



MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE

EAE SIC 2

SESSION 2018

**AGREGATION
CONCOURS EXTERNE**

Section : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR

**Option : SCIENCES INDUSTRIELLES DE L'INGÉNIEUR
ET INGÉNIERIE DES CONSTRUCTIONS**

**MODÉLISATION D'UN SYSTÈME, D'UN PROCÉDÉ
OU D'UNE ORGANISATION**

Durée : 6 heures

Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.

Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.

De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

NB : La copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.

Tournez la page S.V.P.

A

INFORMATION AUX CANDIDATS

Vous trouverez ci-après les codes nécessaires vous permettant de compléter les rubriques figurant en en-tête de votre copie

Ces codes doivent être reportés sur chacune des copies que vous remettrez.

Concours	Section/option	Epreuve	Matière
EAE	1416A	102	2680

Le sujet proposé porte sur la **réhabilitation de la prison Saint Paul – Saint Joseph à Lyon**. Il comporte 26 pages et se décompose en 5 parties :

PARTIE 1 – Etude mécanique d'une poutre sous-tendue de la verrière ouest.....	5
PARTIE 2 – Etude de la reconnaissance des sols et des fondations des poteaux de la verrière ouest.....	9
PARTIE 3 – Etude de la présence de la nappe alluviale dans les sols.....	12
PARTIE 4 – Etude de la ventilation : mesure de débit aéraulique	16
PARTIE 5 – Etude de la ventilation : récupération d'énergie et mesure de température	21
DT1 et DT2	25

Toutes les parties peuvent être traitées de manière indépendante. Pour chaque question, en complément des résultats de calculs proprement dits, il conviendra de justifier les choix effectués, les éventuelles hypothèses retenues et les calculs réalisés, et de commenter les résultats obtenus.

REHABILITATION DE LA PRISON SAINT PAUL – SAINT JOSEPH

Construites au XIX^{ème} siècle, les prisons Saint-Joseph et Saint-Paul de Lyon n'abritent plus de prisonniers depuis 2009. Après le transfert des prisonniers, la démolition des prisons de Lyon avait un temps été envisagée. L'Etat a finalement décidé de lancer un appel à idées pour la reconversion de ce patrimoine.

C'est un groupement constitué de l'Université catholique de Lyon, de l'association Habitat et Humanisme, du groupe immobilier OGIC et de l'OPAC du Rhône qui a remporté l'appel d'offres.

Leur projet, appelé La vie grande ouverte, était composé d'un campus pour l'Université catholique sur l'îlot Saint-Paul, des logements, des bureaux et des commerces sur l'îlot Saint-Joseph.



Figure 1 : Vue aérienne du réaménagement de la prison saint Paul – saint Joseph

Situé sur la presqu'île entre Rhône et Saône, ce réaménagement participe maintenant à établir un lien entre le quartier historique de Perrache et le nouveau quartier de la Confluence. L'étude va porter en particulier sur la partie de la réhabilitation qui accueille désormais le nouveau centre de l'université catholique de Lyon (îlot Saint Paul de la prison Saint Paul – Saint Joseph) pour une capacité de 5 000 étudiants sur une surface de 35 000 m².

Sur les 10 000 m² de l'ancienne prison Saint Paul, 5 000 ont été conservés comme le mur d'enceinte en partie basse qui ceinture le campus ou la rotonde centrale de surveillance, devenue point de desserte de toute l'université. A cela s'est ajouté la réalisation de sept nouveaux bâtiments.



Figure 2 : Vue aérienne – Ilot Saint Paul au 1^{er} plan

Parmi les particularités de la construction, il est à noter la mise en œuvre de *thermofrigopompes* raccordées sur nappe pour la production d'eau chaude et d'eau glacée, une verrière conçue de manière bioclimatique (concept de serre froide) et des toitures terrasses végétalisées.

Les travaux qui ont débuté en 2012 se sont achevés en 2014 pour une première rentrée universitaire en septembre 2015.



Figure 3 : Vue extérieure de la verrière ouest

Les parties 4 et 5 du sujet portent exclusivement sur la **ventilation double flux de la rotonde centrale (bâtiment N)**.

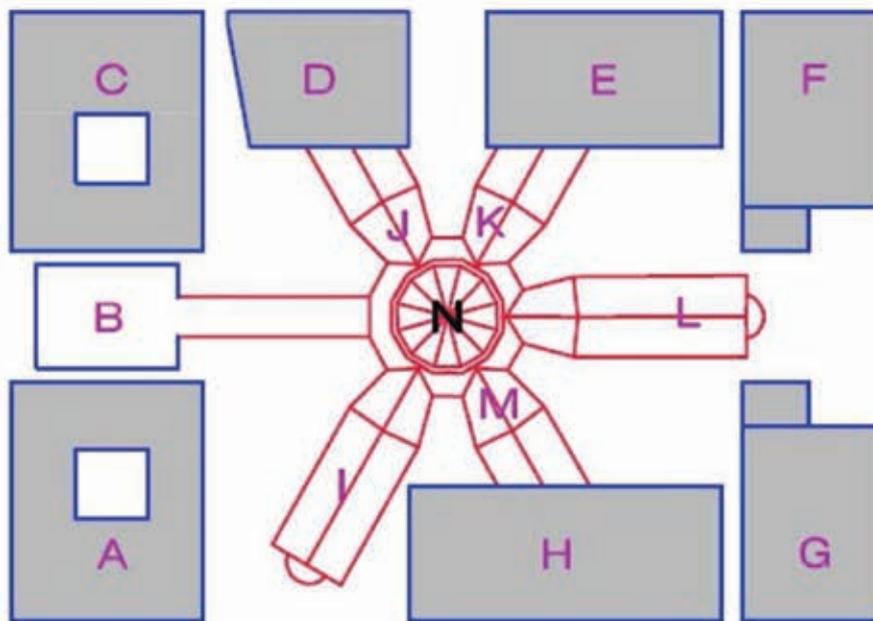


Figure 4 : Vue schématique de l'îlot Saint Paul

Ce bâtiment qui accueille un flux permanent d'environ **200 personnes** est chauffé à **20°C** par une base plancher chauffant et un complément panneaux rayonnants. L'apport d'air neuf hygiénique est assuré par une centrale d'air spécifique dont le débit brassé est au moins égal au débit d'air neuf minimal réglementaire ($25 \text{ m}^3/\text{h}$ par personne). Elle est équipée d'un récupérateur de chaleur sur l'air extrait qui préchauffe gratuitement l'air neuf réduisant d'autant la consommation d'énergie de chauffage du bâtiment.



Figure 5 : Centrale de ventilation double flux

PARTIE 1 – Etude mécanique d'une poutre sous-tendue de la verrière ouest

(4 points)

A leur entrée dans l'université, les étudiants pénètrent dans une halle multiservice qui dessert des bureaux et des amphithéâtres. Cet espace a été créé entre les ailes I et J de l'ancienne prison et les nouveaux bâtiments A et B. Il se compose d'une structure entièrement métallique fermée par les façades des bâtiments entre lesquels il s'insère et par une verrière sur la façade d'entrée (mur rideau) et la toiture. Ce grand volume très lumineux offre une entrée magistrale rendue possible grâce à des portiques de grandes portées qui ouvrent l'espace.



Figure 6 : Perspective intérieure de la structure de la verrière ouest

Plutôt que des classiques poutres treillis, les traverses des portiques ont été réalisées sous la forme de poutres dites « sous-tendue ». Ce choix architectural permet de libérer l'espace et d'optimiser la luminosité rentrant par la verrière.

Cette partie porte sur l'étude mécanique de la poutre sous-tendue de la file 4 de la verrière ouest.

Cette poutre est constituée de :

- Une membrure haute, continue entre les deux appuis, de section rectangulaire (tube creux) et recevant directement les charges issues de la verrière ;
- Une membrure basse, constituée de trois éléments, de section circulaire (tube creux). Deux éléments de rives sont inclinés et l'élément central est horizontal ;
- Des montants (ou buttons), éléments verticaux positionnés entre la membrure basse et la membrure haute, constitués chacun de deux plats parallèles reliés entre eux.

Cette poutre s'appuie sur deux poteaux de section circulaire qui ne font pas partie de cette étude.

Seuls les éléments de la structure inscrits dans le plan longitudinal à la poutre seront pris en compte (les éléments de contreventement et les bracons ne sont pas représentés).

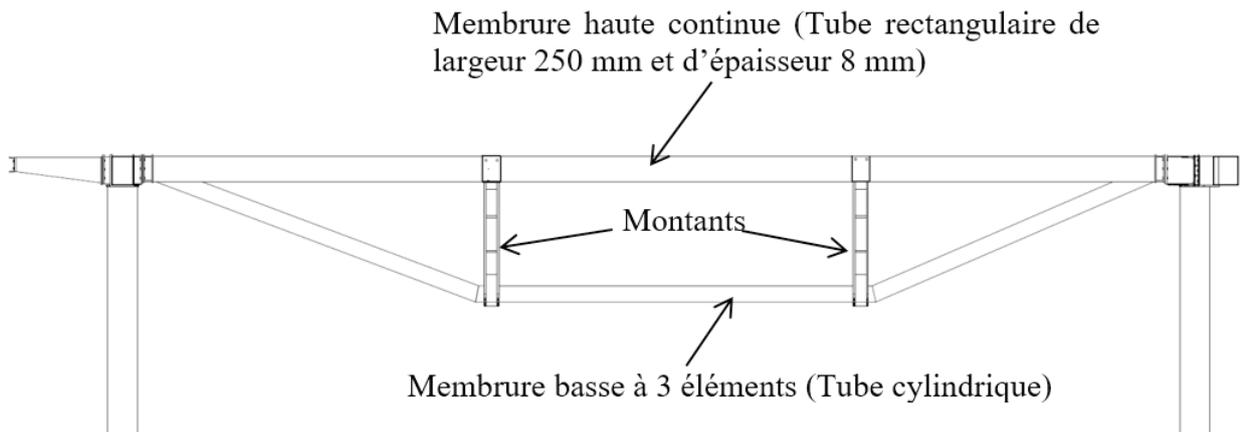


Figure 7 : Elévation de la poutre-sous tendue de la file 4

Dans une première approche, on se propose d'étudier cette poutre en considérant uniquement la membrure haute. Tous les autres éléments de la poutre sous-tendue sont donc supprimés et on se trouve alors avec le cas simple d'une barre entre deux appuis. Dans ce cas, le schéma de modélisation de la poutre dans un repère global (O, X, Y) est le suivant :

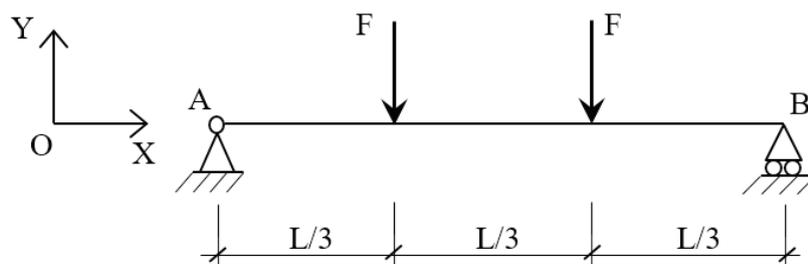


Figure 8 : Schéma mécanique de la traverse haute

Question 1 :

Déterminer le degré d'hyperstaticité du schéma mécanique de la figure 8. **Etablir** les expressions littérales des efforts de liaisons aux appuis A et B. **Etablir** les équations littérales des efforts internes à la barre (éléments de réductions) N , V_y et M_z . **Tracer** l'évolution des efforts internes le long de la barre. **Préciser** les valeurs particulières en utilisant les valeurs ci-dessous.

A.N : $F = 30\,000$ daN, $L = 15$ m

Question 2 :

On considère que l'acier de la barre travaille dans le domaine élastique. La barre est droite et les sections planes avant déformations restent planes après déformations (principe de Navier-Bernoulli).

En écrivant que la variation unitaire de longueur d'un élément de fibre de la poutre est une fonction linéaire des coordonnées y et z , soit : $\epsilon_{xx} = a + b \cdot y + c \cdot z$ et en utilisant la représentation de la figure 9 des éléments de réduction et de la contrainte normale dans une section droite de la barre, **montrer** que la contrainte normale à la section s'écrit :

$$\sigma_x = \frac{N}{S} - \frac{M_z}{I_z} \cdot y + \frac{M_y}{I_y} \cdot z$$

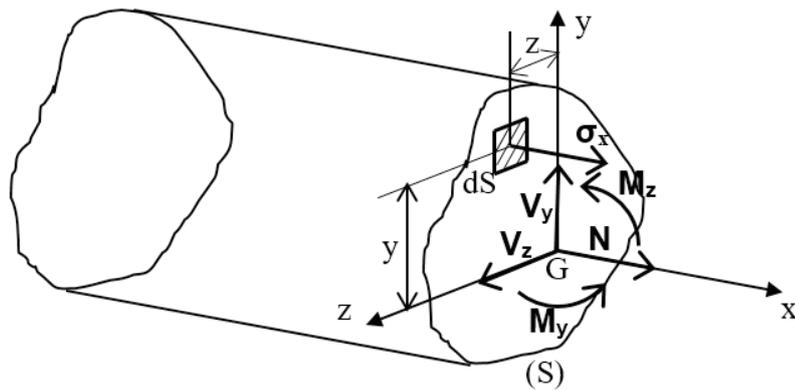


Figure 9 : Efforts réduits en G et contrainte normale dans une section droite de la barre

Question 3 :

L'acier utilisé dans cette barre est un acier de construction S235 présentant une limite élastique f_y de 235 MPa. **Calculer** la valeur minimale du rapport entre le moment d'inertie I_z et la hauteur h de la section de la barre pour que la contrainte normale dans la section droite de la barre ne dépasse pas cette limite élastique.

Calculer ensuite la hauteur h de la barre pour que cette valeur minimale soit respectée. (La section de la barre hormis sa hauteur est définie à la figure 7).

N.B. : Pour résoudre l'équation posée en h , il est possible de considérer que l'épaisseur e est très petite par rapport à la largeur b et la hauteur h (Voir figure 9).

Question 4 :

On considère maintenant la poutre sous-tendue dans sa globalité (membrure haute + membrure basse + montants). Dans ce cas, le schéma de la modélisation de la poutre est représenté sur la figure 10. **Déterminer** le degré d'hyperstaticité (externe et interne) de ce schéma mécanique. Pour lever l'hyperstaticité, mettre en œuvre la méthode des forces (ou méthode des coupures) en pratiquant une coupure dans la partie centrale de la membrure basse (Barre EF). **Montrer** alors que si l'on néglige l'effet des efforts normaux et tranchants uniquement dans les barres dont le moment fléchissant est non nul alors l'expression littérale de l'inconnue hyperstatique est :

$$X_1 = - \frac{F}{\frac{1}{3} + \frac{3}{5} \cdot \frac{I_z}{L^2} \cdot \left(\frac{2}{S_2} + \frac{20\sqrt{10}}{S_3} + \frac{27}{S_3} \right)}$$

- Avec :
- I_z : Moment d'inertie de la membrure haute
 - S_1 : Section de la membrure haute
 - S_2 : Section des montants
 - S_3 : Section de la membrure basse

Le tableau partiel des intégrales de Mohr se trouve dans le document technique DT1.

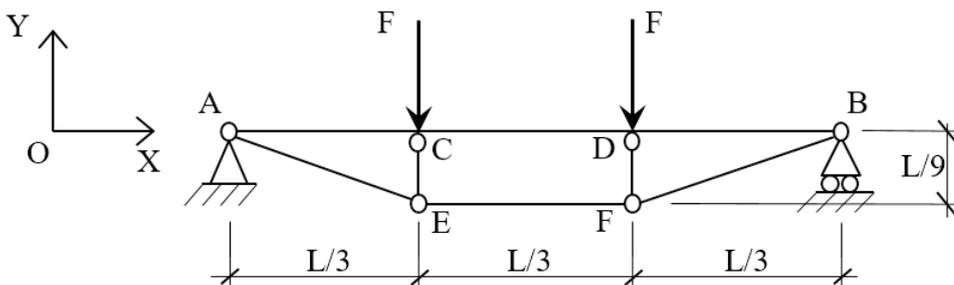


Figure 10 : Schéma mécanique de la poutre sous-tendue

Question 5 :

Calculer la valeur de X_1 avec F toujours égal à 30 000 daN et en considérant que la hauteur de la membrure haute est de 350 mm. Les montants seront considérés en profilé plat de section 250x50 mm et la membrure basse est un tube cylindrique de diamètre 219 mm et d'épaisseur 12 mm.

En déduire la valeur du moment maximum et de l'effort normal maximum dans la membrure haute.

Question 6 :

Calculer la valeur de la contrainte normale maximale dans la membrure haute.
Comparer cette valeur avec la limite élastique de l'acier $f_y = 235$ MPa.

Indiquer toutes les raisons qui ont pu conduire le bureau d'études de structure à retenir un profilé pour la membrure haute conduisant à une contrainte dans cette poutre nettement inférieure à sa limite élastique (La valeur du chargement F a été obtenue après pondération aux E.L.U. des différentes charges réelles s'appliquant sur la poutre).

Question 7 :

A l'intersection de l'axe Gz et de l'âme de la section de la membrure haute (voir figure 11), **montrer** que l'expression de la contrainte de cisaillement τ est la suivante :

$$\tau = \frac{3}{4} \cdot \frac{2b+h}{he \cdot (3b+h)} \cdot V_y$$

Pour parvenir à cette expression, il faut toujours considérer que $e \ll h$ et $e \ll b$ et montrer que $I_z = \frac{h^2 e}{6} \cdot (3b+h)$.

Proposer des modifications à apporter à la poutre qui pourraient permettre de réduire encore la quantité de matière utilisée en apportant une meilleure résistance aux contraintes normales et de cisaillement.

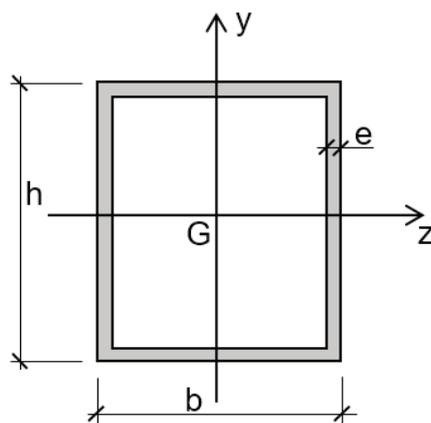


Figure 11 : Section de la membrure haute

PARTIE 2 – Etude de la reconnaissance des sols et des fondations des poteaux de la verrière ouest

(3 points)

Le terrain recevant les fondations de la verrière se situe dans un contexte de plaine alluviale. La géologie du site est composée par des alluvions fluviales moderne du Rhône et de la Saône.

La reconnaissance de ce terrain et l'identification des caractéristiques mécaniques des différentes couches de sol le composant ont été réalisées à l'aide d'essais in-situ. Ces essais ont, entre autres, comporté :

- 3 essais au pénétromètre dynamique normalisé de type B poussés au refus entre 6,80 et 7,20 m;
- 2 sondages pressiométriques réalisés en diamètre 63 mm jusqu'à une profondeur comprise entre 20,0 et 25,0 m.



Figure 12 : Matériel d'essai pressiométrique

Cette campagne de reconnaissance a permis de mettre en évidence les formations suivantes :

Des remblais sablo-graveleux à galets parfois argileux reconnus dans tous les sondages jusqu'à des profondeurs variables entre 4,0 et plus de 6,0m.

Des sables à graviers plus ou moins graveleux jusqu'à une profondeur variant entre 6,5 et 8,0 m.

Des sables à graviers et galets plus compacts identifiés à partir de 6,5 à 8,0 m et jusqu'à une profondeur variant entre 11,0 et 12,0 m.

Les caractéristiques mécaniques de cette couche sont très bonnes avec :

$$p_i^* = 4,6 \text{ à } \geq 6,9 \text{ MPa}$$

$$58,5 \leq E_M \leq 188,0 \text{ MPa}$$

Des sables avec quelques passages graveleux globalement compacts jusqu'à la profondeur d'arrêt des sondages soit 20,0 à 25,0m.

Question 8 :

Expliquer le principe de l'essai pressiométrique qui permet de mesurer les caractéristiques mécaniques du sol : p_i , p_f et E_M . **Donner** une définition de chacune de ces caractéristiques, **indiquer** à quelle phase du comportement du sol elles correspondent au cours de l'essai. Vous pouvez pour cela illustrer vos propos à l'aide de schémas, courbes et tout élément graphique permettant de faciliter la compréhension de vos propos.

Question 9 :

On considère que l'expansion de la sonde de l'essai pressiométrique dans le terrain est assimilable à l'expansion d'une cavité cylindrique de longueur infinie dans un milieu infini. Cette expansion se produit dans un milieu dont le comportement est élastique parfaitement plastique. Ce problème est traité dans un système de coordonnées cylindriques $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$. La représentation des contraintes et des conditions aux limites est résumée sur la figure 13.

Hypothèses :

- Le milieu est homogène, isotrope et infini ;
- L'état de contrainte initial est une compression isotrope ($\sigma_r = \sigma_\theta = \sigma_z = -P_0$) ;
- On fait l'hypothèse des déformations planes ($\epsilon_z = 0$).

En comportement élastique, le milieu suit la loi de Hooke :

$$\sigma_{ij} = \frac{E}{1+\nu} \left(\epsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \epsilon_{kk} \delta_{ij} \right) \text{ avec } \delta_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si } i=j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$$

Il s'agit d'un problème statique. Les forces de masse sont négligées, l'équation d'équilibre s'écrit donc : $\text{div } \underline{\underline{\Delta\sigma}} = 0$ soit $\frac{d\Delta\sigma_r}{dr} + \frac{\Delta\sigma_r - \Delta\sigma_\theta}{r} = 0$

Montrer que dans le domaine élastique le déplacement $u(r)$ peut s'écrire :

$$u(r) = \Delta P \cdot \frac{(1+\nu)}{E} \cdot \frac{r_0^2}{r} \text{ avec } \Delta P = P - P_0$$

Ce problème est résolu en considérant une variation de contraintes $\underline{\underline{\Delta\sigma}}$ et donc une variation de déformations associées $\underline{\underline{\Delta\epsilon}}$ et de déplacements $\underline{\underline{\Delta u}}$ (avec $\Delta\epsilon_r = \frac{d\Delta u}{dr}$; $\Delta\epsilon_\theta = \frac{\Delta u}{r}$; $\Delta\epsilon_z = 0$).

La résolution de l'équation différentielle en déplacement $u(r)$ obtenue à partir de l'équation d'équilibre pourra être résolue à partir de l'équation caractéristique :

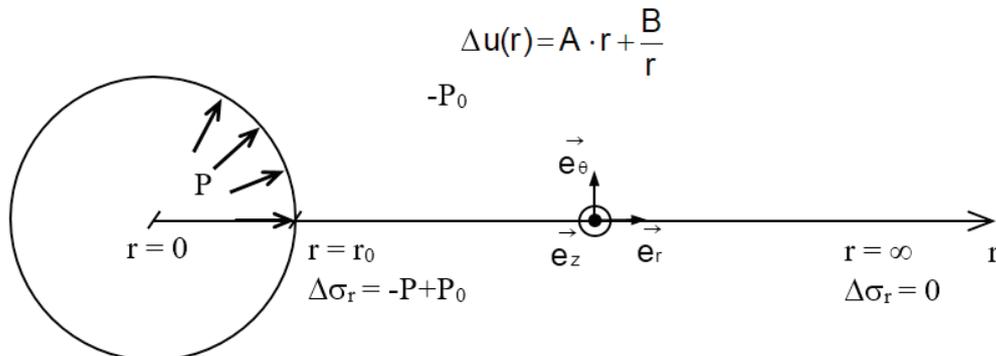


Figure 13 : Expansion d'une cavité cylindrique dans un milieu infini – Conditions aux limites

Question 10 :

En considérant que les déformations dans le domaine élastique restent petites et à l'aide de la relation déterminée à la question précédente, **montrer** que l'expression du module d'Young E du terrain prend la forme : $E = 2(1 + \nu) \cdot \Delta P \cdot \frac{V_i}{\Delta V}$

Avec : V_i : Volume initial de la sonde plaquée contre les parois du forage ;
 ΔV : Variation de volume de la sonde.

A partir de cette relation, **définir** la grandeur qui pourra être déterminée par l'interprétation des résultats de l'essai pressiométrique dans la zone de comportement élastique du sol. **Préciser** quelle hypothèse il faudra faire pour obtenir cette valeur.

Question 11 :

L'expansion de la sonde se poursuit au-delà des déformations pseudo-élastique jusqu'à la rupture au cisaillement du sol. La limite entre le comportement élastique et l'apparition de la plasticité est définie par une fonction que l'on appelle critère de plasticité. Dans le domaine des sols, deux critères sont couramment utilisés :

Le critère de Mohr-Coulomb : $f = K_a \cdot (\sigma_{III} - H) - (\sigma_I - H)$

Le critère de Tresca : $f = \sigma_I - \sigma_{III} - 2 \cdot c$

Avec : σ_I et σ_{III} les contraintes principales majeures et mineures, rangées dans l'ordre suivant : $\sigma_I > \sigma_{III}$

K_a : Coefficient de poussée $K_a = \tan^2(\pi/4 - \varphi/2)$

$H = c \cdot \cotan(\varphi)$

Expliquer ce qui différencie ces deux critères et **préciser** pour quelles catégories de sols, chacun de ces critères est le plus adapté.

Pour les deux critères de plasticité, **établir** l'expression de P fonction de P_0 , H , K_a et c correspondant à l'apparition de la zone de plasticité au niveau de la paroi du sondage.

Question 12 :

L'essai au pressiomètre permet de mesurer les valeurs des pressions P_f et P_l . **Préciser** à laquelle de ces deux valeurs correspond l'expression de P établie à la question 11.

Lister et **justifier** l'ensemble des raisons qui expliquent la différence entre la valeur de P calculée par les formules et son équivalent mesuré par un essai in-situ.

Question 13 :

Sous chaque poteau qui porte la poutre sous-tendue de la partie 1 de ce sujet a été réalisé un pieu à la tarière creuse de diamètre 80 cm. La couche porteuse du pieu est la couche de sable à graviers et galets. Cette couche est considérée débutée à la profondeur de 8 m.

A partir des résultats du sondage pressiométrique (Document technique DT2), **calculer** la valeur de la contrainte limite en pointe q_p mobilisable sous un pieu.

La contrainte limite en pointe d'un pieu isolé s'exprime à l'aide de la relation suivante :

$$q_p = k_p \cdot p_{le}^*$$

La pression limite équivalente en pointe p_{le}^* s'obtient par la relation :

$$p_{le}^* = \frac{1}{b+3a} \int_{D-b}^{D+3a} p_l^*(z) \cdot dz \quad \text{avec } a = \max\left(\frac{B}{2}; 0,5\text{m}\right) \text{ et } b = \min(h; a)$$

Avec : B : Le diamètre du pieu.

h : L'ancrage dans la couche porteuse, égal à 3 fois le diamètre du pieu.

D : La profondeur du pieu.

Le facteur de portance pressiométrique k_p pour un pieu foré dans un sable compact est considéré égal à 1,2.

PARTIE 3 – Etude de la présence de la nappe alluviale dans les sols

(3 points)

Le site de la prison Saint Paul se situe sur la rive droite du Rhône à proximité de la confluence de la Saône et du Rhône. Des niveaux d'eau correspondant à la nappe des alluvions modernes de ces deux fleuves ont été relevés à une profondeur approximative de 5 m par rapport au terrain naturel.

La construction du projet présente un niveau de sous-sol. Ces futurs sous-sols seront enterrés d'environ 2,5 à 4 m par rapport au terrain naturel.

La fluctuation saisonnière du niveau de la nappe se situe dans un intervalle compris entre 0,5 m et 1 m. En considérant l'influence des deux cours d'eau, le niveau de haute eau décennale a été évalué à +1,7 m.

Au regard de ces valeurs, il a été conclu que le projet pourrait être concerné par la nappe. La fluctuation saisonnière de la nappe ne concerne que faiblement certaines zones du projet tandis que le niveau de crue décennal concerne plus nettement une grande partie de la surface des sous-sols.

Au vu de ces éléments, il a été conseillé de réaliser les travaux en période de basses eaux de la nappe. Une mise hors d'eau avec rabattement par forage pourra éventuellement être nécessaire dans les zones où se situent les fouilles les plus profondes du projet.

L'analyse des essais effectués a permis de déterminer dans le secteur du projet une perméabilité d'environ $k = 4 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Pour une épaisseur d'alluvions d'environ 20 m, la transmissivité moyenne T des alluvions serait de l'ordre de $8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$.

Question 14 :

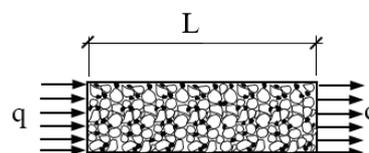
Donner une définition précise de la perméabilité d'un sol granulaire ainsi que de sa transmissivité. **Expliquer** en quoi la perméabilité d'un sol diffère de sa porosité. **Lister** et **expliquer** les principaux essais in-situ et de laboratoire permettant de mesurer la perméabilité d'un sol. **Indiquer** les avantages et les inconvénients de chacun.

Question 15 :

L'eau qui circule dans un sol granulaire s'écoule dans les vides entre les grains qui forment des canaux de tailles variables. Si l'eau circule dans un cylindre de sol de section S et de longueur L alors on définit la vitesse de décharge de l'eau par :

$$v = \frac{q}{S}$$

Avec v : Vitesse d'écoulement de l'eau (ou vitesse de percolation)
 q : Débit de l'eau
 S : Section du cylindre (grains + vides)



Cette vitesse est une vitesse fictive, apparente.

Montrer que si l'on considère que la porosité du sol est entièrement interconnectée, alors la vitesse moyenne réelle de l'eau dans le sol s'écrit :

$$v' = \frac{v}{n}$$

Avec : v' : Vitesse réelle moyenne
 n : Porosité du sol

Question 16 :

Pour rabattre la nappe en-dessous du niveau de fond de fouille en cas de crue décennale, il est nécessaire de dimensionner les puits de rabattement et en particulier le débit de pompage q des pompes.

On positionne cette opération dans les conditions d'un puit en nappe libre après que le régime permanent soit établi. Les caractéristiques géométriques sont résumées sur le schéma ci-dessous :

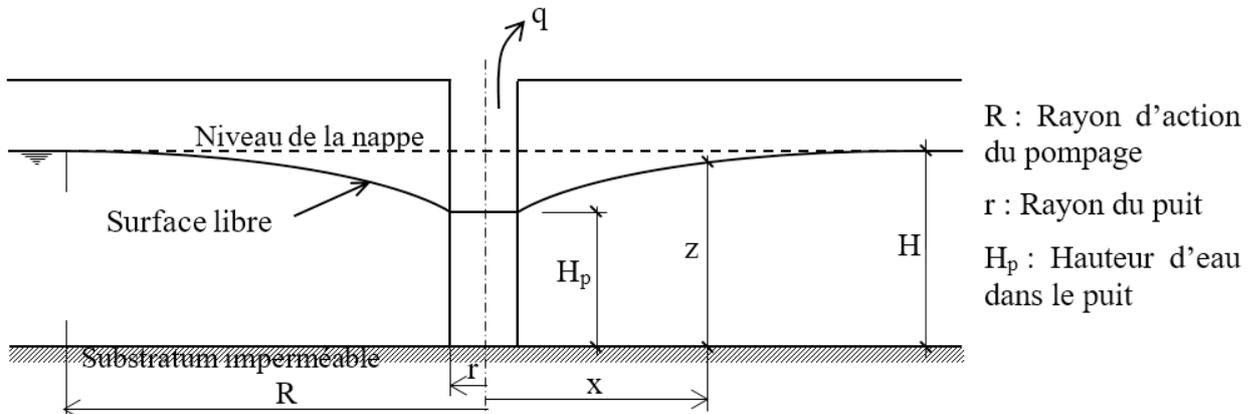


Figure 14 : Rabattement d'une nappe libre

Les hypothèses sont les suivantes :

- Le massif perméable est homogène et isotrope ;
- Le massif perméable repose sur un substratum imperméable et horizontal ;
- Le puit est foré jusqu'en bas du massif perméable ;
- La nappe a une hauteur H au repos ;
- Le pompage est à débit constant ;
- Le régime permanent est établi ;
- La nappe est constamment réalimentée par sa surface latérale ;
- La pente de la surface libre est faible.

En régime permanent, l'écoulement tridimensionnel de l'eau dans un massif de sol saturé est décrit par la loi de Darcy :

$$\vec{v} = -\underline{k} \cdot \text{grad } h$$

Avec : \vec{v} : Vecteur vitesse d'écoulement, $\vec{v}(x, y, z)$

\underline{k} : Tenseur des perméabilités

h : Charge hydraulique, $h(x, y, z)$

A partir des hypothèses qui ont été formulées ci-dessus, **montrer** que dans le cas étudié, la loi de Darcy peut s'écrire :

$$v_x = k \cdot i$$

Avec : v_x : Composante horizontale de la vitesse d'écoulement

k : Valeur scalaire de la perméabilité du sol

i : Gradient hydraulique, $i = -\frac{dz}{dx}$

A partir de cette expression de la vitesse d'écoulement de l'eau, **montrer** que l'expression du débit q prend la forme :

$$q = \pi \cdot k \cdot \frac{(H^2 - H_p^2)}{\ln \frac{R}{r}}$$

Question 17 :

Le rayon d'action R du pompage en régime permanent peut être estimé à partir de la formule empirique de Sichardt :

$$R = 3000 \cdot (H - H_p) \cdot \sqrt{k}$$

En considérant que l'épaisseur de la couche perméable constituée par les alluvions est d'environ 20 m (Niveau du T.N. 167 m NGF) et que le rayon du puit est de 50 cm, **calculer** le débit du pompage nécessaire pour que la nappe soit rabattue dans le puit à 2 m en-dessous du fond de fouille (Niveau du fond de fouille 162,8 m NGF) lorsque la nappe est en crue décennale (Niveau de la crue décennale 164 m NGF)

Question 18 :

Une évaluation plus précise des perméabilités permet de définir deux zones distinctes dans le sol dans lequel est effectué le pompage :

- Une première couche constituée de remblais et de sable à graviers et galets de perméabilité élevée, $k_1 = 3 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ sur une épaisseur d'environ 6 m ;
- Une seconde couche constituée de sable compact à passage graveleux de perméabilité plus faible, $k_2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ sur une épaisseur d'environ 14 m ;

Pour un sol stratifié, constitué de n couches horizontales, **montrer** que l'on peut définir un terrain fictif homogène équivalent dont la perméabilité horizontal k_h correspondant à un écoulement de l'eau parallèle au plan de stratification est estimée par la relation :

$$k_h = \frac{1}{H} \cdot \sum_{i=1}^n k_i \cdot H_i$$

Avec : k_i : Perméabilité des couches de sol
 H_i : Epaisseur des couches de sol
 H : Hauteur totale des n couches de sol

A partir de la nouvelle valeur de la perméabilité k_h du massif perméable, **calculer** le débit du pompage nécessaire pour se placer dans les mêmes conditions de niveau de la nappe qu'à la question 17.

Question 19 :

Le projet comprend plusieurs bâtiments existants et un mur d'enceinte qui se trouveraient dans la zone de rabattement de la nappe phréatique. Les fondations de ces ouvrages sont superficielles et elles pourraient être impactées par les effets du pompage sur l'état de contraintes dans les sols.

En considérant la géologie du sol décrite ci-dessous, **calculer** les valeurs des contraintes verticales totales et effectives ainsi que des pressions interstitielles aux profondeurs 0, 3, 4, 12 et 20 m avant et après pompage.

Expliquer la variation des contraintes effectives.

Géologie :

- De 167 m à 163 m NGF : Remblais graveleux ; $\gamma = 19 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$
- De 163 m à 147 m NGF : Sable à galets ; $\gamma = 18 \text{ kN} \cdot \text{m}^{-3}$; $e_0 = 0,7$; $C_c = 0,04$
- Au-delà de 147 m NGF : Substratum

Niveau de la nappe :

- Avant pompage : 164 m NGF
- Après pompage : 160,8 m NGF

Question 20 :

Le tassement s de la couche de sable est étudié à l'aide du modèle de consolidation unidimensionnelle de Terzaghi en se basant sur la variation de contraintes moyennes effectives sur la hauteur de la couche de sable :

$$s = H_0 \frac{C_c}{1 + e_0} \cdot \log\left(1 + \frac{\Delta\sigma'}{\sigma'_{v0}}\right)$$

Avec : H_0 : Epaisseur initiale de la couche compressible ;

e_0 : Indice des vides initial

C_c : Indice de compression du sol

Le sol est considéré comme normalement consolidé. Le tassement de la couche de remblai est négligé.

Définir les limites de cette approche et les hypothèses nécessaires à son utilisation dans le cadre du problème étudié.

Calculer la valeur du tassement de la couche de sable en considérant la variation de contrainte effective au milieu de la couche compressible. **Conclure** sur les éventuels risques pour les ouvrages existants.

PARTIE 4 – Etude de la ventilation : mesure de débit aéraulique

(5 points)

Lors de la mise en service d'un système de ventilation, une étape essentielle consiste à régler les débits souhaités. En aéraulique, la détermination d'un débit volumique nécessite généralement la mesure de la vitesse en conduit.

L'étude qui suit a pour objectif de mettre en évidence la difficulté de cette tâche, pourtant a priori triviale.



Figure 15 : mesure de vitesse en conduit

Si possible, la mesure est effectuée dans une section où le profil de vitesse est **axisymétrique**. Pour cela, il est préconisé de s'éloigner d'au moins $20\varnothing$ (diamètre) d'une perturbation amont et $5\varnothing$ d'une perturbation aval. Ainsi, la vitesse v ne dépend que du rayon r où elle est mesurée.

On considèrera pour l'ensemble des questions que l'écoulement est stationnaire et axisymétrique et que l'air est incompressible (vitesse suffisamment faible devant la célérité sonore).

Question 21 :

Dans une section de passage élémentaire dS , le débit volumique dQ_v est relié à la vitesse ponctuelle normale v par : $dQ_v = v \times dS$

Déterminer l'expression de $Q_v = f(V, R)$ dans le cas d'un écoulement unidimensionnel (vitesse v constante dans toute la section : $v(r) = V$) dans un conduit cylindrique de rayon R .

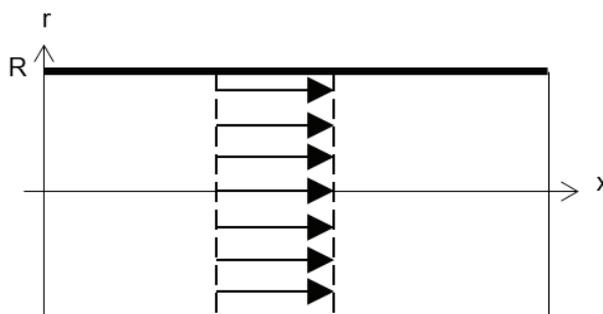


Figure 16 : écoulement unidimensionnel

Question 22 :

L'écoulement unidimensionnel est le modèle correspondant au fluide parfait (viscosité nulle). Pour un fluide réel, donc visqueux, une résistance à l'écoulement modifie le profil de vitesse. L'expérience distingue 2 écoulements types :

- L'écoulement laminaire : les particules de fluide se meuvent parallèlement de manière unidirectionnelle sans diffusion.
- L'écoulement turbulent : les particules de fluide se meuvent dans toutes les directions de manière irrégulière (la notion d'écoulement permanent ne peut être comprise qu'en moyenne)

D'évidence, l'écoulement sera laminaire à faible vitesse alors que les grandes vitesses provoqueront l'instabilité des particules c'est-à-dire le caractère turbulent de l'écoulement. En fait, la transition entre écoulements laminaire et turbulent dépend de la vitesse mais aussi de la viscosité du fluide, transition caractérisée par le nombre de Reynolds :

$$Re = \frac{\rho \times \bar{v} \times D}{\mu}$$

où : ρ : masse volumique du fluide (kg/m^3)

\bar{v} : vitesse moyenne de l'écoulement (m/s)

D : diamètre du conduit (m)

μ : viscosité dynamique du fluide (Pa.s)

En écoulement laminaire, les équations de Navier-Stokes se réduisent à :

$$\frac{\mu}{r} \times \frac{d}{dr} \left(r \times \frac{dv}{dr} \right) = \frac{dp}{dx} \quad \text{où } \frac{dp}{dx} \text{ est le gradient de pression qui provoque l'écoulement.}$$

Montrer que le profil de vitesse est de forme parabolique : $v(r) = V_0 \times \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$ où V_0

est la vitesse en $r = 0$.

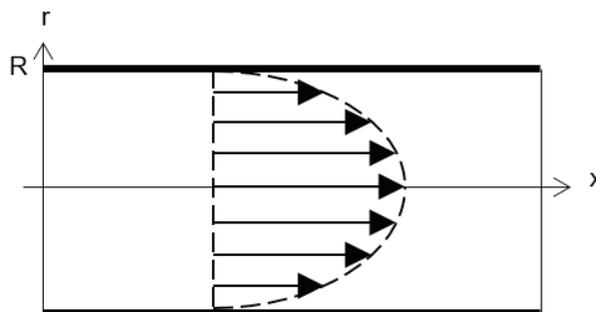


Figure 17 : écoulement laminaire ($Re < 2000$)

Question 23 :

En déduire $Q_v = f(V_0, R)$ en régime laminaire. **Commenter** le résultat.

Question 24 :

En régime turbulent, la résolution des équations fondamentales de la dynamique des fluides est plus délicate. De nombreuses expériences montrent que le profil de vitesse peut être décrit par une loi de puissance pour $0 \leq r \leq R$:

$$v(r) = V_0 \times \left(1 - \frac{r}{R} \right)^{1/n} \quad \text{avec } n = 8 \text{ si } 10^5 < Re < 10^6 \text{ (valeurs courantes en aéraulique)}$$

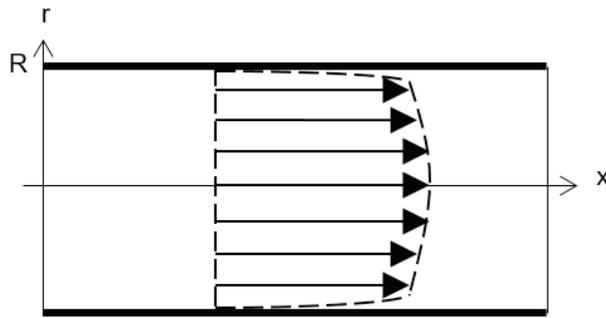


Figure 18 : écoulement turbulent ($Re > 4000$)

Exprimer $Q_v = f(V_0, R)$ en régime turbulent. **Commenter** le résultat.

Question 25 :

Le metteur au point a l'habitude de relever une vitesse moyenne \bar{v} dans la section, son appareil de mesure disposant en général de la fonction adéquate : affichage de la vitesse moyennée arithmétiquement après balayage de la sonde sur tout le diamètre du conduit.

Quelle erreur (%) commet-il alors dans la caractérisation du débit ? Le calcul sera réalisé pour les régimes laminaire et turbulent. **Commenter** les résultats.

On rappelle : la moyenne d'une fonction $f(x)$ est définie par $\frac{1}{b-a} \times \int_a^b f(x) dx$

Question 26 :

Une mesure de vitesse est effectuée au centre du conduit principal de soufflage d'air neuf : $V_0 = 8,5$ m/s.

- Conditions de mesure :
- $T = 18^\circ\text{C}$
 - $\rho = 1,2$ kg/m³
 - $\mu = 1,8 \cdot 10^{-5}$ Pa.s

Déterminer en m³/h le débit circulant dans le conduit de diamètre 500 mm. La valeur trouvée est-elle satisfaisante au regard de la réglementation sanitaire ?

La mesure de vitesse en conduit peut être réalisée par 2 types de sondes : le tube de Pitot et l'anémomètre thermique aussi appelé « à fil chaud ».



Figure 19 : sonde de Pitot

sonde thermique

Question 27 :

Mesure de vitesse par tube de Pitot

Le théorème de Bernoulli exprime la conservation de l'énergie mécanique sur une ligne de courant dans le cadre d'un écoulement stationnaire et incompressible. Sur un filet fluide suffisamment court pour négliger les contraintes visqueuses, on peut ainsi écrire le bilan d'énergie par unité de volume [Pa] :

$$p + \frac{1}{2} \times \rho \times v^2 + \rho \times g \times z = \text{cte}$$

En appliquant judicieusement le théorème de Bernoulli, **montrer** que la mesure Δp_{AB} permet de déterminer la vitesse du fluide v en amont :

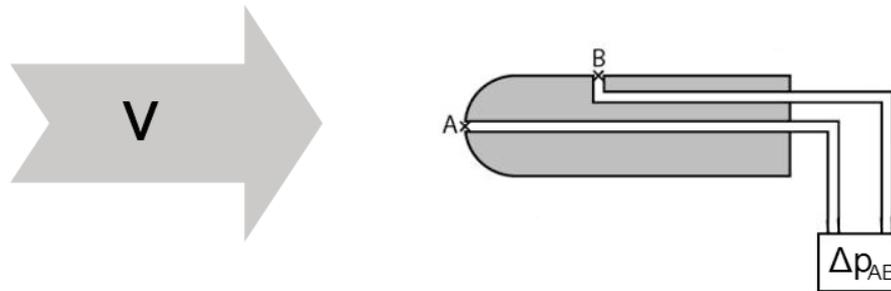


Figure 20 : principe de mesure par tube de Pitot

Question 28 :

Mesure de vitesse par anémomètre à fil chaud

Le principe est de chauffer par effet Joule (à température constante $T_f \gg T_{\text{air}}$) un filament métallique dont la résistance électrique R dépend de la température. Ce filament, de longueur L_f et de diamètre d_f ($\ll L_f$), placé dans l'écoulement, se refroidit essentiellement par convection. La stratégie de mesure consiste à maintenir constante la résistance R du filament (donc sa température) puis de mesurer la tension U à ses bornes : on parle d'anémométrie à température constante. Il va de soi que la tension U , liée au courant de chauffage, dépend du refroidissement du filament donc de la vitesse locale d'écoulement de l'air.

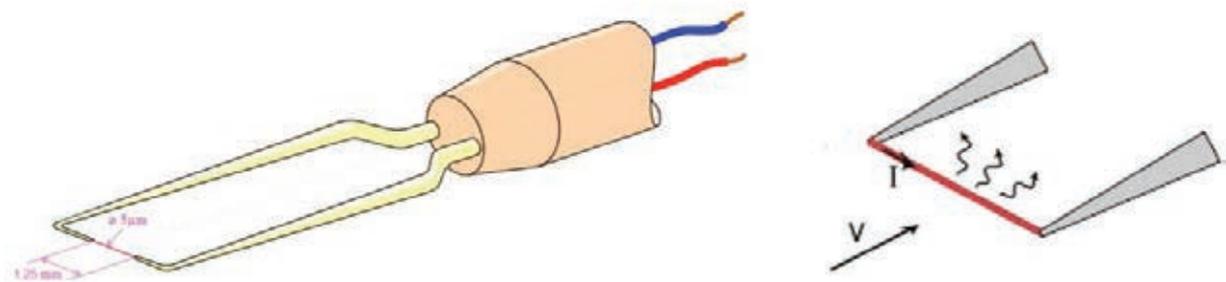


Figure 21 : principe de mesure par fil chaud

Ecrire le bilan thermique du filament en équilibre à T_f dans l'écoulement d'air à T_{air} .

Montrer que le signal mesuré U est relié à la vitesse d'écoulement v par

$U = \sqrt{A + B \times \sqrt{v}}$. **Donner les expressions** de A et B .

On rappelle : $Nu = \frac{h \times d_f}{\lambda_{air}}$ avec h : coefficient d'échange par convection ($W/m^2 \cdot ^\circ C$)

$$Re = \frac{\rho_{air} \times v \times d_f}{\mu_{air}}$$

On précise : Les nombres de Nusselt et Reynolds sont ici reliés par la loi de Kramers :
 $Nu = 0,4 + 0,5 \times \sqrt{Re}$

Question 29 :

Représenter l'évolution des signaux $\Delta p = f(v)$ pour la sonde de Pitot et $U = f(v)$ pour la sonde à fil chaud pour une vitesse v variant de 0 à 10 m/s. **Analyser** les résultats.

Conditions de mesure pour la sonde de Pitot :

- $T_{air} = 18^\circ C$
- $\rho_{air} = 1,2 \text{ kg/m}^3$

Caractéristiques du filament de la sonde à fil chaud :

- $T_f = 150^\circ C$
- $R = 100 \Omega$
- $L_f = 1,25 \text{ mm}$
- $d_f = 5 \mu m$

Conditions de mesure pour la sonde à fil chaud :

- $T_{air} = 18^\circ C$ (au-delà de la couche limite thermique autour du filament)
- $\rho_{air} = 1 \text{ kg/m}^3$
- $\lambda_{air} = 0,03 \text{ W/m}^\circ C$
- $\mu_{air} = 2,1 \cdot 10^{-5} \text{ Pa.s}$

(les caractéristiques de l'air sont ici données pour la température moyenne de la

couche limite thermique autour du filament : $T_{moy} = \frac{T_{air} + T_f}{2} = \frac{18 + 150}{2} \approx 85^\circ C$)

PARTIE 5 – Etude de la ventilation : récupération d'énergie et mesure de température

(5 points)

Le système de ventilation double flux alimentant en air neuf la rotonde centrale est équipé d'un échangeur thermique contre-courant d'efficacité $E = 80\%$.

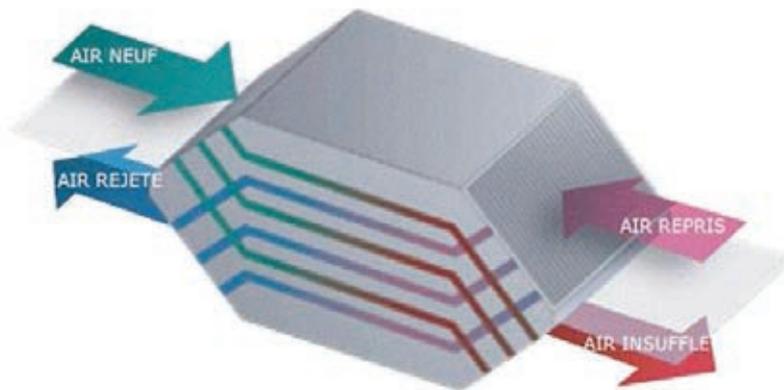
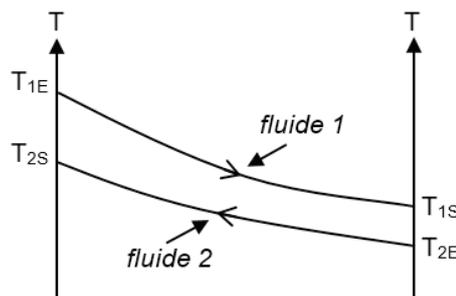
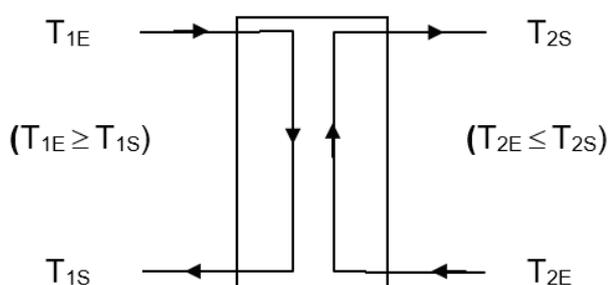


Figure 22 : principe de l'échange à contre-courant en ventilation

Un échangeur monophasique contre-courant est modélisé comme suit :



Puissance fournie par le fluide 1 :

$$P[W] = (q_m C)_1 \times (T_{1E} - T_{1S})$$

Puissance reçue par le fluide 2 :

$$P[W] = (q_m C)_2 \times (T_{2S} - T_{2E})$$

Les pertes thermiques de l'échangeur étant négligeables devant les puissances échangées, les 2 formulations de puissances sont équivalentes.

L'efficacité $E (<1)$ caractérise la performance de l'échangeur. Elle exprime le rapport entre la puissance échangée réelle P et la puissance maximum échangeable (échangeur contre-courant de surface infinie) :

$$E = \frac{P}{P_{MAX}} \text{ avec } P_{MAX} = \min[(q_m C)_1, (q_m C)_2] \times (T_{1E} - T_{2E})$$

On notera que l'efficacité E dépend des caractéristiques physiques de l'échangeur (coefficient d'échange U et surface d'échange) ainsi que des débits calorifiques des deux fluides mais ne dépend pas des températures d'entrée à l'échangeur.

On peut ainsi aisément évaluer la puissance échangée sans connaître a priori les températures de sortie avec : $P = E \times P_{MAX}$

Question 30 :

Par commodité en ventilation, il est d'usage d'employer des débits volumiques horaires Q_v [m^3/h] plutôt que des débits massiques q_m [kg/s]. **Déterminer** la capacité thermique volumique de l'air C_v en [$Wh/m^3\text{°C}$].

On précise : $C_{air} = 1005 \text{ J/kg}\text{°C}$ et $\rho_{air} = 1,25 \text{ kg/m}^3$ (valeur moyenne communément utilisée en ventilation)

Question 31 :

En période hivernale, il est important d'éviter la formation de givre dans l'échangeur. En effet, non seulement cela impacte négativement ses performances en réduisant le coefficient d'échange donc son efficacité, mais en plus cela réduit la section de passage d'air augmentant ainsi les pertes de charge ce qui accroît la consommation d'énergie du ventilateur concerné. Si aucune précaution n'est prise, l'échangeur peut in fine s'obturer ce qui endommagera l'équipement et perturbera fortement la ventilation du bâtiment.

En expliquant votre démarche, **estimer** la température extérieure $T_{ext \text{ critique}}$ en dessous de laquelle la formation de givre dans l'échangeur est à craindre.

On rappelle : la température ambiante intérieure $T_{amb} = 20\text{°C}$

Question 32 :

Trois procédés de protection peuvent être utilisés lorsque $T_{ext} < T_{ext \text{ critique}}$:

- by-pass de l'échangeur,
- chauffage de l'air neuf jusqu'à $T_{ext \text{ critique}}$ en amont de l'échangeur par une batterie électrique régulée par triac,
- commutation de la circulation contre-courant ($E = 0,8$) en circulation co-courant ($E = 0,5$) dans l'échangeur.

Déterminer le gain net de puissance $G[W] = f(T_{ext})$ jusqu'à $T_{ext} = T_{ext \text{ critique}}$ pour les 3 procédés. **Représenter** les évolutions à partir de $T_{ext} = -15\text{°C}$ puis à l'aide du relevé de températures extérieures, **justifier** le choix du procédé à préconiser.

On précise : débit d'air neuf $Q_v = 5\,000 \text{ m}^3/h$

relevé de températures extérieures moyennes à Lyon
(période du 15/09/2016 au 15/05/2017)

T_{ext} (°C)	-11	-10	-9	-8	-7	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	+1	+2	+3	+4
nb jours	0	0	1	2	3	3	2	3	4	4	5	5	8	7	8	10
T_{ext} (°C)	+5	+6	+7	+8	+9	+10	+11	+12	+13	+14	+15	+16	+17	+18	+19	+20
nb jours	10	9	12	14	14	16	16	18	17	19	14	8	3	3	1	2

Question 33 :

Estimer le coût annuel de chauffage dû à la ventilation du bâtiment [kWh , €] si aucun système de récupération n'est prévu (système dit *simple flux* où seule l'extraction d'air vicié est motorisée).

Pour simplifier l'étude, on admettra que les variations du débit de ventilation (réduction nocturne, modulation selon l'occupation, ...) peuvent être modélisées par un fonctionnement nominal à $5\,000 \text{ m}^3/h$ 12 heures par jour.

On précise : $DJ_{20} = \sum_{\text{saison}} [(20 - T_{\text{ext}}) \times n b_{j_{T_{\text{ext}}}}] = 2878 \text{ } ^\circ\text{C}\cdot\text{jour}$ (d'après le relevé de T_{ext})
 coefficient de performance de la production de chauffage : 3,5
 coût de l'énergie électrique : 0,1 €/kWh

Question 34 :

Quelle économie globale annuelle (€, %) est réalisée grâce au système de ventilation double flux avec préchauffage de l'air neuf ? **Commenter** votre résultat.

On précise que la ventilation double flux nécessite un ventilateur supplémentaire (pulsion de l'air neuf filtré). Le CCTP de lot concerné impose des modèles *basse consommation* : $P_{\text{elec}} \leq 0,16 \text{ W}/(\text{m}^3/\text{h})$.

Question 35 :

L'investissement dans le procédé antigivre préconisé (préchauffage de l'air neuf) **est-il justifié** par rapport au procédé élémentaire de by-pass de l'échangeur ?

Développer votre analyse.

Question 36 :

Le fonctionnement de la batterie de préchauffage ou de la commutation de l'échangeur nécessite la mesure de température de l'air extérieur. Un thermocouple considéré ponctuel est placé dans le conduit d'admission d'air neuf que l'on supposera suffisamment long en amont et en aval.

La *partie 4* soulignait la difficulté de mesurer correctement la vitesse moyenne de l'air en conduit pour évaluer le débit volumique. La mesure de température de cet air nécessite aussi de la rigueur car la sonde ne transmet évidemment que sa propre température !

On rappelle l'expression du flux thermique radiatif échangé entre 2 surfaces S_i et S_j supposées grises et diffuses, d'émissivités respectives ϵ_i et ϵ_j :

$$\Phi_{\text{ray}} [\text{W}] = \varphi_i \times S_i = -\varphi_j \times S_j = \frac{\sigma \times (T_i^4 - T_j^4)}{\frac{1 - \epsilon_i}{S_i \times \epsilon_i} + \frac{1}{F_{ij} \times S_i} + \frac{1 - \epsilon_j}{S_j \times \epsilon_j}}$$

où : σ est la constante de Stefan Boltzmann ($5,67 \cdot 10^{-8} \text{ Wm}^{-2}\text{K}^{-4}$)
 T est la température de surface en K ($T[\text{K}] = T[^\circ\text{C}] + 273,15$)
 F_{ij} (facteur de forme) est la fraction géométrique du rayonnement émis par S_i et reçu par S_j

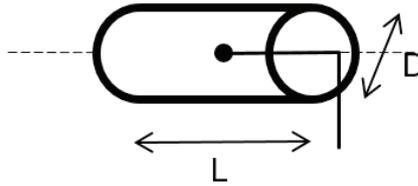
Montrer que l'échange radiatif Φ_{ray} entre le thermocouple et la surface interne du conduit est indépendant de l'émissivité de celle-ci. **Ecrire** le bilan thermique du thermocouple en régime établi en fonction de T_t (température du thermocouple), T_{air} et T_c (température de surface interne du conduit).

Calculer T_t [$^\circ\text{C}$] lorsque l'air neuf est à -10°C et la paroi du conduit à 5°C (moyenne entre l'air neuf interne et l'air ambiant externe à 20°C). **Conclure**.

On précise : thermocouple sphérique de diamètre 0,5 mm et d'émissivité 0,8
 conduit de diamètre 500 mm et d'émissivité interne 0,4
 coefficient de convection air-thermocouple : $h = 30 \text{ W}/\text{m}^2\text{ } ^\circ\text{C}$

Question 37 :

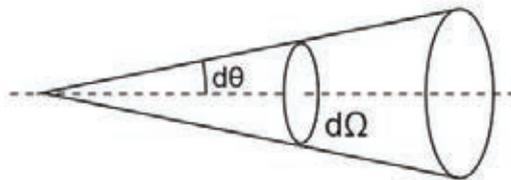
On choisit de protéger le thermocouple de l'influence thermique du conduit en le plaçant au centre d'un tube ouvert en inox poli côté extérieur de dimensions L x D :



Montrer que le facteur de forme entre le thermocouple et le conduit d'air neuf est alors :

$$F_{tc} = 1 - \frac{L/2}{\sqrt{(L/2)^2 + (D/2)^2}}$$

On précise : l'angle solide élémentaire $d\Omega$ décrivant un cône de révolution de demi-angle au sommet $d\theta$ est défini par : $d\Omega = 2\pi \cdot \sin\theta \cdot d\theta$



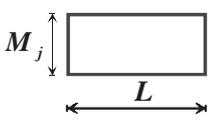
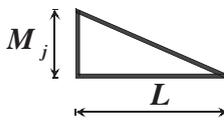
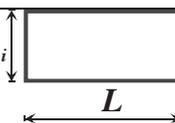
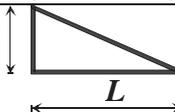
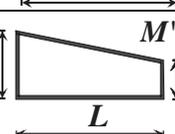
Question 38 :

Ecrire le bilan thermique du thermocouple en régime établi en considérant la présence du tube de protection : soumis à la convection sur ses 2 faces et d'émissivité proche de 0 côté extérieur, sa température peut être considérée comme égale à celle de l'air neuf. **En déduire** la température mesurée par le thermocouple T_t [°C] dans les conditions précisées *Question 36*. **Conclure** pertinemment.

On précise les dimensions du tube : L = 5 cm et D = 2 cm

Document Technique DT1 : Tableau partiel des intégrales de MOHR :

$$\int_0^L m_i(x)m_j(x)dx$$

$m_i(x)$	$m_j(x)$	M_j 	M_j 	M_j 
M_i 		LM_iM_j	$\frac{1}{2}LM_iM_j$	$\frac{1}{2}LM_i(M_j + M'_j)$
M_i 		$\frac{1}{2}LM_iM_j$	$\frac{1}{3}LM_iM_j$	$\frac{1}{6}LM_i(2M_j + M'_j)$
M_i 		$\frac{1}{2}LM_iM_j$	$\frac{1}{6}LM_iM_j$	$\frac{1}{6}LM_i(M_j + 2M'_j)$
M_i 		$\frac{1}{2}LM_j(M_i + M'_i)$	$\frac{1}{6}LM_j(2M_i + M'_i)$	$\frac{1}{6}L\left(2M_iM_j + M_iM'_j + M'_iM_j + 2M'_iM'_j\right)$

Dans le tableau, M_i , M_j , M'_i , M'_j , sont les extremums des fonctions $m_i(x)$ et $m_j(x)$. Ils sont à prendre en valeurs algébriques.

