sont considérés à la fois ascendants et descendants. **A quel phénomène correspondent ces cas de charges de sens inverses ?**

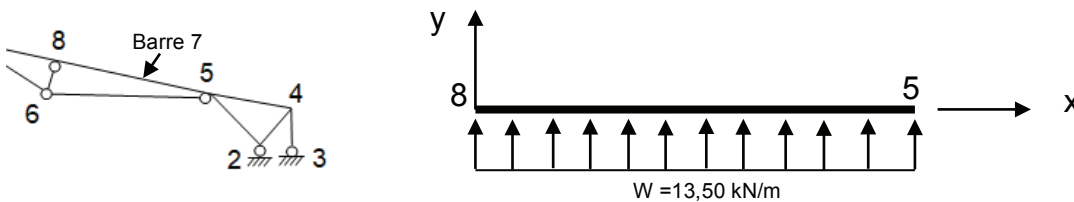
Question 38 : Faut-il prendre en compte ces phénomènes et plus globalement la charge de vent dans le cas d'une structure en béton armé ? Dans le cas d'une structure métallique ? Expliquer pourquoi.

Question 39 : Pour le portique de la file DD, et pour les deux cas de charge de vent (ascendant et descendant) ; calculer les charges réparties à appliquer sur le portique.

Afin de vérifier les résultats de la modélisation numérique, il est maintenant demandé de valider les résultats donnés par un logiciel de calcul de structure. La portion de l'arbalétrier, limitée entre les nœuds 8 et 5, est prise en compte pour le cas de vent **ascendant** précédemment calculé.

La charge linéique appliquée sur le tronçon 8-5 sera prise à 13,50 kN/m.

Question 40 : A partir du tableau ci-dessous explicitant les valeurs des actions aux nœuds 8 et 5 ; exprimer les équations de N, V et M puis tracer le diagramme des sollicitations N, V et M sur la portion d'arbalétrier 8-5 en faisant apparaître les valeurs caractéristiques.



Barre - Noeud	Fx (kN)	Fy (kN)	Mz (kN.m)
7 - 8	-153.92	-27.33	-8.95
7 - 5	-153.92	45.33	92.37

Question 41 :

Sous ce cas de charge, la valeur maximale sur le tronçon 8-5 sont :

$$V_{\max} = 92.37 \text{ kN} \quad \text{et} \quad M_{\max} = -66.82 \text{ kN.m}$$

Le profil de la poutre lamellé collée est une poutre rectangulaire $h = 0.9 \text{ m}$ et $b = 0.24 \text{ m}$

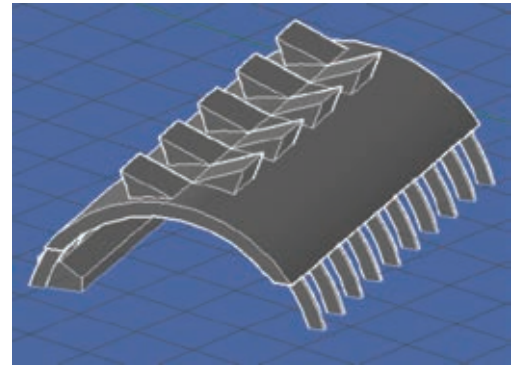
Quel est le type de sollicitation à laquelle est soumise cette section ?

Déterminer les contraintes normales et tangentielles maximales dans la poutre en lamellé collé.

Partie 5 – Optimisation de la structure – Portique alternatif

L'architecte a décidé de d'opter pour une architecture avec des toitures rectilignes inclinées afin de se « rapprocher » du relief des montagnes.

Aussi avec une vision d'ingénierie nous aurions pu nous rapprocher d'une structure en arc qui présente des avantages certains (Voir vue ci-contre).

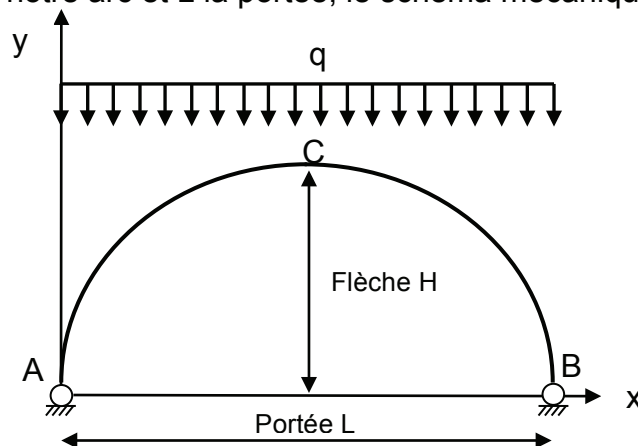


Question 42 : Expliciter l'avantage d'une structure en arc par rapport à une structure en lignes brisées du point de vue mécanique.

Afin d'optimiser cette structure en arc, il est demandé de déterminer l'équation de la structure la plus favorable pour le cas de charge NEIGE.

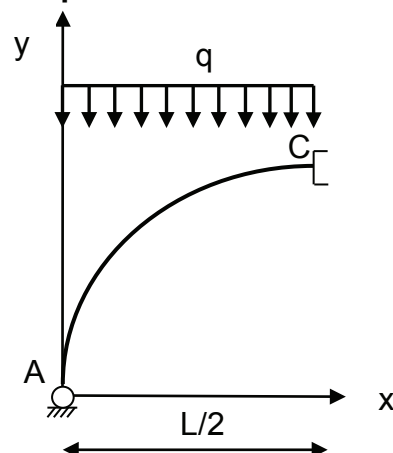
Pour cette étude, la charge uniformément répartie qui correspond à la présence de neige est notée q et s'applique comme suit.

En notant la flèche H de notre arc et L la portée, le schéma mécanique est le suivant :



Pour optimiser cette structure, il faut définir l'équation d'une forme pour laquelle le moment sera nul dans n'importe quel point de l'arc.

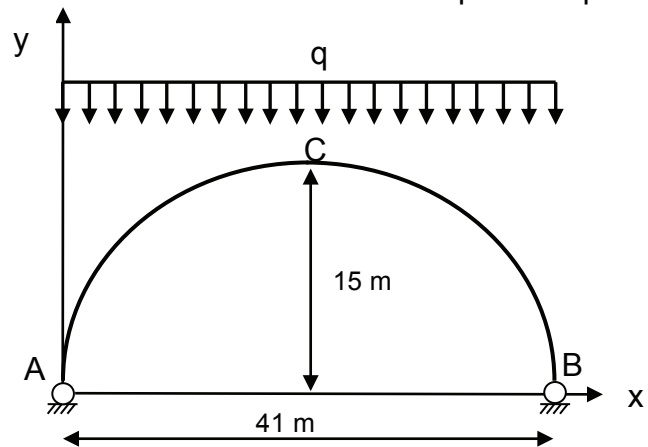
Question 43 : En prenant comme hypothèse que le moment est nul en C, expliciter l'expression des actions de liaison en A et B pour cette structure. Il est conseillé d'utiliser la décomposition suivante :



Question 44 : A partir des actions de liaisons trouvées précédemment, en déduire l'équation de la forme d'arc permettant d'obtenir un moment nul sur l'ensemble de la structure.

Suite aux questions précédentes, la structure définitive aura donc une forme parabolique du type $y(x)=Ax^2+Bx+C$.

La structure finale retenue sera la suivante :



Question 45 : Pour la structure avec les dimensions ci-dessus, exprimer l'équation de $N(x)$ qui permettra de dimensionner la structure.

Question 46 : En considérant toujours la structure ci-dessus, avec le chargement réparti q , expliciter dans le détail (mais sans calculs) comment déterminer la flèche verticale au point C. Dans votre réponse il est attendu une présentation de la méthode de calcul utilisée pas à pas; des schémas sont attendus afin d'illustrer les explications.

Partie 6 – Géotechnique – Fondations

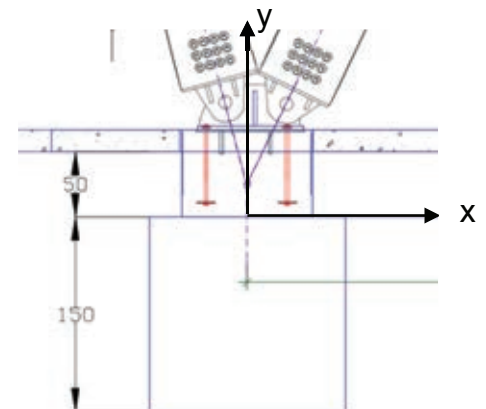
Les massifs de fondations superficielles sous les portiques sont fondés sur un sol homogène de grande épaisseur. Il est nécessaire de déterminer la capacité portante du sol au niveau des fondations et l'influence de la construction sur le sol.

Le niveau de la nappe est à 2.00 m au dessous de la surface du sol et correspond au niveau inférieur de la fondation

L'étude géotechnique montre que le sol a les caractéristiques suivantes :

- $\gamma = 18 \text{ kN/m}^3$
- Long terme : $\varphi' = 28^\circ / C' = 30 \text{ kPa}$
- Court terme : $\varphi = \varphi_u = 0^\circ / C_u = 85 \text{ kPa}$

Le remblai au dessus de la base de la fondation a un poids volumique $\gamma = 16 \text{ kN/m}^3$



Le cas de charge le plus défavorable donne l'effort suivant:

- $F_x = 394 \text{ kN}$ (Horizontal)
- $F_y = 682 \text{ kN}$ (Vertical)
- $M_z = 0 \text{ MN.m}$

La capacité portante d'une fondation est le résultat de 3 composantes :

- Terme de surface
- Terme de cohésion
- Terme de profondeur

Cela se traduit par la formule générale

$$q_l = \frac{1}{2} i_\gamma \cdot s_\gamma \cdot \gamma_1 \cdot B \cdot N_\gamma(\varphi) + i_c \cdot s_c \cdot c \cdot N_c(\varphi) + i_q \cdot s_q \cdot (1 + \gamma_2 \cdot D) \cdot N_q(\varphi)$$

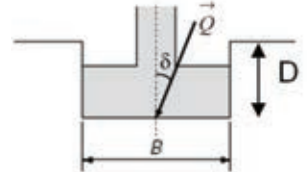
γ_1 = poids volumique du sol sous la base de la fondation

γ_2 = poids volumique du sol au dessus de la fondation

Prise en compte de l'inclinaison de la charge δ par rapport à la verticale:

$$i_\gamma = \left(1 - \frac{\delta}{\varphi'}\right)^2$$

$$i_c = i_q = \left(1 - \frac{2\delta}{\pi}\right)^2$$



L'Eurocode 7 recommande de prendre les coefficients suivants pour tenir compte de la forme de la charge

Fondations	Conditions saturés et non drainés		Conditions drainés ou non saturés non drainés	
	rectangulaires	carrées ou circulaires (B/L = 1)	rectangulaires	carrées ou circulaires (B/L = 1)
s_γ			$1 - 0,3 \frac{B}{L}$	0,7
s_c	$1 + 0,2 \frac{B}{L}$	1,2	$\frac{\left(1 + \frac{B}{L} \sin \varphi'\right) N_q - 1}{N_q - 1}$	$\frac{\left(1 + \sin \varphi'\right) N_q - 1}{N_q - 1}$
s_q	1	1	$1 + \frac{B}{L} \sin \varphi'$	$1 + \sin \varphi'$

Formules et valeurs des facteurs de portance

Terme de surface ou de pesanteur		Terme de profondeur		Terme de cohésion	
$N_\gamma = 2(N_q - 1) \tan \varphi$		$N_q = \tan^2\left(\frac{\pi + \varphi}{4}\right) e^{\pi \tan \varphi}$		$N_c = \frac{N_q - 1}{\tan \varphi}$	
φ (deg)	N_γ	φ (deg)	N_q	φ (deg)	N_c
0	0	0	1,00	0	5,14
5	0,0993	5	1,57	5	6,49
10	0,519	10	2,47	10	8,34
15	1,58	15	3,94	15	11,0
20	3,93	20	6,40	20	14,8
25	9,01	25	10,7	25	20,7
30	20,1	30	18,4	30	30,1
35	45,2	35	33,3	35	46,1
40	106	40	64,2	40	75,3
45	268	45	135	45	134

Nous allons étudier l'influence de cette construction sur le comportement à long terme et à court terme du sol support.

Question 47 : Expliciter ces deux notions géotechniques (court terme et long terme), leurs influences sur les caractéristiques mécaniques à prendre en compte. Préciser aussi leur influence sur l'évolution du comportement du sol dans le temps et l'influence possible sur le bâtiment étudié.

Question 48 : La semelle étant carrée, déterminer son côté B pour que le coefficient de sécurité vis-à-vis de la rupture à court terme soit égal à 2.

Question 49 : Calculer la contrainte de calcul sous la fondation (B ayant la valeur déterminée à la question précédente) dans un comportement à long terme de l'argile et montrer ainsi que le comportement à court terme est plus défavorable.

Question 50: En utilisant l'abaque de Steinbrenner (annexe 6), calculer le supplément de contrainte totale transmis au sol à une profondeur de 4m sous le centre de la fondation.

**Question 51 : Les sondages montrent qu'à 4 m de profondeur, la cohésion non drainée de l'argile diminuait brusquement. Qu'elle doit être la valeur minimale de cette cohésion pour que la stabilité à court terme soit encore satisfaite ?
Conclure sur la stabilité du futur ouvrage.**

ANNEXES

Annexe 1 : Propriétés de l'air et les corrélations de convection

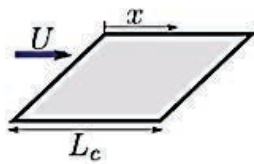
Propriétés de l'air sec :

T °C	ρ kg/m ³	c_p J/kgK	λ W/mK	α m ² /s	ν m ² /s	$\beta(=1/T_{[K]})$ 1/K	Pr -	$C_{Ra}^{(*)}$ /K/m ³
-20	1,365	1005	0,0226	1,68.10 ⁻⁵	1,2.10 ⁻⁵	4,0.10 ⁻³	0,71	19,30.10 ⁷
0	1,252	1011	0,0237	1,92.10 ⁻⁵	1,39.10 ⁻⁵	3,7.10 ⁻³	0,72	13,51.10 ⁷
10	1,206	1010	0,0244	2,07.10 ⁻⁵	1,47.10 ⁻⁵	3,5.10 ⁻³	0,71	11,43.10 ⁷
20	1,164	1012	0,0251	2,2.10 ⁻⁵	1,57.10 ⁻⁵	3,4.10 ⁻³	0,71	9,73.10 ⁷
30	1,127	1013	0,0258	2,34.10 ⁻⁵	1,66.10 ⁻⁵	3,3.10 ⁻³	0,71	8,36.10 ⁷
40	1,092	1014	0,0265	2,48.10 ⁻⁵	1,76.10 ⁻⁵	3,2.10 ⁻³	0,71	7,21.10 ⁷
50	1,057	1016	0,0272	2,62.10 ⁻⁵	1,86.10 ⁻⁵	3,1.10 ⁻³	0,71	6,25.10 ⁷
60	1,025	1017	0,0279	2,76.10 ⁻⁵	1,94.10 ⁻⁵	3,0.10 ⁻³	0,70	5,52.10 ⁷
70	0,996	1018	0,0286	2,92.10 ⁻⁵	2,06.10 ⁻⁵	2,9.10 ⁻³	0,71	4,77.10 ⁷
80	0,968	1019	0,0293	3,06.10 ⁻⁵	2,15.10 ⁻⁵	2,8.10 ⁻³	0,70	4,24.10 ⁷
90	0,942	1021	0,03	3,22.10 ⁻⁵	2,28.10 ⁻⁵	2,8.10 ⁻³	0,71	3,69.10 ⁷
100	0,916	1022	0,0307	3,36.10 ⁻⁵	2,36.10 ⁻⁵	2,7.10 ⁻³	0,70	3,33.10 ⁷
120	0,087	1025	0,032	3,7.10 ⁻⁵	2,59.10 ⁻⁵	2,5.10 ⁻³	0,70	2,61.10 ⁷
140	0,827	1027	0,0333	4.10 ⁻⁵	2,82.10 ⁻⁵	2,4.10 ⁻³	0,71	2,11.10 ⁷
150	0,081	1028	0,0336	4,12.10 ⁻⁵	2,94.10 ⁻⁵	2,4.10 ⁻³	0,71	1,92.10 ⁷
160	0,789	1030	0,0344	4,33.10 ⁻⁵	3,06.10 ⁻⁵	2,3.10 ⁻³	0,71	1,72.10 ⁷
180	0,755	1032	0,0357	4,7.10 ⁻⁵	3,3.10 ⁻⁵	2,2.10 ⁻³	0,70	1,40.10 ⁷
200	0,723	1035	0,037	4,97.10 ⁻⁵	3,55.10 ⁻⁵	2,1.10 ⁻³	0,71	1,18.10 ⁷
250	0,653	1043	0,04	6.10 ⁻⁵	4,22.10 ⁻⁵	1,9.10 ⁻³	0,70	0,74.10 ⁷

(*) : $Ra_{L_c} = C_{Ra} \times \Delta T L_c^3$

Convection :

Plaque plane



$$Nu_{L_c} = 0,628.Re_{L_c}^{1/2}.Pr^{1/3}$$

$$Nu_x = 0,324.Re_x^{1/2}.Pr^{1/3}$$

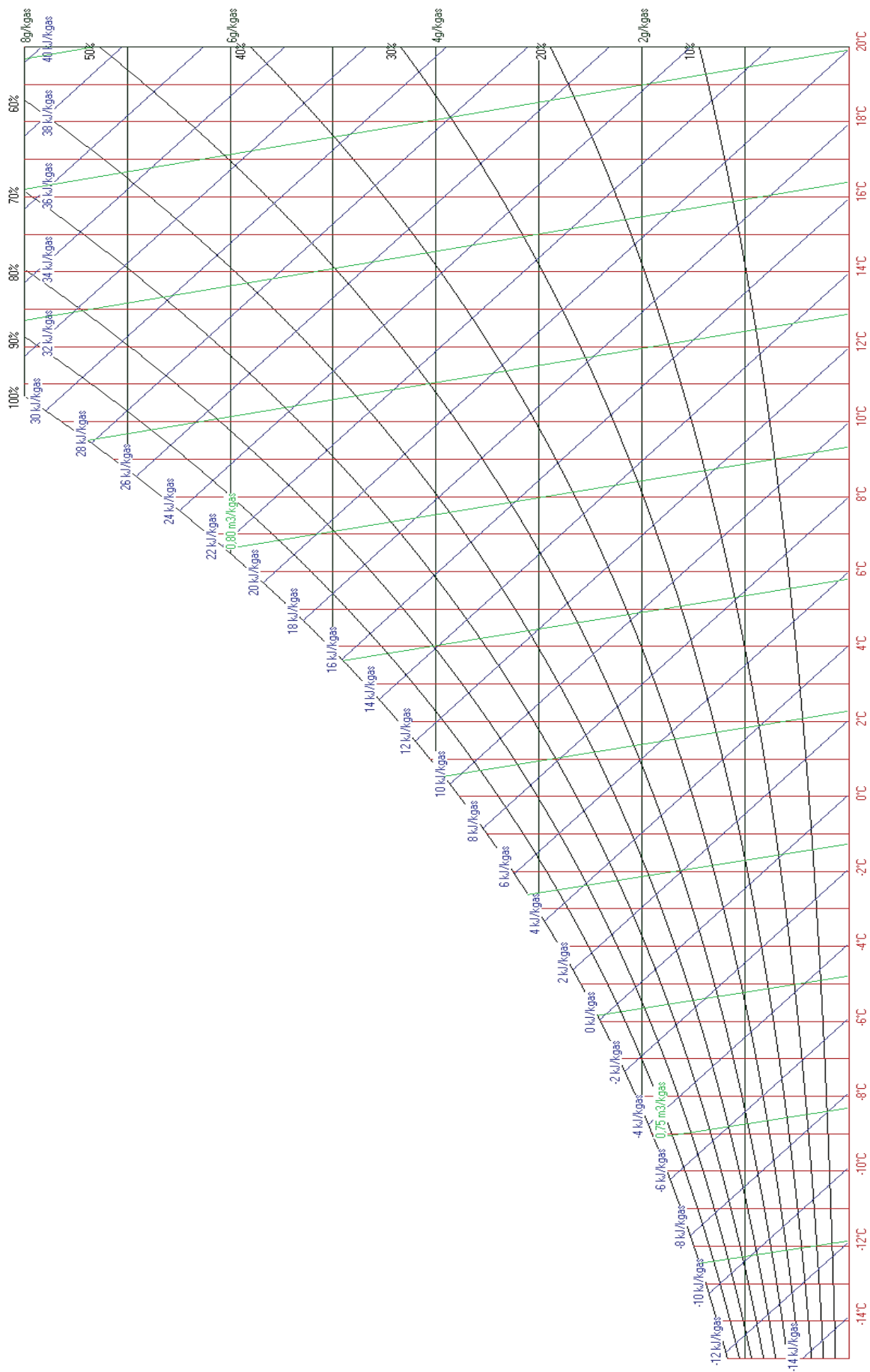
$$Nu_{L_c} = 0,035.Re_{L_c}^{4/5}.Pr^{1/3}$$

$$Nu_x = 0,029.Re_x^{4/5}.Pr^{1/3}$$

Re_{L_c}	Pr	Reg
$< 5.10^5$	0.5 – 10	L
$< 5.10^5$	0.5 – 10	L
$> 5.10^5$	> 0.5	T
$> 5.10^5$	> 0.5	T

L_c : La longueur caractéristique est définie comme la longueur pendant laquelle l'écoulement reste parallèle et homogène le long de la surface plane.

Annexe 2 : Diagramme de l'air humide



Annexe 3 : Relations entre facteurs de formes

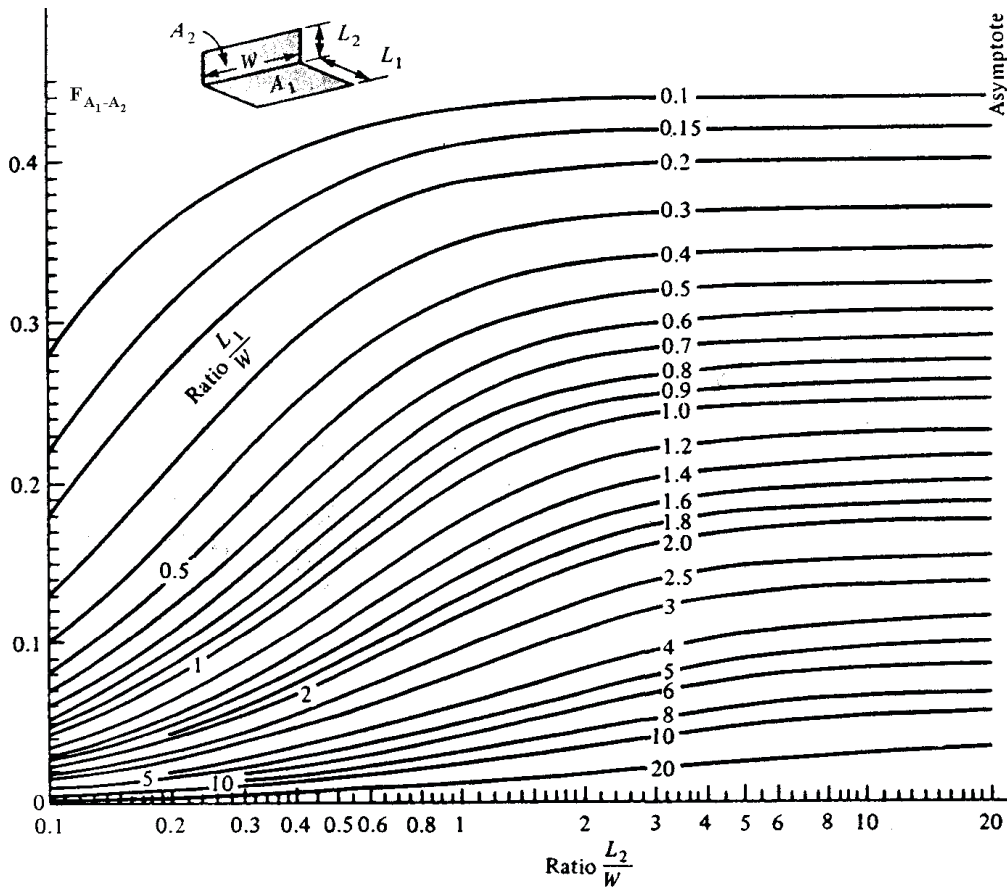
Facteurs de forme

Le facteur de forme F_{ij} mesure la fraction du flux rayonné par une surface i reçue, à travers un milieu transparent, par la surface j .

Relation d'additivité : $F_{i(j+k)} = F_{ij} + F_{ik}$

Pour une enceinte fermée comprenant N surfaces distinctes : $\sum_{i=1}^N F_{ij} = 1$

Relation de réciprocité : Soit 2 surfaces quelconques i et j : $S_i \cdot F_{ij} = S_j \cdot F_{ji}$



Annexe 4 : Propriétés de l'eau glycolée MEG 40% et des fluides frigorigènes

Propriétés eau glycolée :

MEG 40%

solution aqueuse de monoéthylène glycol à 40%
40% monoethylene glycol aqueous solution

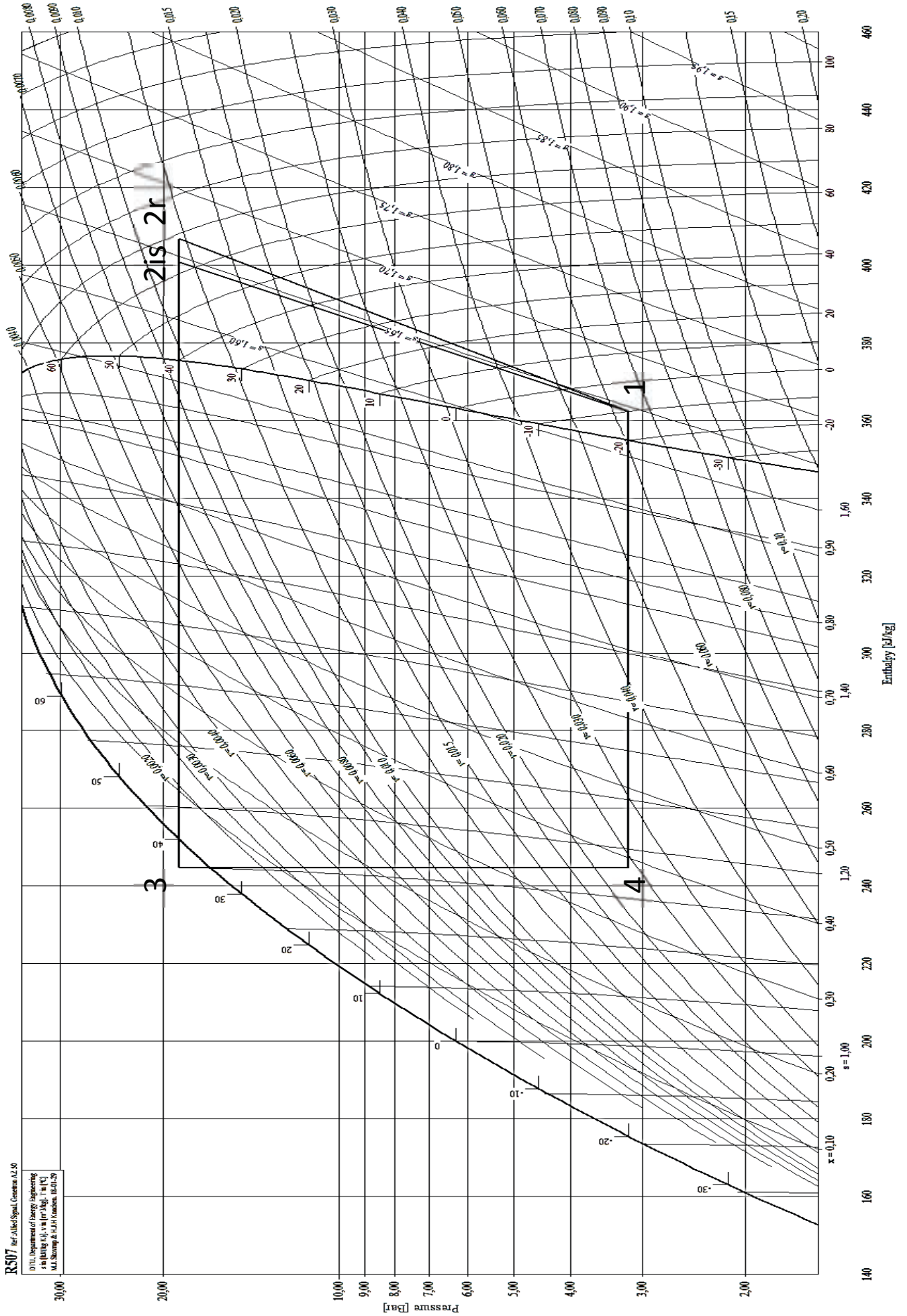
température de fusion : -23.3°C
freezing temperature

température θ temperature	masse volum. ρ density	chaleur spécifique C_p specific heat		viscosité dynamique μ dynamic viscosity		conductivité thermique λ thermal conductivity		pression de vapeur P_s vapor pressure	
°C	kg/m ³	J/kg.K	kcal/kg.°C	Pa.s	kg/m.h	W/m.K	kcal/h.m.°C	Pa (abs)	bar(rel.) barg
-20	1079	3380	0,808	0,006124	61,722	0,435	0,375	104	
-15	1077	3393	0,811	0,005047	47,090	0,437	0,376	160	
-10	1076	3406	0,814	0,004201	36,628	0,438	0,377	239	
-5	1074	3420	0,817	0,003530	29,001	0,440	0,378	353	
0	1072	3435	0,821	0,002992	23,340	0,441	0,379	511	
5	1070	3450	0,824	0,002557	19,069	0,441	0,380	731	
10	1067	3465	0,828	0,002202	15,797	0,442	0,380	1029	
15	1065	3481	0,832	0,001911	13,255	0,443	0,381	1430	
20	1063	3497	0,835	0,001669	11,255	0,443	0,381	1961	
25	1060	3513	0,839	0,001468	9,661	0,443	0,381	2658	-0,99

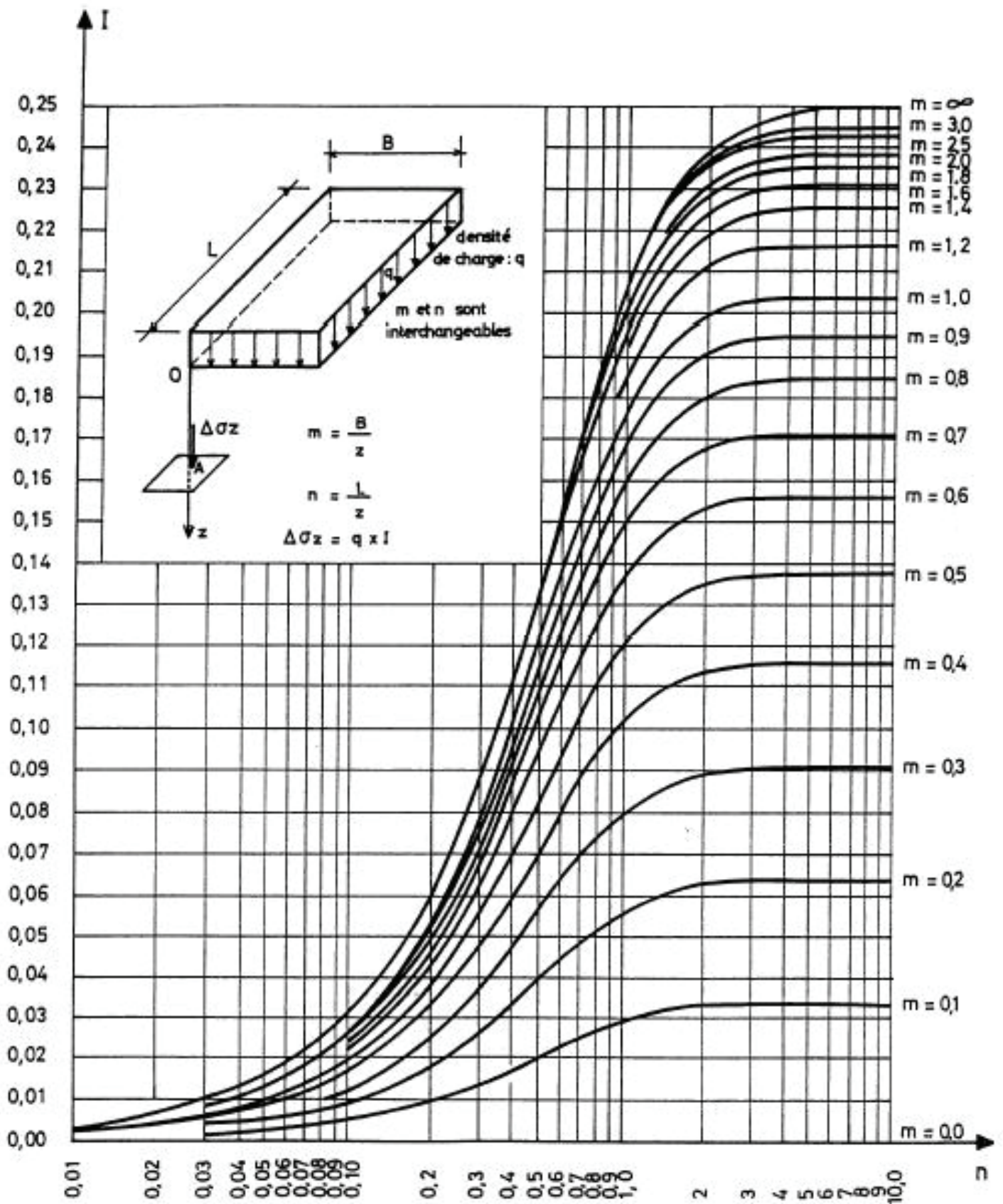
Propriétés des fluides frigorigènes :

		R143a	R125	R442a
Composition		CF ₃ CH ₃	CF ₃ CHF ₂	mélange de 5 gaz
Masse molaire	g/mol	84,1	120,0	81,6
PRG	equ CO ₂	4470	3500	1888

Annexe 5 : Tracé du cycle sur le diagramme de Mollier du R507



Annexe 6 : Abaque de Steinbrenner



NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Document réponse 1 : Courbes de pompe

