Épreuve anticipée de mathématiques – Sujet 0

Voie générale : candidats ne suivant pas l'enseignement de spécialité de mathématiques.

Durée : 2 heures. L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 pts)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

1. Donner un ordre de grandeur de 101×99 :

a) 100 **b)** $1\ 000$ **c)** $10\ 000$ **d)** $100\ 000$

2. Un prix augmente de 20% puis diminue de 20%.
Après ces deux évolutions, on peut affirmer que :

a) Le prix est égal à sa valeur de départ.
b) Le prix est strictement supérieur à sa valeur de départ.
c) Le prix est strictement inférieur à sa valeur de départ.
d) On ne peut pas savoir : cela dépend de la valeur de départ.

3. Par combien faut-il multiplier une quantité positive pour que celle-ci diminue de $2{,}3\%$?

a) $1{,}23$ **b)** $0{,}977$ **c)** $0{,}77$ **d)** $1{,}023$

4. Dans un lycée, 50 élèves étudient le Grec, ce qui représente 4% de du nombre d'élèves inscrits dans ce lycée.
Le nombre d'élèves inscrits dans ce lycée est égal à :

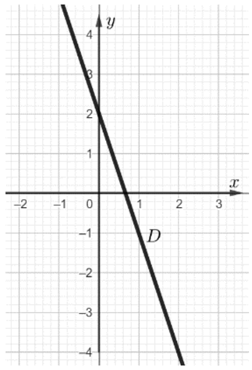
a) 2 **b)** 200 **c)** 125 **d)** 1250

5. Le volume d'un glacier diminue de $3\ \%$ chaque année.
Si $V(n)$ désigne le volume du glacier pour l'année n on a :

a) $V(n+1) = V(n) - 0{,}03$ **b)** $V(n+1) = 0{,}03 \times V(n)$

c) $V(n+1) = 0{,}97 \times V(n)$ **d)** $V(n+1) = V(n) - 0{,}97$

6. Dans un repère du plan on a représenté une droite.
Le coefficient directeur de cette droite est égal à :



a) -3 **b)** -1 **c)** 2 **d)** 3

7. Dix stylos coûtent en tout 13 euros.
Le prix de trois stylos est égal à :

a) $3{,}60$ euros **b)** $6{,}90$ euros **c)** $3{,}90$ euros **d)** $6{,}50$ euros

8. Une athlète parcourt 1 km en 5 minutes. Quelle est sa vitesse moyenne ?

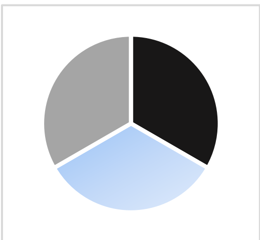
a) 8 km/h **b)** 10 km/h **c)** 12 km/h **d)** 14 km/h

9. Sur 60 personnes présentes à une exposition, on distingue trois groupes :

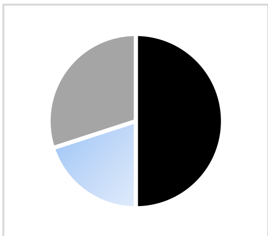
- groupe A : 30 personnes
- groupe B : 12 personnes
- groupe C : les autres.

Quelle représentation décrit la situation ?

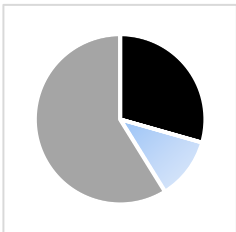
a)



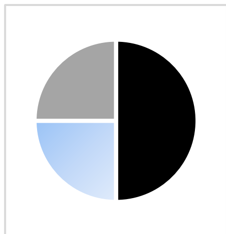
b)



c)



d)



10. On considère les deux séries ci-dessous.

Série A : 9 ; 10 ; 10 ; 11 Série B : 7 ; 10 ; 10 ; 13

Une seule des quatre propositions suivantes est vraie.

a) La moyenne de la série A est strictement supérieure à la moyenne de la série B.
b) La moyenne de la série B est strictement supérieure à la moyenne de la série A.
c) L'écart-type de la série A est strictement supérieur à l'écart-type de la série B.
d) L'écart-type de la série B est strictement supérieur à l'écart-type de la série A.

11. Le volume V d'un cylindre de hauteur h et de rayon r est égal à

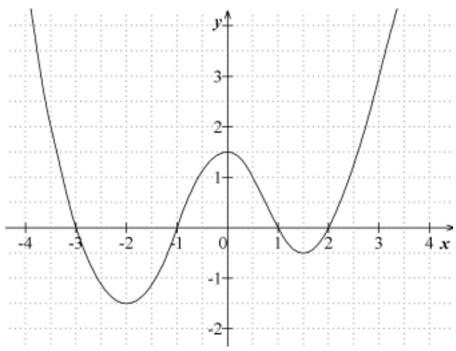
$$V = \pi r^2 h.$$

On cherche à isoler h. On a :

a) $h = \sqrt{\frac{V}{\pi r^2}}$ **b)** $h = \frac{\pi r^2}{V}$ **c)** $h = \frac{V}{\pi r^2}$ **d)** $h = \frac{r^2}{\pi V}$

12. Soit f une fonction définie sur l'intervalle $[-4\,;4]$ dont la représentation graphique est donnée ci-contre.

L'ensemble $\mathcal{S}$ des solutions de l'équation $f(x) = 0$ est :



a) $\mathcal{S} = \{0\}$ **b)** $\mathcal{S} = [-3; 2]$

c) $\mathcal{S} = \{-3; -1; 1; 2\}$ **d)** $\mathcal{S} = \{1{,}5\}$

DEUXIÈME PARTIE (14 pts)

Exercice 1 (X points)
Victor sort un plat du four. La température du plat est alors égale à $180°$C. Il place ce plat dans une pièce dont la température est égale à $25°$C. Le plat refroidit.
Le plat ne pourra être servi que lorsque sa température sera devenue inférieure ou égale à $40°$C.

On étudie le refroidissement du plat selon deux modèles mathématiques.

Partie A : Premier modèle.
On suppose que la baisse de la température du plat est *proportionnelle* à la durée du refroidissement, c'est-à-dire au nombre de minutes écoulées depuis la sortie du four.

On constate que 3 minutes après la sortie du four, la température du plat est égale à $105°$C.

1. De combien de degrés le plat a-t-il baissé en 3 minutes ? En 1 minute ?

2. Vérifier que la température du plat, 5 minutes après la sortie du four, est égale à $55°$C.

3. Selon ce modèle, quelle serait la température du plat, 8 minutes après la sortie du four ? Ce premier modèle semble-t-il pertinent ?

Partie B : Second modèle.
On dispose toujours des données suivantes :
- la température de la pièce est égale à $25°$C.
- la température du plat à la sortie du four est égale à $180°$C.
- la température du plat, 3 minutes après la sortie du four, est égale à $105°$C.

Pour tout entier naturel n on note U_n, la différence entre la température du plat et la température de la pièce, n minutes après la sortie du four.

Exemple : 3 minutes après la sortie du four, l'écart avec la température de la pièce est égal à $105 - 25 = 80$. On a donc $U_3 = 80$.

1. Justifier que $U_0 = 155$.

2. On suppose que chaque minute la différence U_n diminue de 20%.

a. Justifier que, pour tout entier naturel n, on a $U_{n+1} = 0{,}8U_n$.

b. En déduire la nature de la suite (U_n) et donner sa raison.

c. Exprimer U_n en fonction de n, pour tout entier naturel n.

d. On dispose des données suivantes :

n	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
U_n Arrondi à 10^{-1}.	80	64	51,2	41	32,8	26,2	21	16,8	13,4	10,7	8,6	6,9	5,5

Au bout de combien de minutes, Victor pourra-t-il servir le plat ?

Exercice 2 (X points)
Un village propose aux participants de la fête du sport deux épreuves : une randonnée et un cross. Il n'est pas possible de s'inscrire aux deux épreuves à la fois.

On dispose des informations suivantes :

- 90% des participants ont choisi la randonnée, parmi eux, 5% sont licenciés dans un club.
- 10% des participants ont choisi le cross, parmi eux, 40% sont licenciés dans un club.

Un journaliste interroge un participant au hasard.
On considère les événements suivants :

R : « Le participant a choisi la randonnée »
L : « Le participant est licencié dans un club ».

1. Par simple lecture de l'énoncé, indiquer :

a. La probabilité que le participant interrogé soit licencié dans un club sachant qu'il a choisi la randonnée.

b. La probabilité que le participant interrogé soit licencié dans un club sachant qu'il a choisi le cross.

En prenant connaissance de ces deux probabilités, le journaliste estime que s'il choisit un participant parmi ceux qui sont licenciés dans un club, la probabilité qu'il ait effectué le cross sera largement supérieure à 50%. L'objectif des questions suivantes est de vérifier si cette intuition est correcte.

2. Représenter la situation par un arbre de probabilité.

3. a. Déterminer la probabilité que le participant interrogé ait choisi le cross et soit licencié dans un club.

b. Vérifier que la probabilité que le participant interrogé soit licencié dans un club est égale à $\frac{850}{10\,000}$, soit $8{,}5\%$.

4. Le journaliste interroge un participant licencié dans un club. Déterminer la probabilité que ce participant ait choisi le cross.

L'intuition du journaliste est-elle correcte ?

Exercice 3 (X points)
Indiquer si les affirmations sont vraies ou fausses. La justification est obligatoire.

Les deux questions sont indépendantes.

1. Un employé reçoit des appels téléphoniques.
On estime que la probabilité qu'un appel dure plus de cinq minutes est égale à $0{,}3$.
On suppose que les durées des différents appels sont indépendantes.

Ce matin, l'employé reçoit deux appels.

Affirmation 1 :
La probabilité que les deux appels durent tous les deux plus de cinq minutes est égale à $0{,}09$.

Affirmation 2 :
La probabilité qu'un appel exactement sur les deux dure plus de cinq minutes est égale à $0{,}21$.

2. Le gérant d'une piscine s'intéresse à la présence de bactéries dans l'eau.
Il effectue un prélèvement. Ce prélèvement montre que la concentration de bactéries est égale à 1000 bactéries par millilitre. Le seuil maximal autorisé est égal à 1500 bactéries par millilitre.

On admet que la concentration de bactéries est modélisée par la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;+\infty[$ par

$$f(t) = 1{,}1^t\,,$$

où $f(t)$ désigne la concentration, en milliers de bactéries par millilitre, et t désigne la durée, en heure, écoulée depuis que le prélèvement a été effectué.

Affirmation 3 :
La fonction f est croissante sur l'intervalle $[0\,;\,+\infty[$.

Affirmation 4 :
La concentration de bactéries deux heures après le prélèvement est inférieure au seuil maximal autorisé.