MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE,
DE L'ENSEIGNEMENT
SUPÉRIEUR
ET DE LA RECHERCHE

Liberté
Égalité
Fraternité

Livret d'accompagnement de programme

Avant 4 ans

À partir de 4 ans

À partir de 5 ans

CP

CE1

CE2

CM1

CM2

6e

5e

4e

3e

Mathématiques

2025

Ce livret d'accompagnement du programme de mathématiques du cycle 2, publié au BOENJS du 31 octobre 2024 propose des ressources organisées sous la forme de fiches thématiques. Chaque fiche présente une séquence de classe, dans laquelle une ou plusieurs séances sont détaillées. Les exemples proposés abordent certaines priorités ou nouveautés des programmes scolaires.

Sommaire

Enjeux pédagogiques du cycle 2

En mathématiques, la priorité du cycle 2 est l'acquisition de connaissances et de savoir-faire solides sur la **numération**, le **calcul** et la **résolution de problèmes arithmétiques**. En effet, les mathématiques sont une discipline cumulative et ces apprentissages, qui s'appuient déjà sur ceux du cycle 1, constituent le socle indispensable sur lequel reposeront les apprentissages des cycles 3 et 4 pour ce qui concerne les nombres, le calcul et l'algèbre. Chaque année, les deux tiers du temps d'enseignement des mathématiques, au minimum, sont consacrés à la partie « Nombres, calcul et résolution de problèmes » du programme. » (**Programme de mathématiques de cycle 2, arrêté du 22-10-2024**).

La classe de CP joue un rôle essentiel dans les apprentissages fondamentaux, en introduisant les premiers principes du système de numération, notamment ses aspects positionnel et décimal, qui serviront ensuite à comprendre les grands nombres entiers jusqu'aux milliards, ainsi que l'écriture à virgule des nombres décimaux. La première séquence CE1 proposée dans ce document est consacrée à l'introduction des principes fondamentaux de notre système de numération dont la bonne compréhension est décisive pour la suite de la scolarité.

L'aptitude à résoudre des problèmes complexes est conditionnée par l'automatisation de tâches élémentaires qui permet de soulager la mémoire de travail et disposer ainsi des ressources cognitives suffisantes pour résoudre ces problèmes complexes. Parmi les procédures élémentaires à automatiser, il y a notamment des procédures de calcul mental qui permettent de traiter rapidement des calculs plus ou moins élémentaires de façon assurée. La deuxième séquence de ce document est un exemple d'une séquence dédiée à l'automatisation d'une telle procédure de calcul mental.

La résolution de problèmes est le cœur de l'activité mathématique. Le développement des compétences des élèves en résolution de problèmes doit s'appuyer sur un enseignement structuré qui permet non seulement d'acquérir des outils spécifiques pour soutenir la modélisation des problèmes, mais aussi de développer des aptitudes à faire des analogies entre un nouveau problème et des problèmes résolus précédemment. La troisième et dernière séquence de ce document est un exemple s'inscrivant dans la construction de cet enseignement structuré de la résolution de problèmes.

Recommandations pédagogiques et gestes professionnels associés

Une démarche d'enseignement structuré et progressif

Les recherches en sciences cognitives montrent que pour apprendre efficacement, les élèves doivent comprendre ce qui est attendu d'eux, identifier les obstacles cognitifs susceptibles de freiner leur progression, et disposer de stratégies adaptées pour les surmonter. L'enseignant joue alors un rôle clé en guidant les élèves, en structurant les savoirs, et en leur fournissant des outils concrets pour réussir. Toutefois, si cette démarche peut s'avérer particulièrement efficace, elle ne peut être mobilisée de manière systématique, quels que soient le contenu ou la situation d'enseignement. Son efficacité repose donc sur une mise en œuvre réfléchie, attentive aux spécificités de chaque situation d'apprentissage, des contenus enseignés et des profils d'élèves. Pour que cette approche produise pleinement ses effets, elle doit s'appuyer sur une capacité de l'enseignant à ajuster ses interventions et à différencier ses pratiques. C'est en conjuguant les apports des sciences cognitives avec une fine compréhension des besoins des élèves et une approche pédagogique souple et réactive que l'on crée les conditions d'un apprentissage à la fois efficace et durable.

La démarche d'enseignement illustrée dans les séquences de ce livret, se compose de quatre temps d'enseignement pour aider l'élève à passer de découvertes fortuites à des apprentissages structurés et transférables.

- Temps 1 – Définition des objectifs et mise en réussite
- Temps 2 – Mise en activité des élèves
- Temps 3 – Institutionnalisation, retour réflexif
- Temps 4 – Automatisation, réinvestissement, transfert

La place de l'erreur

Lorsque la réponse de l'élève est inexacte, il est essentiel de l'accompagner dans l'identification de son erreur afin qu'il puisse, par exemple, comprendre le principe mathématique en jeu ou améliorer son raisonnement logique. Le professeur favorise, encourage et accompagne la réflexion de l'élève en lui proposant des rétroactions régulières sur son activité, dans le but de le guider progressivement vers une meilleure compréhension de ses démarches.

La place et le rôle de la verbalisation par l'élève

Le professeur encourage et favorise la verbalisation et l'explication des objets d'apprentissage afin d'en assurer une meilleure compréhension et de développer ainsi la capacité à en reconnaitre les régularités. Il peut, par exemple, demander aux élèves de décrire ce qu'ils observent et de justifier leurs réponses.

Le suivi et évaluation des progrès des élèves

Suivre régulièrement la progression des élèves dans la compréhension des notions et dans le développement des compétences, non seulement par l'observation directe mais aussi par l'utilisation d'outils d'évaluation, permet d'ajuster les activités en fonction des acquis des élèves, en tenant compte de leurs progrès et de leurs difficultés.

Proposition de séquence n° 1 – Enseigner les fractions

Objectifs

Savoir interpréter, représenter, écrire et lire les fractions unitaires $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{10}$.

Dans cette séquence, les élèves représentent des fractions unitaires (fractions de numérateur égal à 1), interprètent des schémas, nomment des fractions et apprennent à utiliser les écritures « en chiffres ». Ils apprennent qu'un huitième d'un tout correspond à une part lorsque ce tout est partagé en huit parts égales et que la fraction $\frac{1}{8}$ d'un tout se lit « *un huitième* » de ce tout.

Éléments de progression

Niveau	Référence au programme et progressivité
CE1	**Les élèves étudient les fractions d'un tout :** une fraction exprime le rapport entre une partie et ce tout. Ils comprennent qu'une fraction représente une partie d'un tout divisé en parts égales. Ils apprennent à « interpréter, représenter, écrire et lire » des fractions dont le dénominateur est égal à 2, 3, 4, 5, 6, 8 ou 10. Ils **comparent** des fractions unitaires (de numérateur égal à 1) et des fractions de même dénominateur. Ils **additionnent et soustraient** des fractions de même dénominateur.
CE2	**Les élèves utilisent les fractions pour mesurer des longueurs** lorsque les entiers ne suffisent pas : une unité de longueur est partagée en fractions de cette unité. Le travail mené permet de positionner des fractions sur une bande-unité graduée afin de les comparer et d'établir des égalités. Les élèves interprètent, représentent, lisent, écrivent, additionnent, soustraient des fractions dont le dénominateur est inférieur ou égal à 12. Les fractions rencontrées sont inférieures ou égales à 1.

Proposition de programmation pour l'année de CE1

Séquences	Périodes
Séquence 1 : comprendre les mots « moitié », « demi » et « quart » dans différentes situations (un quart de disque désigne une partie du disque dans le cas d'un partage en quatre parts égales.).	1
Séquence 2 : interpréter, représenter, lire les fractions unitaires $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{10}$	**2**
Séquence 3 : interpréter, représenter, lire les fractions non unitaires inférieures ou égales à 1. **Séquence 4 :** comparer des fractions unitaires ou de même dénominateur.	3
Séquence 5 : additionner ou soustraire des fractions de même dénominateur.	4

En période 5, l'ensemble des objectifs du CE1 sur les fractions sont revus dans des cadres divers afin d'assurer la maitrise des compétences visées en amont du CE2.

Démarche d’enseignement

Lors de la **séquence 1**, les élèves ont rencontré des situations proches du quotidien et travaillé avec des objets tangibles : ils ont partagé des pommes, des rubans, des disques en cartons, des rectangles, etc. Ils ont appris à distinguer les partages en parts égales et en parts différentes. Les fractions ont été présentées comme des nouveaux outils mathématiques permettant de parler du réel : *un quart d’une pomme* désigne une partie de cette pomme dans le cas d’un partage en quatre parts égales, *une demi-heure* correspond à la moitié d’une heure (une partie dans le cas d’un partage d’une heure en deux parties de même durée). Les élèves ont appris à utiliser les mots « moitié », « demi » et « quart » en précisant le tout auquel ils font référence (un quart *de ruban*) et l’enseignant a pris des photographies pour garder des traces des situations vécues.

Dans la **séquence 2 développée** dans ce document, la compréhension des fractions est favorisée par la rencontre, la manipulation et l’interprétation des différentes représentations de ces nouveaux nombres. En effet, des recherches en didactique des mathématiques montrent l’importance de varier les modes de représentation des nombres dans l’apprentissage.

Parmi les représentations utilisées au cycle 2, on trouve :

- des représentations imagées : photographies, dessins, schémas ;
- la désignation orale des nombres (un quart) et leur écriture en toutes lettres ;
- l’écriture fractionnaire, « en chiffres » (comme $\frac{1}{4}$).

Dans la première partie de la séquence 2, sont introduites les fractions unitaires un tiers, un cinquième, un sixième, un huitième et un dixième, en plus des fractions un demi et un quart rencontrées en période 1. Les élèves apprennent à représenter les fractions étudiées dans des situations de partages de surfaces en parts égales. Ils apprennent à les nommer (« un quart de disque ») et les écrivent en toutes lettres pour garder des traces des activités.

Dans la seconde partie de la séquence 2, l’enseignant montre comment s’écrit une fraction « en chiffres » et explicite cette nouvelle représentation symbolique. Le moment où les élèves sont amenés à utiliser à leur tour l’écriture fractionnaire est présenté comme un événement : « un huitième » d’un tout s’écrit $\frac{1}{8}$ et correspond à une part du tout lorsque le tout est partagé en huit parts égales.

Déroulement de la séquence

Séance	Objectifs	Description
Séance 1 (55 min)	**Représenter, interpréter et écrire en lettres les fractions *un demi, un quart, un huitième*. Cf. focus sur la séance 1.**	Fabrication d'un jeu de memory : des cartes « fractions écrites en lettres » sont associées aux cartes « images ».
Séance 2 (3 x 15 min)	Interpréter et nommer les fractions *un demi*, *un quart*, *un huitième*.	Jeu d'appariement, jeu de memory et jeu autocorrectif. Élaboration d'une trace écrite.
Séance 3 (45 min)	Interpréter, représenter et nommer les fractions *un tiers* et *un sixième*.	Partage de disques, d'hexagones réguliers et de rectangles ; interprétation d'une partie en fonction du tout.
Séance 4 (45 min)	Interpréter, représenter et nommer les fractions *un cinquième* et *un dixième*.	Création d'un répertoire des fractions unitaires travaillées en CE1 (utilisation d'une bande rectangulaire).
Séances courtes	Résoudre des problèmes.	Tout au long de la séquence, des problèmes permettent de donner du sens aux fractions.
	Évaluation : test de mi-séquence.	Représenter, interpréter, nommer les fractions unitaires.
Séance 5 (55 min)	**Interpréter, lire et écrire les fractions unitaires « en chiffres ». Cf. focus séance 5.**	Introduction des écritures fractionnaires : création de nouvelles cartes de memory.
Séance 6 (3 x 15 min)	Interpréter des écritures fractionnaires et leurs représentations imagées.	Jeu d'appariement (cartes visibles)/Jeu de memory Jeu autocorrectif recto-verso.
Séances courtes	Résoudre des problèmes.	Les écritures fractionnaires sont utilisées pour rendre compte des raisonnements et communiquer.
	Évaluation : test de mi-séquence.	Représenter, interpréter, écrire et lire les fractions unitaires.

Focus sur la séance 1 – Représenter des fractions unitaires

Objectifs

Représenter, interpréter et nommer les fractions unitaires un demi, un quart et un huitième.

Matériel

cf. Annexe.

Pour le tableau, prévoir un visualiseur numérique ou un jeu en papier agrandi.

Déroulement

Cette séance se déroule en deux parties. Les élèves représentent d'abord des fractions en partageant des surfaces en parts égales. En pliant des rectangles, des carrés, des disques ou des demi-disques, ils s'assurent que les parties obtenues sont superposables. En coloriant une des parts, ils représentent la partie du tout qui est prise en compte. Dans la seconde partie de la séance, la mise en relation d'une diversité de représentations permet de commencer à envisager les fractions comme des nombres.

Temps 1 – Rappels et explicitation de l'objectif, mise en réussite

L'enseignant réactive les connaissances des élèves (5 min). Il s'appuie sur les traces de la séquence 1 pour que les élèves rappellent les fractions d'un tout qu'ils connaissent déjà (un demi et un quart). Il leur demande d'associer des fractions écrites en lettres et des représentations imagées, puis de justifier leur choix. Il expose ensuite le projet et l'objectif de la séance :

Aujourd'hui, nous allons fabriquer tous ensemble des jeux de memory dans lesquels il faudra associer une fraction en mots et une image. Vous allez devoir représenter des fractions.

Nous allons d'abord réaliser deux exemples, puis, vous fabriquerez chacun quatre cartes de memory. Enfin, nous comparerons les cartes que vous avez construites.

L'enseignant montre les étapes pour représenter une fraction (5 min).

Il présente d'abord aux élèves la carte *un quart* (nombre écrit en lettres, format tableau). Il montre un carré et annonce : *je voudrais représenter la fraction « un quart ». Pour cela, je choisis une forme, par exemple un carré. Je veux obtenir un quart de ce carré : il faut donc d'abord partager le carré en quatre parties égales*.

L'enseignant plie le carré bord à bord une première fois et demande à un élève de nommer la fraction correspondant à chacune des deux parties : ce sont deux moitiés du carré. Il demande au groupe comment partager le carré en quatre parties égales : il plie à nouveau le carré, le déplie et montre les 4 parties. Il demande ensuite aux élèves de proposer d'autres solutions pour obtenir un partage en 4 parts égales.

Sur un des carrés partagé en quatre parts égales, l'enseignant colorie intégralement une des parties. Il montre la surface coloriée et affirme : *j'ai colorié un quart du carré*. Il place le carré en dessous de la fraction écrite en lettres : *voici notre première paire de cartes : la fraction « un quart » et « un quart de carré »*.

> Lorsque l'enseignant, ou un élève, verbalise « *un quart de carré* », il entoure précisément la partie considérée, (avec l'index par exemple). À l'inverse, lorsqu'il parle du « tout », il montre d'un geste l'ensemble des parties (main ouverte, par exemple). Il est également intéressant de désigner chacune des parties et les nommer (« *un quart, un quart, un quart et encore un quart* ») afin de rappeler que chacune d'entre elles correspond à un quart du tout.

Temps 2 – Mise en activité des élèves

Les élèves partagent un carré en huit parts égales. (10 min)

L'enseignant montre au tableau la carte « *un huitième* » (en lettres) et il distribue à chacun des élèves un carré de mêmes dimensions que le premier : *pour construire un huitième du carré, il faut d'abord partager le tout en huit parties égales. Cherchez des solutions.*

Après un temps de travail individuel, des élèves viennent afficher leurs propositions et les commenter avec l'aide de l'enseignant.

La procédure de fabrication peut être rapidement décrite (comment le carré a été plié), mais c'est le résultat qui doit retenir l'attention des élèves (en combien de parts égales est partagée la figure) :

Stella a bien partagé son carré en huit parts égales. Flora a aussi partagé son carré en 8 parts égales, mais, sur notre affichage, les huits parts de Flora sont, elles, verticales.

Tableau à la fin du temps 2

Au tableau, l'enseignant choisit des propositions validées et colorie un huitième du carré. Il colle chaque carré sur une nouvelle carte vierge qu'il place sous la fraction « *un huitième* » écrite en lettres.

Les élèves représentent les fractions pour fabriquer les cartes du memory. (20 min)

L'enseignant présente le matériel que les élèves vont utiliser : *voici vos cartes avec des fractions écrites en lettres (« un demi », « un quart », « un huitième » et un). Vous allez fabriquer les images qui correspondent, comme nous avons fait au tableau pour « le quart » et « le huitième » du carré. Vous collerez ensuite vos représentations de fractions sur des cartes vierges. Pour que notre jeu de memory soit intéressant, vous n'allez pas tous travailler avec la même forme : j'ai découpé des carrés, des rectangles, des disques et d'autres formes que nous appellerons des éventails.*

L'enseignant organise la distribution du matériel ou le met à disposition sur une table. Chaque élève doit avoir 4 cartes sur lesquelles les fractions sont écrites en lettres et 4 formes découpées identiques (les 4 cartes vierges peuvent être distribuées au fur et à mesure pour coller les représentations). Il indique aux élèves qu'ils ont 20 minutes pour fabriquer leurs cartes.

Pendant cette phase de travail autonome, l'enseignant guide les élèves ou forme des binômes tuteur - tutoré pour apporter un étayage aux élèves qui rencontrent des difficultés (pliages, représentations, associations, etc.). Il valide les paires et demande aux élèves de les justifier. Des barquettes avec les formes et des cartes vierges sont laissées à disposition des élèves afin de permettre plusieurs essais et la fabrication de cartes supplémentaires qui serviront à la fin de la séance. L'enseignant encourage également les élèves à trouver d'autres solutions, ou bien à représenter des fractions avec une autre forme.

Points d'attention

Au début de l'étape 2, le choix collectif d'un nom pour désigner le demi-disque (« éventail », « parapluie » ou « chausson aux pommes ») donne l'occasion d'insister sur l'importance de la référence au tout : cette forme ne sera pas considérée comme une moitié de disque mais comme un tout partagé en *n* parts égales.

Temps 3 – Institutionnalisation, retour réflexif

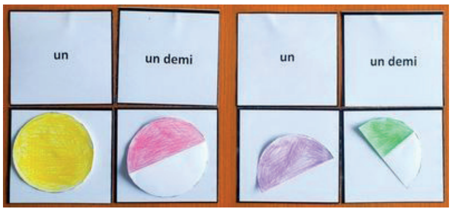
Observation collective des représentations de fractions. (15 min)

L'enseignant fait rappeler l'objectif de la séance puis il choisit des cartes fabriquées par les élèves pour les montrer à la classe. Il ne revient pas sur les procédures utilisées pour partager les formes (les pliages) mais accompagne les élèves pour qu'ils nomment les fractions et justifient leur proposition, par exemple :

« *Martha a représenté la fraction un huitième. Un huitième du tout c'est une part lorsque ce tout a été partagé en huit parts égales.* »

Il présente ensuite des corpus de cartes : il demande aux élèves de nommer les fractions représentées puis de chercher des points communs et des différences entre différentes cartes. Il guide les observations par des questions portant sur le tout, sur le nombre de parts égales obtenues lors du partage du tout, sur les formes des parties et sur les grandeurs.

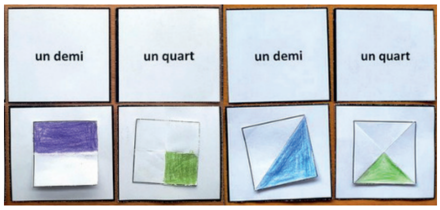
Quelques exemples que l'enseignant peut présenter aux élèves :



A. *Léo a travaillé avec des disques et Julia a travaillé avec des éventails. Quelle fraction du tout représente la partie rose ? Quelle fraction du tout représente la partie verte ?*

Réponses possibles : la partie rose est la moitié du tout, qui est un disque. La partie verte est elle aussi la moitié du tout qui est un éventail. On voit que les parties coloriées ne sont pas les mêmes.

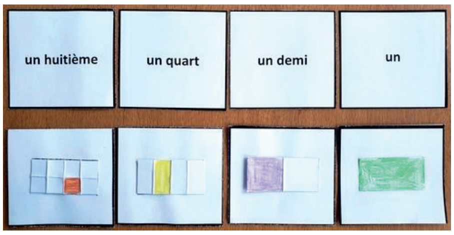
→ Une fraction s'interprète par rapport à son tout.



B. *Chloé et Inès ont toutes les deux travaillé avec des carrés. Comparez les cartes de Chloé, à gauche, et celles d'Inès, à droite.*

Réponses possibles : on peut fabriquer « *des demis* » carrés qui ont des formes différentes. On peut aussi fabriquer « *des quarts* » de carrés de plusieurs formes.

→ Une fraction d'un même tout peut être représentée par des surfaces de formes différentes.

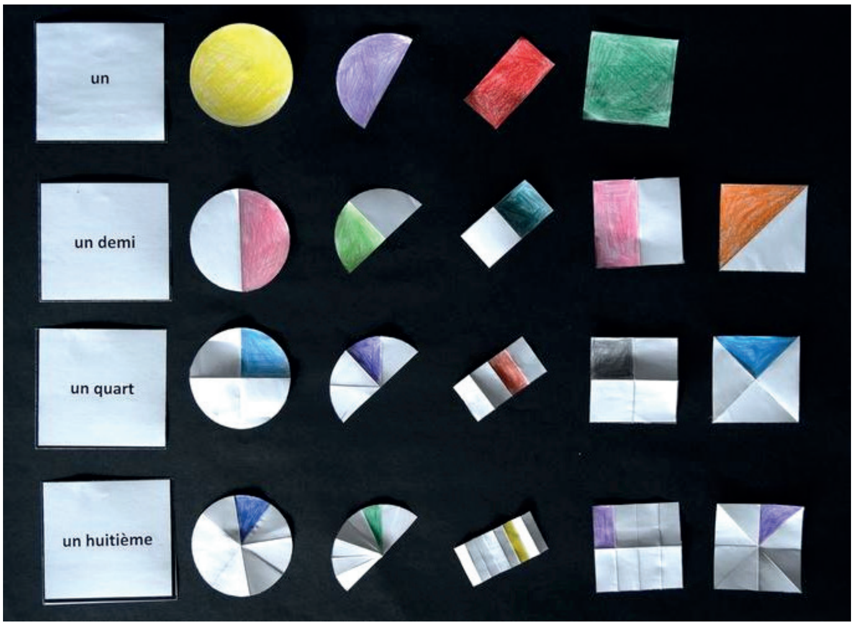


C. *Comment Noura a-t-elle rangé ses fractions ?*

Réponses possibles : les parties colorées sont de plus en plus grandes. « *Un huitième* » de rectangle est plus petit qu'« *un quart* » de ce même rectangle. « *Un huitième* » de rectangle c'est la moitié d'« *un quart* » de rectangle ! Plus il y a de parts égales dans le tout, plus la taille des parts est petite. **→ On peut comparer des fractions d'un même tout.**

Trace écrite pour affichage dans la classe

L'enseignant utilise les cartes supplémentaires que les élèves ont fabriquées pour créer une affiche. Cette trace écrite servira de référence et de ressource, pendant les séances de jeu par exemple.



Séance 2 – Interpréter des fractions écrites en lettres et leurs représentations imagées

Objectifs

Interpréter des fractions écrites en lettres et leur(s) représentation(s) imagée(s).

Matériel

Jeu de memory et traces écrites (3 x 15 min)

La première partie se joue cartes visibles : les élèves reconstituent les paires de cartes. Ensuite, selon la règle du memory, les élèves retournent les cartes pour constituer des paires. Ils doivent nommer les fractions. Pendant les temps de jeux, l'enseignant se rend disponible pour accompagner les élèves qui rencontrent des difficultés. Il sollicite les élèves afin de les amener à verbaliser leur compréhension des fractions.

Modalités

Groupe A (avec l'enseignant) : jeux de memory (groupes de 2 ou 3 élèves).

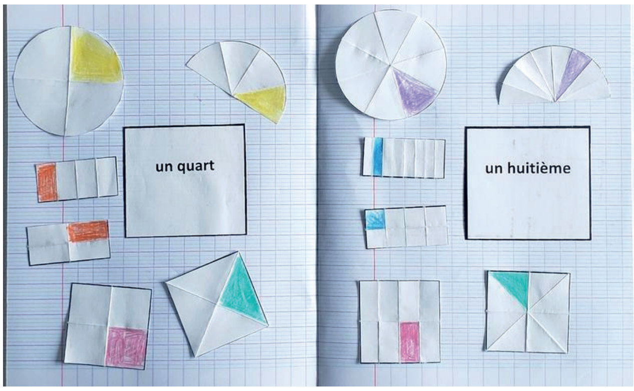
Groupe B (en autonomie) : fabrication de nouvelles représentations imagées pour le cahier de mathématiques.

Groupe C (en autonomie) : entraînements individuels.

Déroulement

À la fin de chaque temps de jeu, l'enseignant organise une phase de mise en commun, comme à l'étape 3 de la séance 1 afin d'entrainer les élèves à interpréter les représentations imagées et à nommer les fractions.

Traces écrites individuelles : dans leur cahier de mathématiques, les élèves colleront les différentes représentations des fractions travaillées. Ces pages serviront de références et de supports pour que les élèves puissent expliquer à leurs parents ce qu'ils ont appris.



Entraînements : avec une partie des cartes, des jeux autocorrectifs recto verso seront ensuite fabriqués pour que les élèves puissent tester leurs connaissances, ou binômes ou individuellement.

Pour les entraînements, en classe ou à la maison, l'enseignant peut photographier les cartes afin de créer une version numérique des jeux autocorrectifs recto verso. Si, sur les photographies, les plis ne sont pas assez visibles, il peut les tracer ou bien entrainer les élèves à se représenter mentalement les lignes qui partagent la figure en parts égales. Un exemple ici sur La Digitale.

Séance 3 – Interpréter, nommer et représenter les fractions unitaires « un tiers » et « un sixième »

Dans cette séance, les élèves représentent les fractions « *un tiers* » et « *un sixième* » à partir de différentes figures. Sur une page de leur cahier, ils collent les figures représentant la fraction « *un tiers* », et sur la page en regard, les figures qui représentent « *un sixième* ». Ces pages seront complétées au fur et à mesure de l'année (écriture en chiffres en particulier). Lorsque des élèves rencontrent des difficultés liées à la motricité fine, l'entraide est encouragée.

Dans un premier temps, l'enseignant distribue à chaque élève un disque sur lequel des traits indiquent un partage en trois parts égales. Il explique que le tiers d'un tout correspond à une part lorsque ce tout est partagé en trois parts égales (on retrouve la lettre « t » dans le mot « tiers », comme dans le mot « trois ») : en coloriant une des parties du disque, les élèves représentent donc la fraction « *un tiers* ».

Pour représenter la fraction « *un sixième* », les élèves utilisent un disque partagé en trois parts égales, identique au précédent. Ils partagent chaque tiers du disque en deux parties égales (par pliage par exemple). Le tout étant maintenant partagé en six parts égales, les élèves colorient « *un sixième* » *du disque*.

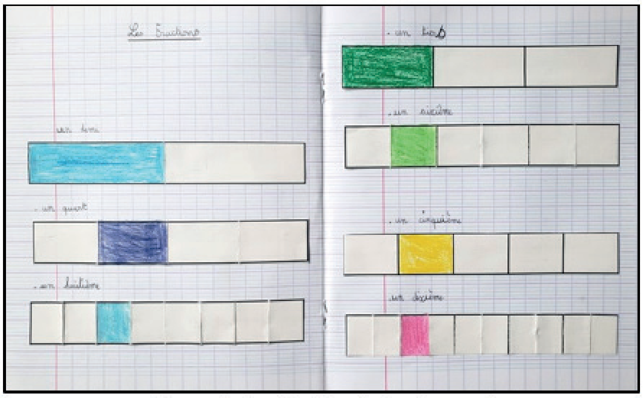
Dans un second temps, l'enseignant demande ensuite aux élèves de partager un hexagone régulier de manière à pouvoir colorier « *un sixième* » de l'hexagone. Le partage peut être effectué par pliage ou en traçant des segments. Ensuite, les élèves cherchent des solutions pour partager un hexagone en trois parts égales afin de représenter « *un tiers* » de l'hexagone (en regroupant des sixièmes deux par deux).

Dans un troisième temps, au tableau, l'enseignant découpe un hexagone en six parts égales : il obtient six triangles identiques. À partir de ces triangles qu'il assemble, l'enseignant compose de nouveaux touts : un losange (deux petits triangles), puis un trapèze (trois petits triangles) et de nouveau un hexagone. Pour chaque nouvelle figure, l'enseignant montre un triangle et demande « Combien de triangles faut-il pour reconstituer le tout ? Quelle fraction du tout représente ce triangle ? ».

Séance 4 – Interpréter et représenter les fractions unitaires « un cinquième » et « un dixième »

Au cours de cette séance, les élèves construisent un répertoire de fractions avec des bandes rectangulaires :

- Avec des bandes vierges, les élèves représentent d'abord les fractions connues : un demi, un quart et un huitième, puis un tiers et un sixième. Ils partagent des bandes rectangulaires en les pliant afin d'obtenir des parts égales, puis, colorient une partie afin de représenter la fraction unitaire.
- L'enseignant explique aux élèves qu'ils vont représenter la fraction « *un cinquième* » : dans le mot « cinquième » on entend « cinq » : le tout est partagé en cinq parts égales. Le pliage en cinq parts égales n'étant pas suffisamment précis, l'enseignant distribue des bandes de papier sur lesquelles le fractionnement en cinq parts égales est déjà tracé (cette modalité peut également être proposée à l'étape précédente pour le partage de la bande en trois parts égales). Les élèves colorient une des parties et écrivent en lettres : « *un cinquième* ».
- Pour représenter « *un dixième* » : l'enseignant valide l'idée que le tout doit être partagé en dix parts égales. Il indique si besoin qu'il est possible d'utiliser la bande précédente (partagée en cinq parts égales). À cette étape de l'apprentissage, il ne s'agit pas encore d'institutionnaliser les relations entre les fractions (ici « *un cinquième* » est égal à « *deux dixièmes* ») mais de raisonner sur les partages (chacune des cinq parts étant partagée en deux parts égales, on obtient dix parts égales) et de décrire les résultats des partages (« *un dixième* » c'est la moitié d'« *un cinquième* »).



Trace écrite à la fin de la séance 4

Séances courtes de résolution de problèmes

Des séances de résolution de problèmes sont planifiées au cours de la séquence et tout au long de l'année pour réactiver les compétences et les savoirs en construction. Il s'agit, lors de séances courtes, de proposer à la classe des problèmes permettant d'utiliser les fractions et de développer la recherche de sens.

Ces problèmes proposent des tâches proches de la vie quotidienne sur lesquelles les élèves sont invités à réfléchir en binômes, ou individuellement, puis avec l'accompagnement de l'enseignant. La place des verbalisations est centrale et l'utilisation de représentations schématiques est encouragée. La manipulation de matériel tangible permet de soutenir la compréhension ou de vérifier les propositions des élèves. À la fin de chaque séance, les élèves consignent dans leur cahier une trace du problème résolu.

Quelques exemples d'énoncés de problèmes

Problème

« J'ai bu la moitié de l'eau de ma gourde, » dit Lucie. « Moi aussi j'ai bu la moitié de ma gourde, dit Nazim, pourtant il me reste plus d'eau que toi ! »

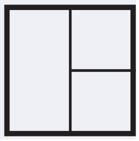
Explique pourquoi c'est possible.

Problème

Safia et Côme jouent à la marelle sur une piste partagée en cinq cases identiques. Côme dit que si on partage chaque case en 2 parties égales, chaque case correspond à un dixième de la piste.
A-t-il raison ?

Problème

Elsa a invité deux copines pour le gouter. Elle partage alors un tiramisu en trois parts, comme sur le schéma.
Elle dit : « Chacun peut prendre un tiers du tiramisu, bon appétit ! »
Elsa a-t-elle raison ? Prépare tes explications.



Évaluer les compétences des élèves en milieu de séquence

Avant d'introduire les écritures fractionnaires, l'enseignant vérifie si les élèves savent interpréter, représenter et écrire en toutes lettres les fractions étudiées. Les items proposés reprennent les situations travaillées lors des séances précédentes **cf. annexes**.

Représenter : l'enseignant met à disposition des élèves des figures découpées semblables à celles utilisées dans les séances 1, 3 et 4 (disques, rectangles, hexagones ; partages visibles ou non). Il leur demande, par exemple, de construire un demi carré à partir d'un carré qui leur est fourni : par pliage ou en traçant un segment (une médiane ou une diagonale), les élèves partagent la figure en deux parts égales puis colorient une des parties.

Interpréter et écrire : les élèves interprètent des représentations en prenant en compte le nombre de parts égales après le partage du tout. Ils lisent et écrivent les fractions unitaires en toutes lettres. Pour certains items proposés, les élèves se représentent mentalement le découpage ou bien tracent des lignes afin de réaliser un partage en parts égales pour interpréter la fraction qui correspond à la partie coloriée.

Focus sur la séance 5 – Introduction de l'écriture fractionnaire

Objectifs

Interpréter, lire et écrire les fractions unitaires $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{8}$ et $\frac{1}{10}$.

Matériel

1 jeu de 16 cartes par élève (cf. Annexe) et 1 jeu agrandi pour le tableau.

Déroulement

Au cours de cette séance, les élèves apprennent à écrire les fractions en chiffres. Ils fabriquent des cartes qui leur permettront d'interpréter et de faire des liens entre différentes représentations des fractions : représentations imagées (schémas), verbales (écritures en toutes lettres) et symboliques (écritures fractionnaires).

Temps 1 – Objectifs et mise en réussite

L'enseignant réactive les connaissances des élèves (15 min). Il affiche au tableau les cartes des huit fractions connues (écrites en lettres) et quelques représentations imagées de fractions réalisées lors des séances précédentes. Il demande, par exemple, à un élève de montrer un schéma qui représente « *un sixième du tout* ». Il valide la proposition : *Cette partie correspond à un sixième du tout : le tout a été partagé en 6 parts égales.*

L'enseignant présente le projet du jour et l'objectif de la séance.

Aujourd'hui, pour poursuivre notre travail sur les fractions : nous allons fabriquer de nouvelles cartes pour nos jeux de memory : vous allez apprendre à écrire les fractions en chiffres.

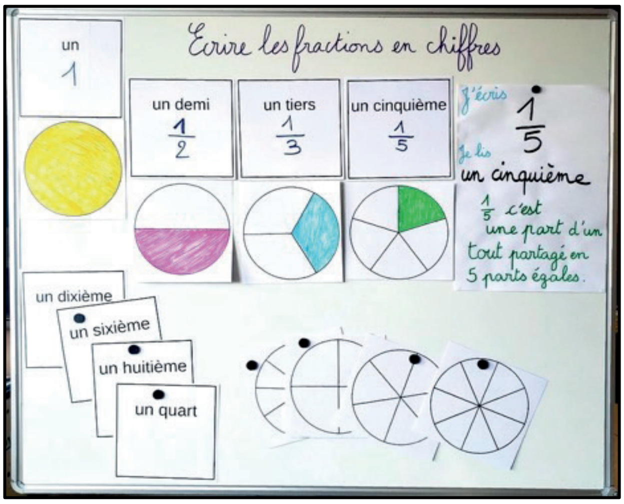
Vous aurez 8 cartes avec des fractions écrites en lettres et 8 cartes avec des disques partagés en parts égales.

a) Pour chaque disque, coloriez une et une seule partie : « la moitié » d'un disque, « un tiers » de disque, « un quart » de disque, « un cinquième », « un sixième », « un huitième », « un dixième » de disque, sans oublier le disque entier.

b) Associez chacun des schémas à la fraction écrite en lettres qui correspond.

Montrer l'exemple avec les nombres « un », « un demi » et « un tiers ». Distribuer le matériel et laisser un temps court aux élèves pour qu'ils préparent les cartes images. Vérifier que les élèves colorient une et une seule partie et valider les associations. Il est possible de distribuer un jeu pour 2 élèves.

L'enseignant montre la procédure pour écrire une fraction en chiffres. (5 min)



- Montrer la carte « *un cinquième* » en lettres : *je veux écrire en chiffres la fraction « un cinquième ».*
- Montrer le disque partagé en 5 parts égales : *le disque est partagé en cinq parties égales*. Pointer chacune des parties en la nommant.

Colorier 1 part : *cette partie est « un cinquième du disque ». On l'a obtenue en partageant le disque en cinq parties égales et en prenant une partie. Dans « cinquième » j'entends « cinq » : il me faut 5 parties comme celle-ci pour reconstituer le tout.*

- Prendre la carte « un cinquième » en lettres, puis écrire dessus la fraction en chiffres, du haut vers le bas, sans commentaire : *la fraction « un cinquième » s'écrit* $\frac{1}{5}$. Entourer avec le doigt l'écriture fractionnaire complète : c'est l'ensemble des trois signes qui permet d'écrire le nombre « un cinquième ».
- Montrer et relire la fraction $\frac{1}{5}$: *ce nombre se lit « un cinquième » et correspond à une part du tout lors du partage de ce tout en cinq parts égales.*

Points d’attention

Si, en décrivant le réel, les élèves ont pu formuler « J’ai pris une part *sur* les 5 », dans le sens « une part parmi des cinq parties du tout », l’enseignant évitera la lecture de $\frac{1}{5}$ comme « un sur cinq ». En effet, cette oralisation de l’écriture renforce l’idée qu’une fraction serait la juxtaposition de deux nombres entiers indépendants (CSEN, juin 2022, p. 39). Lorsqu’il interrogera les élèves, l’enseignant demandera *Comment se lit la fraction*, et non *Comment elle s’écrit*, question qui induit une description comme « un, une barre, cinq », au détriment de l’utilisation du mot « cinquième » qui, lui, atteste qu’il y a eu partage en parts égales d’un tout.

Dans cette séquence, les mots « numérateur » et « dénominateur » n’ont pas été introduits afin de ne pas surcharger les élèves lors de leur première rencontre avec les écritures fractionnaires.

Temps 2 – Mise en activité des élèves

Les élèves écrivent les fractions en chiffres. (5 min)

Faisons ensemble la paire de cartes du « un ». L’enseignant montre le disque, le colorie entièrement, prend la carte « un » en lettres et écrit dessus « **1** » en chiffre. Il place les deux cartes l’une en-dessous de l’autre.

Maintenant, complétons ensemble la carte « un sixième ». L’enseignant montre la fraction écrite en lettres.

- Montrer le disque partagé en six. → *En combien de parts égales est partagé le disque ?*
- Pointer une des parties. → *Je prends une part : comment nomme-t-on ici une des parties du disque ?*

  L’enseignant écrit la fraction $\frac{1}{6}$. → *Écrivez sur votre carte la fraction en chiffres*.

  L’enseignant entoure la fraction avec son doigt → *Relisez la fraction à voix haute : nous avons écrit « un sixième » car nous avons colorié une partie d’un disque partagé en six parts égales*.

Points d’attention

Afin de réduire les erreurs d’inversion entre numérateur et dénominateur lors de l’écriture de la fraction ($\frac{6}{1}$ pour $\frac{1}{6}$), l’enseignant insiste auprès des élèves sur l’importance de nommer la fraction avec des mots avant de l’écrire (ici « *un sixième* »). En effet, les conventions d’écriture (du haut vers le bas) correspondent ici à l’ordre naturel du langage : dans le cas du partage d’une pomme en six parts égales, si j’ai mangé une et une seule part, « *un* sixième » répond à la question « Combien de sixièmes as-tu mangés ? ».

La relecture de la fraction écrite en chiffres s’effectue également naturellement du haut vers le bas, ce qui peut constituer un appui méthodologique pour les élèves.

L’enseignant vérifie que l’écriture fractionnaire est correcte. Il peut recommencer avec « un demi » puis il laisse un temps limité aux élèves pour qu’ils fabriquent seuls les autres cartes. Chacun organise ses cartes et les voisins se corrigent mutuellement. L’enseignant valide.

Pratique autonome (10 min ; 1 jeu de 16 cartes pour deux élèves)

Les élèves mélangent le jeu, cartes faces visibles. Chacun à leur tour, ils cherchent à reconstituer une paire et justifient leur choix. Ils pourront ensuite faire une ou plusieurs parties de memory (cartes faces cachées).

Une évolution du jeu sera proposée au cours des séances suivantes.

Temps 3 – Institutionnalisation

L'enseignant fait rappeler l'objectif de la séance et demande à plusieurs élèves de lire des fractions écrites en chiffres. Il montre des représentations imagées et demande à des élèves de venir écrire au tableau la fraction qui correspond. La classe valide ou corrige les propositions. (10 min)

L'enseignant photographie un des jeux en associant par paires les écritures (en lettres et en chiffres) et leur représentation imagée : cette trace de l'activité, imprimée et collée dans les cahiers d'élèves, servira de référence lors des séances de jeu, des entraînements, des résolutions de problèmes et des révisions.

Séance 6 – Lire et interpréter des écritures fractionnaires

Durée : 3 temps de 15 minutes.

Le déroulement reprend celui de la séance 2 : l'enjeu est de nommer les fractions et d'associer les écritures littérales, les écritures fractionnaires et leur représentation schématisée.

- Les élèves reforment les paires (cartes faces visibles) et lisent à voix haute les fractions en chiffres.
- L'enseignant organise des temps pour que les élèves jouent au memory.
- Chaque temps de jeu est clôturé par un retour sur les apprentissages.
- Les traces écrites des séances précédentes peuvent être complétées par les écritures fractionnaires.

Dans la séance proposée ci-dessus, le choix a été fait de présenter sur la même carte l'écriture en toutes lettres et l'écriture fractionnaire mais il est intéressant de faire évoluer le jeu en créant de nouvelles cartes sur lesquelles apparait seulement l'écriture en chiffres, ou uniquement la désignation verbale.

Comme dans la première partie de la séquence, des jeux de cartes recto-verso permettent aux élèves de se tester en classe et à la maison.

Un exemple de cartes recto-verso en ligne sur La Digitale, avec les fractions nommées par des élèves allophones.

Séances courtes de résolution de problèmes

Durée : 4 temps de 15 minutes.

Comme dans la première partie de la séquence, des problèmes sont proposés pour travailler sur la compréhension des fractions. Les élèves peuvent maintenant utiliser les écritures fractionnaires pour raisonner, communiquer et garder des traces de leurs raisonnements.

Problème

Emma et Rayan ont reçu chacun un gâteau. Les deux gâteaux sont les mêmes. Emma écrit qu'elle a mangé $\frac{1}{4}$ du gâteau. Rayan écrit qu'il a mangé $\frac{1}{8}$ du gâteau. Lijana dit que c'est Rayan qui a mangé le plus de gâteau.

Lijana a-t-elle raison ?

Problème

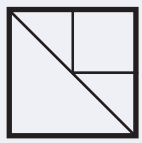
Agathe, Manon et Faustine vont partager une pizza. Agathe voudrait prendre la moitié de la pizza. Manon voudrait manger un quart de la pizza. Faustine dit qu'il lui restera alors $\frac{1}{8}$ de la pizza.

Faustine a-t-elle raison ? Fais un schéma et écris la fraction qui correspond à chaque partie.

Problème

Léa a invité ses trois cousins pour prendre le gouter avec elle.
Elle partage un brownie comme sur le schéma. Ses cousins ne sont pas contents.

Écris la fraction qui correspond à chaque partie du gâteau et explique pourquoi les cousins ne sont pas contents.



Problème

Apolline a partagé un cake en 5 parts égales. Tiguidanké recoupe chacune des parts en deux parts égales et en mange une.

Écris en chiffres la fraction du gâteau que Tiguidanké a mangée.

Évaluer les compétences des élèves en fin de séquence cf. annexes

L'enseignant vérifie si les élèves savent interpréter, représenter, lire et écrire les fractions étudiées. Les items proposés reprennent les situations travaillées lors de la séquence.

Lire : les élèves lisent l'écriture fractionnaire et écrivent en toutes lettres les mots correspondant.

Représenter : à partir de figures données, les élèves doivent réaliser des schémas pour représenter les fractions demandées. Lorsque c'est nécessaire, ils partagent la figure en parts égales en traçant des lignes, puis ils colorient les parts qu'il faut considérer.

Interpréter et écrire : les élèves interprètent des schémas en prenant en compte le nombre de parts égales après le partage du tout. Ils utilisent l'écriture fractionnaire conventionnelle. Comme pour le test en milieu de séquence, certains items nécessitent de se représenter mentalement le découpage ou bien de tracer les lignes afin de réaliser un partage en parts égales.

Prolongements

Le matériel fabriqué par les élèves au cours de cette séquence pourra être réutilisé et complété dans les séquences suivantes. Par exemple, les cartes de la séance 5 pourront servir à travailler la comparaison de fractions, à travers un jeu de bataille par exemple.

La bataille des fractions (15 min ; travail par groupes 3 joueurs)

Il ne s'agit pas d'institutionnaliser dès maintenant le principe de comparaison des dénominateurs mais de mettre en évidence que, pour un même tout partagé en parts égales, plus il y a de parts, plus les parts sont petites et, par conséquent, plus la fraction unitaire est petite.

Les élèves comparent d'abord des représentations imagées de fractions d'un même tout (le disque). Ils doivent nommer les fractions (l'arbitre valide à l'aide de la trace écrite dans le cahier de mathématiques) et l'élève qui a retourné la carte représentant la fraction la plus grande gagne les deux cartes.

Dans un second temps, les élèves comparent des écritures fractionnaires. Les traces écrites dans le cahier servent, ici encore, de référence pour vérifier les propositions des élèves, mais certaines relations peuvent avoir été mémorisées et être utilisées pour comparer deux fractions ($\frac{1}{4}$ c'est la moitié de $\frac{1}{2}$ donc $\frac{1}{4}$ est plus petit que $\frac{1}{2}$).

Ressources complémentaires

- CNESCO, IFÉ/ENS (2015). Nombres et opérations : premiers apprentissages à l'école primaire.
- CSEN (2022). De la multiplication aux fractions : réconcilier intuition et sens mathématique.
- Adams, G. et Voyer, D. (2023). La compréhension conceptuelle des fractions : un défi pour l'enseignement. Formation et profession, vol.31 n° 1.

Proposition de séquence n° 2 – Apprendre des procédures de calcul mental : ajouter 9, 19 ou 29

Objectifs

- Savoir que pour ajouter 19 ou 29, on peut utiliser une procédure, qui consiste à ajouter 20 ou 30 et retrancher 1.
- Identifier que dans certains cas, quand le chiffre des unités de l'autre nombre est égal à 0 ou 1, cette procédure n'est alors pas pertinente et qu'il vaut mieux utiliser une autre procédure.

Éléments de progression

Âge/niveau	Référence au programme et progressivité
CP	• Apprendre des procédures de calcul mental • Ajouter 9 à un nombre
CE1	• Apprendre des procédures de calcul mental • Ajouter 9, 19 et 29 à un nombre • Soustraire 9 à un nombre
CE2	• Apprendre des procédures de calcul mental • Ajouter 8, 9, 18, 19, 28, 29, 38 ou 39 à un nombre • Soustraire 9, 19, 29, 39 à un nombre

Enjeux pédagogiques

L'enseignement du calcul mental au cycle 2 est constitué de trois types d'apprentissages :

- mémoriser des faits numériques qui peuvent être restitués de façon quasi instantanée ;
- savoir utiliser les connaissances sur la numération pour effectuer des calculs rapidement en s'appuyant notamment sur la position des chiffres dans les nombres ;
- maîtriser des procédures de calcul mental qui réduisent le risque d'erreur et facilitent une production rapide du résultat et qui seront progressivement automatisées.

Certaines procédures de calcul mental peuvent nécessiter de garder des résultats intermédiaires en mémoire, ce qui peut être difficile pour certains élèves. Ceux-ci seront encouragés à noter par écrit des résultats intermédiaires au début des apprentissages, puis à alléger progressivement le recours à l'écrit, jusqu'à s'en libérer totalement dès qu'ils n'en auront plus besoin.

Les procédures indiquées dans le programme, ici ajouter 9, 19 ou 29 doivent faire l'objet de séquences d'enseignement claires et structurées et donner lieu à une trace écrite.

Déroulement de la séquence

À partir de la période 2, au fur et à mesure de l'apprentissage des nombres : la séquence comprendra plusieurs séances qui respecteront les rythmes d'apprentissages des élèves.

Prérequis

En CP, l'élève a appris à additionner 9 à un nombre en utilisant une stratégie spécifique : ajouter 10 puis retirer 1 (c'est-à-dire ajouter une dizaine et soustraire une unité). Par exemple, pour calculer 16 + 9, il fait d'abord 16 + 10 = 26, puis 26 – 1 = 25. Toutefois, il a également appris que cette procédure n'est pas nécessaire lorsque le chiffre des unités du nombre est 0 ou 1. Ainsi, pour 40 + 9, il procède directement à l'addition et trouve 49.

En CP, l'élève a également appris à ajouter des dizaines à un nombre. Par exemple « 48 + 30 = ? 30 c'est 3 dizaines. 4 dizaines + 3 dizaines = 7 dizaines » donc « 48 + 30 = 78 ».

Progression et périodes d'introduction	Composante	Focus
Séance 1	Découverte, institutionnalisation de la procédure ajouter 19 à un nombre. Entraînement	Différenciation : les outils de manipulation doivent être mis à disposition des élèves en cas de besoin Cf. focus 1
Séance 2 (possibilité de rajouter une séance si besoin)	Séance d'entraînement guidé puis autonome	Cf. focus 2
Séance 3	Identifier les nombres en jeu pour lesquels la procédure n'est pas pertinente ; Lorsque le nombre compte 0 ou 1 unité (se termine par 0 ou 1) on effectue l'addition directement. Institutionnalisation	
Séance 4 et **séance 5**	Entraînement avec des calculs mélangeant des nombres se terminant par 0 ou 1 unité ainsi que tous les autres	
Séance 6	Ajouter 29 Enseignement de la procédure, complément d'institutionnalisation et entraînement sur uniquement ajouter 29	
Séance 7 (possibilité de rajouter des séances si besoin)	Séance d'entraînement sur ajouter 9, 19 et 29	
Séance 8	Renforcement et évaluation	
Tout au long de l'année de manière ritualisée	Proposer en rituels plusieurs fois par semaine, une douzaine de calculs mettant en jeu les procédures apprises, en incluant progressivement, ajouter 9, 19 puis ajouter 29. Ces exercices de calcul pourront alterner avec des exercices portant sur la maitrise des résultats des tables de multiplication.	

Observation et évaluation

L'évaluation porte sur une série de calculs à réaliser en temps limité sur fiche. Les nombres utilisés sollicitent d'abord la procédure d'**ajout de 19**, puis, au fil de l'apprentissage, **mélangent les stratégies** pour ajouter **9 ou 19** (soit en ajoutant 10 ou 20 puis en soustrayant 1, soit en ajoutant directement 9 ou 19). En CE1, il s'agit d'effectuer 12 calculs en 3 minutes.

Focus sur la séance 1 – Découverte de la procédure pour ajouter 19 à un nombre

Objectifs

Être capable d'ajouter 19 à un nombre (les nombres choisis jusqu'à 999 respecteront la progression de numération).

Critère de réussite

L'élève apprend que pour additionner 19, il peut s'appuyer sur la procédure consistant à ajouter 20 puis retrancher 1. Une fois cette procédure bien maîtrisée, au fil de plusieurs séances, il découvre qu'elle n'est pas toujours nécessaire : lorsqu'il est possible d'ajouter directement 19, notamment lorsque le chiffre des unités du nombre initial est 0 ou 1, il pourra s'en passer.

Temps 1 – Définition des objectifs et mise en réussite

Recherche individuelle

Un calcul suivant est proposé 58 + 19 par l'enseignant et écrit au tableau.

Le professeur énonce la consigne suivante : « Nous allons apprendre à ajouter 19 à un nombre rapidement. Pour cela nous allons commencer à essayer de calculer 58 + 19 ».

Durant 3 minutes maximum, les élèves cherchent individuellement et écrivent leurs propositions sur l'ardoise.

Enseignement de la procédure

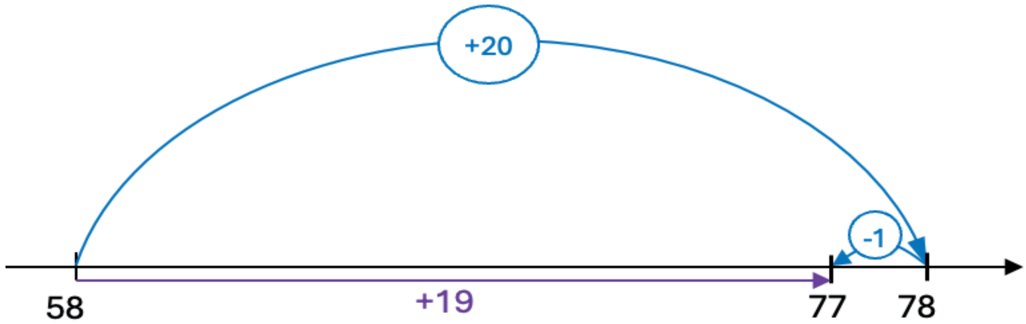
Au terme de cette recherche, le professeur interroge les élèves et les invite à expliciter les procédures utilisées.

Si la procédure consistant à ajouter 20 puis retrancher 1 n'est pas apparue dans les recherches des élèves, le professeur souligne que les procédures utilisées permettent de trouver le résultat mais qu'elles sont longues.

Si la procédure consistant à ajouter 20 puis retrancher 1 a été utilisée par un des élèves, le professeur la met en valeur à ce moment précis : « J'ai vu que tu as réussi le calcul rapidement en utilisant une autre façon de procéder, je vais donc montrer à tes camarades comment tu as procédé ».

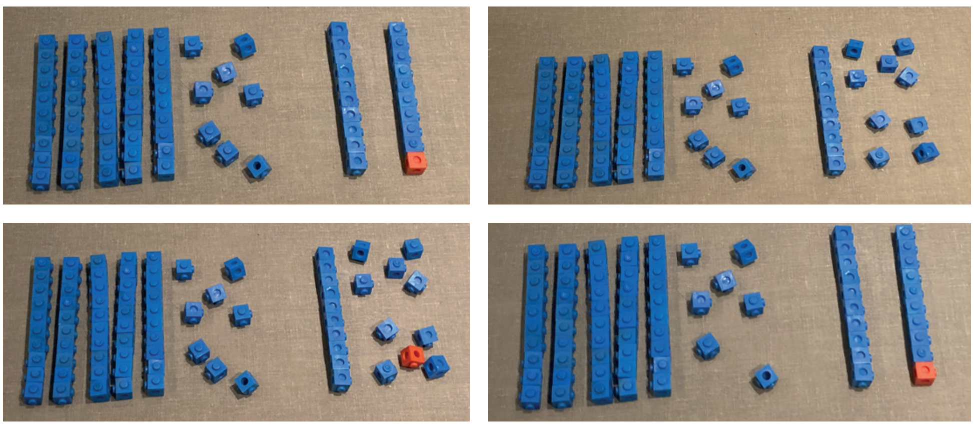
Le professeur réalise l'opération en ajoutant 20 puis retranchant 1 et en insistant sur le fait que cela permet de trouver le résultat plus rapidement et sans erreur.

La schématisation est intéressante car elle permet à l'élève de visualiser par les déplacements, les opérations effectuées.



Le professeur introduit la procédure en verbalisant devant les élèves. Cette verbalisation est essentielle tout au long de la présentation de la procédure et accompagne la construction du schéma ci-dessus : « 19 c'est égal à 20 – 1 donc pour ajouter 19 à 58, je peux ajouter 20 et soustraire 1, 58 + 19 c'est donc égal à 58 + 20 – 1 ; 58 + 20 = 78, 78 – 1 = 77. Pour ajouter 19, j'ajoute deux dizaines et j'enlève une unité. »

La validation s'opère alors par l'utilisation du matériel de manipulation symbolisant les dizaines et les unités : « Le calcul à résoudre est 58 + 19. Je représente les deux nombres.



Pour transformer 19 en 20, j'ajoute un cube (rouge), ce qui me donne 2 dizaines. En les ajoutant aux 5 dizaines de 58, j'obtiens 7 dizaines, soit 70 unités. En ajoutant les 8 unités restantes, j'arrive à 78. Mais comme j'ai ajouté une unité donc j'en ai une en trop, je dois la retirer : j'enlève donc un cube (bleu), ce qui me ramène à 77 unités. Ainsi, pour ajouter 19, je peux utiliser la stratégie : ajouter 20 puis enlever 1. »

Temps 2 – Mise en activité des élèves

Dans un deuxième temps, les élèves s'entrainent sur des nombres pour lesquels la procédure précédente est la plus efficiente.

Par exemple :

26 + 19, 47 + 19, 73 + 19, 62 + 19, 132 + 19, etc.

Les élèves peuvent sur l'ardoise ou leur cahier utiliser des écritures intermédiaires pour garder les nombres en mémoire et progressivement s'en abstraire, du type :

126 + 19 = ?

126
146
145

Les élèves entourent le résultat final afin de distinguer clairement ce qui est attendu (le nombre entouré correspond au résultat de l'addition).

Plusieurs calculs sont ensuite proposés à la classe et effectués sur l'ardoise par exemple à l'aide de la procédure précédente, comme 77 + 19, 24 + 19, 39 + 19. Le champ sera progressivement élargi : 115 + 19, 131 + 19, 164 + 19.

Pour cette première séance, les calculs sont effectués successivement, individuellement sur l'ardoise (ou sur feuille) puis corrigés au tableau par des élèves. La validation est proposée avec le matériel de manipulation au tableau si besoin.

Différenciation

Durant ce temps, les élèves qui se sentent à l'aise dans l'application de la procédure, peuvent effectuer les calculs en autonomie :

17 + 19 ; 54 + 19 ; 69 + 19 ; 115 + 19 ; 132 + 19 ; 125 + 19 (cf. annexe séance 1 – Différenciation).

Temps 3 – Institutionnalisation, retour réflexif

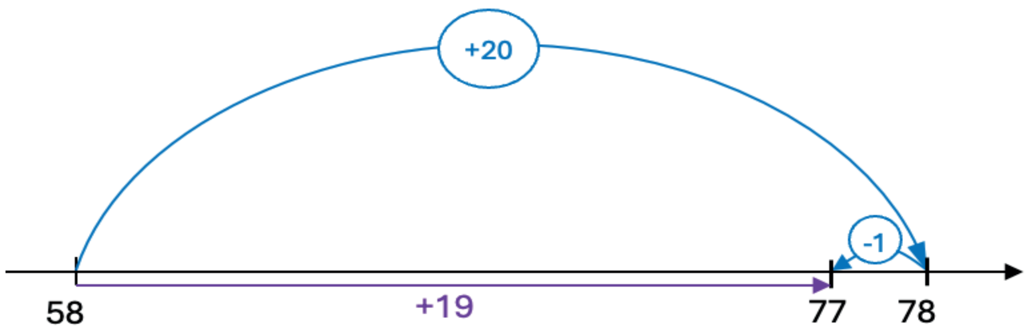
Le professeur pose la question suivante aux élèves : « Que venons-nous d'apprendre aujourd'hui ? »

Le temps d'institutionnalisation est incontournable pour que l'apprentissage s'effectue correctement par l'élève. Il peut se situer à la fin de la première séance ou lors de la seconde séance pour récapituler ce qui a été appris.

Une trace écrite est alors élaborée et conservée dans le cahier dédié aux apprentissages mathématiques, par exemple :

Pour ajouter 19 à un nombre, j'ajoute 20 et je retire 1 ou j'ajoute 2 dizaines et je retire 1 unité

58 + 19 = 58 + 20 – 1 = 77



Au fur et à mesure des apprentissages, la leçon est enrichie avec les procédures qui permettent d'ajouter « 29 ».

Trace écrite

Si le nombre se termine par 0 ou 1, il n'est pas nécessaire d'appliquer cette procédure. On peut ajouter directement 19. Par exemple : 30 + 19 = 49.

Pour ajouter 29 à un nombre, j'ajoute 30 et je retire 1 ou j'ajoute 3 dizaines et je retire une unité.

58 + 29 = 58 + 30 – 1 = 87

Focus sur la séance 2 – Séance d'entraînement

Temps 1 – Définition des objectifs et mise en réussite

Le professeur propose le calcul suivant écrit au tableau : 24 + 19. Il rappelle l'utilisation de la procédure enseignée précédemment. Un élève vient effectuer le calcul au tableau ou dicte la procédure à l'enseignant(e) qui la retranscrit au tableau.

Temps 2 – Mise en activité des élèves

Différents calculs sont proposés aux élèves afin qu'ils les résolvent : 87 + 19 ; 236 + 19

Une correction collective pour chaque calcul, surtout pour les premiers calculs, permet aux élèves d'obtenir un retour immédiat sur leur travail.

Le professeur distribue la fiche suivante (cf. annexe séance 2 – entraînement) :

84 + 19 ; 115 + 19 ; 125 +19 ; 264 + 19 ; 131 + 19 ; 234 + 19 ; 257 + 19 ; 304 + 19 ; 536 + 19 ; 482 + 19 ; 507 + 19 ; 633 + 19.

Il est précisé aux élèves que, s'ils maîtrisent bien la procédure, ils peuvent effectuer le calcul mentalement et ne noter que le résultat final (ou un résultat intermédiaire si nécessaire), en entourant bien le résultat final.

Temps 3 – Retour réflexif

À l'issue des exercices, lors d'un temps bref, le professeur peut revenir sur certaines difficultés rencontrées par les élèves pour apporter un étayage supplémentaire par exemple avec la réalisation d'un nouveau calcul.

Temps 4 – Automatisation, réinvestissement

Cette séance est reproduite plusieurs fois (avec des nombres différents) en fonction de la maitrise de la procédure par les élèves.

Une limitation du temps est progressivement introduite. Au départ, on prévoit environ une minute par calcul. L'objectif, à la fin de la séquence, est de parvenir à effectuer 12 calculs de ce type en trois minutes.

Différenciation

Pour les élèves **qui comprennent la procédure mais restent fragiles dans son application**, le nombre de calculs à réaliser peut être adapté (par exemple 3, 4 ou 6 calculs).

Lors des séances d'entraînement, ou durant des séances d'APC le professeur réunit les élèves qui ne maîtrisent pas la procédure afin de la retravailler, si besoin, à l'aide du matériel de manipulation – comme pour la première séance. L'objectif est que tous les élèves maîtrisent cette procédure afin de s'engager dans le calcul en dépassant les procédures de dénombrement qui ne sont pas efficientes.

Certains élèves ont besoin d'un temps d'entraînement plus long pour y parvenir.

Afin de poursuivre les séances d'entraînements et faciliter l'automatisation, des calculs autocorrigés (cf. exemple de cartes ci-dessous) peuvent être mis à disposition des élèves. Sur les cartes, différents calculs sont inscrits comme par exemple + 9, + 19, + 29 et peuvent être mélangés en fonction des procédures étudiées.

Recto :	163 + 19	Verso :	182

Ressources complémentaires

- Éduscol : Guide pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP

Proposition de séquence n° 3 – Construire et mémoriser à long terme la table de 7 (multiplication)

Objectifs

Construire, donner le résultat du produit, retrouver le facteur manquant de la table de 7 :

Exemples :
6 x 7 = ?
? x 7 = 42
6 x ? = 42

Éléments de progression

Ce tableau indique le début des apprentissages. Un réinvestissement est nécessaire tout au long de l'année et au cours des années suivantes pour ancrer la mémorisation sur le long terme.

Âge/ niveau	Progressivité
CP	• Connaitre dans les deux sens les tables d'addition. • Connaitre les doubles et les moitiés de nombres usuels. • Comprendre le sens de la multiplication, comprendre et utiliser le mot « fois » dans le cadre d'additions itérées.
Âge/ niveau	**Progressivité**
CE1	**Périodes 1 et 2** • Connaitre et utiliser le symbole « x ». • Comprendre et savoir que la multiplication est commutative. • Connaitre et utiliser la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition • Savoir multiplier par 10 un nombre inférieur à 100 • Connaitre dans les deux sens les tables de 1, 2, 3, 4 et 5, 6 et 10… **Période 3** • Connaitre dans les deux sens les tables de 7. • Calculer le produit d'un nombre compris entre 11 et 19 par un nombre inférieur à 10 en décomposant le plus grand des deux facteurs en la somme de deux nombres **Période 4** • Connaitre dans les deux sens la table de 8 **Période 5** • Connaitre dans les deux sens les tables de multiplication

Âge/ niveau	Progressivité
CE2	• Connaitre dans les deux sens les tables de multiplication • Utiliser les résultats mémorisés pour poser et effectuer des multiplications d'un nombre à deux ou trois chiffres par un nombre à un ou deux chiffres • Calculer le produit d'un nombre compris entre 11 et 99 par un nombre inférieur à 10 en décomposant le plus grand des deux facteurs en la somme de deux nombres

Enjeux pédagogiques

Mémoriser des faits numériques qui peuvent être restitués de façon instantanée afin de soulager la mémoire de travail et donner ainsi accès au traitement de tâches plus complexes.

Éclairage de la recherche

« Les recherches sont unanimes sur l'importance de la mémorisation des faits numériques pour l'apprentissage du calcul. En effet, ces derniers jouent un rôle important dans la mesure où ils soulagent la mémoire de travail. Il a été montré que la faiblesse ou l'absence de faits numériques accessibles influe négativement sur les apprentissages ultérieurs. Il est donc indispensable d'enseigner les faits numériques, d'aider les élèves à les mémoriser en explorant leurs régularités et d'en découvrir la beauté à travers le jeu. » Extrait du guide *Pour enseigner le nombre, le calcul et la résolution de problèmes au CP*.

Selon des travaux de Catherine Thévenot, la restitution de résultats des **tables d'addition** mobilise, chez les jeunes enfants, des **stratégies de raisonnement** et de **comptage** : plus les nombres sont grands, plus le temps de réponse est long.

En revanche, l'apprentissage des tables de multiplication repose essentiellement sur la mémorisation directe de l'association de l'opération (ex. : 6 × 8) et du résultat (48).

Des travaux de C.Thévenot[1] soulignent la notion de *retrieving*, c'est-à-dire le processus de récupération active de l'information, qui joue un rôle central dans la mémorisation. Ainsi, il est essentiel que les élèves soient régulièrement amenés à rechercher les résultats, notamment ceux des tables, pour renforcer le stockage en mémoire.

Cette approche rejoint celle de Jérôme Prado[2], qui insiste sur l'importance de la verbalisation dans la mémorisation des faits numériques : associer systématiquement l'opération orale (par exemple « 8 fois 7 ») avec son résultat (« 56 ») permet une meilleure automatisation. La restitution des résultats de multiplication repose sur des résultats mémorisés et non sur une reconstruction qui serait trop longue et qui encombrerait la mémoire de travail.

En 2023, des travaux de la chercheuse néerlandaise Fieke Ophius-Cox[3] confirment l'importance de la **pratique** de la recherche en mémoire (récupération) pour apprendre durablement les tables de multiplication. Cette pratique consiste à demander aux élèves de retrouver activement les réponses aux calculs des tables de multiplication sans les voir, et en se testant régulièrement. De plus, ces entraînements gagnent en efficacité en étant espacés dans le temps.

1. Thévenot, C., Uittenhove, K., & Prado, J. (2016). *La dyscalculie et l'automatisation des procédures de calcul, Developpements*.

2. Prado, J., Mutreja, R., & Booth, J. R. (2014). *Developmental dissociation in the neural responses to simple multiplication and subtraction problems, Developmental Science*.

3. Ophuis-Cox et al. (2023), *The effect of retrieval practice on fluently retrieving multiplication facts in an authentic elementary school setting*.

Ces différentes recherches mettent donc en évidence l'importance d'un **entraînement massé dans un premier temps**, afin de favoriser la formation de traces mnésiques solides par le biais du *retrieving* – et de créer des associations stables entre les énoncés multiplicatifs et leurs résultats. Par ailleurs, pour que ces connaissances s'ancrent durablement en mémoire à long terme, il est essentiel de passer ensuite à un **entraînement espacé dans le temps**. Cette stratégie trouve un fondement empirique dans la courbe de l'oubli de H. Ebbinghaus (*parue en 1885 dans son ouvrage de référence De la mémoire*), qui montre que la mémorisation décline rapidement sans rappels réguliers. Revenir sur les tables à intervalles croissants permet de contrer cet oubli naturel et de renforcer les apprentissages à chaque rappel. Ces séances espacées ne se limitent pas à l'année de CE1, mais seront poursuivies en classe de CE2 ainsi qu'au cycle 3.

Démarche d'enseignement

La construction de la table de 7 s'opère en prenant appui sur la commutativité de la multiplication et des tables déjà connues (3 x 7 = 7 x 3), sur la distributivité de la multiplication par rapport à l'addition, (7 x 7 = (6 + 1) x 7 = (6 x 7) + (1 x 7) donc 7 x 7 = (6 x 7) + 7).

La mémorisation se construit grâce au rappel, à travers des questions directes sur les tables, des calculs pour lesquels les résultats des tables sont mobilisés, des jeux nécessitant l'utilisation des résultats dont la mémorisation est visée.

La vérification du niveau de mémorisation s'effectue en utilisant des tests de fluence.

Prérequis

En CP, les élèves ont compris le sens de la multiplication et utilisé le mot « fois » dans le cadre d'additions itérées.

En CE1, les élèves ont revu le sens de la multiplication, puis ont construit les tables de 2, de 3, de 4, de 5, de 6 et de 10. Ils ont compris que la multiplication est commutative et connaissent également la propriété de distributivité de la multiplication par rapport à l'addition.

Bilan de ce que les élèves ont déjà travaillé :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	0	7	14	21	28	35	42				70
8	0	8	16	24	32	40	48				80
9	0	9	18	27	36	45	54				90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Tableau 1 : table de Pythagore

Déroulement de la séquence

Progression	Composante	Focus
Séance 1 (50 min)	Point sur les résultats connus par commutativité, construction des résultats inconnus, trace écrite.	• résultats qu'on retrouve dans les autres tables par commutativité ; • construction des résultats de 7 x 7, 7 x 8, 7 x 9 ; • récitation de la table ; • institutionnalisation, trace écrite. Cf. focus sur la séance 1.
Séance 2 (le même jour que la séance 1) (10 min)	Travailler la mémorisation de la table.	
Séances 3 et 4 (10 min)	Travailler la mémorisation de la table (en particulier les nouveaux résultats).	
Séances 5 et 6 (15 min)	Exercices de mémorisation de la table à l'oral et à l'écrit.	**Étape 1 :** 5 calculs sont proposés avec correction et mémorisation du résultat entre chaque calcul. **Étape 2 :** 10 calculs sont proposés sur fiche.
Séances 7 et 8 (40 min)	Jeux de mémorisation.	
Séances 9, 10, 11 et 12 (10 min)	Entraînement sur fiche : compléter les opérations dans les deux sens.	
Séance 13 (10 min)	Évaluation.	
Séances tout au long de l'année	Entraînement sur fiche : compléter les opérations dans les deux sens.	

Observation et évaluation

Le professeur pratique un suivi régulier de l'évolution des progrès et des acquis de ses élèves en leur proposant des exercices de fluence numérique spécifiques à la table de 7 et des exercices de fluence numérique mobilisant la connaissance des résultats de plusieurs tables de multiplication. En effet, des tests en temps limité sont indispensables, d'une part pour renforcer la mémorisation des résultats et l'automatisation des procédures, d'autre part pour évaluer l'état des connaissances et des savoir-faire des élèves. Ils permettent également d'encourager les élèves à abandonner des procédures peu efficaces au profit des procédures proposées par des pairs ou enseignées par le professeur. Ces tests, qui mesurent la fluence en calcul des élèves, permettent également à ces derniers de prendre conscience de leurs progrès, en se référant au nombre de résultats corrects qu'ils sont capables de restituer en une durée donnée. Pour les calculs effectués mentalement en s'appuyant sur la mémorisation des faits numériques appris, la fluence attendue en fin de CE1 est la restitution de huit résultats en une minute.

Focus sur la séance 1 – Construction de la table de 7

Objectifs

Être capable de retrouver des résultats de la table de 7 grâce à la commutativité de la multiplication et construire les autres résultats. Dans un premier temps, avant que la mémorisation soit effective, les élèves doivent disposer des moyens de retrouver les résultats. Ce sont ces temps de récupération/reconstruction des résultats qui permettront la mémorisation.

Critère de réussite

L'élève doit être capable de construire la table de 7 et commence à mémoriser les trois nouveaux résultats : 7 x 7 = 49 ; 8 x 7 = 56 et 9 x 7 = 63.

Temps 1 – Définition des objectifs et mise en réussite

Présentation de la séance

L'enseignant annonce que l'objectif de cette séance est de construire la table de 7.

Il commence par faire le point avec les élèves sur les résultats connus grâce aux tables construites précédemment.

Mise en évidence des résultats à construire

Les résultats des tables construites précédemment sont indiqués dans la table de Pythagore ci-dessous. La construction de la table de 7 se fait en deux temps : tout d'abord les résultats que l'on retrouve par commutativité (cases en jaune) puis les résultats à construire (cases rouges).

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	0	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	0	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	0	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7											70
8											80
9											90
10	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

Résultats connus par commutativité — Résultats à construire

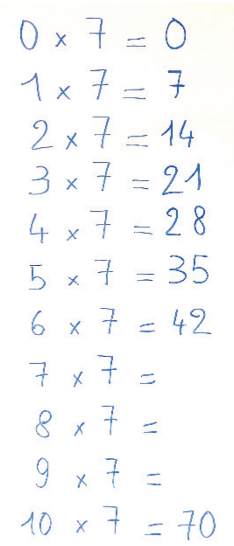
Tableau 2 : point sur les résultats connus dans la table de 7

L'enseignant écrit au tableau en colonne, la table de 7 sans les résultats.

Les élèves sont interrogés oralement pour donner le résultat des multiplications suivantes : 0 x 7, 1 x 7, 2 x 7, 3 x 7, 4 x 7, 5 x 7 et 6 x 7. S'ils ne se souviennent pas de certains de ces résultats, l'enseignant leur laisse le temps nécessaire pour les retrouver à partir de résultats connus.

Chaque résultat est validé à l'oral par une phrase du type « 3 fois 7, 21 » que l'ensemble de la classe répète à voix haute.

La table de 7 est complétée au fur et à mesure.



Temps 2 – Mise en activité des élèves

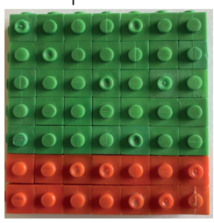
Recherche des résultats 7 x 7, 8 x 7, 9 x 7

L'enseignant invite les élèves à chercher individuellement les résultats non connus de la table de 7 à partir de ceux qu'ils connaissent en utilisant la méthode de leur choix (schéma sur ardoise ou cahier, utilisation de matériel de manipulation comme des cubes emboitables ou des jetons, etc.).

Recherche de 7 x 7

Si au bout des 3 minutes des élèves ont trouvé une solution, l'enseignant demande à l'un d'eux de l'exposer à la classe. Sinon, il en propose une comme par exemple :

> 7 X 7, c'est 5 x 7 + 2 x 7.
>
> Nous savons que 5 x 7 c'est 35 et que 2 x 7 c'est 14 ;
>
> 7 x 7 c'est donc 35 + 14 soit 49.



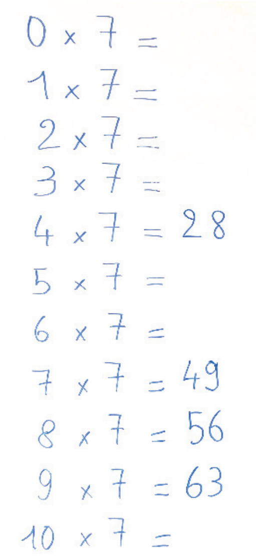
L'enseignant complète alors la table écrite au tableau par 7 x 7 = 49 et fait répéter à l'ensemble de la classe « 7 fois 7, 49 ».

> **Point d'attention**
>
> Il convient d'éviter de passer systématiquement par l'itération de l'addition et d'utiliser des procédures de calcul mental apprises afin de les réactiver.

Ainsi, pour 8 fois 7, il est possible de dire que c'est le double de 4 fois 7 ; et pour 9 fois 7, il est possible de dire que c'est une fois 7 de moins que 10 fois 7. Une manipulation peut servir de support afin de permettre aux élèves les plus en difficulté de visualiser l'opération.

La table de 7 est entièrement complétée.

Les élèves sont ensuite invités à réciter plusieurs fois la table de 7 en suivant les indications de l'enseignant. L'exercice est poursuivi en effaçant quelques résultats dont les élèves devront se souvenir (les résultats retrouvés dans les tables apprises précédemment sont effacés prioritairement). Les calculs sont récités dans l'ordre de la table puis dans le désordre, en insistant sur les trois nouveaux résultats à mémoriser.



Temps 3 – Institutionnalisation, retour réflexif

La trace écrite dans le cahier de l'élève consigne les résultats de la table de 7.

Séance 2 – Travailler la mémorisation de la table

Les élèves lisent individuellement (à voix basse) la table de 7 pendant environ 2 minutes dans leur cahier. Ils travaillent ensuite en binôme les cahiers fermés. Chacun écrit sur son ardoise ou cahier de brouillon la table de 7. Un des deux élèves lit ses calculs un par un et annonce les résultats. L'autre élève vérifie sur son cahier le résultat donné et lui communique si besoin le bon résultat pour que le premier élève corrige. Les rôles sont ensuite inversés.

Séance 3 et 4 – Travailler la mémorisation de la table

L'enseignant propose un calcul issu de la table de 7 aux élèves. Les élèves écrivent le résultat sur leur ardoise et la lèvent au signal de l'enseignant. Un élève est invité à donner le résultat à l'oral. L'enseignant répète à la classe le calcul suivi du résultat (par exemple 3 fois 7, 21). L'ensemble de la classe le dit à son tour. Cette démarche est reprise avec différents calculs. Les tables relèvent de la mémorisation verbale, il est donc essentiel pendant cette séance d'associer, en proximité, l'opération « 3 fois 7 » et le résultat « 21 » et de ne pas donner simplement le résultat de façon isolée afin que cette séance contribue à la mémorisation de l'opération et de son résultat.

Les élèves **sont autorisés** à regarder dans leur cahier les résultats oubliés : le but de l'exercice n'est pas d'évaluer la connaissance de la table, mais de la mémoriser. Il vaut donc mieux qu'ils retrouvent le résultat oublié sur le cahier plutôt qu'ils n'écrivent rien.

La séance 4 est identique à la séance 3 mais **sans aucune possibilité** de regarder sur le cahier. Les calculs sont proposés en utilisant la propriété de commutativité de la multiplication (sept fois quatre ou quatre fois sept).

Focus sur les séances 5 et 6 – Exercices portant sur la mémorisation des résultats

L'enseignant propose aux élèves cinq calculs issus de la table de multiplication par 7 en reprenant la procédure des séances 3 et 4.

Dans un premier temps, un calcul de la table de 7 est proposé à la classe. Les élèves écrivent le résultat sur l'ardoise et la lèvent au signal de l'enseignant. Un élève est invité à donner le résultat à l'oral. L'enseignant répète à la classe le calcul suivi du résultat (par exemple 3 fois 7, 21) et interroge la classe en retour. Cette démarche est reprise avec les 5 calculs en 5 minutes.

Dans un second temps, une fiche est distribuée aux élèves sur laquelle les résultats des calculs proposés à l'oral pourront être inscrits.

Prénom : ______________________

Table de multiplucation par 7.

Calcul 1 : ______________________	Calcul 6 : ______________________
Calcul 2 : ______________________	Calcul 7 : ______________________
Calcul 3 : ______________________	Calcul 8 : ______________________
Calcul 4 : ______________________	Calcul 9 : ______________________
Calcul 5 : ______________________	Calcul 10 : ____________________

Les 10 calculs sont énoncés deux fois l'un après l'autre en laissant le temps aux élèves de noter le résultat.

Correction collective

Pour chaque calcul, un élève est invité à donner le résultat à l'oral. L'enseignant note la correction au tableau et répète à la classe le calcul suivi du résultat (par exemple 3 fois 7, 21).

Séance 7 et 8 – Jeux de mémorisation des résultats

Exemple du jeu possible : **annexe 1**

Les cartes sont imprimées recto-verso. En binôme, un élève désigne une carte, le second doit donner le résultat du calcul avant que le premier n'ait retourné la carte. Cette activité sera régulièrement proposée aux élèves.

D'autres jeux peuvent être proposés, comme un jeu de l'oie autour des tables de multiplication, ou encore un jeu de domino. L'important est de mettre les élèves en situation de recherche du résultat d'une opération.

La séance 8 est identique à la séance 7. Les jeux proposés mixent plusieurs tables (tables de 5, 6 et 7 par exemple).

Séance 9 – Séance d'entraînements

Les élèves ont une fiche sur laquelle sont proposées 20 égalités à compléter. Ils disposent de deux minutes pour effectuer le plus d'opérations possible. L'objectif de fin de CE1 est de compléter 8 égalités en une minute.

Type d'exercice à proposer :

2 x 7 = ...	7 x 7 = ...	..... x 7 = 28	..... x 7 = 42	0 x 7 = ...
7 x 8 = ...	7 x 5 = ...	3 x 7 = ...	..... x 7 = 70	8 x 7 = ...
7 x 10 = ...	..... x 7 = 56	5 x 7 = ...	7 x 4 = ...	..... x 7 = 63
4 x 7 = ...	7 x 8 = ...	9 x 7 = ...	7 x 3 = ...	..... x 7 = 35

À la fin des deux minutes, les résultats sont corrigés par l'élève.

Ce type de séance est proposée quotidiennement pendant une semaine environ.

Séance 10 – Séance d'entraînements

Les élèves ont une fiche sur laquelle sont proposées 20 égalités à compléter. Il leur est laissé deux minutes pour effectuer le plus d'opérations possible.

Type d'exercice à proposer :

2 x 6 = ...	7 x 7 = ...	..... x 5 = 30	..... x 7 = 42	0 x 6 = ...
7 x 8 = ...	5 x 5 = ...	3 x 7 = ...	..... x 6 = 54	8 x 7 = ...
5 x 10 = ...	..... x 6 = 48	5 x 8 = ...	7 x 9 = ...	..... x 7 = 63
4 x 7 = ...	7 x 8 = ...	9 x 7 = ...	5 x 3 = ...	..... x 6 = 36

À la fin des deux minutes, les résultats sont corrigés par l'élève à l'aide de sa leçon.

Ce type de séance est proposée quotidiennement pendant une semaine.

Séance 11 – Séance d'entraînements

Identique à la séance 9, mais proposée une semaine plus tard.

Séances 12 et 13 – Séance d'entraînements et d'évaluation

Identique à la séance 10, mais proposée trois semaines plus tard.

Proposition de séquence nº 4 – Résoudre des problèmes additifs du type parties-tout

Objectif des programmes

Résoudre des problèmes additifs en une étape du type parties-tout.

Éclairage de la recherche

Nous résumons ici quelques éléments relatifs à l'enseignement de la résolution des problèmes additifs en une étape. Les références des travaux de recherche sur lesquels ces éléments sont fondés sont recensées dans les chapitres I et IV du guide *La résolution de problèmes au cours moyen* disponible sur éduscol[4].

Les **problèmes additifs en une étape** (c'est-à-dire les problèmes qui peuvent se résoudre en effectuant une addition ou une soustraction) ont fait l'objet de différentes classifications, dont celle de Gérard Vergnaud. Ces classifications distinguent différentes familles de problèmes additifs : des problèmes de « transformation » (ajouts ou retraits), des problèmes de « combinaison » et des problèmes de « comparaison ».

Ces classifications n'ont pas à être enseignées aux élèves. Ce sont en revanche des outils pour les enseignants pour s'assurer qu'ils confrontent effectivement leurs élèves à une diversité de situations possibles sans se limiter à quelques situations prototypiques, et pour anticiper la difficulté que certains problèmes risquent de poser aux élèves. Des études ont en effet montré que les taux de réussite à différents problèmes relevant d'une même opération (par exemple la soustraction) peuvent différer selon la *structure* de ces problèmes. Ainsi, il a été observé que, pour les mêmes nombres dans un énoncé, la recherche de la valeur finale après un retrait (comme dans le problème A ci-dessous) pose moins de difficultés que la recherche d'une partie dans une combinaison de deux collections (comme dans le problème B) ou la recherche de la valeur initiale avant un ajout (comme dans le problème C) :

(A) *J'avais 85 billes. J'en ai perdu 24. Combien de billes me reste-t-il ?*

(B) *Dans cette corbeille, il y a des pommes et des poires. Il y a 85 fruits. Il y a 24 pommes. Combien de poires y-a-t-il ?*

(C) *Ce matin, Mona avait des billes. Simon lui a donné 24 billes. Mona a maintenant 85 billes.*

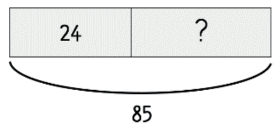
Combien de billes Simon a-t-il données à Mona ?

Les **« problèmes du type parties-tout » travaillés dans la séquence développée dans ce document regroupent les problèmes de « transformation » et les problèmes de « combinaison »**. Les regrouper au sein d'une même famille de problèmes ne va pas de soi : reconnaitre que résoudre le problème B ou le problème C ci-dessus, **c'est comme** résoudre le problème A, n'a rien d'intuitif. Pourtant, identifier des analogies de structures entre ces trois problèmes est possible en les interprétant comme des problèmes dans lesquels il y a **un tout** (les 85 billes que j'avais au départ, les 85 fruits dans la corbeille, les 85 billes que Mona a maintenant), qui se décompose en **deux parties** (les billes

4. La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen

que j'ai perdues et celles qu'il me reste ; les pommes et les poires ; les billes que Mona avait et celles que Simon lui a données). Dans chacun des cas, le tout est connu, une partie est connue, et on cherche l'autre partie : le résultat des problèmes B et C s'obtient *donc* en effectuant la soustraction **85 – 24**, comme pour le problème A.

La reconnaissance d'une analogie de structure est envisagée comme une aide possible pour la résolution d'un problème quand l'identification de l'opération en jeu n'est pas spontanée. Des travaux de recherche montrent que cette reconnaissance peut être soutenue par une représentation du problème ciblée sur les relations entre les données et ce qui est cherché, comme un schéma en barres.



Ainsi les problèmes A, B et C ci-dessus peuvent tous être représentés par le schéma en barres ci-contre, qui permet de reconnaitre un problème relevant de la soustraction **85 – 24**

Éléments de progression

Des problèmes additifs en une étape du type parties-tout sont travaillés dès le cycle 1, aussi bien dans le cas de la recherche du tout que d'une partie, en incluant, pour les problèmes d'ajout et de retrait, des situations de recherche de la valeur finale et de la valeur ajoutée ou retirée (jeu du saladier ; situations avec ajout ou retrait d'éléments dans une boite opaque ; etc.). Ces problèmes portent sur des nombres que les élèves maîtrisent (jusqu'à dix, voire au-delà pour certains élèves).

En CP, la résolution de problèmes du type parties-tout engageant les différentes structures rencontrées en cycle 1 est entretenue **en introduisant le symbolisme associé aux opérations (+, –, =)** et **en élargissant le champ numérique aux nombres allant jusqu'à 100** en cohérence avec l'avancée du travail mené sur la numération décimale. Les élèves peuvent prendre appui sur des représentations des nombres à l'aide d'un matériel de numération (tangible puis représenté), d'une part pour s'interroger sur les relations entre les données et ce qui est cherché (*Cherche-t-on à déterminer le tout ou une partie ?*), et d'autre part pour effectuer les calculs.

En début d'année de CE1, la résolution de problèmes additifs du type parties-tout en une ou plusieurs étapes portant sur des nombres inférieurs à 100 est entretenue. Selon les nombres en jeu et l'avancée du travail en calcul, les procédures de résolution sont variées : les élèves continuent à prendre appui sur du matériel de numération tant que cela est nécessaire, mais apprennent aussi à mobiliser les procédures de calcul mental qu'ils connaissent, ainsi que la technique posée de l'addition apprise au CP. Une technique posée de la soustraction est introduite au plus tard en période 3, en lien avec la résolution de certains de ces problèmes.

De manière concomitante, en numération, le champ des nombres connus s'élargit tout au long de l'année : les nombres compris entre 100 et 1000 sont introduits progressivement dès la première période.

La séquence développée dans ce document, prévue en périodes 3 ou 4, s'inscrit dans la continuité du travail effectué en numération, en calcul et en résolution de problèmes. Il s'agit d'apprendre à résoudre des problèmes additifs du type parties-tout portant sur l'ensemble des nombres désormais disponibles, en prenant appui sur des outils adaptés à cet élargissement du champ numérique : les élèves apprennent à représenter les relations entre les données et ce qui est cherché à l'aide d'un schéma en barres et à tirer parti des différentes procédures de calcul désormais connues (en calcul mental ou en calcul posé, en fonction des nombres en jeu).

Cette séquence est également l'occasion d'élargir la famille des problèmes reconnus comme des problèmes du type parties-tout, en introduisant en cours de séquence des situations d'ajout ou de retrait pour lesquelles on recherche la valeur initiale.

Plus tard dans l'année de CE1, des problèmes additifs du type parties-tout en une étape portant sur des nombres allant jusqu'à 1000 continueront à être proposés, en les mêlant à d'autres problèmes ayant des structures différentes (problèmes de comparaison en une étape ; problèmes additifs en deux étapes, problèmes multiplicatifs, etc.)

Au CE2 et dans les années suivantes, ces problèmes seront régulièrement retravaillés dans un champ numérique de plus en plus étendu (entiers de plus en plus grands, fractions et nombres décimaux).

Démarche d'enseignement

Choix de conception

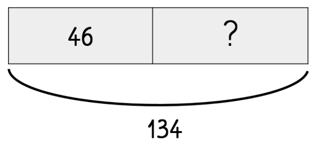
La séquence développée dans ce document est fondée sur les choix suivants :

- confronter les élèves à une diversité de problèmes relevant de la famille des problèmes du type parties-tout, en proposant des problèmes relevant de structures variées : transformation et combinaison. L'introduction de problèmes relevant d'une nouvelle structure est faite délibérément par l'enseignant à certains moments de la séquence, mais sans que cela ne constitue un « événement » du point de vue des élèves : les problèmes traités sont interprétés indifféremment, tout au long de la séquence, comme des problèmes pour lesquels on cherche le tout ou une partie, et qui peuvent tous être représentés par le même type de schéma.
- Coordonner les apprentissages en numération décimale, en calcul et en résolution de problèmes. Ainsi, cette séquence est proposée seulement dans la deuxième partie de l'année car les choix suivants ont été effectués :
  - introduire les schémas en barre pour des données numériques plus grandes que celles pour lesquelles une représentation par du matériel de numération a été opérationnelle au CP, et donc une fois que des nombres supérieurs à 100 sont disponibles ;
  - laisser du temps en début d'année pour installer la centaine en numération (en prenant du temps pour associer écriture chiffrée, représentations diverses et désignation orale sur des nombres de plus en plus grands, dans des tâches de dénombrement et de constitution de collections de cardinal donné) ;
  - attendre qu'une technique posée de la soustraction soit disponible, de manière à pouvoir proposer des séances pendant lesquelles les calculs (qu'ils concernent des additions ou des soustractions) puissent tous être effectués selon la même modalité (calcul mental ou calcul posé).
- Enseigner explicitement un mode de représentation des problèmes du type parties-tout et en faire un attendu lors de cette séquence. Il s'agit d'offrir à chaque élève un temps d'appropriation de ce nouveau type de schéma suffisamment long pour qu'il puisse ensuite, dans des séquences ultérieures, s'en libérer s'il n'en a plus besoin, ou en disposer à nouveau si cela lui est utile pour alléger sa mémoire de travail (dans le cas de nombres plus grands ou de structures plus complexes).

Le schéma retenu dans cette séquence pour représenter les problèmes additifs du type parties-tout à une étape est un **schéma en barres** : ce choix a pour objectif de procurer aux élèves un outil permettant de représenter les problèmes du type parties-tout en une étape dans toute leur diversité, sans faire de distinction entre problèmes de transformation et problèmes de combinaison. Les programmes officiels indiquent que d'autres schémas peuvent être enseignés (telles des représentations sur un axe numérique pour représenter les problèmes de transformation). Le choix opéré dans cette séquence est de présenter uniquement les schémas en barre afin de permettre aux élèves de focaliser leur attention sur un seul nouvel objet d'apprentissage. Les autres types de schémas constituent néanmoins des alternatives possibles qui pourront être enseignées ultérieurement.

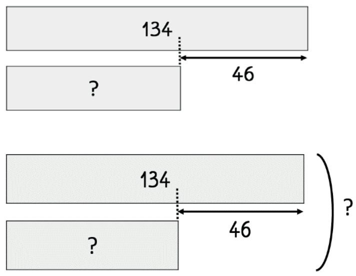
Plus précisément, le schéma retenu dans cette séquence pour représenter des problèmes additifs du type parties-tout à une étape est un schéma en barres constitué d'une grande barre décomposée en deux parties. En accord avec ce qui est proposé dans le guide *La résolution de problèmes au cours moyen (ibid.,p.118),* les longueurs respectives des deux barres intérieures ne font pas l'objet d'un questionnement ; il n'est notamment pas demandé de construire des barres dont les longueurs seraient proportionnelles aux valeurs qu'elles représentent.

Représentation d'une situation où l'on recherche une partie dans un tout :



Le choix effectué est de réserver les schémas avec deux barres disjointes aux problèmes de **comparaison** (comme : « Lucie a 134 billes. Lucie a 46 billes de plus que Pierre. Combien de billes Pierre a-t-il ? »), de manière à ne représenter qu'une seule fois chacune des grandeurs qui interviennent dans un énoncé, et de manière **à bien distinguer les relations d'inclusion et de comparaison**.

Représentation d'une situation de comparaison de deux valeurs où l'on recherche la plus petite valeur des deux valeurs (et éventuellement, ensuite, la somme des deux valeurs) :



Ce choix permet par ailleurs de proposer ensuite, au CE2, des représentations simples de problèmes combinant ces deux relations (comme : « Lucie a 134 billes. Lucie a 46 billes de plus que Pierre. Combien de billes les deux enfants ont-ils en tout ? »).

Variables didactiques utilisées pour structurer la séquence

- **Les nombres :** les données numériques relèvent toutes du champ numérique visé en CE1, au sens où les nombres peuvent porter jusqu'à 1000. Le champ numérique est cependant adapté en fonction de la modalité de calcul que l'on souhaite faire mobiliser (calcul mental ou calcul posé). Ainsi, par exemple, pour les séances de calcul mental de cette séquence, le choix a été fait de mettre l'accent sur des procédures fondées sur des connaissances en numération (ajout ou retrait d'un nombre entier de dizaines ou de centaines).
- **La structure des problèmes :** dès le début de la séquence, des problèmes relevant de l'addition sont proposés en même temps que des problèmes relevant de la soustraction, afin de développer l'aptitude des élèves à discerner les situations qui relèvent de la recherche du tout de celles qui relèvent de la recherche d'une partie. Il a par ailleurs été choisi de commencer la séquence par des problèmes de combinaison, puis d'introduire progressivement des problèmes de transformation (ajouts ou retraits). Pour ces derniers, le choix a été fait de mêler des problèmes de recherche de la valeur finale (connus comme plus simples pour la phase de modélisation) à des problèmes de recherche de la transformation ou de la valeur initiale (connus comme plus difficiles). Tous ces problèmes sont, indifféremment, interprétés comme des problèmes du type parties-tout.
- **L'habillage des énoncés :** selon les séances, les habillages sont les mêmes pour tous les problèmes de la séance ou varient d'un problème à l'autre :

- dans le premier cas, il s'agit de permettre aux élèves de se focaliser sur ce qui varie d'un problème à l'autre, en l'occurrence la structure du problème (*Cherche-t-on une partie ou un tout ?*) ;
- dans le second cas, il s'agit d'apprendre aux élèves à faire abstraction de l'habillage des énoncés pour reconnaitre des analogies de structures.

Pour certaines séances de la séquence, un appui sur des éléments de contexte issus de trois albums de littérature de jeunesse est proposé, avec l'intention de proposer des variations de contexte rassurantes et attrayantes pour les élèves. Les trois albums ont été choisis parmi des albums connus des élèves. Ces albums offrent la possibilité de considérer la relation parties-tout de différents points de vue : en effet, une collection d'objets tous identiques (par exemple des pièces d'or) répartis dans plusieurs contenants, mais aussi des objets relevant de différentes sous-catégories réunis dans une même catégorie englobante (par exemple des navets, des carottes et des poireaux rassemblés dans la famille des légumes ; des hirondelles, des cigognes et des oies rassemblées dans la famille des oiseaux migrateurs ; etc.).

- **Les grandeurs :** pour cette première séquence portant sur des nombres supérieurs à 100, il a été décidé de travailler uniquement avec des quantités, pour se placer dans la continuité du CP. Plus tard dans l'année de CE1 puis au CE2, des problèmes similaires seront proposés avec d'autres grandeurs (longueurs, masses, sommes d'argent, durées, contenances).

Déroulement de la séquence

Objectif de la séquence : apprendre aux élèves à résoudre des problèmes du champ additif en une étape **du type parties-tout** en prenant appui sur un schéma en barres.

Séance	Objectifs	Durée	Modalité
1 Focus Annexe n° 1	**Introduire le schéma en barres comme appui pour résoudre des problèmes du type parties-tout** **Structures** Recherche du tout ou d'une partie dans un problème de combinaison (collection d'objets identiques répartie dans deux contenants). **Habillage** *Les trois brigands.*	45 min	Enseignement d'une procédure de résolution de problème et élaboration de deux traces écrites de référence. Entraînement guidé (différenciation portant sur le nombre de problèmes traités et sur l'accompagnement par l'enseignant).
2 et 3 Focus Annexes n° 2 et 3	**Entraînement après la séance 1** **Structures** Recherche du tout ou d'une partie dans un problème de combinaison (collection composée de deux sous-collections relevant de deux sous-catégories d'une catégorie englobante). **Habillage** Séance 2 - *L'Afrique de Zigomar* Séance 3 - *Zigomar n'aime pas les légumes.*	15 min	Séances courtes, sur ardoise, avec résolution de trois problèmes dont les énoncés sont donnés oralement.

Séance	Objectifs	Durée	Modalité
4 Annexe n° 4	**Entraînement individuel après les séances 2 et 3** **Structures** Recherche du tout ou d'une partie dans un problème de combinaison. **Habillages** Variés.	30 min	Résolution individuelle sur le cahier d'entraînement d'une liste de problèmes. Différenciation portant sur le nombre de problèmes traités et sur l'accompagnement par l'enseignant.
5 Focus Annexe n° 5	**Évaluation intermédiaire et remédiation** **Structures** Recherche du tout ou d'une partie dans un problème de combinaison. **Habillages** Variés.	20 min	Résolution individuelle de problèmes semblables aux problèmes proposés dans les quatre premières séances de la séquence.
6, 7 Focus Annexes n° 6, 7	**Développer la flexibilité des élèves en leur apprenant à faire des analogies en prenant appui sur un schéma en barres** **Structures** Recherche de la valeur finale, de la valeur ajoutée ou de la valeur initiale dans un retrait. **Habillages** Séance 6 - *Les trois brigands*. Séance 7 - *L'Afrique de Zigomar*.	15 min	Séances courtes, sur ardoise, avec résolution de trois problèmes dont les énoncés sont donnés oralement .
8 Focus Annexe n° 8	**Entraînement individuel après les séances 6 et 7** **Structures** Recherche de la valeur finale, de la valeur retirée ou de la valeur initiale dans un retrait. **Habillages** Variés	30 min	Résolution individuelle sur le cahier d'entraînement d'une liste de problèmes. Différenciation portant sur le nombre de problèmes traités et sur l'accompagnement par l'enseignant.

Séance	Objectifs	Durée	Modalité
9, 10 Focus Annexes n° 9, 10	**Développer la flexibilité des élèves en leur apprenant à faire des analogies en prenant appui sur un schéma en barres** **Structures** Recherche de la valeur finale, de la valeur ajoutée ou de la valeur initiale dans un ajout. **Habillages** Séance 9 - *Les trois brigands*. Séance 10 - *L'Afrique de Zigomar*.	15 min	Séances courtes, sur ardoise, avec résolution de trois problèmes dont les énoncés sont donnés oralement.
11 Focus Annexe n° 11	**Entraînement individuel après les séances 9 et 10** **Structures** Problèmes d'ajouts et de retraits ; recherche de l'une des trois valeurs. **Habillages** Variés.	30 min	Résolution individuelle sur le cahier d'entraînement d'une liste de problèmes. Différenciation portant sur le nombre de problèmes traités et sur l'accompagnement par l'enseignant.
12 Annexe n° 12	**Évaluation** **Structures** Problèmes d'ajouts et de retraits ; recherche de l'une des trois valeurs. **Habillages** Variés.	20 min	Résolution individuelle de problèmes semblables aux problèmes proposés tout au long de la séquence.
Tout au long de l'année	**Entretenir les savoir-faire acquis pendant la séquence.**	15 min	Régulièrement, des résolutions de problèmes engageant la diversité des structures travaillées au cours de la séquence (combinaison, transformation) sont proposées lors de séances ponctuelles, par exemple dans le créneau dédié au calcul mental. Elles sont réalisées sur ardoise ou dans le cahier d'entraînement.

Focus sur la séance 1 – Déroulement intégral

Le déroulement des séances longues est largement inspiré du déroulement d'une séance filmée en CP et d'une séance décrite en CM2 que l'on peut retrouver toutes les deux en consultant le focus de fin de chapitre II du guide *La résolution de problèmes au cours moyen* disponible sur éduscol[5].

Temps 1 – Définition des objectifs et mise en réussite

Présentation des objectifs de la séquence (1 min)

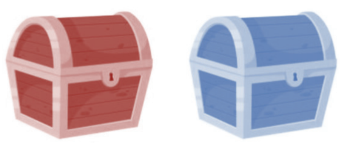
L'enseignant indique aux élèves qu'une nouvelle séquence de mathématiques débute et qu'elle va porter sur des problèmes avec deux parties et un tout, comme dans des problèmes qu'ils ont résolus précédemment (deux affiches avec la trace écrite de deux problèmes de référence résolus en CP ou en début CE1 peuvent être montrées), mais avec des nombres plus grands. Pour ces nouveaux problèmes, les schémas avec du matériel de numération que les élèves ont l'habitude d'utiliser vont devenir peu efficients, car trop longs à réaliser. Les élèves vont donc apprendre à représenter les problèmes avec deux parties et un tout par un nouveau type de schéma. Celui-ci peut être réalisé rapidement même si les nombres sont grands, et les aidera à résoudre ces problèmes (le schéma les aidera, en particulier, à décider quels calculs effectuer).

L'enseignant précise ensuite le déroulement de la séance : dans un premier temps, les élèves travaillent tous ensemble pour résoudre un problème, qui servira de référence pour la suite. À la fin de la séance, une trace en sera gardée sur une affiche et dans le cahier de leçons. Dans un second temps, les élèves travaillent individuellement ou avec l'aide de l'enseignant, à leur rythme, en s'entrainant à résoudre des problèmes qui ressembleront beaucoup au premier problème résolu.

Présentation du premier problème et recherche individuelle (2 min + 3 min)

L'enseignant projette l'énoncé ci-dessous (ou l'écrit au tableau, en représentant rapidement les coffres) :

Les brigands ont rangé 146 pièces dans deux coffres.
Il y a 34 pièces dans le coffre rouge.
Combien de pièces y a-t-il dans le coffre bleu ?



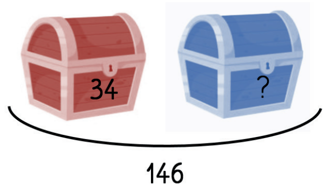
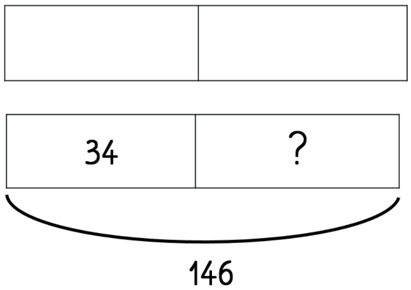
L'enseignant demande aux élèves de lire l'énoncé dans leur tête, puis le lit à voix haute. Il le masque temporairement et demande à un élève de raconter l'histoire du problème, sans les nombres s'il ne s'en souvient plus. Il demande enfin à un autre élève de dire ce qu'il faut chercher, puis invite les élèves à réfléchir et à répondre sur leur ardoise ou leur cahier.

Une courte phase de recherche individuelle est proposée. L'enseignant circule dans les rangs pour prendre connaissance des productions des élèves. Il encourage toute tentative de recherche et valorise les réussites.

Enseignement de la procédure de résolution visée (10 min)

L'enseignant indique que pendant quelques minutes, toute la classe va travailler ensemble pour que chacun apprenne à résoudre le problème posé : il s'agit d'en faire une correction qui sera conservée dans le cahier de leçons à la fin de la séance, de manière à ce que tous puissent réussir ensuite à résoudre des problèmes qui lui ressemblent.

5. La résolution de problèmes mathématiques au cours moyen (pages 56 à 63)

Mise en mots par l'enseignant	Trace construite progressivement au tableau (en conservant l'énoncé visible tout au long de la résolution)
L'enseignant relit l'énoncé, et, au fur et à mesure, annote le schéma des coffres.	Les brigands ont rangé 146 pièces dans deux coffres. Il y a 34 pièces dans le coffre rouge. Combien de pièces y a-t-il dans le coffre bleu ? 
Je vais maintenant vous apprendre à représenter ce problème avec un schéma qui vous aidera ensuite pour résoudre de nombreux problèmes. *L'énoncé nous dit qu'il y a des pièces rangées dans deux coffres, un coffre rouge et un coffre bleu. Je représente le coffre rouge par une barre, et à côté, je représente le coffre bleu par une autre barre.* *L'énoncé nous dit qu'il y a 146 pièces rangées dans les deux coffres. Pour l'indiquer sur le schéma, je trace une ligne qui montre que c'est le nombre de pièces qu'il y a en tout, et j'écris en dessous ce nombre total de pièces : 146.* *L'énoncé nous dit qu'il y a 34 pièces dans le coffre rouge : j'écris 34 dans la barre du coffre rouge.* *Dans ce problème, je cherche le nombre de pièces dans le coffre bleu : je l'indique par un point d'interrogation dans la barre du coffre bleu.*	
Quel calcul vais-je faire pour trouver le nombre de pièces dans le coffre bleu ? *Parmi les 146 pièces qu'il y a en tout, il y a deux parties : les 34 pièces qui sont dans le coffre rouge et toutes les autres qui sont dans le coffre bleu.* *Pour trouver le nombre de pièces dans le coffre bleu, je prends les 146 pièces (l'enseignant repasse sur la ligne du tout avec son doigt), et j'enlève les 34 pièces qui sont dans le coffre rouge (l'enseignant cache la barre du coffre rouge) : je vais donc effectuer la soustraction 146 – 34.*	146 – 34 = ?
Pour effectuer ce calcul, je peux utiliser la technique que nous avons apprise pour poser des soustractions.	Par exemple avec la technique apprise : $\begin{array}{r} 1\ 4\ 6 \\ -\quad 3\ 4 \\ \hline 1\ 1\ 2 \end{array}$ 146 – 34 = 112

Mise en mots par l'enseignant	Trace construite progressivement au tableau (en conservant l'énoncé visible tout au long de la résolution)
Il reste à écrire la réponse au problème. *Pour répondre, il faut se souvenir de la question : « Combien de pièces y a-t-il dans le coffre bleu ? ».*	Il y a 112 pièces dans le coffre bleu

Temps 2 – Mise en activité des élèves

Entraînement (20 min)

L'enseignant indique aux élèves qu'ils vont maintenant résoudre d'autres problèmes dans lesquels on recherche une partie ou un tout dans leur cahier d'entraînement. La résolution du problème n° 1 reste affichée au tableau (elle sera collée dans le cahier de leçons de mathématiques à la fin de la séance). Quatre problèmes sont prévus, mais **chaque élève va travailler à son rythme**. L'énoncé du problème 2 est distribué immédiatement et collé dans le cahier d'entraînement. **Les énoncés des autres problèmes sont disponibles un par un sur une table ;** dès qu'un élève a terminé la résolution d'un exercice, il vient chercher l'énoncé suivant, sans attendre la validation de l'enseignant.

L'objectif est que tous les élèves résolvent les problèmes 2 et 3 (les problèmes 4 et 5 sont prévus pour que les élèves les plus rapides résolvent des problèmes jusqu'au terme de la séance). **Si au début de ce moment d'entraînement, l'enseignant repère des élèves qui ne se lancent pas dans la résolution du problème 2, il les regroupe quelques minutes autour d'une table pour les guider :** il met alors à leur disposition du matériel de numération tangible et deux boites pour simuler l'histoire du problème, puis les accompagne pour la représentation par un schéma en barres et la résolution du problème. Une fois cette aide apportée, les élèves retournent à leur place et, en prenant appui sur les traces conservées rédigent la solution du problème n° 2, mais cette fois-ci seuls, sur leur cahier.

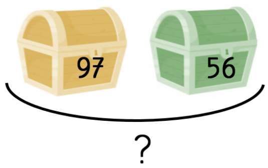
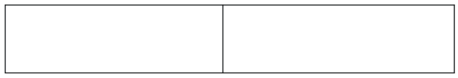
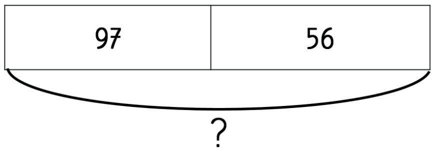
Lors de sa circulation dans la classe, l'enseignant valide les productions correctes, ou apporte des aides individuelles. Dans la mesure du possible, il privilégie un bref retour écrit immédiat sur les productions individuelles au fur et à mesure de sa circulation dans la classe. Les productions non vérifiées pendant la séance feront l'objet d'une correction dans les cahiers dont les élèves prendront connaissance le lendemain.

Énoncés des problèmes proposés pendant la séance 1

Les énoncés des problèmes proposés pour ce premier entraînement sont disponibles **en annexe 1**.

Le problème 2 est un exercice d'entraînement direct après la correction du problème 1. Dans le problème 3, on ne recherche plus l'une des parties, mais le tout : ce problème fera l'objet d'une correction collective et d'une trace écrite en fin de séance. Pour son énoncé, le choix a été fait de ne pas utiliser l'expression « en tout » dans la question, de manière à ne pas permettre la reconnaissance de l'addition sur la base de ce seul indice. Pour les élèves les plus rapides pendant l'entraînement, on propose les problèmes 4 et 5 : le problème 4 est un problème de recherche d'une partie qui conduit à une soustraction avec une retenue ; le problème 5 est un problème de recherche du tout quand on réunit trois parties (il nécessite donc une légère adaptation du schéma introduit lors de la résolution du problème de référence, avec cette fois-ci trois barres accolées).

Correction collective du problème 3

Mise en mots par l'enseignant	Trace construite progressivement au tableau (en conservant l'énoncé visible tout au long de la résolution) :
L'enseignant indique que le problème 3 va faire l'objet d'une correction collective et qu'une trace en sera gardée dans le cahier de leçons, après la correction. Il projette l'énoncé, le lit, et, au fur et à mesure, annote le schéma des coffres.	Les brigands ont rangé des perles dans deux coffres. Il y a 97 perles dans le coffre jaune. Il y a 56 perles dans le coffre vert. Combien de perles y a-t-il dans les deux coffres ? 
Nous allons représenter ce problème avec le nouveau schéma que vous avez appris. L'énoncé nous dit qu'il y a des perles rangées dans deux coffres, un jaune et un vert. Je représente par une barre le coffre jaune, et juste à côté, par une autre barre, le coffre vert.	
Pour la suite de l'élaboration du schéma, l'enseignant interroge des élèves et écrit au tableau sous leur dictée. *L'énoncé nous dit qu'il y a 97 perles rangées dans le coffre jaune et 56 perles rangées dans le coffre vert : où dois-je écrire ces nombres sur le schéma ? Dans ce problème, que cherchons-nous ? Comment l'indiquer sur le schéma ?*	
Quel calcul allons-nous faire pour trouver le nombre de perles qu'il y a dans les deux coffres ? Pourquoi ? Nous avons deux parties, nous cherchons le tout, donc pour trouver la réponse, nous faisons une addition : nous ajoutons 97 et 56. *Pour effectuer ce calcul, comment pouvons-nous procéder ?* *Nous pouvons poser l'addition en utilisant la technique que nous avons apprise.*	$97 + 56 = ?$ $\begin{array}{rrr} & {}^{1}+9 & 7 \\ + & 5 & 6 \\ \hline 1 & 5 & 3 \end{array}$ $97 + 56 = 153$
Il reste à écrire la réponse au problème. *Comment faire ? Nous devons relire la question.*	Il y a 153 perles dans les deux coffres.

Temps 3 – Institutionnalisation, retour réflexif (10 min)

Trace écrite

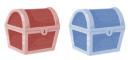
À l'issue de la résolution de ce problème, une trace écrite est collée dans le cahier de leçons de mathématiques. Elle reprend l'énoncé, le schéma réalisé, l'égalité mathématique qui rend compte du calcul et la phrase qui apporte la réponse pour les problèmes 1 et 3. Des titres sont ajoutés à chacun de ces deux problèmes de manière à ce qu'ils puissent être désignés clairement quand des analogies avec d'autres problèmes seront mises en évidence lors des séances suivantes. Deux affiches avec ces mêmes traces écrites resteront disponibles dans la classe lors des séances ultérieures.

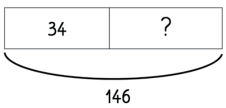
Trace écrite problème 1

Je cherche une partie.

Le problème des pièces des brigands

Les brigands ont rangé 146 pièces dans deux coffres.
Il y a 34 pièces dans le coffre rouge.
Combien de pièces y a-t-il dans le coffre bleu ?





146 – 34 = 112

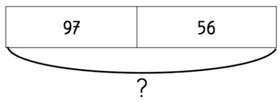
Il y a 112 pièces dans le coffre bleu.

Trace écrite problème 2

Je cherche le tout.

Le problème des perles des brigands

Les brigands ont rangé des perles dans deux coffres.
Il y a 97 perles dans le coffre jaune.
Il y a 56 perles dans le coffre vert.
Combien de perles y a-t-il dans les deux coffres ?



97 + 56 = 153

Il y a 153 perles dans les deux coffres.

Pour faciliter l'appropriation de la trace écrite, certains éléments peuvent être laissés à compléter par les élèves au moment où la leçon est insérée dans le cahier. Dans ce cas, en prenant appui sur des échanges avec la classe, l'enseignant complète les éléments manquants sur les affiches qui pourront être remobilisées au cours des séances suivantes, tandis que les élèves recopient les éléments manquants sur leur cahier.

Clôture de la séance

L'enseignant conclut en faisant rappeler par les élèves ce qu'ils ont appris au cours de la séance : ils ont appris à résoudre des problèmes dans lesquels il y a deux parties et un tout, en représentant ces problèmes par un schéma plus rapide à réaliser que si l'on représente les nombres avec du matériel de numération. L'enseignant termine en annonçant que le travail sera poursuivi le lendemain : les élèves continueront à s'entrainer à représenter et résoudre des problèmes qui ressembleront beaucoup à ces deux problèmes.

Focus sur les séances 2, 3, 6, 7, 9 et 10 – Déroulement des séances courtes d'entraînement en calcul mental

Les séances d'entraînement courtes sont des séances **rythmées**, d'une quinzaine de minutes, **au cours desquelles une activité individuelle conséquente des élèves est visée**.

L'enseignant indique en début de séance qu'il s'agit de s'entrainer à résoudre des problèmes qui ressemblent aux problèmes de référence déjà travaillés (ces problèmes sont clairement identifiés grâce aux affiches associées aux deux problèmes de référence de la séance 1). Il précise les attendus pour la séquence en cours : comme sur les affiches de référence, un schéma pour représenter le problème, l'opération et le résultat. La phrase qui donne la réponse au problème sera formulée oralement.

L'enseignant précise aussi les modalités de calcul attendu (calcul mental ou calcul posé) : ici, pour les séances courtes, le choix a été fait de faire effectuer les calculs en calcul mental, en faisant mobiliser les procédures apprises pour ajouter ou soustraire un nombre entier de dizaines ou de centaines.

Pour chacun des problèmes, l'enseignant montre et lit l'énoncé, en invitant les élèves à imaginer l'histoire du problème dans leur tête et à se poser la question « Que cherche-t-on ? ». Les élèves travaillent individuellement pendant environ trois minutes, et l'enseignant circule pour prendre connaissance d'éventuelles difficultés dans la modélisation du problème. La correction (schéma, opération, calcul) est ensuite rédigée rapidement au tableau par l'enseignant sous la dictée d'un élève, en prenant appui, si cela s'avère nécessaire, sur la mise en évidence d'une analogie de structure avec l'un des deux problèmes de référence, avec le repérage de la présence de deux parties qui forment un tout (cf. focus sur la représentation par un schéma en barres des problèmes de transformation). La phrase réponse est formulée oralement.

Focus sur la séance 5 – Évaluation intermédiaire et remédiation associée

Évaluation

L'évaluation intermédiaire proposée en séance 5 reprend des problèmes similaires à ceux qui ont été résolus pendant les séances 1, 2, 3 et 4. Les élèves travaillent individuellement. L'enseignant rassure les élèves : les problèmes ressemblent aux problèmes travaillés lors des séances précédentes. Il explique qu'il s'agit de se tester, pour que chacun puisse savoir s'il sait désormais résoudre ces problèmes de manière autonome ou s'il a besoin de continuer à s'entrainer avec l'enseignant. Le cahier de leçons est fermé, les affiches de référence ne sont pas visibles.

Les énoncés, disponibles en **annexe 5**, sont distribués aux élèves et lus par l'enseignant au début de l'évaluation.

À l'issue de cette évaluation, l'enseignant peut dresser un relevé des difficultés et réussites des élèves en référence aux critères suivants :

Comprendre/Représenter (C/R)	L'élève a-t-il représenté le problème par un schéma en barres correct lorsqu'il en avait besoin ?
Modéliser (M)	L'élève a-t-il identifié l'addition ou la soustraction qui modélise le problème ?
Calculer (C)	L'opération est-elle correctement effectuée ?
Répondre (R)	La phrase qui donne la réponse au problème est-elle correcte ?

Pendant la correction des travaux des élèves, l'enseignant complète le tableau suivant (R : réussi ; PR : partiellement réussi ; NR : non réussi, NT : non traité). L'enseignant dénombre ensuite les R dans chaque ligne et chaque colonne. Pour les composantes massivement réussies, l'enseignant repère les élèves en difficulté, et leur propose une remédiation en APC ou en petit groupe pendant le temps de classe. En cas de composantes massivement échouées, il reprogramme un travail dédié, en classe entière.

	Problème 1				Problème 2				Problème 3				Problème 4				
	C/R	M	C	R	C/R	M	C	R	C/R	M	C	R	C/R	M	C	R	Bilan
Élève 1																	
Élève 2																	
....																	
Bilan																	

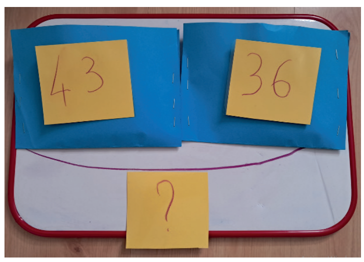
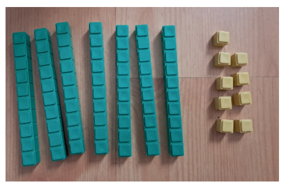
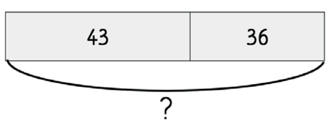
Remédiations

- **Pour les élèves en difficulté dans les phases de compréhension/représentation par un schéma en barres ou de modélisation**, des problèmes similaires aux deux problèmes de référence sont proposés en choisissant un nouvel habillage et des données numériques inférieures à 100.

Dans un premier temps, l'enseignant met à disposition des élèves des pochettes permettant d'organiser du matériel tangible en deux sous-collections.

Exemples d'énoncés :

Problème A : Clément a cueilli 43 pommes et 36 poires. Combien de fruits Clément a-t-il cueillis ?

Simulation avec du matériel tangible	 		
Représentation par un schéma, puis traduction par une opération, calcul, et réponse au problème.		 43 + 36 = ?	43 + 36 = 79 Clément a cueilli 79 fruits.

L’enseignant demande à un élève de représenter les 43 pommes à l’aide du matériel de numération, puis de ranger la collection dans une pochette. Pour se souvenir du nombre de pommes, une étiquette effaçable est placée sur la pochette : un élève écrit le nombre 43.

De la même manière, les poires sont représentées par du matériel de numération placé dans une deuxième pochette étiquetée avec le nombre 36.

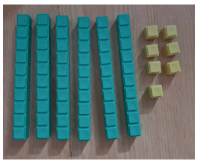
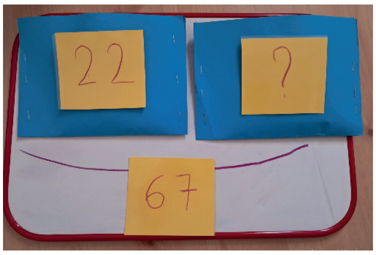
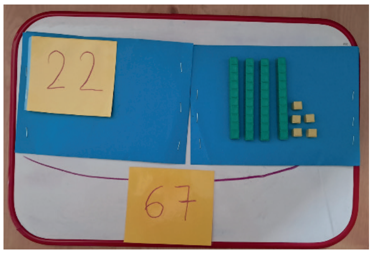
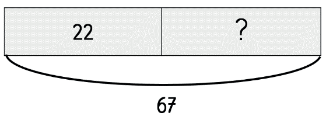
L’enseignant demande ensuite de rappeler ce qu’il faut chercher, puis trace, sous les pochettes, l’accolade qui les réunit, avec l’étiquette portant le point d’interrogation. Il fait ensuite représenter par les élèves, l’assemblage des pochettes à l’aide d’un schéma en barres, en les accompagnant pas à pas.

L’enseignant demande enfin quel calcul effectuer pour résoudre le problème, et fait ainsi rappeler que comme il s’agit de chercher le nombre de petits cubes qu’il y a *en tout* dans les deux pochettes, il faut faire une addition : l’addition **43 + 36**.

Les élèves en déterminent le résultat mentalement ou en posant l’opération (le matériel sorti des pochettes pouvant servir pour valider ensuite le résultat).

L’enseignant fait alors formuler oralement la solution du problème (en veillant à faire recontextualiser le résultat du calcul : il s’agit de déterminer un nombre de fruits, et pas un nombre de cubes).

Problème B : Selma a cueilli 67 fruits : des pommes et des poires. Elle a cueilli 22 pommes. Combien de poires a-t-elles cueillies ?

Simulation avec du matériel tangible	 		
Représentation par un schéma, puis traduction par une opération, calcul, et réponse au problème.			67 – 22 = 45 Selma a cueilli 45 poires.

L’enseignant demande à un élève de représenter 67 fruits à l’aide du matériel de numération. Pour se souvenir de ce nombre, un élève écrit sur une étiquette effaçable le nombre 67.

L’enseignant indique ensuite que parmi ces fruits, il y a 22 pommes : il demande à un élève de les représenter avec le matériel, et met en évidence que, comme les pommes font partie des fruits cueillis par Selma, il ne faut pas utiliser de nouveaux petits cubes, mais en isoler 22 dans la première collection. Les 22 cubes sont rangés dans une pochette, étiquetée avec le nombre 22.

L’enseignant s’empare alors des petits cubes restants, et les place dans la deuxième pochette. Il demande alors ensuite de dire ce que représentent ces cubes (les poires dont on cherche le nombre), puis place sur la deuxième pochette l’étiquette portant le point d’interrogation. Il fait ensuite représenter par les élèves, sur leur ardoise ou dans leur cahier l'assemblage des pochettes à l'aide d'un schéma en barres, en les accompagnant pas à pas.

L'enseignant demande enfin quel calcul effectuer pour résoudre le problème, et fait ainsi rappeler que comme il s'agit de chercher le nombre de petits cubes qu'il y a dans l'une des parties (l'une des pochettes), il faut faire une soustraction : la soustraction **67 – 22**.

Les élèves en déterminent le résultat mentalement ou en posant l'opération (le matériel sorti des pochettes pouvant servir pour valider ensuite le résultat).

L'enseignant fait alors formuler oralement la solution du problème (en veillant à faire recontextualiser le résultat du calcul : il s'agit de déterminer un nombre de poires et non un nombre de petits cubes).

Dans un second temps, des problèmes similaires sont proposés oralement. Les élèves construisent le schéma en barres en passant si nécessaire par l'intermédiaire des pochettes et des étiquettes (et en s'abstrayant progressivement du recours au matériel de numération), puis en déduisent l'opération avec le guidage de l'enseignant, qui peut prendre en charge ensuite, si nécessaire, le calcul. La phrase réponse est produite oralement par les élèves.

- **Pour les élèves en difficulté seulement dans la phase de calcul**, un travail entre pairs est organisé en invitant les élèves à confronter leurs réponses, à rechercher pourquoi elles sont différentes, et à corriger la ou les réponses erronées.
- **Les difficultés relatives à la formulation de la réponse finale** sont traitées collectivement et oralement : rappel oral par des échanges avec la classe de la question posée dans l'énoncé ; remise en contexte de l'opération effectuée (par exemple : 96 – 34 = 62 signifie 96 oiseaux – 34 oiseaux = 62 oiseaux ; les 34 oiseaux que l'on a mis de côté sont des cigognes, ceux qui restent sont des oies) ; élaboration collective d'une phrase.

Focus sur les séances 6 à 12 – Représenter des problèmes de transformation avec un schéma en barres

Un choix important fait dans cette séquence consiste à enseigner la résolution de problèmes du type parties-tout sans faire de distinction, du point de vue des élèves, entre les problèmes de transformation et les problèmes de combinaison, et ceci en passant par l'intermédiaire d'une représentation unificatrice : un schéma en barres. Si la représentation d'un problème de combinaison par un schéma en barres est assez naturelle, celle d'un problème de transformation peut poser des difficultés pour identifier le tout et les parties qui le composent (dans une situation de retrait, le tout est la partie initiale qui se décompose en ce qui a été retiré et ce qui reste ; dans une situation d'ajout, le tout est la partie finale constituée de ce qu'il y avait au début et de ce qui a été ajouté). Les deux exemples suivants proposent des mises en mots possibles pour accompagner la représentation d'un problème de transformation par un schéma en barres.

Séance 6, problème 2

Les brigands avaient des bijoux. Ils ont donné 40 bijoux à un petit garçon. Ils ont maintenant 100 bijoux.

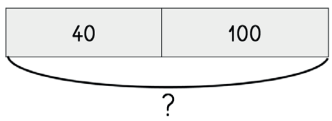
Combien de bijoux les brigands avaient-ils ?

La question porte sur les bijoux, donc j'imagine l'histoire dans ma tête en me concentrant sur les bijoux.

Au début de l'histoire, les brigands avaient des bijoux. Ils ont donné une partie de ces bijoux au petit garçon. Les bijoux que les brigands ont maintenant, ce sont les bijoux que les brigands ont gardés pour eux : c'est l'autre partie des bijoux qu'ils avaient au début.

Ce problème ressemble donc aux problèmes avec les deux coffres que nous avons déjà résolus : il y a un tout (les bijoux que les brigands avaient au départ), qui est formé de deux parties : les bijoux qu'ils ont donnés, et les bijoux qu'ils ont gardés.

Comme pour les problèmes des coffres des brigands où nous avions tracé une barre pour les objets qui étaient dans un coffre et une barre pour les objets qui étaient dans l'autre coffre, je trace deux barres côte à côte : une barre pour les bijoux donnés au petit garçon, et une barre pour les bijoux que les brigands ont gardés. Quand je les réunis, je retrouve les bijoux que les brigands avaient au début : c'est ce que je cherche, et je l'indique avec le point d'interrogation. J'écris le nombre de bijoux que je connais dans chacune des parties : 40 bijoux donnés au petit garçon, 100 bijoux gardés par les brigands.



Résoudre ce problème, c'est comme résoudre le problème des perles dans les deux coffres : je cherche le nombre de bijoux qu'il y a en tout, donc je fais une addition. J'ajoute les 40 bijoux donnés au petit garçon et les 100 bijoux que les brigands ont gardés. Je fais l'addition ***40 + 100****.*

Séance 9, problème 2

Une petite fille avait des pierres précieuses. Les brigands lui ont donné 30 nouvelles pierres précieuses.

La petite fille a maintenant 140 pierres précieuses. Combien de pierres précieuses la petite fille avait-elle ?

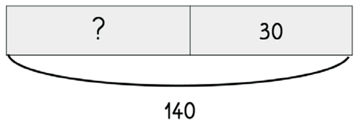
La question porte sur les pierres précieuses donc j'imagine l'histoire dans ma tête en me concentrant sur les pierres précieuses.

Au début de l'histoire, la petite fille avait des pierres précieuses, puis les brigands lui ont donné de nouvelles pierres précieuses. Parmi les pierres précieuses que la petite fille a maintenant, il y a donc deux parties : les pierres précieuses qu'elle avait déjà, et les pierres précieuses que les brigands lui ont données.

Ce problème ressemble donc aux problèmes avec les deux coffres que nous avons déjà résolus : il y a un tout (les pierres précieuses que la petite fille a maintenant), qui est formé de deux parties : les pierres qu'elle avait déjà, et les pierres que les brigands lui ont données.

Comme pour les problèmes des coffres des brigands où nous avions tracé une barre pour les objets qui étaient dans un coffre et une barre pour les objets qui étaient dans l'autre coffre, je trace deux barres côte à côte : une barre pour les pierres précieuses qu'elle avait déjà, et une barre pour les nouvelles pierres précieuses données par les brigands. Quand je les réunis, je retrouve les pierres précieuses que la petite fille a maintenant.

L'énoncé nous dit qu'elle a maintenant 140 pierres précieuses, donc j'écris 140 pour le tout. J'écris aussi le nombre de pierres données par les brigands : 30. Je cherche le nombre de pierres qu'elle avait déjà : je l'indique par un point d'interrogation.



*Résoudre ce problème, c'est comme résoudre le problème des pièces dans les deux coffres : je cherche le nombre de bijoux qu'il y a dans une partie, donc je fais une soustraction. J'enlève aux 140 pièces que la petite fille a maintenant les 30 pièces données par les brigands. Je fais la soustraction **140 – 30**.*

Ressources complémentaires

- Le guide La construction du nombre à l'école maternelle (ibid.114)
- Le guide « Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP »
- Le guide La résolution de problème au cours moyen