

Égalité Fraternité

Livret d'accompagnement de programme

Avant 4ans

À partir de 4 ans

À partir de 5 ans

CP

CE₁

CE₂

CM₁

CM₂

6e

4e

3^e

Acquisition des premiers outils mathématiques

À partir de **5 ans**

ACQUISITION DES PREMIERS OUTILS MATHÉMATIQUES

Ce livret vient en accompagnement du programme pour l'acquisition des premiers outils mathématiques, publié au <u>BOENJS du 31 octobre 2024</u>. Il propose des ressources, organisées sous la forme de fiches thématiques. Chaque fiche présente une séquence, dans laquelle une ou plusieurs séances ou activités peuvent être exemplifiées. Les exemples proposés abordent certaines priorités ou nouveautés des programmes scolaires.

Sommaire

- 4 Enjeux pédagogiques de la maternelle
- 5 Recommandations pédagogiques et gestes professionnels associés
- Proposition de séquence n° 1 Se familiariser avec les motifs organisés

Cette séquence vise à amener les élèves à décrire oralement des motifs évolutifs simples. Elle développe le raisonnement logique, la pensée anticipatrice, la mémoire de travail et la créativité mathématique. Les motifs, fondés sur des régularités, posent les bases de l'algèbre et de la géométrie. La démarche d'enseignement présentée est structurée par type de motif ou par action d'analyse (décrire, reproduire, identifier la structure, etc.).

17 Proposition de séquence n° 2 – Construire la bande numérique jusqu'à 10

En construisant une bande numérique jusqu'à 10, les élèves apprennent à mettre en relation les différentes représentations des nombres (mots-nombres, doigts, constellations, chiffres). Ils consolident la comptine numérique et comprennent que chaque nombre correspond à une position précise. Ils s'exercent à compter, surcompter, décompter et dénombrer en s'appuyant sur ce support. La bande les aide aussi à percevoir l'ordre des nombres (précédent, suivant, plus grand, plus petit). Enfin, elle constitue un repère de progression et un outil d'auto-évaluation.

Proposition de séquence n° 3 – Utiliser le nombre pour résoudre des problèmes de partage « à partir de 5 ans »

Cette séquence vise à développer chez les élèves la capacité à résoudre des problèmes de partages équitables avec éventuellement un reste en s'appuyant d'abord sur la manipulation d'objets. Les objets concrets laissent place aux objets symboliques permettant une première entrée dans l'abstraction.

Enjeux pédagogiques de la maternelle

L'école maternelle constitue une étape fondamentale dans la construction des premiers apprentissages. L'introduction aux mathématiques, comme pour les autres domaines du cycle 1, y joue un rôle central. Elle participe à poser les bases sur lesquelles les élèves développeront leurs compétences tout au long de leur scolarité. Dès l'école maternelle, les élèves sont quotidiennement confrontés à des situations mobilisant des notions mathématiques, dans des contextes variés.

L'enseignement des mathématiques ne se limite pas à l'apprentissage du nombre ou à la résolution de problèmes numériques. Il inclut également des activités de repérage dans l'espace, de tri, de classement, ou encore de reconnaissance de motifs, autant d'occasions pour les élèves de structurer leur pensée. Ces expériences contribuent à structurer la pensée et à consolider des compétences transversales essentielles comme le langage, la curiosité, l'inventivité et le plaisir de chercher.

Les modalités d'apprentissage en maternelle — jeu, résolution de problèmes, entrainement et mémorisation — s'accompagnent de manipulations qui évoluent progressivement, passant d'objets figuratifs à des représentations plus symboliques pour disparaitre au profit de manipulations mentales, renforçant ainsi l'entrée progressive dans l'abstraction et l'autonomie intellectuelle des élèves.

Enfin, l'enseignant joue un rôle clé dans la conception des situations d'apprentissage, ainsi que dans leur mise en œuvre en veillant à leur richesse, leur diversité, leur accessibilité tout en garantissant l'égalité entre les filles et les garçons face aux apprentissages mathématiques. Il valorise les réussites et les progrès de chaque élève afin de renforcer sa confiance en lui-même et, par là même, sa capacité à réussir.

Recommandations pédagogiques et gestes professionnels associés

Une démarche d'enseignement structuré et progressif

Les recherches en sciences cognitives montrent que pour apprendre efficacement, les élèves doivent comprendre ce qui est attendu d'eux, identifier les obstacles cognitifs susceptibles de freiner leur progression, et disposer de stratégies adaptées pour les surmonter. L'enseignant joue alors un rôle clé en guidant les élèves, en structurant les savoirs et en leur fournissant des outils concrets pour réussir. Toutefois, si cette démarche peut s'avérer particulièrement efficace, elle ne peut être mobilisée de manière systématique, quels que soient le contenu ou la situation d'enseignement. Son efficacité repose donc sur une mise en œuvre réfléchie, attentive aux spécificités de chaque situation d'apprentissage, des contenus enseignés et des profils d'élèves. Pour que cette approche produise pleinement ses effets, elle doit s'appuyer sur une capacité de l'enseignant à ajuster ses interventions et à différencier ses pratiques. C'est en conjuguant les apports des sciences cognitives avec une fine compréhension des besoins des élèves et une approche pédagogique souple et réactive que l'on crée les conditions d'un apprentissage à la fois efficace et durable.

La démarche d'enseignement illustrée dans les séquences de ce livret se compose de quatre temps d'enseignement pour aider l'élève de passer de découvertes fortuites à des apprentissages structurés et consolidés.

- Temps 1 Définition des objectifs et mise en réussite.
- Temps 2 Mise en activité différenciée des élèves.
- Temps 3 Institutionnalisation, retour réflexif.
- Temps 4 Automatisation, réinvestissement, transfert.

La place de l'erreur

Lorsque la réponse de l'élève est inexacte, il est essentiel de l'accompagner dans l'identification de son erreur afin qu'il puisse comprendre le principe mathématique en jeu ou son application et améliorer ainsi son raisonnement logique. Le professeur favorise, encourage et accompagne la réflexion de l'élève en lui proposant des rétroactions régulières sur son activité, dans le but de le guider progressivement vers une meilleure compréhension de ses démarches.

La place et le rôle de la verbalisation par l'élève

Le professeur encourage la verbalisation et l'explication des objets d'apprentissages par les élèves. Cette démarche vise à renforcer leur compréhension des notions abordées, à leur permettre de faire des liens entre les savoirs et à structurer leur pensée. C'est notamment le cas lorsque le professeur demande aux élèves de décrire ce qu'ils observent et de justifier leurs réponses.

Le suivi et l'évaluation des progrès des élèves

L'observation fine des élèves et l'analyse des procédures qu'ils sont amenés à mettre en œuvre permettent à l'enseignant d'évaluer leurs progrès et d'ajuster les modalités et les dispositifs à déployer pour répondre à leurs besoins.

Proposition de séquence n° 1 – Se familiariser avec les motifs organisés

Objectif

Repérer et décrire oralement la structure d'un motif évolutif afin de pouvoir le reproduire.

Éléments de progression

Âge/niveau	Progressivité
Avant 4 ans	Mémoriser un motif répétitif très simple.
	Reproduire un motif répétitif à l'identique.
À partir de 4 ans ou dès que les	Mémoriser un motif répétitif simple.
	Reconnaitre un motif répétitif à ses régularités.
apprentissages précédents	 Décrire oralement des motifs répétitifs simples de différentes natures, sans nécessairement recourir au vocabulaire spécialisé.
ont pu être observés	·
	 Prolonger l'amorce d'un motif répétitif et verbaliser la règle de prolongement utilisée.
À partir de 5 ans	
ou dès que les	relevant de la transcription formelle ABAABBAAABBB).
apprentissages précédents	• Identifier la structure d'un motif répétitif ou évolutif indépendamment des
ont pu être	éléments physiques qui le composent.
observés	Créer des motifs de différentes natures.

Enjeux pédagogiques

- Stimuler le goût des mathématiques.
- Favoriser le raisonnement logique. Les motifs permettent aux élèves de comprendre des règles et des régularités, ce qui pose les bases pour l'apprentissage des concepts mathématiques plus complexes, telles que les suites numériques et les fonctions.
- Soulager la mémoire de travail. L'identification et la reproduction de motifs sollicitent la mémoire de travail des élèves qui doivent mémoriser la séquence. Grâce à cette mémorisation, la reproduction d'un motif à partir d'un motif de base et d'une règle donnés est facilitée et moins coûteuse cognitivement.
- Développer les capacités d'anticipation. En observant un motif, l'élève apprend à prévoir la suite des évènements, ce qui est essentiel pour le développement de la pensée logique et la planification.
- Développer la créativité mathématique, la pensée algorithmique et la pensée algébrique. Introduction progressive et de façon très concrète des concepts mathématiques comme « la moitié de » par exemple.

Éclairage de la recherche

Les mathématiques sont la science des motifs ou des régularités (the science of patterns) : elles permettent de trouver, formaliser et réutiliser des motifs dans le monde qui nous entoure. En maternelle, les motifs ne sont pas numériques. Mais ils se fondent sur des régularités, qui initient un raisonnement algébrique. Il est fréquent, en maternelle, de demander aux élèves d'enfiler sur un collier une perle jaune, une rouge, une jaune, une rouge, etc.

Ces activités constituent un puissant stimulant pour la consolidation de compétences des mathématiques, particulièrement la géométrie et la logique. En effet, l'étude des motifs conduit les enfants à se forger des abstractions numériques et géométriques qu'ils peuvent transposer d'un domaine à l'autre.

Repérer le même motif dans une suite de notes de musique et dans une rangée de perles attire l'attention de l'enfant sur les propriétés abstraites des nombres, des symétries, des règles et des notations écrites. (Note du CSEN 2023).

- Vidéo de la série « Mes clés » : les motifs pour stimuler le goût des mathématiques dès la maternelle, CSEN.
- Le Passeur : Éveiller aux mathématiques avec les motifs, note n° 10 du CSEN juin 2023.

Démarche d'enseignement

À partir de 5 ans, les élèves se familiarisent avec deux types de motifs : répétitifs et évolutifs.

La traduction formelle d'un motif (par exemple ABAABBAAABBB) n'est pas attendue des élèves. Les motifs doivent être de différentes natures, faire appel aux différents sens et ainsi ne pas se limiter aux blocs de couleurs. Ils peuvent être constitués d'un enchainement ou d'une juxtaposition d'éléments sonores, de gestes ou de mouvements, de formes, de textures différentes, etc.

La structure d'un motif découle :

- de l'identification d'un motif de base : c'est la chaine d'éléments la plus courte qui se répète dans un motif répétitif et qui évolue dans un motif évolutif ;
- de l'application d'une règle de prolongement : c'est la répétition du motif de base dans le motif répétitif à l'infini et c'est l'expansion du motif de base dans un motif évolutif. La règle est abstraite, indépendante du motif physique.

Prérequis

Le travail présenté sur les motifs répétitifs (fiche ressource à partir de 4 ans) est un préalable aux séquences concernant les motifs évolutifs. Ces séquences auront donné lieu à un corpus de situations vécues et ayant donné lieu à une trace (photographies, affiche, ENT, etc.), source d'appui pour verbaliser et se remémorer.

De plus, en amont des séquences proposées ici, le professeur devra vérifier que l'élève est capable de comparer des objets et d'identifier des caractéristiques descriptives (forme, couleur, matière, etc.).

Il vérifie que l'élève sait percevoir, et si possible décrire l'organisation spatiale d'une collection d'objets (Exemple : Il y a d'abord une bleue, ensuite une rouge, etc.).

Différenciation : certains élèves à besoin pourraient être encore en difficulté sur ce point. Il s'agit donc pour l'enseignant d'envisager un accompagnement pour la maitrise de cette notion. Si l'élève ne s'exprime pas verbalement, il pourra montrer sa compréhension en reproduisant les modèles proposés. C'est l'enseignant qui prendra en charge la verbalisation du motif de base et de la règle appliquée.

Variables didactiques

- Le type de motif répétitif ou évolutif.
- La structure du motif évolutif en utilisant deux termes :

 - expansion des deux termes : A B AA BB AAA BBB AAAA BBBB OU A BB AAA BBBB AAAAA ;
 - expansion sans commencer par un seul élément : AAA BBB AAAA BBBB AAAAA BBBBB.
- Le type de tâche : décrire un motif, reproduire un motif, identifier le motif de base, compléter un motif, prolonger un motif, repérer une erreur dans un motif, créer un motif, communiquer à quelqu'un la règle de fabrication d'un motif.
- L'utilisation d'un cache ou éloignement dans l'espace du modèle avec le motif avec un ou plusieurs trajets.
- La variété du matériel, le nombre d'éléments du motif de base, le nombre de répétitions du motif de base.
- La flexibilité de la représentation en variant les orientations (horizontale, verticale, ligne brisée, en 2D).

Procédures à acquérir

- Observer un motif.
- Repérer la structure d'un motif.
- Mémoriser le motif de base.
- Reproduire et compléter un motif à partir du motif de base et d'une règle d'évolution (motif évolutif).

Déroulement de la séquence

Situation de référence

Phases	Illustrations	Commentaires
1		L'élève observe le modèle.
2		Il essaie de reproduire le modèle caché. Il décrit les éléments du motif évolutif avant de procéder à la validation.
3		La validation est réalisée à l'aide du matériel par correspondance terme à terme.
4		Le motif de base est repéré et identifié sur le modèle. Il est décrit oralement.
5		Une trace écrite est proposée.

Séquence 1 – Décrire, verbaliser la structure d'un motif évolutif simple afin de le reproduire

Le professeur peut proposer de diversifier les types de motifs (visuels, sonores, kinesthésiques, etc.) de manière à répondre aux besoins de tous les élèves.

Séance 1 : repérer et décrire la structure d'un motif évolutif du type A B AA BB AAA BBB (Cf. FOCUS)



Séance 2 : reproduire un motif évolutif du type A B AA BB AAA BBB

Il s'agit de proposer des motifs gardant la même structure. Le professeur veillera à varier les couleurs, les formes, les objets ou la nature du motif (sonore, gestuel). Il peut également durant la séance demander aux élèves de prolonger le motif avec une ou deux étapes de plus. Les élèves peuvent réaliser l'activité en autonomie. La pratique autonome permet à l'élève de vérifier son propre niveau de compréhension. Elle permet une pratique plus intense, qui améliore la fluidité et favorise l'automatisation.

Le professeur reprend ensuite le motif proposé au début de la séance et revient avec les élèves sur ce qu'il faut savoir faire pour reproduire ce motif. Il prend appui sur la photographie du motif correctement reproduit et demande aux élèves d'entourer, sur la photographie, chaque étape de l'évolution du motif ou leur demande de le représenter.



Séance 3 : repérer et décrire la structure d'un motif évolutif du type A B A BB A BBB



Séance 4 : reproduire un motif évolutif du type A B AA B AAA B

Il s'agit de proposer des motifs gardant la même structure. L'enseignant veillera à varier les couleurs, les formes, les objets ou la nature du motif (sonore, gestuel).

Séance 5 : Repérer et décrire la structure d'un motif évolutif de type A B C AA BB CC AAA BBB CCC



Séance 6 : Reproduire un motif évolutif de tout type (Cf. FOCUS)



Séquence 2 – Identifier la structure d'un motif évolutif indépendamment des éléments physiques qui le composent à l'aide d'objets tangibles

Cette séquence représente environ 3 séances à mener en atelier guidé en fonction des besoins des élèves.

L'objectif est de transposer un motif évolutif proposé par le professeur. Le professeur peut proposer un motif avec des objets et l'élève doit le transposer en utilisant d'autres objets.

Séquence 3 – Reconnaitre parmi quatre motifs (répétitifs et/ou évolutifs) ceux qui ont la même structure

Le nombre de séances en ateliers guidés dépend des besoins des élèves.

Séquence 4 – Créer des motifs (répétitifs ou évolutifs) de différentes natures sans amorce

Le nombre de séances en ateliers guidés dépend des besoins des élèves.

Il s'agit de permettre à l'élève d'être capable de construire puis de décrire oralement une règle de fabrication d'un motif.

Observation et évaluation

Le professeur pratique un suivi régulier de l'évolution des progrès et des acquis de ses élèves.

Il porte son attention sur la capacité de l'élève à mémoriser, verbaliser, reproduire la structure d'un motif évolutif.

Focus sur la séquence 1 – Séance 1

Objectif

Décrire, verbaliser la structure d'un motif évolutif simple afin de le reproduire

Matériel

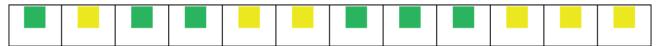
- Une boite contenant des cubes de couleurs par élève (ou des Jetons de couleurs)
- Des bandes avec les modèles
- Un cache (en papier, un rouleau de papier essuie-tout (pour la situation des tours)

Variables didactiques

- La longueur du motif.
- Le nombre d'éléments dans le motif de base.
- Éloignement de la bande modèle ou le cache sur le modèle.

Modalité

En groupe classe puis en groupe de 4 à 6 élèves pour favoriser les interactions et la verbalisation. Les autres élèves effectuent des tâches différentes (autonomes et/ou avec l'ATSEM, individuelles ou en petits groupes, préparées et organisées par le professeur en lien afin d'automatiser des apprentissages antérieurs).



Temps 1 – Définition des objectifs et mise en réussite

Le professeur expose les objectifs d'apprentissage et attire l'attention des élèves sur ce qui leur sera demandé. Il réactive les connaissances préalables en interrogeant les élèves : « Vous savez reproduire un motif répétitif »/« Vous savez décrire un motif répétitif »/« Vous êtes capable de vérifier si la reproduction de votre motif est réussie en comparant avec le modèle jeton par jeton. ». Il utilise le référentiel commun pour montrer les apprentissages antérieurs (années précédentes, périodes précédentes).

« Lors de cette séquence, vous allez apprendre à mémoriser un motif qui évolue pour réussir à le reproduire. »

L'élève pratique une écoute et une observation actives.

Le professeur présente le motif évolutif (ABAABBAAABBB, cette formalisation n'est pas attendue des élèves) et présente la consigne : « Vous allez observer un nouveau modèle de motif. Regardez bien le modèle car je vais le cacher. Quand le modèle sera caché, vous devrez le reproduire en utilisant vos cubes. ».

L'élève observe le modèle, puis essaie de le reproduire une fois qu'il est caché par l'enseignant.

Le professeur observe les procédures des élèves, les erreurs et les réussites pour pouvoir s'appuyer dessus lors des séances suivantes.

Il montre ensuite de nouveau le motif et explique comment il procède pour le mémoriser et le reproduire. Par exemple : « Je remarque qu'il n'y a que deux couleurs de cubes, un cube vert et un cube jaune. Les deux premiers cubes (jaune et vert) forment le motif de base. D'habitude, le motif se répétait de façon identique, mais ici je constate une variation : à chaque répétition, on ajoute un cube jaune supplémentaire et un cube vert supplémentaire. Les couleurs reviennent toujours dans le même ordre, mais la quantité de cubes augmente progressivement. En résumé, à chaque fois, j'ajoute un cube de plus pour chaque couleur. ». Le professeur cache ensuite le motif.

« Comme le modèle est caché, je dois me rappeler le motif de base (les différentes couleurs) et la façon dont le motif évolue (augmentation progressive du nombre des cubes). Ainsi, je peux reproduire le motif sans regarder le modèle, en respectant le motif de base et la règle. »

Au fur et à mesure de son explication, **le professeur** questionne les élèves : « Que remarquez-vous à propos des cubes verts ? des cubes jaunes ? Alors que dois-je faire maintenant ? Quelle sera la prochaine étape ? », etc.

L'élève pratique une écoute active et répond aux sollicitations du professeur.

Temps 2 - Mise en activité différenciée des élèves

Le professeur propose maintenant aux élèves de reproduire le même motif à leur tour. Il leur laisse le temps de verbaliser le motif avant de le cacher. Il soutient la verbalisation des élèves, il n'attend pas que les élèves emploient les mots « motif de base », « règle » mais n'hésite pas à reformuler avec ce vocabulaire. Ensuite il cache le motif et demande aux élèves de le reproduire, de nouveau il fait verbaliser les élèves et soutient leur verbalisation. Le professeur enlève le cache puis demande aux élèves de valider leur production en la comparant au modèle. (5minutes)

Le professeur prend des photos de l'activité des élèves pour garder une trace qui sera utilisée lors des prochaines séances.

L'élève verbalise la structure du motif pour consolider sa mémorisation puis il reproduit le motif lorsque celui-ci est caché en verbalisant ses actions. Il valide sa production en comparant son motif à celui du modèle. Si besoin, il reproduit le motif avec le modèle visible en verbalisant la règle avec l'aide de ses camarades et du professeur.

Différenciation

Le professeur autorise les élèves qui le souhaitent à soulever le cache une ou deux fois selon leurs besoins ou à se déplacer pour visualiser le modèle positionné à distance. Il peut demander à certains élèves de prolonger le motif d'une ou deux étapes.

Pour des élèves qui n'arriveraient pas à visualiser le motif de base et/ou la règle, le professeur transpose, avec les élèves, le motif proposé en un **motif gestuel**. Par exemple, il remplace le « cube vert » par « taper des mains » et le « cube jaune » par « taper sur les genoux » en l'indiquant aux élèves. Il demande aux élèves de reproduire le motif étape par étape avec lui avec pour objectif de mettre en évidence le motif de base (taper des mains puis taper sur les genoux) et la règle d'évolution (alterner les gestes taper dans les mains et taper sur les genoux en ajoutant le geste **une fois de plus** à chaque alternance).

Temps 3 – Institutionnalisation, retour réflexif

Le professeur synthétise, avec les élèves, ce qu'il faut retenir et annonce de manière très brève la prochaine séance.

Focus sur la séquence 1 – Séance 6

Temps 1 – Objectifs et mise en réussite

Le professeur expose les objectifs d'apprentissage et attire l'attention des élèves sur l'activité qu'ils vont devoir réaliser. Il réactive les connaissances préalables : « Vous avez à la dernière séance reproduit un motif évolutif. »/« Vous avez trouvé ce qui se répète et comment la suite évolue pour la reproduire »/« Durant cette séance, vous allez essayer seul de reproduire un autre motif à votre tour.

Temps 2 - Mise en activité différenciée

Le professeur, sans aider les élèves dans l'accomplissement de l'exercice, continue de superviser l'activité en faisant verbaliser, en donnant des retours, en reformulant, etc.

L'élève réalise, lorsque cela est envisageable, les exercices sans l'aide du professeur.

Différenciation

Groupes 1 et 2 : les élèves dont les apprentissages sont à renforcer

Si certains élèves ne parviennent pas à percevoir visuellement les motifs de base proposés et/ou les règles d'évolution, **le professeur** gagnera à varier les modalités de perception.

Exemple pour un motif évolutif de type A B AA B AAA B AAAA B:

Motif de base : cube rouge/triangle jaune

Règle d'évolution : on augmente le nombre de cubes rouge de 1



Transposition avec un motif gestuel:

Remplacer le cube rouge par taper dans ses mains et le triangle jaune par lever les bras.



Groupe 3 « avancé »

Le professeur propose dans un premier temps des motifs avec des cubes et des jetons pour aller ensuite vers des motifs de plus en plus élaborés avec différents types de matériels :

- des colliers de perles avec extrémité fixée (Le collier de perles peut être un obstacle pour percevoir visuellement les régularités de l'organisation linéaire car il peut s'enrouler)
- des cubes sur des pics à brochette (avantage ne s'enroule pas pour avoir une vision linéaire de l'algorithme)
- des abaques

Groupe 4 « expert »

Le professeur propose des motifs évolutifs de différentes natures de plus en plus élaborés pour développer la flexibilité des élèves avec différents types de matériels :

- des abaques avec accumulation sur une tige
- des abaques en utilisant plusieurs tiges en lien avec la construction de la bande numérique



OU



- des grilles en plastique permettant des activités de pavage
- des solides
- des ours en plastique :



Temps 3 – Institutionnalisation et retour réflexif

Le professeur synthétise, et explicite avec les élèves, les procédures à retenir, il s'appuie sur les traces écrites construites tout au long de la séquence :

- Observer et analyser le motif complet
- Repérer la structure du motif
- Mémoriser le motif de base.
- Mémoriser la transformation du motif de base.

Il annonce de manière très brève la prochaine séquence.

Point de vigilance

Le professeur propose autant de séances consécutives que de besoin en fonction de la compréhension et/ou réussite des élèves pour leur permettre de s'exercer mais également plusieurs séances à distance les unes des autres pour se remémorer et stabiliser l'apprentissage.

Le professeur peut travailler la transposition d'un motif pour mettre en évidence le passage à l'abstraction et montrer que la structure du motif est bien indépendante des objets, gestes, sons qui la composent. La règle restant toujours la même. Par exemple : transposer un motif évolutif gestuel, en un motif visuel (avec des formes géométriques), en un motif symbolique (dessiné par exemple avec des barres, des croix, des cercles). L'exercice inverse pourrait être proposé.

Interdisciplinarité

Français : utilisation du vocabulaire pour décrire des motifs (« avant », « après », « alternance », « répétition », « de plus »).

Agir, s'exprimer, comprendre à travers l'activité artistique : création de motifs dans des activités plastiques (collages, peinture, dessins, graphisme, etc.) et musicales (rythmes, etc.).

Agir, s'exprimer, comprendre à travers l'activité physique : réalisation de motifs en mouvement à travers des jeux collectifs ou des chorégraphies.

Ressources

- Web série « Regards sur » les programmes de mathématiques de cycle 1
- Article de l'APMEP sur l'utilisation des Patterns en classe
 Piolti-Lamorthe C., Roubin S. et Trgalová J., « <u>Des patterns dans les classes!</u> », in APMEP Au fil des maths. N° 547. 22 mars 2023
- Article de l'APMEP sur les suites logiques en maternelle Lemaire S., « <u>Suites logiques en maternelle</u> », in APMEP Au fil des maths. N° 547. 15 avril 2023
- Document du CSEN L'enseignement explicite : de quoi s'agit-il, pourquoi ça marche et dans quelles conditions ?

Proposition de séquence n° 2 – Construire la bande numérique jusqu'à 10

En maternelle et au cycle 2, les apprentissages portent sur la cardinalité (le nombre comme quantité) et l'ordinalité (le nombre comme rang ou position). Toutefois ces deux dimensions ne couvrent qu'une partie des significations possibles des nombres. Ainsi, la dimension nominale du nombre correspond, par exemple, à son usage comme nom, étiquette ou code, sans lien avec une quantité ou un ordre (code PIN, numéro de téléphone, etc.).

Objectifs

- Positionner des représentations des nombres inférieurs ou égaux à dix dans les premières cases de la bande numérique.
- Placer un objet dans une case correspondant à une position donnée.
- Compléter une bande numérique lacunaire.

I Éléments de progression

Âge/niveau	Progressivité
Avant 4 ans	Comprendre que :
	- si on ajoute un objet à une collection, le nombre qui désigne sa quantité est le suivant dans la suite orale des noms des nombres ;
	- dans la suite orale des noms des nombres, chaque nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent.
	Connaître la comptine numérique de un à six.
À partir de 4	Poursuivre la compréhension des faits suivants :
ans	 si on ajoute un objet à une collection, le nombre qui désigne sa quantité est le suivant dans la suite orale des noms des nombres;
	- dans la suite orale des nombres, chaque nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent.
	Connaître la comptine numérique de un à douze.
	• Se familiariser avec le début de la bande numérique.
À partir de 5	Poursuivre la compréhension des faits suivants :
ans	 si on ajoute un objet à une collection, le nombre qui désigne sa quantité est le suivant dans la suite orale des noms des nombres;
	- dans la suite orale des nombres, chaque nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent ;
	- connaître et utiliser la comptine numérique jusqu'à trente ;
	- construire la bande numérique jusqu'à dix.

Enjeux pédagogiques

- Comprendre que les nombres suivent un ordre, toujours le même, et se succèdent selon un écart constant, équivalent à un.
- Comprendre que le nombre sert à exprimer une quantité mais aussi à repérer une position dans un dispositif ordonné, à condition d'avoir choisi un point de départ et un sens de parcours
- Se familiariser avec la bande numérique.
- Commencer à passer du concret à l'abstrait à l'aide d'un outil de transition : la bande numérique.
- Amener les élèves à apprendre à situer sur un espace les relations des nombres entre eux.
- L'addition, d'abord vue comme un ajout de quantité, est aussi présentée comme un déplacement. Cette double perception du nombre quantité et position permet de résoudre des problèmes variés (ajout/retrait ou déplacement), tout en mobilisant une même procédure opératoire.

Éclairage de la recherche

Dès la maternelle, la recherche montre que la bande numérique, sur laquelle chaque case correspond à un nombre, aide les enfants à progresser en arithmétique. Elle aide notamment à comprendre que tous les nombres entiers 1, 2, 3, etc. sont ordonnés et également espacés (acquisition d'une représentation linéaire des quantités); que plus un nombre est grand, plus il se situe vers la droite; et qu'additionner ou soustraire correspondent à des déplacements à droite ou à gauche sur cette bande numérique. Les jeux de plateau, type « jeu de l'oie » ou « petits chevaux », où l'on avance un personnage dans l'espace, d'un nombre de cases correspondant à un coup de dés, facilitent la compréhension de la bande numérique. Les enfants qui y jouent progressent plus vite que les autres en mathématiques.

Note de CSEN (février 2022 n° 5 – pages 2 et 3) Évaluer la compréhension des nombres décimaux et des fractions : Le test de la ligne numérique.

Michel Fayol: Enseigner la construction du nombre et la résolution de problèmes (1 h 10 à 1 h 15).

Démarche d'enseignement

La bande numérique utilisée collectivement, c'est-à-dire avec la classe ou un groupe d'élèves, est de plus grande taille afin de faciliter la lecture. Elle est conçue pour être visible par tous. Elle peut permettre de garder certaines informations très souvent nécessaires : une pince à linge verte peut repérer, sur la case 23, le nombre d'élèves de la classe, une pince orange, le nombre d'élèves présents. On utilisera alors la bande numérique pour chercher le nombre d'absents, celui des élèves qui mangent à la cantine, etc. Elle peut également être utilisée lors d'activités autour de la résolution de problèmes.

Le professeur organise son enseignement en fonction des besoins préalablement identifiés.

La bande numérique constitue :

• un support pour mettre en relation les différents symboles verbaux (noms des nombres), analogiques (constellations, doigts) et écrits (écritures chiffrées). Les élèves vont utiliser cet outil pour apprendre à lire et à écrire les écritures chiffrées. La bande numérique va permettre à l'élève de retrouver le nom d'un nombre en se récitant la comptine ou de préciser son écriture. Exemple : l'élève pose son doigt sur la case repérée, puis, de l'autre main, compte toutes les cases depuis la case 1. C'est la raison pour laquelle les bandes ne commencent pas à 0. Il peut aussi commencer à partir du dernier nombre connu ;

- une aide pour quantifier une collection, soit en pointant les cases au fur et à mesure du dénombrement, soit en posant les objets sur les cases de chaque nombre écrit. Elle est donc un outil pour compter, sur compter, décompter, dénombrer ;
- un moyen d'appréhender l'organisation et la régularité de la suite des nombres écrits : chaque nombre correspond à une position sur la bande, il est le précédent ou le suivant d'un autre. Un nombre situé « plus loin » sur la bande numérique est plus grand qu'un nombre qui le précède. L'élève peut commencer à imaginer que la suite des nombres se prolonge autant qu'on le veut et, en tout cas, qu'elle ne s'arrête pas au dernier nombre connu ;
- un moyen pour chaque élève de repérer ce qu'il sait, les progrès qu'il a pu accomplir et ce qu'il lui reste à apprendre : pour cela, il peut indiquer sur sa bande à l'aide d'un trombone, jusqu'où il connaît la suite des nombres, en sachant que l'enseignant peut l'interroger à tout moment. Elle est donc un outil d'auto-évaluation.

Point de vigilance

La fréquence d'utilisation de la bande numérique amènera les élèves à s'y référer spontanément. Au-delà de son rôle dans la lecture et l'écriture des nombres ou comme support d'évaluation, la bande constitue également un outil d'observation des régularités (voir liaison avec le CP).

Déroulement de la séquence

Prérequis

Le travail proposé en séquence 1 vient à la suite d'une première familiarisation avec la bande numérique travaillée lors de l'année précédente en s'arrêtant à 6.

Séquence 1 – Réinvestir les connaissances sur la bande numérique jusqu'à 6 et la compréhension de la notion de rang jusqu'à 6 (période 1)

Le travail peut s'effectuer autour de situation de référence comme « L'oiseau sur le portail » pour réinvestir la compréhension de la notion de rang (cf. fiche « Découvrir et utiliser les nombres (à partir de 4 ans ou dès que les apprentissages précédents ont pu être observés »).

La bande numérique peut être retravaillée à l'occasion de situation de référence demandant d'exprimer une quantité par une écriture chiffrée. (cf. fiche « Découvrir et utiliser les nombres à partir de 4 ans ou dès que les apprentissages précédents ont pu être observés »).

Séquence 2 – Construction d'une « bande numérique » à partir de boites à nombres jusqu'à 10 (période 2)

Les élèves classent différentes collections d'objets selon leur quantité. Ces collections de 1 à 10 objets sont placées dans des sachets puis dans des boites appelées boites aux trésors. Dans une même boite, les différents sachets sont réunis par la relation même quantité que – autant que.

Séance 1 – Construction de boites à nombres à partir de collections jusqu'à 10

Associer chaque collection d'objets de quantités différentes à un nombre à l'oral, avec une représentation analogique (constellations du dé, doigts), avec une représentation symbolique (écriture en chiffre).

Séance 2 – Construction des boites à nombres avec des représentations jusqu'à 10

Trouver la bonne boite : à partir des boites constituées lors de la séance 1 et d'une situation-problème, il s'agira d'associer chaque collection d'objets, de quantité différente, à un nombre représenté soit de manière analogique (constellations du dé, doigts), soit de manière symbolique (écriture chiffrée). Cf annexe séquence 2.

Séance 3 – Construction d'une bande numérique « réelle » à partir des boites à nombres

Cf annexe séquence 2 (Trace écrite +photo de la bande numérique des boites à nombres).

Séances courtes d'entrainement (activités ritualisées) – Jeux de marchands

L'élève doit aller chercher le sachet de trésors contenant le nombre de trésors commandé oralement par un de ses camardes.

L'enseignant demande et accompagne les élèves à verbaliser leurs procédures pour trouver la bonne boite :

- reconnaissance immédiate de l'écriture chiffrée ;
- utilisation de la bande « boite à nombres », comme s'il s'agissait d'une bande numérique, pour associer une écriture chiffrée à un nom de nombre à partir de un ou d'un nombre connu.

Séquence 3 – Connaître la suite écrite des nombres jusqu'à 10 (période 2)

Positionner différentes représentations de nombre (dés, doigts, écritures chiffrées, représentation avec des abaques) dans les premières cases de la bande numérique.

Séance 1 – Trouver le nombre manquant dans la suite des nombres avec les cartes doigts

L'objectif visé est d'amener les élèves à comprendre que chaque nombre s'obtient en ajoutant un au nombre précédent.

Séance 2 – Trouver le nombre manquant dans la suite des nombres avec les cartes constellations

Séance 3 – Trouver le nombre manquant dans la suite des nombres avec les cartes écriture chiffrée

Réaliser la trace écrite des séances 1 à 3 cf. annexe séquence 3

Séances courtes d'entrainements (activités ritualisées)

- Jeu du nombre caché.
- Donner le nombre précédent et le nombre suivant.

En parallèle des séquences 2 et 3, dès lors que l'élève a construit la cardinalité des nombres suivants (de 7 à 10) le professeur poursuit le travail autour de la compréhension de la notion de rang en utilisant par exemple la situation de référence « L'oiseau sur le portail » en ajoutant progressivement un barreau de plus au portail. (cf. fiche « Découvrir et utiliser les nombres (à partir de 4 ans ou dès que les apprentissages précédents ont pu être observés »).

Séquence 4 – Avancer ou reculer sur la bande numérique jusqu'à 10 (période 3)

Réaliser une collection contenant un objet de plus ou de moins qu'une collection

L'objectif de cette séquence, qui s'articule en plusieurs séances, est de consolider le lien entre cardinalité et ordinalité. Elle amène les élèves à comprendre que l'ajout d'un objet à une collection fait évoluer le nombre qui la désigne vers le suivant dans la suite orale des nombres.

- Séance 1 Réaliser le jeu de l'escalier en salle de motricité (cf. annexe séquence 4)
- Séance 2 Réaliser le jeu de l'escalier en classe avec des petites briques
- Séance 3 Réaliser des jeux d'association et une trace écrite à partir d'une comptine (cf. annexe séquence 4)
- Séances courtes d'entrainements (activités ritualisées) Jeu du nombre caché

Séquence 5 – Reconstruire et utiliser la bande numérique jusqu'à 10 (période 4)

Séance 1 – Placer un objet dans une case correspondant à une position donnée

(Cf. annexe séquence 5)

Un élève reçoit une pince à linge et une bande numérique vierge orientée avec une origine repérée par une gommette. Il doit placer sa pince à linge dans la même position que sur la bande numérique modèle (vierge aussi). La bande modèle est placée à distance : elle n'est pas visible depuis la place occupée par l'élève. En fin d'activité, L'élève contrôle sa réponse en réalisant la correspondance terme à terme entre la bande modèle et sa bande numérique.

Séance 2 – Positionner des nombres écrits en chiffres dans les cases de la bande numérique

(Cf. annexe 1 et 3 – séquence 5)

Chaque élève dispose des cartes contenant les écritures chiffrées des nombres de 1 à 10 dans une barquette ainsi qu'une bande numérique vierge orientée. Il doit reconstituer sa bande numérique en posant les cartes de sa barquette dans les cases vides. Il contrôle sa réponse par correspondance terme à terme avec une bande numérique modèle complète.

Séance 3 – Compléter une bande numérique lacunaire (Jeu de la réussite)

(Cf. FOCUS).

Séquence 6 – Utiliser la bande numérique dans différents contextes (période 5)

Verbaliser la procédure permettant de déterminer la position résultant d'un avancement ou d'un recul à partir d'une position initiale (jeu de la piste).

Les élèves jouent au jeu de la piste sur un parcours rectiligne avec des cases numérotées et de mêmes tailles. Le but du jeu est d'être le premier joueur à faire parvenir exactement son pion sur la case 10. Les élèves jouent avec un dé traditionnel. Pour faire évoluer le jeu, une face du dé peut être cachée l'élève choisira alors le nombre de points qu'il souhaite (par exemple pour arriver juste sur la case 10). L'enseignant peut entourer une case (supérieure ou égale à 4) : quand l'élève arrive sur cette case, il tire une carte (1, 2 ou 3) et recule du nombre de cases indiqué par la carte.

Liaison avec le CP – Activité visant la liaison avec le CP (en fin de période 5)

Observation et évaluation

L'enseignant conçoit une grille d'observation afin de suivre les progrès des élèves. À partir des repères ainsi identifiés, il ajuste les activités et les tâches proposées pour répondre aux besoins de chacun et favoriser la poursuite des apprentissages.

La grille d'observation permettra d'évaluer si l'élève :

- compte à chaque fois de un en un :
 - en utilisant la comptine des noms des nombres cardinaux puis traduction avec un nombre ordinal ;
 - en utilisant la comptine des nombres ordinaux ;
- perçoit globalement la position (positions inférieures ou égales à 4);
- surcompte (doigts ou sur la bande numérique);
- utilise la notion de précédent et de suivant ;
- utilise des faits numériques.

Focus sur la séquence 5 — Séance 3 — Compléter une bande numérique lacunaire (Jeu de la réussite)

Afin de respecter le rythme d'apprentissage des élèves, cette séquence est composée des 4 temps cités dans l'introduction du livret.

Objectif

Compléter une bande numérique lacunaire.

Durée

20 min par temps.

Modalité

En groupe de 4 à 6 élèves pour favoriser les interactions et la verbalisation. Les autres élèves sont répartis en groupe avec des tâches différentes (autonomes et/ou avec l'ATSEM).

Matériel

Pour un groupe de 6 élèves :

- 6 bandes numériques vierges orientées à l'aide d'une gommette de couleur à gauche (cf. annexes 1 séquence 5) ;
- 6 bandes numériques complétées orientées à l'aide d'une gommette de couleur à gauche (cf. annexe 2 séquence 5) ;

• 12 lots de cartes représentant l'écriture chiffrée de nombres de 1 à 10 (6 lots imprimés sur un papier cartonné bleu/6 sur un papier cartonné rose) (cf. annexe 3 – séquence 5).

Variables didactiques

- Le nombre de cartes.
- Les types de représentation sur les cartes (dés, doigts si besoin avec au verso la représentation chiffrée du nombre correspondant pour faire le lien.
- La suite des nombres (1 à 10/5 à 10/1 à 12/3 à 12, etc.).

Procédures à acquérir

- Percevoir globalement la position (positions inférieures ou égales à 4).
- Compter de un en un.
- Surcompter (utilisation des doigts ou sur la bande numérique).
- Utiliser la notion de précédent et de suivant.

Temps 1 – Définition des objectifs et mise en réussite

Introduction de l'activité

Le professeur présente l'objectif d'apprentissage et attire l'attention des élèves sur ce qui leur sera demandé de manière à limiter les informations à maintenir en mémoire de travail : « Aujourd'hui nous allons apprendre les stratégies qui permettent de reconstruire la bande numérique de 1 jusqu'à 10 avec les écritures chiffrées des nombres ».

Il réactive les connaissances préalables pour faciliter les connexions entre des informations anciennes et nouvelles :

« Nous avions déjà appris à classer des quantités d'objets de 1 à 10, de la plus petite à la plus grande, en travaillant avec les boites à trésors. Sur chaque boite figurait une représentation de la quantité : une constellation du dé, des doigts et l'écriture chiffrée du nombre. Nous les avions ordonnées, de celle contenant le moins d'objets par sachet à celle en contenant le plus. Grâce aux activités rituelles, nous avions constaté que cette organisation facilitait le rangement rapide d'un nouveau sachet compris entre 1 et 10 objets. Elle nous permettait, et nous permet

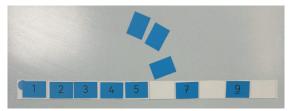
rapide d'un nouveau sachet compris entre 1 et 10 objets. Elle nous permettait, et nous permet encore aujourd'hui, de retrouver facilement un sachet correspondant à une quantité donnée. Nous avions également compris que la boite suivante contenait toujours un objet de plus, et la boite précédente toujours un objet de moins. »

« Nous avons appris la suite orale des nombres jusqu'à 10 puis nous avons appris à les identifier à les reconnaitre avec différentes représentations : les doigts, les constellations des dés, les écritures chiffrées des nombres ».

Le professeur fait verbaliser, reformuler. Puis, il énonce la consigne : « Sur votre bande numérique, les nombres ne sont pas encore écrits. Vous disposez des cartes bleues numérotées de 1 à 10 (cf. annexe 3). Vous devez reconstituer la bande numérique en plaçant les cartes dans l'ordre, sur la bande : 1, 2, 3, etc. Une fois que vous avez terminé vous vérifierez en comparant avec la bande numérique modèle placée au fond de la classe. » (cf. annexe 2)

ACQUISITION DES PREMIERS OUTILS MATHÉMATIQUES

Chaque élève reconstitue une bande numérique en posant de manière ordonnée sur sa bande numérique vierge 10 cartes bleues sur lesquelles sont écrits les nombres de 1 à 10. (cf. annexe 1 et 3)



Il vérifie par correspondance terme à terme avec une bande numérique modèle. (cf. annexe 2)

Enseignement de la procédure

Le professeur explicite la démarche : « Nous avons posé nos cartes bleues représentant les écritures chiffrées des nombres dans l'ordre de 1 jusqu'à 10. Maintenant je retourne les cartes. ». Désormais, la bande numérique comporte 10 cartes bleues face cachées.

Le professeur énonce : « Je vais reconstruire la bande numérique en partant de 1 et en m'arrêtant à 10. Cette fois-ci je vais utiliser les cartes roses qui sont placées dans cette barquette (cf. annexe 3). Je tire au hasard une première carte. C'est la carte 3. Où vais-je placer cette carte ? ».

Le professeur verbalise avec les élèves, reformule et explicite les procédures à acquérir :

« Je mets mon doigt sur la première case et je compte 1, 2, 3 » (comptage de un en un) ou « Je sais que 3 se situe ici » (perception globale)





« Je retourne ensuite la carte bleue. S'il y a le même nombre, j'ai réussi. Je pose la carte rose sur la carte bleue. Je continue en tirant une nouvelle carte rose dans la barquette. C'est la carte 7. Où vaisje placer cette carte ? »

Il laisse les élèves verbaliser et explicite les procédures à acquérir. « Je mets mon doigt sur la première case et je compte 1, 2, 3, etc. Je m'arrête à 7 » (comptage de un en un) ou « Je compte à partir de 3 jusqu'à 7 : 4, 5, 6, 7 » (surcomptage)



Tout au long de cette étape et afin de rendre **les élèves** actifs, le professeur par son questionnement ouvert incite les élèves à verbaliser leurs procédures.



Le professeur peut proposer une erreur afin d'inciter les élèves à verbaliser leurs procédures (« Cette carte est-elle bien placée ? Comment le sais-tu ? Comment peux-tu le vérifier ? »). Dans le cadre de cette activité, si l'élève se trompe (la carte bleue retournée permettant de valider le résultat) il replace la carte rose dans la barquette.



L'élève pratique une écoute active. Il répond au questionnement du professeur.

Temps 2 – Mise en activité différenciée des élèves

Le professeur propose de reprendre la même activité mais cette fois-ci chaque élève travaille individuellement sur une bande numérique vierge (cf. annexe 1).

Le professeur énonce les étapes de la consigne : « Vous allez ranger vos 10 cartes bleues dans l'ordre, de 1 jusqu'à 10 sur votre bande numérique orientée (cf. annexe 1). Lorsque vous avez fini, vous vérifiez avec la bande modèle puis vous retournez les cartes bleues qui doivent être face cachée. Vous tirez au sort une carte rose et vous la placez juste au-dessus de la carte bleue qui correspond au même nombre. Vous retournez alors la carte bleue pour vérifier. Si les deux cartes représentent le même nombre, vous posez la carte rose par-dessus la carte bleue.

Si la carte rose ne représente pas le même nombre que la carte bleue, alors vous replacez la carte rose dans la barquette et vous retournez la carte bleue face cachée sur la bande numérique. Le jeu s'arrête lorsqu'il n'y a plus de carte rose dans la barquette. »

L'élève reçoit une bande numérique vierge orientée (cf. annexe 1) et il dispose d'une collection de 10 cartes bleues et d'une collection de 10 cartes roses (cf. annexe 3).

Il reconstitue la bande numérique en positionnant les cartes bleues sur la bande numérique vierge. Après validation par correspondance terme à terme, **l'élève** retourne les cartes toujours dans l'ordre. L'écriture n'est plus visible.





Tout au long de l'activité, le professeur observe et note sur sa grille d'évaluation les stratégies des élèves. Il offre des rétroactions immédiates aux élèves par son analyse et en questionnant les élèves sur leurs procédures (« Comment es-tu arrivé(e) à cette position de carte ? Comment sais-tu que c'est la position est correcte ? Comment peux-tu vérifier ?).

Le questionnement permet à **l'élève** de verbaliser ses procédures et à l'enseignant de comprendre les procédures acquises, en court d'acquisition ou les obstacles rencontrés par l'élève.

À la fin de cette activité, **le professeur**, en prenant appui sur des exemples concrets fait verbaliser les procédures à acquérir par les élèves.

Lors des activités guidées, il veille à faire évoluer les procédures des élèves vers des stratégies de plus en plus expertes (efficaces et rapides).

ACQUISITION DES PREMIERS OUTILS MATHÉMATIQUES

Différenciation

Les élèves peuvent jouer par deux, côte à côte afin de ne pas lire les nombres à l'envers. Avant de retourner la carte bleue, les élèves doivent alors se mettre d'accord pour poser la carte rose. Chacun aura alors l'occasion de prendre conscience de l'utilisation d'une procédure commune, d'une procédure différente ou alors d'une procédure qui peut changer en fonction de la carte nombre.

Exemple de questionnement : « Peux-tu préciser ce que Livio vient de dire ? Raconte comment il fait. Explique comment tu fais. Êtes-vous d'accord ? Comment vous êtes-vous mis d'accord ? »

Dans un second temps, **le professeur** propose de reprendre l'activité mais cette fois-ci il n'y a plus que les cartes roses numérotées de 1 à 10 et la bande numérique sur laquelle les nombres de 1 à 10 sont fixes et écrits en gris (cf. annexe 2).

Il énonce la consigne : « Vous disposez vos cartes roses, face cachée et au hasard, sur votre bande numérique où les nombres apparaissent en gris.

Vous retournez ensuite une carte rose, celle de votre choix, et vous la placez à l'endroit qui correspond sur la bande numérique. Pour cela, vous déplacez la carte déjà posée afin de libérer la place.

Si, en prenant une carte rose, le nombre inscrit en gris sur la bande correspond à celui de la carte que vous souhaitez poser, c'est gagné : vous placez alors la carte face visible.

Puis, vous prenez la carte qui se trouve désormais dans votre main, vous la lisez et vous la positionnez à son tour au bon endroit. Le jeu continue ainsi jusqu'à ce que toutes les cartes soient retournées. »

Point de vigilance

La bande numérique déjà complétée peut empêcher les élèves de mettre les cartes au hasard : dans ce cas le professeur prépare la situation de jeu.

L'élève réalise la situation proposée. Lorsqu'un élève retourne une carte déjà bien placée, il en choisit une autre parmi les cartes cachées. Progressivement, il reconstitue ainsi la bande numérique. Il vérifie ses réponses en établissant une correspondance terme à terme en déplaçant les cartes audessus de la bande.

Différenciation

Le professeur accompagne les élèves qui en ont besoin afin de les amener progressivement à maitriser les procédures attendues.

Lors de la mise en commun, à partir d'exemples concrets, **l'élève** répond aux sollicitations de l'enseignant pour verbaliser ses procédures. Il écoute les procédures de ses camarades et interagit avec eux et le professeur.

Dans une troisième étape, **le professeur** propose de reprendre l'activité mais cette fois-ci la bande numérique est vierge (cf. annexe1).

Il énonce la consigne : « Vous disposez, au hasard et face cachée, les cartes sur votre bande numérique vierge.

Retournez ensuite une carte de votre choix et placez-la à l'endroit qui lui correspond sur la bande. Pour cela, prenez la carte déjà présente à cette place et gardez-la en main. Retournez alors cette nouvelle carte, puis placez-la à son tour à l'endroit approprié. Continuez de la même manière jusqu'à ce que toutes les cartes soient retournées.

À la fin, vous pourrez vérifier vos réponses en comparant avec la bande numérique modèle affichée au fond de la classe. » (cf. annexe 2)

Le professeur circule et accompagne les élèves qui en ont besoin pour donner encore, de courtes explications. Il observe, questionne pour identifier les procédures mises en œuvre par chacun des élèves.

L'élève reconduit seul cette activité mais cette fois-ci la bande numérique est vierge (cf. annexe 1 et 3). Il utilise les cartes représentant les écritures chiffrées des nombres de 1 à 10.

Temps 3 - Institutionnalisation

À partir d'exemples concrets le professeur revient sur les procédures à acquérir pour placer correctement la carte.

Par exemple, pour placer la carte où est écrit le nombre 7, je compte de un en un jusqu'à 7 en partant de la première case de la bande et je m'arrête à la 7e case.

- Si la carte 5 est déjà placée, je compte à partir de 5 jusqu'à 7 : 6, 7.
- Si la carte 6 est déjà placée, je sais qu'après 6 c'est 7, je pose la carte juste après 6.
- Si la carte 8 est déjà placée, je sais qu'avant 8 c'est 7, je pose la carte juste avant 8.

Le professeur synthétise, avec les élèves, ce qu'il faut retenir.

« Vous avez que les nombres écrits sur la bande numérique sont ordonnés du plus petit au plus grand. Ils sont tous espacés de la même manière : chaque nombre occupe une case. Pour savoir comment s'écrit le nombre 6, je déplace mon doigt sur la bande numérique en récitant la comptine des nombres de 1 jusqu'à 6. Le mot six s'écrit alors 6. Si je sais déjà où se trouve l'écriture en chiffre du nombre 3, je peux compter à partir de 3 pour atteindre 6 : 4, 5, 6. Certains nombres, comme 1, 2, 3 ou 4, sont immédiatement repérables car leur position « saute aux yeux ».

Temps 4 – Réinvestissement tout au long de l'année

Le professeur propose des exercices de réinvestissement des apprentissages abordés qui peuvent être mis en place sous forme d'activités rituelles tout au long de l'année (cf. annexe séquence 5 – séance 3).

Le professeur supervise les exercices, il circule, accompagne les élèves qui en ont besoin pour donner encore, de courtes explications. Il observe, questionne pour identifier les procédures mises en œuvre par chacun des élèves.

Focus sur la liaison avec le CP – Construction de la bande numérique individuelle par les élèves jusqu'à 30 (fin de période 5 – période 1 CP)

La connaissance de la bande numérique écrite chiffrée jusqu'à 30 n'est pas un attendu de fin d'école maternelle. Elle peut toutefois être envisagée comme un élément de transition avec le CP. L'enseignant de maternelle peut ainsi transmettre les bandes numériques construites par les élèves à l'enseignant de CP, créant ainsi du lien entre les deux cycles. Les élèves pourront, quant à eux, utiliser leur bande numérique dès le début de leur année de CP.

Le professeur peut proposer aux élèves de reconstituer une bande numérique à partir de morceaux de bandes se recouvrant partiellement et/ou avec des lacunes (ex. : une bande de 1 à 5, une bande de 6 à 10, une bande de 8 à 12, une bande de 11 à 1 - cf. annexe liaison CP).

Il peut verbaliser de la façon suivante : « Aujourd'hui nous travaillons sur la bande numérique. Regardez bien tous ces morceaux de bandes numériques. Vous devez les remettre dans l'ordre pour faire une seule grande bande de nombres qui part de 1 et qui s'arrête à 30. Parfois, il manque des nombres, il faudra que vous les écriviez. ».

Différenciation

Les bandes numériques sont progressivement allongées en fonction des capacités des élèves. Elles peuvent aller jusqu'à 30 afin de montrer que la suite des nombres se poursuit au-delà de ce qu'ils connaissent déjà. Toutefois, pour éviter de les décourager, elles ne dépasseront pas 30 en fin de maternelle.

Après le travail mené sur la bande numérique, la demi-droite graduée de zéro à 10 pourrait être envisagée pour certains élèves. Cette introduction, permettra de visualiser et comprendre que les nombres y sont espacés régulièrement.

Interdisciplinarité

Jeu de la piste

(Séquence 5) résolution problèmes.

Parcours lecteur

Les livres à compter offrent la possibilité de choisir des supports adaptés aux besoins des élèves. Plusieurs critères peuvent guider ce choix : le domaine numérique travaillé (quantité, ordre, mesure, etc.), le sens de la suite (croissante ou décroissante), les désignations utilisées (chiffres, constellations, etc.). Il convient également de prendre en compte la présence éventuelle d'un fil conducteur ou d'un récit.

- Dix petits amis déménagent, Mitsumasa Anno
- Maman! Marios Ramos
- Au lit dans 10 minutes! Peggy Rathmann
- Dix petites graines, Ruth Brown

- Le cinquième Ernst Jandl et Norman Junge
- La chevrette qui savait compter jusqu'à 10 Alf Proysen
- Je cherche les nombres dans l'art. Lucy Micklethwait
- Un tout petit coup de main. Ann Tompert
- 1,2, 3 Hoban Tana
- Dix petites coccinelles. Laura Huliska-Beith
- Le voyage de l'escargot. Ruth. Brown
- 1,2, 3, petits chats qui savaient compter jusqu'à 3 Michel Van Zeveren
- Dix petits amis déménagent. Mitsumasa Anno
- Le ventre de la bête. Delphine Chedru
- Dix professeurs à croquer. Ross Montgomery

Produire des écrits

Par exemple, dans le cadre d'un projet de réalisation d'un livre à compter.

Créer un livre à compter, seul ou en groupe, est un projet transversal qui peut s'inscrire dans toutes les matières scolaires. Il donne du sens à l'usage des outils numériques et permet de relier différents apprentissages. La réalisation individuelle implique l'élève dans diverses activités numériques adaptées à son niveau.

Avant de commencer, il est important de découvrir différents types de livres à compter : les imagiers de nombres, qui associent chaque quantité à ses représentations, et les histoires à compter, qui utilisent un récit pour montrer l'intérêt du comptage. Cette étude préalable permet aux élèves d'identifier les spécificités de ces livres par rapport aux albums traditionnels.

Ressources

- <u>La construction du nombre à l'école maternelle</u>, collection Guides fondamentaux, pp. 92,70-75,76-79, MENJ (2023)
- Note du CESEN Février 2022, nº 5

Proposition de séquence n° 3 – Utiliser le nombre pour résoudre des problèmes de partage « à partir de 5 ans »

Objectif

Déterminer la valeur d'une part dans un problème de partage équitable (avec éventuellement un reste)

l Éléments de progression

Les problèmes de partage sont plus complexes que les problèmes d'ajout ou de retrait. Ils impliquent la notion de division, même si celle-ci n'est pas formalisée à ce niveau. À partir de 4 ans, les élèves commencent à aborder des situations de partage équitable où ils doivent distribuer une collection d'objets en parts égales.

Le niveau de difficulté d'un problème de partage dépend de plusieurs facteurs :

- les quantités à partager mises en jeu par le problème ;
- le nombre de parts à réaliser ;
- la possibilité d'utiliser ou non du matériel ;
- la présence ou non d'un reste.

Âge	Progressivité		
Avant 4 ans	Ce type de problème n'est pas à aborder avant 4 ans.		
	Recherche du tout dans un problème de groupements d'objets (nombres ≤ 6).		
	Situation 1 : « J'ai deux boites, il y a trois gâteaux dans chaque boite. Combien y a-t-il de gâteaux en tout ? »		
À partir de 4 ans	Recherche de la valeur d'une part dans un problème de partage équitable (nombres jusqu'à 6).		
	Situation 2 : « J'ai six gâteaux à partager entre mes deux poupées. Je veux que chaque poupée ait le même nombre de gâteaux. Combien de gâteaux va recevoir chaque poupée ? ».		
	Déterminer le tout dans un problème de groupement d'objets (nombres ≤ 10).		
	Situation 1 : « J'ai cinq boites, il y a deux gâteaux dans chaque boite. Combien y a-t-il de gâteaux en tout ? ».		
À partir de 5	Déterminer la valeur d'une part dans un problème de partage équitable (avec éventuellement un reste).		
ans	Situation 2 : « J'ai dix gâteaux à partager entre mes deux poupées. Je veux que chaque poupée ait le même nombre de gâteaux. Combien de gâteaux va avoir chaque poupée ? ».		
	Situation 3 : « J'ai huit gâteaux à partager entre mes trois poupées. Je veux que chaque poupée ait le même nombre de gâteaux. Combien de gâteaux va recevoir chaque poupée ? ».		

Enjeux pédagogiques

- Faire apparaître le nombre comme utile pour anticiper le résultat d'une action sur des quantités (augmentation, diminution, réunion, distribution, partage) ou sur des positions (déplacements en avant ou en arrière).
- Induire le développement informel du sens des opérations, même s'il n'est pas fait appel aux symboles qui les représentent.
- Développer des compétences transversales comme la maitrise du langage, l'inventivité et la curiosité intellectuelle, mais aussi le plaisir de chercher.
- Faire vivre aux élèves un maximum d'expériences concrètes en lien avec des situations langagières permettant de s'approprier le vocabulaire et la syntaxe qui serviront de point d'appui lors des résolutions de problèmes ultérieures.
- Développer un rapport positif aux mathématiques et favoriser l'égalité entre les filles et les garçons. Renforcer la confiance en soi de chaque élève et, par là-même, sa capacité à réussir et à se projeter avec confiance dans les apprentissages fondamentaux de l'école élémentaire et audelà.

Éclairage de la recherche

Compréhension intuitive et résolution informelle de problèmes de multiplication et de division

Avant même de recevoir un enseignement formel sur la multiplication et la division, les enfants développent une compréhension intuitive de ces opérations à travers leurs expériences quotidiennes. Ils sont confrontés à des situations qui impliquent de regrouper des objets en ensembles égaux, de partager équitablement des objets entre plusieurs personnes.

Ces expériences leur permettent de construire progressivement des schémas d'action et de raisonnement sur les situations multiplicatives. Par exemple, un enfant peut comprendre que s'il y a trois paquets de quatre biscuits, il y a plus de biscuits que s'il y a seulement deux paquets de quatre biscuits. De même, il peut comprendre que s'il doit partager équitablement douze bonbons entre trois enfants, chaque enfant recevra moins de bonbons que s'il devait les partager entre seulement deux enfants.

Plusieurs études ont montré que les jeunes enfants sont capables de résoudre des problèmes simples de multiplication et de division, présentés sous forme d'histoires ou de manipulations d'objets, avant même de connaître les symboles et les procédures formelles de ces opérations. Par exemple, ils peuvent déterminer le nombre total d'objets dans plusieurs groupes égaux en utilisant des stratégies de comptage ou de groupement. Ils peuvent également partager équitablement un ensemble d'objets entre plusieurs personnes en utilisant des procédures de distribution un par un. Ces compétences précoces témoignent d'une compréhension intuitive des situations multiplicatives et constituent une base importante pour l'apprentissage ultérieur de la multiplication et de la division.

Verschaffel, L., Greer, B., & De Corte, E. (2007). Whole number concepts and operations. In F. K. Lester (Ed.), Second handbook of research on mathematics teaching and learning (pp. 557–628). Information Âge Publishing.

Démarche d'enseignement

Cette séquence concerne les problèmes de partage équitable d'une collection en parts égales. La quantité totale de la collection et le nombre de parts sont connus. Les élèves doivent chercher la valeur d'une part, avec ou sans reste. Les élèves doivent comprendre les contraintes de la situation : à l'issue du partage toutes les parts doivent être égales et le nombre d'éléments restants ne doit plus permettre de partage égal. La notion de reste est introduite dans une situation de partage en parts égales.

À l'école maternelle, l'objectif est de faire vivre des situations de partage avec du matériel pour s'en forger une première image mentale qui sera mobilisée lors des situations d'apprentissage de la division à l'école élémentaire. Les premiers partages proposés ne demandent pas de réaliser des parts égales afin que les élèves puissent rencontrer diverses situations et de pouvoir mettre en évidence la contrainte d'obtenir des parts égales.

Prérequis

- Dénombrer une collection d'objets (jusqu'à dix, voire au-delà).
- Indiquer oralement la quantité d'une collection.

Situation de référence

Deux poupées sont positionnées sur une table, avec une assiette devant chacune d'elles. L'enseignant déclare : « Je veux partager dix gâteaux entre mes deux poupées, pour que chacune reçoive le même nombre de gâteaux. » L'élève, qui dispose de dix jetons symbolisant les gâteaux, doit déterminer combien de gâteaux chaque poupée va recevoir.

Variables didactiques

- Nombres en jeu :
 - plus ils sont grands, plus la situation est difficile;
 - le nombre d'objets à partager est un multiple du nombre de parts ou non. Si le nombre d'objets est un multiple du nombre de parts, la procédure de distribution assure d'obtenir des parts égales et aucun objet restant.
- Présence ou absence de matériel.
- Présentation du problème : mise en scène de la situation avec du matériel ou des images.
- Situation de référence du problème : varier les situations de référence et les objets permettra aux élèves de construire une représentation mentale du partage indépendante du contexte.

Procédures à acquérir

Pour réaliser le partage.

- Essai de partage, contrôle de l'équité des parts et réajustement.
- Distribution un à un des objets.
- Distribution par paquets d'objets (par exemple, distribution deux à deux).
- Utilisation des doigts ou d'autres représentations (dessins, par exemple) pour simuler la distribution.

 Stratégie proche du calcul pour déterminer le nombre d'objets dans chaque part (procédure possible dans le cas de petites quantités, par exemple, partage de 6 jetons en 2 parts égales, si le 6 est représenté en constellation de dés, l'élève peut reconnaitre 3 jetons et 3 jetons.

Pour contrôler que les parts sont égales.

- Reconnaissance globale des petites quantités.
- Par comptage de un en un.

Observation et évaluation

Dès la conception de la séquence, l'enseignant élabore une grille d'observation qui lui permet de suivre les progrès de chaque élève. Cette évaluation positive, ainsi menée par l'observation puis l'interprétation des progrès au fil de l'eau et au gré de situations aménagées, permet au professeur d'adapter les activités et tâches proposées en fonction des besoins de chaque enfant pour qu'il continue à progresser au sein du groupe.

La grille d'observation permet d'évaluer si l'élève :

- comprend la situation de partage en proposant une distribution équitable ;
- utilise une procédure adaptée (distribution un à un, etc.);
- trouve la valeur de chaque part ;
- identifie la présence d'un reste éventuel;
- verbalise sa procédure.

Déroulement de la séquence

Au cours d'une séquence précédente, les élèves ont résolu des problèmes de groupements où toutes les parts étaient égales. À cette occasion, ils ont cherché le tout en connaissant le nombre de parts et la valeur d'une part.

- Séance n° 1 : réaliser un partage (en parts égales ou inégales) d'une collection d'objets avec deux contraintes.
- Séance n° 2 : déterminer la valeur d'une part dans un problème de partage équitable sans reste.
- Séance n° 3 : déterminer la valeur d'une part dans un problème de partage équitable avec reste.
- Séance n° 4 : déterminer la valeur d'une part dans un problème de partage équitable sans avoir accès à la manipulation.

Présentation synthétique de la séance 1

Objectif

Réaliser un partage (en parts égales ou inégales) d'une collection de gâteaux avec deux contraintes.

Cette séance sera également l'occasion de s'approprier le vocabulaire lié au contexte du problème : partager, distribuer, parts égales, parts inégales, d'expliquer la procédure qui a permis de trouver le résultat et d'utiliser des comparatifs : autant que, plus que, moins que.

Modalité

4 groupes de 2 élèves.

Durée

30 minutes.

Matériel

- 5 poupées et 5 assiettes
- 15 bouchons (symbolisant les gâteaux) par binôme

Situations proposées

Le problème énoncé par le professeur est le suivant : « Vous devez partager tous les gâteaux dans les cinq assiettes. Chaque assiette doit contenir deux, trois ou quatre gâteaux. Vous utiliserez les bouchons qui représentent les gâteaux. »

Le professeur reformule le problème en expliquant qu'on ne peut pas mettre plus de quatre gâteaux dans chaque assiette et pas moins de deux gâteaux.

Au cours de la mise en commun, le professeur vérifiera si les solutions proposées respectent les contraintes. Il s'agit de valoriser le fait que **ce problème a plusieurs solutions**. Le professeur peut présenter si besoin celles qui n'ont pas été trouvées en demandant aux enfants d'en contrôler la validité.

Dans ce problème, certains partages sont réalisés en parts inégales tandis qu'un seul est effectué en parts égales. L'objectif est de montrer que seul ce dernier correspond à un partage équitable, alors que les autres représentent des partages inéquitables.

Obstacles possibles

- L'élève rencontre des difficultés à s'engager dans la recherche, à faire des essais.
- L'élève ne prend pas en compte les contraintes liées à la taille des groupes.

Présentation synthétique de la séance 2

Objectif

Déterminer la valeur d'une part dans un problème de partage équitable sans reste.

Cette séance sera également l'occasion de s'approprier le vocabulaire lié au contexte du problème : partager, distribuer, parts égales, parts inégales, d'expliquer la procédure qui a permis de trouver le résultat et de parler des nombres à l'aide de leurs décompositions additives (« cinq et encore cinq cela fait dix ») et multiplicatives (« deux fois cinq font dix »).

Modalité

Groupe de 8 à 10 élèves.

Durée

30 minutes.

Matériel

- Deux poupées (ou images de poupées) et deux assiettes
- Dix bouchons par élève (symbolisant les gâteaux)

Temps 1 – Définition des objectifs et mise en réussite

Introduction de l'activité

Le professeur rappelle qu'un partage peut être équitable (partage en parts égales) ou inéquitable (partage en parts inégales). Il donne des exemples concrets en simulant un partage équitable puis un partage inéquitable de 6 gâteaux entre deux poupées (5 et 1 ou 4 et 2 par exemple).

Il présente l'objectif de la séance aux élèves : apprendre à déterminer combien de gâteaux reviennent à chaque poupée lorsque les gâteaux sont partagés de façon à ce que chacune en reçoive le même nombre et le plus grand nombre possible. Le professeur organise la classe en binômes. **Chaque binôme** reçoit un sachet de dix bouchons et deux petites assiettes.

Enseignement de la procédure

En mettant en scène la situation avec le matériel, **le professeur** déclare : « Je veux partager dix gâteaux entre mes deux poupées, pour que chacune reçoive le même nombre de gâteaux. Chaque poupée doit recevoir le plus possible de gâteaux. Combien de gâteaux va recevoir chaque poupée ? »

Avant de commencer à partager, **le professeur** explique qu'il doit réfléchir à ce qu'il va faire. « J'ai dix gâteaux en tout, et deux poupées. Je dois trouver comment faire pour que chaque poupée reçoive le même nombre de gâteaux. »

En utilisant le matériel, il explicite les procédures qui permettent de déterminer le résultat :

- distribution des bouchons un à un ou deux à deux ;
- utilisations de la connaissance des décompositions du nombre 10 : « Je sais que dix c'est cinq et encore cinq » « dix c'est deux fois cinq ».

Le professeur explique qu'il faut vérifier que toutes les contraintes sont respectées.

Il explicite les procédures pour contrôler que les parts sont égales :

- reconnaissance globale des petites quantités ;
- disposition spatiale des bouchons identique dans chaque assiette ;
- dénombrement des bouchons sur chaque assiette, mémorisation des nombres et comparaison.

Le professeur valide le résultat en utilisant le matériel puis avec les doigts de la main. Il attire l'attention des élèves sur le fait que « cinq et encore cinq cela fait dix » et reformule « deux fois cinq font dix ».

Temps 2 - Mise en activité différenciée des élèves

Le professeur distribue ensuite aux binômes constitués un sachet de six bouchons et trois petites assiettes.

Le professeur présente la nouvelle situation en la mettant en scène avec le matériel : « Je veux partager six gâteaux entre mes trois poupées, pour que chacune reçoive le même nombre de gâteaux. Chaque poupée doit recevoir le plus possible de gâteaux. Combien de gâteaux va recevoir chaque poupée ? »

L'élève doit déterminer combien de gâteaux chaque poupée va recevoir. Il dispose éventuellement de dix jetons symbolisant les gâteaux pour lui permettre de mettre en scène la situation avant de répondre à la question. L'élève est amené à résoudre le problème en prenant éventuellement appui sur la manipulation du matériel. Il explique comment il procède.

Pendant la recherche, il observe **les élèves** en les encourageant à verbaliser leurs actions et leurs raisonnements. Il rappelle, si nécessaire, les procédures à utiliser.

Une fois le partage terminé, il formule puis contrôle le résultat : « Combien de gâteaux y avait-il en tout à partager ? » « Combien chaque poupée a-t-elle reçu de gâteaux ? » « Est-ce que c'est un partage équitable, c'est-à-dire que chaque poupée a reçu le même nombre de gâteaux ? Comment faire pour le savoir ? » « Est-ce que tous les gâteaux ont été distribués ? » « Est-ce que l'on peut encore distribuer des gâteaux ? »

Le professeur valide le résultat en utilisant le matériel puis avec les doigts de la main. Il attire l'attention des élèves sur le fait que « trois et encore trois cela fait six » et reformule « trois fois deux font six. ».

Obstacles possibles

- L'élève rencontre des difficultés à s'engager dans la recherche, à faire des essais.
- L'élève ne prend pas en compte la contrainte de l'égalité des parts.
- L'élève réalise un partage en parts égales mais pas maximum : quatre gâteaux pour chaque poupée et il reste deux gâteaux.

Entrainement autonome

Le professeur explique que chaque élève va travailler seul(e). L'élève reçoit un sachet de huit bouchons et deux petites assiettes.

Le professeur présente une nouvelle situation en la mettant en scène avec le matériel : « Je veux partager huit gâteaux entre mes deux poupées, pour que chacune reçoive le même nombre de gâteaux. Chaque poupée doit recevoir le plus possible de gâteaux. Combien de gâteaux va recevoir chaque poupée ? »

Le professeur valide le résultat en utilisant le matériel puis avec les doigts de la main. Il attire l'attention des élèves sur le fait que « quatre et encore quatre cela fait huit » et reformule « deux fois quatre font huit. ».

L'élève est amené à résoudre le problème en prenant éventuellement appui sur la manipulation du matériel. Il écrit la réponse sur une ardoise. Une fois le partage terminé, il formule puis contrôle le résultat. Il explique à un camarade comment il a procédé pour réaliser le partage et vérifie qu'il est équitable.

Temps 3 – Institutionnalisation

Le professeur fait la synthèse des apprentissages réalisés au cours de la séance. Il fait un retour sur la procédure de distribution un à un ou deux à deux et sur le fait qu'il faut réaliser un partage équitable en utilisant le maximum de gâteaux.

L'élève explique les procédures qui ont permis de réaliser le partage en respectant les contraintes.

Temps 4 - Automatisation, réinvestissement, transfert

L'entrainement sera poursuivi tout au long de l'année pour consolider les apprentissages.

Le professeur propose des problèmes en variant le contexte dans le but de favoriser l'automatisation. Le fait que les problèmes soient censés être réalisés sans l'aide de l'enseignant ne signifie pas qu'en pratique celui-ci n'intervient jamais.

Ressources

- La construction du nombre à l'école maternelle, collection Guides fondamentaux, MENJ (2023). p 95.
- Regards sur les programmes : réponses aux questions sur la partie résolution problèmes.
- Fiches ressources résoudre des problèmes de produit et de partage.
- Vidéo de Pierre Esseyric : Manipuler en maths ? OUI mais...