

# CORRIGÉ

Session 2013

## **Épreuve U4 : ÉTUDE DES CONSTRUCTIONS**

**Sous-épreuve : U41**

**ÉLABORATION D'UNE NOTE DE CALCUL DE STRUCTURES**

**Durée : 4h**

**Coefficient : 2**

### Barème

Étude A : 6 points  
Étude B : 3 points  
Étude C : 6 points  
Étude D : 3 points  
Étude E : 2 points

Les questions sont indépendantes

Calculatrice électronique autonome autorisée

## Étude A : Balcon de façade repéré sur le DT3 page 7/9

### A.1. Vérification du bac acier.

A.1.1. Déterminer la surcharge non pondérée agissant sur le balcon (non pondéré et hors poids propre du bac acier + béton).

Charges sur le plancher (non pondéré et hors poids propre) :

G : Carrelage 0,40 kN/m<sup>2</sup>

Q : Charges d'exploitation (plus défavorable que la neige) : 3,50 kN/m<sup>2</sup>

A.1.2. Justifier d'après l'annexe 1 que la portée sur 3 appuis convient.

Charges totales non pondérées agissant sur le balcon (hors propre bac acier + béton)  
: G + Q : 3,90 kN/m<sup>2</sup>

Portée entre profilés : 2,50

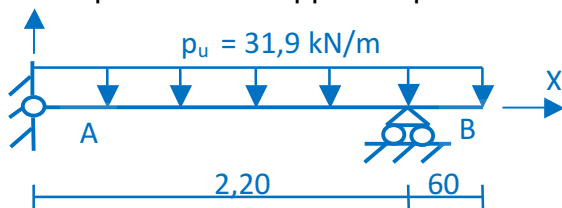
Charge maxi pour cette portée et dans la configuration « 3 appuis » (h = 150mm) :  
3,90 kN/m<sup>2</sup> < 10,54 kN/m<sup>2</sup> OK

A.1.3. Donner le poids propre en kN/m<sup>2</sup> de l'ensemble bac acier + béton.

Bac acier + béton (pour h=150mm) 2,98 kN/m<sup>2</sup>

### A.2. Dimensionnement du profilé central.

On considère que ce profilé est relié à la façade selon une articulation et repose sur la poutre métallique selon un appui simple.

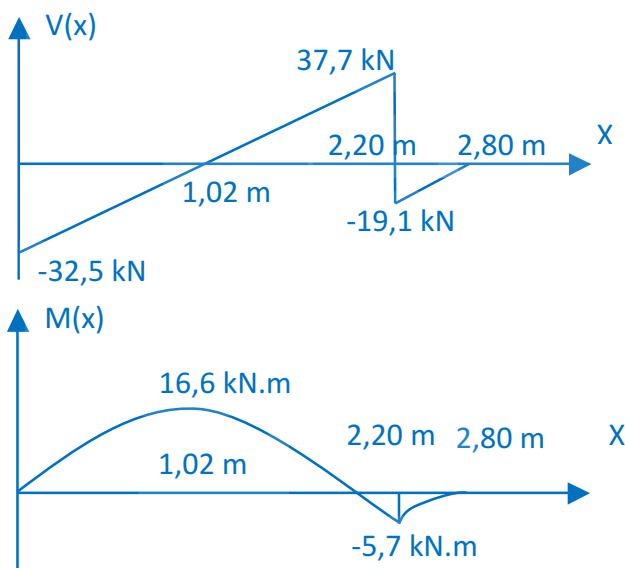


A.2.1. Tracer les courbes d'effort tranchant et de moment fléchissant le long du profilé. Préciser les valeurs particulières.

$$Y_A + Y_B = 31,9 * 2,80 = 89,3 \text{ kN}$$

$$Y_B * 2,20 = 31,9 * 2,80 * 2,80 / 2 \quad \rightarrow \quad Y_B = 56,8 \text{ kN}$$

$$Y_A = 32,5 \text{ kN}$$



A.2.2. On vous donne le moment maximum sur la poutre  $M_{Ed,u,max} = 17 \text{ kN.m}$ . Dimensionner le profilé IPE afin qu'il vérifie le critère de résistance relatif au moment de flexion.

$$M_{Ed,u,max} = 17 \text{ kN.m}$$

Section de classe 1

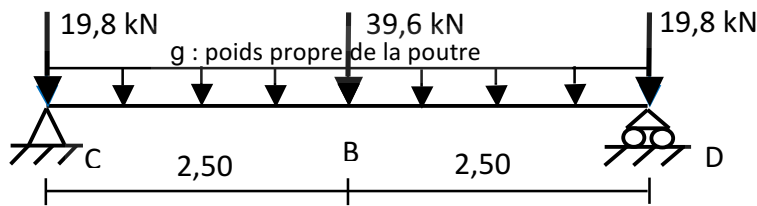
$$M_{Ed,u,max} < M_{pl,Rd} = w_{pl} * f_y / \gamma_{MO}$$

$$\rightarrow w_{pl} > 17 \times 10^{-3} / 235 = 72 \times 10^{-6} \text{ m}^3$$

$\rightarrow$  IPE 140 ( $w_{pl} = 85,3 \text{ cm}^3$ ) convient

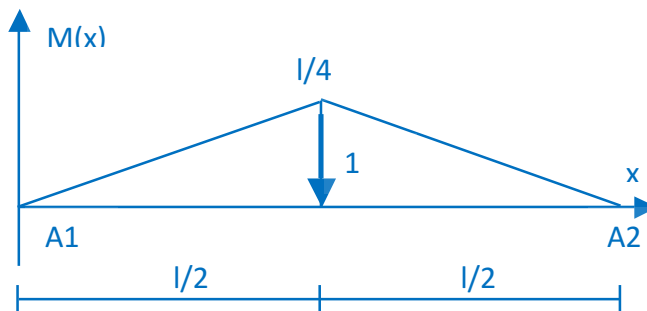
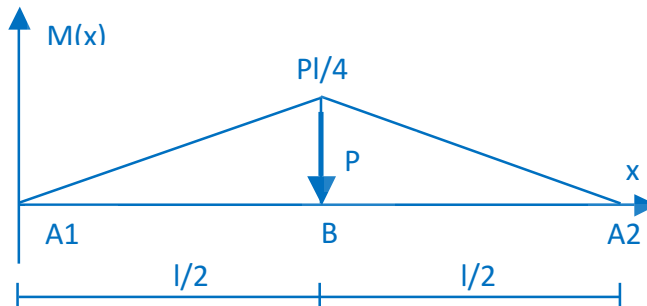
### A.3. Etude de la poutre IPE 220.

Le schéma mécanique retenu pour cette poutre étudié à l'ELS est le suivant :



A.3.1. Calculer le déplacement vertical à mi-portée.

Pour une charge répartie, la formule est la suivante :  $\frac{5 pl^4}{384 EI}$



$$v_B = 2 \times \left[ \frac{1}{3} \left( \frac{Pl}{4} \right) \times \left( \frac{l}{4} \right) \times \left( \frac{l}{2} \right) \times \frac{1}{EI} \right]$$

$$= \frac{Pl^3}{48 EI}$$

$$V_B = \frac{5gl^4}{384 EI} + \frac{Pl^3}{48 EI}$$

A.3.2. Vérifier que cette poutre vérifie le critère de déformation.

Rappel : la déformation admissible pour une poutre sur 2 appuis est égale à  $\frac{L}{250}$

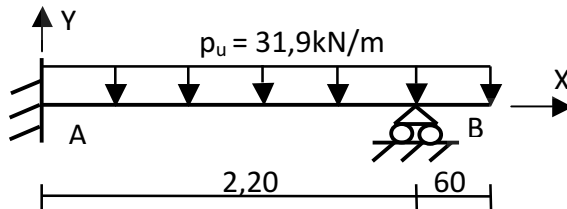
$$V_B = \frac{5 \times 262.10 - 6 \times 5^4}{384 \times 210000 \times 2771,8.10^{-8}} + \frac{39,6.10^{-3} \times 5,00^3}{48 \times 210000 \times 2771,8.10^{-8}}$$

$$= 0,0004 + 0,018 = 0,018 \quad \text{soit } 1,8 \text{ cm}$$

$$V_{\max} = \frac{500}{250} = 2 \text{ cm} > 1,8 \text{ cm}$$

### Étude B : Variante : IPE central considéré comme encastré dans le voile

Dans le cas d'un encastrement en façade, la panne centrale peut être modélisée de la façon suivante :



B.1. Donner et justifier le degré d'hyperstaticité de cette structure

Nombre d'inconnues de liaison :  $3 + 1 = 4$

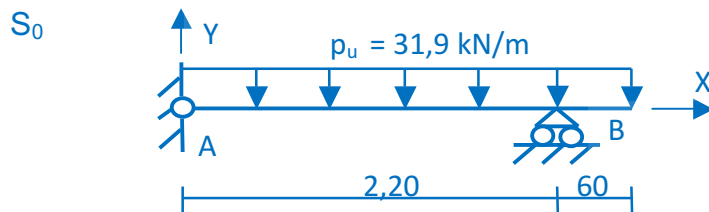
Nombre de barre : 1

Degré d'hyperstaticité :  $4 - 3 \times 1 = 1$

B.2. Déterminer les actions de liaisons

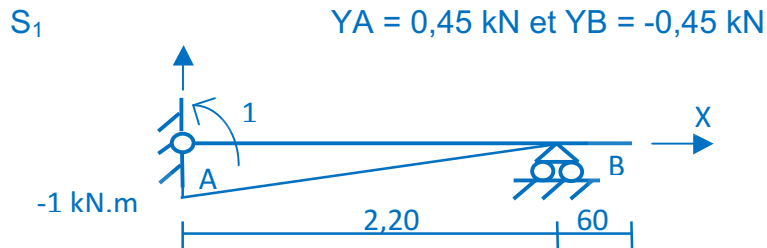
On décompose le système de la façon suivante :

S [syst hyper] =  $S_0$  [syst iso associé] +  $X_1$  (inconnue hyper) x  $S_1$  [syst unitaire associé]



On considère  $S_0$  comme étant la superposition de :

<p>Diagramme <math>M(x)</math> pour <math>S_{01}</math></p>	<p>Diagramme <math>M(x)</math> pour <math>S_{02}</math></p>
<p>on trouve : <math>Y_A = Y_B = 35,1 \text{ kN}</math></p>	<p>on trouve : <math>Y_A = -2,6 \text{ kN}</math> et <math>Y_B = 21,7 \text{ kN}</math></p>



Calcul de  $X_1$  :

Le déplacement en B nommé  $v_B$  est nul ce qui se traduit par :

(Par convention, on appellera  $\lambda_{ij}$  : la composition des diagrammes dus aux systèmes  $S_i$  et  $S_j$  selon les intégrales de Mohr).

$$v_B = \lambda_{01\ 1} + \lambda_{02\ 1} + X_1 \lambda_{11} = 0$$

$$\lambda_{01\ 1} = \frac{2,20}{3} (19,3) (-1) = -14,2$$

$$\lambda_{02\ 1} = \frac{2,20}{6} (-5,7) (-1) = 2,1$$

$$\lambda_{11} = \frac{2,20}{3} (-1) (-1) = 0,8$$

$$-14,2 + 2,1 + X_1 \times 0,8 = 0 \text{ soit } X_1 = 15,1 \text{ kN}$$

On en déduit les actions de liaisons :

$$\begin{aligned} Y_A [S] &= Y_A [S_{01}] + Y_A [S_{02}] + X_1 \times Y_A [S_1] \\ &= 35,1 - 2,6 + 15,1 \times 0,45 \\ &= 39,3 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Y_B [S] &= Y_B [S_{01}] + Y_B [S_{02}] + X_1 \times Y_B [S_1] \\ &= 35,1 + 21,7 + 15,1 \times (-0,45) \\ &= 50 \text{ kN} \end{aligned}$$

### Étude C : Etude de la poutre continue [02] repérée sur le DT2 page 6/9.

C.1. Les charges transmises par le voile V36 situé au dessus de la poutre sont :

$g_{V36}$  : 61,2kN/m

$q_{V36}$  : 18,4kN/m

$s_{V36}$  : 3kN/m

Après avoir déterminé les surfaces d'influence (coté extérieur et coté intérieur), calculer les charges totales  $g$ ,  $q$  et  $s$  non pondérées reprises par la poutre continue [02].

Charges permanentes  $g$  :

- Poutre : $0,35 \times 0,65 \times 25 =$	5,7kN/m
- Plancher : $(0,18 \times 3,39/2 + 0,23 \times 5,86/2) \times 25 =$	24,5kN/m
- Chape + carrelage : $(1,2 + 0,4) \times (5,86/2) =$	4,7kN/m
- Etanchéité + gravillons : $1,5 \times (3,39/2) =$	2,5kN/m
<b>Total :</b>	<b>37,4kN/m</b>

Charges d'exploitation  $q$  :

- Cloisons légères : $0,5 \times (5,86/2) =$	1,5kN/m
- Plancher RDC : $1,5 \times (5,86/2) =$	4,4kN/m

- Toiture terrasse accessible:  $1,5 \cdot (3,39/2) =$

Total :  $\frac{2,5 \text{ kN/m}}{8,4 \text{ kN/m}}$

Charges climatiques s :

- Neige :  $0,5 \cdot (3,39/2) =$

0,8 kN/m

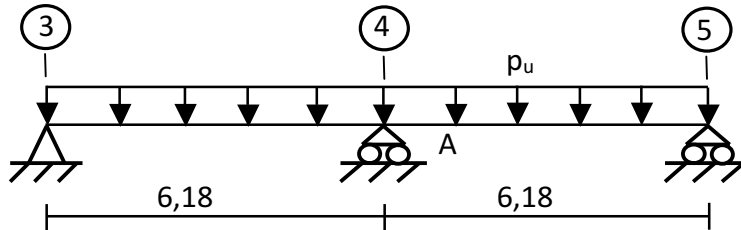
On en déduit les charges transmises par la poutre continue :

- g :  $61,2 + 37,4 = 98,6 \text{ kN/m}$

- q :  $18,4 + 8,4 = 26,8 \text{ kN/m}$

- s :  $3 + 0,8 = 3,8 \text{ kN/m}$

C.2. Justifier les portées utiles données ci-dessous pour cette poutre continue.



$l_{eff} = l_n + \min(h/2; t/2)$  (coté gauche) +  $\min(h/2; t/2)$  (coté droit)

Dans tous les cas :  $h = 0,65$  donc  $h/2 = 0,325$

$t = 0,18$  donc  $t/2 = 0,09$

Pour les 2 travées :  $l_{eff} = 6,00 + 0,09 \cdot 2 = 6,18$

C.3. On donne  $p_u = 173,0 \text{ kN/m}$ . Le cas de charges donnant le moment maximal sur l'appui file ④ a permis de calculer  $M_{Ed4} = -813,5 \text{ kN.m}$ . Pour la travée à gauche de cet appui, tracer l'allure du moment fléchissant et donner les valeurs particulières.

$$\text{Sur } \textcircled{3} - \textcircled{4}: V(x) = p_u \left(x - \frac{l}{2}\right) - \frac{M_4}{l}$$

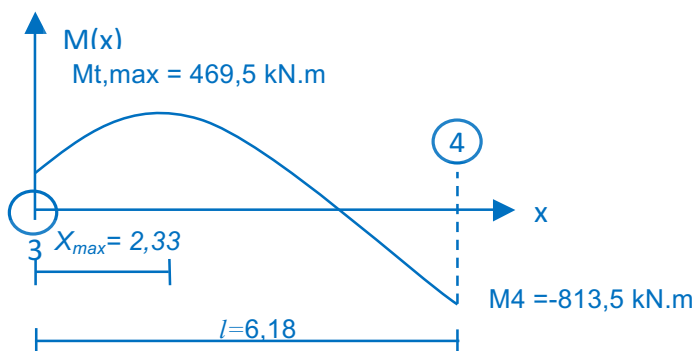
$$= 173,0 x - 534,6 + 131,6$$

$$= 173,0 x - 403,0$$

$$V(x) = 0 \rightarrow x_{max} = 2,33$$

$$\text{On en déduit } M_{travée,max} = \frac{p_u}{2} x_{max} (l - x_{max}) + M_4 \frac{x_{max}}{l}$$

$$= 469,5 \text{ kN.m}$$



C.4. Déterminer la section des aciers longitudinaux sur l'appui (4) .

$$M_{Ed} = 813,5 \text{ kN.m}$$

$$f_{ck} = 30 \text{ MPa} \quad f_{cd} = 20 \text{ MPa}$$

$$b = 0,35 \quad h = 0,65 \quad d = 0,9 * 0,65 = 0,59$$

$$f_{yd} = 435 \text{ MPa}$$

$$\mu = 0,334 \quad \alpha = 0,530$$

$$z = d (1 - 0,4 \alpha) = 0,464$$

$$A_s = \frac{M_{Ed}}{z f_{yd}} = 40,3 \text{ cm}^2$$

Condition de non-fragilité:

$$A_{s,min} = \max \left[ 0,26 \frac{f_{ctm}}{f_{yk}} b_w d ; 0,0013 b_w d \right] = \text{Max} [ 3,1 ; 2,7 ] = 3,1 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,max} = 0,04 A_c = 91 \text{ cm}^2$$

Choix des aciers: 3 HA32 + 6 HA20  $\rightarrow$  24,13 + 18,85 = 42,98 cm<sup>2</sup>

C.5. Les armatures d'effort tranchant sont composées d'1 cadre HA8 et d'1 étrier HA8. Leur présence est nécessaire ( $V_{Ed,u} > V_{Rd,c}$  et  $\theta=45^\circ$ ). Déterminer l'espacement au voisinage de l'appui (4).  $V_{Ed,u} = 658,2 \text{ kN}$  et  $c_{nom} = 3 \text{ cm}$ .

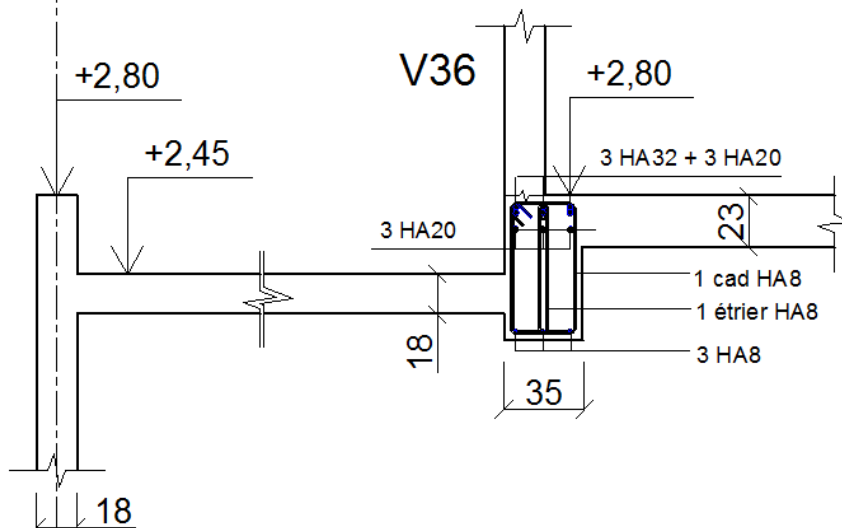
$$V_{Ed,u} = 658,2 \text{ kN}$$

$$1 \text{ cadre HA8 et 1 étrier HA8} \quad \rightarrow \quad A_{sw} = 2,01 \text{ cm}^2$$

$$s \leq \frac{A_{sw}}{V_{Ed}} z f_{ywd} \quad \text{soit} \quad s \leq \frac{2,01 \cdot 10^{-4}}{658,2 \cdot 10^{-3}} \times 0,464 \times 435 = 0,061 \text{ m}$$

On peut prendre  $s_1 = 6 \text{ cm}$

C.6. Sur le Document Réponse DR2, représenter les aciers de la poutre 02 au voisinage de l'appui (4).



## Étude D : Etude du poteau du sous sol P2b (voir DT2 page 6/9)

- L'effort normal en pied de poteau, poids propre compris, vaut:  $N_{Ed,u} = 1250$  kN.
- Classe d'exposition pour les poteaux du sous-sol XC1.
- La longueur libre égale à 2,985m prendra comme valeur simplifiée  $l = 3,000$  m et la longueur efficace  $l_0 = l$

D.1. A partir de la valeur de la charge en pied de poteau  $N_{Ed,u} = 1250$  kN, déterminer la section d'acier à placer dans le poteau P2b.

Armatures longitudinales du poteau P2b

$$b = 0,40$$

$$\lambda = \frac{l_0}{i} = \frac{l_0 \sqrt{12}}{b} = 26,0 \quad \lambda \leq 60 \quad \alpha = \frac{0,86}{1 + \left(\frac{\lambda}{62}\right)^2} = 0,731$$

$$d' = 40\text{mm (XC1)}$$

$$\delta = \frac{d'}{b} = 0,10 \quad K = \alpha (0,75 + 0,5 b) = 0,6945 \quad A_c = 0,4^2 = 0,16 \text{ m}^2$$

$$\left(6 \frac{\delta}{A_c} f_{yd}\right) A_s^2 - (f_{yd} - 6 \delta f_{cd}) A_s + \left(\frac{NEd}{K} - A_c f_{cd}\right) = 0$$

$$\left(6 \frac{0,10}{0,16} 435\right) A_s^2 - (435 - 6 \times 0,10 \times 20) A_s + \left(\frac{1,250}{0,6945} - 0,16 \times 20\right) = 0$$

$$1631,3 A_s^2 - 423,0 A_s - 1,4 = 0$$

$A_{s1} = -0,0033 \text{ m}^2$  et  $A_{s2} = 0,2625 \text{ m}^2$  donc par d'armatures calculées ferrailage mini soit

$$A_{s,\min} = \max \left[ 0,10 \frac{NEd}{f_{yd}} ; 0,002 A_c \right] = \max [ 2,8 \text{ cm}^2 ; 3,2 \text{ cm}^2 ] = 3,2 \text{ cm}^2$$

$$A_{s,\max} = 0,04 A_c = 64 \text{ cm}^2$$

On retient  $A_s = 3,2\text{cm}^2$

D.2. Choisir les armatures longitudinales et transversales ainsi que leur espacement en zone courante.

Pour les barres longitudinales, on doit avoir  $\Phi_l \geq \Phi_{\min} = 8\text{mm}$  et  $A_s \geq 3,2\text{cm}^2$

choix 8 HA8 (4,02 cm<sup>2</sup>)

Armatures transversales  $\Phi_t \geq \max [6\text{mm} ; \Phi_{l,\max}/4] = \max [6\text{mm} , 2\text{mm}]$  d'où  $\Phi_t = 6\text{mm}$

Espacement en zone courante  $s_{t,\max} \leq \min [400\text{mm} ; 20 \Phi_t ; b] = \min [400\text{mm} ; 160\text{mm} ; 400\text{mm}] = 160 \text{ mm}$

D.3. Compléter le document réponse DR3 en plaçant les armatures du poteau.



### **Étude E : Etude de la semelle S2 (voir DT1 page 5/9)**

On se propose maintenant de définir les armatures de la semelle du poteau P2.

- La charge verticale arrivant sur la fondation est identique à celle donnée pour le poteau P2 de l'étude D. Elle vaut  $N_{Ed,u} = 1250$  kN. Le poids du dallage et le poids de la couche de forme au dessus de la semelle sont négligés.
- L'enrobage est de 30 mm.

E.1. Calculer les dimensions (longueur, largeur et hauteur) de la semelle. (Pour cette question *uniquement*, on considérera que le poids propre de la semelle est négligé).

On doit avoir  $q_d \geq N_{Ed} / A'$  avec  $A'$  aire de la semelle

Soit  $A' \geq N_{Ed} / q_d$  on trouve  $A' \geq 1,250 / 0,55 = 2,27$  m<sup>2</sup> soit  $a$  (le côté de la semelle) = 1,51

On considère une semelle de 1,60 x 1,60

$h \geq (a' - a) / 4 + 5$  cm soit  $h = 35$  cm

E.2. Vérifier qu'en incluant le poids propre de la semelle, la section trouvée est suffisante.

$$\frac{N_{Ed} + 1,35 \times 1,60 \times 1,60 \times 0,35 \times 25}{1,60 \times 1,60} = 0,50 \text{ Mpa} \leq 0,55 \text{ MPa}$$