

BTS CHIMIE 1989

PROBLÈME

On considère l'équation différentielle du second ordre

$$(E) \quad y'' + 2y' + 5y = 0$$

dans laquelle y est fonction de la variable réelle x .

1. Montrer que la fonction f définie par

$$f(x) = e^{-x} \sin 2x$$

est une solution particulière de l'équation (E) sur \mathbb{R} .

Intégrer l'équation (E) sur \mathbb{R} .

2. On appelle (C) la courbe représentative de f dans un repère orthogonal (O, \vec{i}, \vec{j}) .

On prendra pour unité 5 cm sur l'axe des abscisses et 10 cm sur l'axe des ordonnées.

a) Déterminer les abscisses des points communs à (C) et à l'axe des abscisses.

b) Étudier les variations de la restriction de f à $[0, \pi]$ et dessiner soigneusement (C) sur cet intervalle.

3. On appelle A_k l'aire (en unités d'aire) du domaine limité par (C) et l'axe des abscisses et dont les points ont une abscisse dans l'intervalle $\left[k\frac{\pi}{2}, (k+1)\frac{\pi}{2} \right]$, k étant un entier positif.

a) Calculer A_0, A_1, A_k . Donner une valeur approchée de A_0 à 10^{-3} près.

b) Montrer que la suite $(A_k)_{k \in \mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on donnera la raison.

EXERCICE

On mesure la durée de vie dans des conditions normale d'utilisation de 100 piles électriques, et on obtient les résultats suivants :

Durée de vie (en heures)	Nombre de piles
$[80; 100[$	2
$[100; 120[$	2
$[120; 140[$	16
$[140; 160[$	28
$[160; 180[$	30
$[180; 200[$	15
$[200; 220[$	5
$[220; 240[$	2

1. Calculer la moyenne et l'écart-type de cette série statistique (on prendra le centre de chaque intervalle pour les calculs).

2. On admet que la durée de vie d'une pile est une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne $m = 163$ et d'écart-type $\sigma = 25$.

Calculer la probabilité pour que la durée de vie d'une pile soit :

- supérieure à 180 heures,
- supérieure à 150 heures,
- inférieure à 145 heures.