Épreuve anticipée de mathématiques – Sujet 0

Voie générale : candidats ne suivant pas l'enseignement de spécialité de mathématiques.

Durée : 2 heures. L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 pts)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

1. On considère $A = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}$.

a) $A = 0$ **b)** $A = -\frac{1}{6}$ **c)** $A = \frac{2}{3}$ **d)** $A = -1$

2. Quatre croissants coûtent 6 euros.
Dix croissants coûtent :

a) 60 euros **b)** 8 euros **c)** $8{,}50$ euros **d)** 15 euros

3. Un prix a doublé. Cela signifie que le prix a augmenté de :

a) 50% **b)** 100% **c)** 150% **d)** 200%

4. A l'issue d'une augmentation de 10%, un article coûte 110 euros.

Laquelle des quatre propositions suivantes est vraie ?

a) Le prix de l'article avant l'augmentation était égal à 99 euros.
b) Le prix de l'article avant l'augmentation était égal à 120 euros.
c) Le prix a augmenté de 10 euros.
d) Le prix a augmenté de 11 euros.

5. La masse d'un litre d'huile est égale à 900 grammes.
La masse de 750 millilitres de cette huile est égale à :

a) 750 g **b)** $0{,}675$ kg **c)** $6{,}75$ kg **d)** $67{,}5$ g

6. Dans un repère du plan, on considère les points $A(1;100)$ et $B(4\,;106)$.
On note m le coefficient directeur de la droite (AB). On peut affirmer que :

a) $m = 2$ **b)** $m = 0{,}5$ **c)** $m = -2$ **d)** $m = -0{,}5$

7. Dans un repère du plan, on considère la droite D de coefficient directeur $-0{,}1$, passant par le point $A(0\,;4)$.
On note B le point de la droite D dont l'abscisse est égale à 1.
L'ordonnée du point B est égale à :

a) 3 **b)** $3{,}9$ **c)** $4{,}1$ **d)** 5

8. La forme développée de $(x-3)(x+2)$ est :

a) x^2-5x+6 **b)** x^2-x+6

c) x^2-x-6 **d)** x^2-5x-6

9. Le volume V d'un cône de hauteur h et de rayon r est $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.
On cherche à isoler h. On a :

a) $h = \frac{V}{3\pi r^2}$ **b)** $h = \frac{\pi r^2}{3V}$ **c)** $h = \frac{\sqrt{V}}{\pi r}$ **d)** $h = \frac{3V}{\pi r^2}$

10. On considère la fonction f définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = -2x^2+3x+1$.
L'image de -1 par la fonction f est égale à :

a) 0 **b)** 2 **c)** -2 **d)** -4

11. On considère la fonction f définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = 2x^2-5x+3$.
Un antécédent de 0 par la fonction f est :

a) 1 **b)** – 1 **c)** 0 **d)** 2

12. On considère les deux séries ci-dessous.
Série A : 9 ; 10 ; 10 ; 11. Série B : 7 ; 10 ; 10 ; 13.

Laquelle des quatre propositions suivantes est vraie ?

a) La moyenne de la série A est strictement supérieure à la moyenne de la série B.
b) La moyenne de la série B est strictement supérieure à la moyenne de la série A.
c) L'écart-type de la série A est strictement supérieur à l'écart-type de la série B.
d) L'écart-type de la série B est strictement supérieur à l'écart-type de la série A.

DEUXIEME PARTIE. (14 pts)

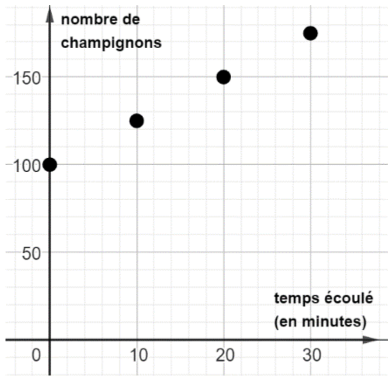
Exercice 1 (X points)

On étudie la croissance d’une population de champignons.

Partie A.

Au début de l’expérience, on dispose de 100 champignons. Toutes les dix minutes, on mesure l’évolution de leur nombre. On obtient les résultats suivants.

Temps écoulé (en minutes)	Nombre de champignons
0	100
10	125
20	150
30	175



Soit n un entier naturel. On note u_n le nombre de champignons après n périodes de **dix** minutes. Ainsi $u_0 = 100$, $u_1 = 125$, $u_2 = 150\ldots$

1. Justifier que les termes u_0, u_1, u_2, u_3 sont en progression arithmétique.

2. En supposant que la population de champignons continue d’évoluer selon le même rythme, montrer qu’elle aura quadruplé deux heures après le début de l’expérience.

Partie B.

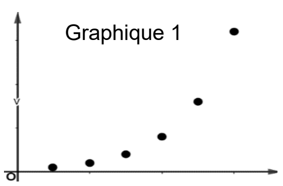
En réalité, on constate que la population de champignons a quadruplé 80 minutes après le début de l’expérience. De nouvelles mesures donnent les résultats suivants.

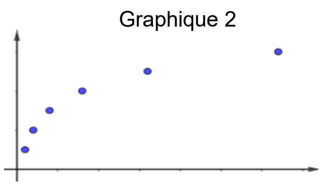
Temps écoulé (en minutes)	Nombre de champignons
0	100
40	200
80	400
120	800

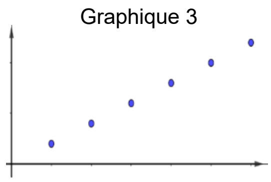
Soit n un entier naturel. On note v_n le nombre de champignons, après n périodes de **quarante** minutes. Ainsi $v_0 = 100$, $v_1 = 200$, $v_2 = 400$ ...

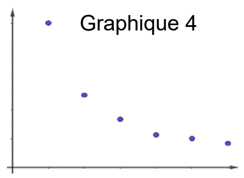
1. Montrer que les termes v_0, v_1, v_2, v_3 sont en progression géométrique.

2. On suppose que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 2.
Indiquer sans justifier lequel des 4 graphiques ci-dessous est susceptible de représenter la suite (v_n).









3. Quel sera le nombre de champignons quatre heures après le début de l’expérience ?

4. Cinq heures après le début de l’expérience, on dénombre environ 18 000 champignons. Est-ce cohérent avec le modèle choisi ?

Aide au calcul
$2^6 = 64$
$2^7 = 128$
$2^8 = 256$
$2^9 = 512$
$2^{10} = 1024$

Exercice 2 (X points)

Les deux parties de cet exercice sont indépendantes.

Partie A.

Dans un lycée comptant 2000 élèves, on donne la répartition des effectifs suivant le sexe et le choix de la LV1.

	Fille	Garçon
Anglais	712	728
Autre LV1	288	272

1. Un élève affirme « *Dans ce lycée, il y a autant de filles que de garçons* ».
A-t-il raison ? Justifier.

On choisit au hasard, de manière équiprobable, un élève dans ce lycée.
On considère les événements suivants :
F :« *l'élève est une fille* » ;
A : « *l'élève a choisi Anglais pour LV1* ».

Dans les questions qui suivent, on donnera les résultats sous forme d'une fraction qu'il n'est pas demandé de simplifier.

2. Déterminer la probabilité de l'événement $A \cap F$.

3. Déterminer la probabilité de l'événement A sachant que l'événement F est réalisé.

4. Les événements A et F sont-ils indépendants ? Justifier.

5. On sait que l'élève choisi est un garçon.
On considère l'affirmation suivante :

« *La probabilité qu'il ait choisi Anglais pour LV1 est plus de trois fois plus grande que la probabilité qu'il n'ait pas choisi Anglais pour LV1* ».

Cette affirmation est-elle vraie ? Justifier.

Partie B.

On dispose d'une pièce de monnaie truquée pour laquelle la probabilité d'obtenir pile lors d'un lancer est égale à $\frac{1}{4}$.

1. Déterminer la probabilité d'obtenir face.

2. On lance trois fois de suite cette pièce de monnaie, les trois lancers étant indépendants, et on note pour chaque lancer le résultat (pile ou face) obtenu.

a. Représenter la situation par un arbre de probabilités.

b. Quelle est la probabilité d'obtenir exactement une fois pile lors de ces trois lancers ?

c. Quelle est la probabilité de ne jamais obtenir pile ?