

Épreuve anticipée de mathématiques – Sujet 0

Voie générale : candidats suivant l'enseignement de spécialité de mathématiques.

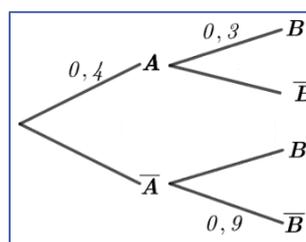
Durée : 2 heures. L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 pts)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

Question 1.

On considère l'arbre de probabilité ci-contre.
On cherche la probabilité de l'évènement B .



On a

A. $p(B) = 0,18$	B. $p(B) = 0,12$	C. $p(B) = 0,66$	D. $p(B) = 0,3$
----------------------------	----------------------------	----------------------------	---------------------------

Question 2.

Une tablette coûte 200 euros. Son prix diminue de 30%. Le prix après cette diminution est :

A. 140 euros	B. 170 euros	C. 194 euros	D. 197 euros
------------------------	------------------------	------------------------	------------------------

Question 3.

Une réduction de 50% suivie d'une augmentation de 50% équivaut à :

A. une réduction de 50%	B. une réduction de 25%	C. une augmentation de 25%	D. une augmentation de 75%
-----------------------------------	-----------------------------------	--------------------------------------	--------------------------------------

Question 4.

Dans un lycée, le quart des élèves sont internes, parmi eux, la moitié sont des filles. La proportion des filles internes par rapport à l'ensemble des élèves du lycée est égale à :

A. 4%	B. 12,5%	C. 25%	D. 50%
-----------------	--------------------	------------------	------------------

Question 5.

On considère le nombre $N = \frac{10^7}{5^2}$. On a :

A. $N = 2^5$	B. $N = 20\,000$	C. $N = \frac{1}{10^5}$	D. $N = 4 \times 10^5$
------------------------	----------------------------	-----------------------------------	----------------------------------

Question 6.

Un appareil a besoin d'une énergie de $7,5 \times 10^6$ Joules (J) pour se mettre en route. À combien de kiloWatts-heure (kWh) cela correspond-il ?

Données : $1\text{kWh} = 3,6 \times 10^6$ J.

A. 0,5 kWh	B. 2,08 kWh	C. 5,3 kWh	D. 20,35 kWh
----------------------	-----------------------	----------------------	------------------------

Question 7.

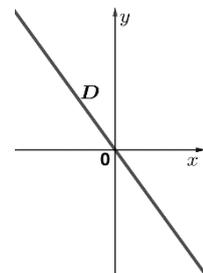
Le plan est muni d'un repère orthogonal. On note d la droite passant par les points $A(0; -1)$ et $B(2; 5)$. Le coefficient directeur de la droite d est égal à :

A. $-\frac{1}{2}$	B. 2	C. 3	D. $\frac{1}{3}$
-----------------------------	----------------	----------------	----------------------------

Question 8.

On a représenté ci-contre une droite D .

Parmi les quatre équations ci-dessous, la seule susceptible de représenter la droite D est :



A. $2x - y = 0$	B. $2x + y + 1 = 0$	C. $y = x^2 - (x + 1)^2 + 1$	D. $y = 2x - 1$
---------------------------	-------------------------------	--	---------------------------

Question 9.

On note S l'ensemble des solutions de l'équation $x^2 = 10$ sur \mathbb{R} . On a :

A. $S = \{-5; 5\}$	B. $S = \{-\sqrt{5}; \sqrt{5}\}$	C. $S = \{-\sqrt{10}; \sqrt{10}\}$	D. $S = \emptyset$
------------------------------	--	--	------------------------------

Question 10.

La fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = (3x - 15)(x + 2)$ admet pour tableau de signes :

A.	B.																						
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">x</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$-\infty$</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">5</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$f(x)$</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-2	5	$+\infty$	$f(x)$	+	0	-	0	+	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">x</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$-\infty$</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">5</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$f(x)$</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-2	5	$+\infty$	$f(x)$	-	0	+	0	-
x	$-\infty$	-2	5	$+\infty$																			
$f(x)$	+	0	-	0	+																		
x	$-\infty$	-2	5	$+\infty$																			
$f(x)$	-	0	+	0	-																		
C.	D.																						
<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">x</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$-\infty$</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-5</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$f(x)$</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-5	2	$+\infty$	$f(x)$	+	0	-	0	+	<table style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">x</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$-\infty$</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-5</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">$f(x)$</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">0</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-5	2	$+\infty$	$f(x)$	-	0	+	0	-
x	$-\infty$	-5	2	$+\infty$																			
$f(x)$	+	0	-	0	+																		
x	$-\infty$	-5	2	$+\infty$																			
$f(x)$	-	0	+	0	-																		

Question 11.

L'expression développée de $(2x + 0,5)^2$ est :

A.	B.	C.	D.
$4x^2 + x + 0,25$	$4x^2 + 4x + 2$	$4x^2 + 2x + 0,25$	$4x^2 + 2x + 1$

Question 12.

Lorsqu'un point mobile suit une trajectoire circulaire de rayon R , en mètre (m), son accélération centripète a (en m/s^2) s'exprime en fonction de la vitesse v (en m/s) de la manière suivante :

$$a = \frac{v^2}{R}.$$

L'expression permettant, à partir de cette formule, d'exprimer la vitesse v est :

A.	B.	C.	D.
$v = aR^2$	$v = \sqrt{aR}$	$v = \sqrt{\frac{a}{R}}$	$v = \frac{a^2}{R}$

DEUXIÈME PARTIE (14 pts)

Exercice 1 (X points)

En 2020, une ville comptait 10 000 habitants.

On modélise l'évolution du nombre d'habitants de cette ville par la suite (u_n) définie ainsi :

$$\begin{cases} u_{n+1} = 1,08u_n - 300, n \in \mathbb{N} \\ u_0 = 10\,000 \end{cases};$$

où u_n représente le nombre d'habitants pour l'année 2020+n.

1. Indiquer ce que représente u_1 et calculer sa valeur.
2. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 3750$.
 - a. Déterminer v_0 .
 - b. Démontrer que pour tout entier naturel n , on a $v_{n+1} = 1,08v_n$.
 - c. En déduire la nature de la suite (v_n) .
 - d. Pour tout entier naturel n , exprimer, v_n en fonction de n .
 - e. En déduire que pour tout entier naturel n , on a $u_n = 6250 \times 1,08^n + 3750$.

3. Le tableau ci-contre, extrait d'une feuille automatisée de calcul, a été obtenu par recopie vers le bas après avoir saisi la formule suivante dans la cellule B2 :

$= 6250 * 1,08^{A2} + 3750$

La municipalité envisage d'ouvrir une nouvelle école maternelle dès que la population atteindra 19 000 habitants.

La construction d'un tel établissement nécessitant deux ans, déterminer l'année à partir de laquelle la construction de l'école doit commencer.

	A	B
1	n	Un
2	0	10000
3	1	10500
4	2	11040
5	3	11623,2
6	4	12253,056
7	5	12933,30048
8	6	13667,96452
9	7	14461,40168
10	8	15318,31381
11	9	16243,77892
12	10	17243,28123
13	11	18322,74373
14	12	19488,56323
15	13	20747,64829
16	14	22107,46015
17	15	23576,05696
18	16	25162,14152
19	17	26875,11284
20	18	28725,12187
21	19	30723,13162

Aide au calcul :

$$10\,000 - 3\,750 = 6\,250 ;$$

$$1,08 \times 4\,050 = 4\,374 ;$$

$$\frac{4\,050}{1,08} = 3\,750 ;$$

$$3\,750 \times 1,08 = 4\,050.$$

Exercice 2 (X points)

Le plan est muni d'un repère orthogonal.

Partie A

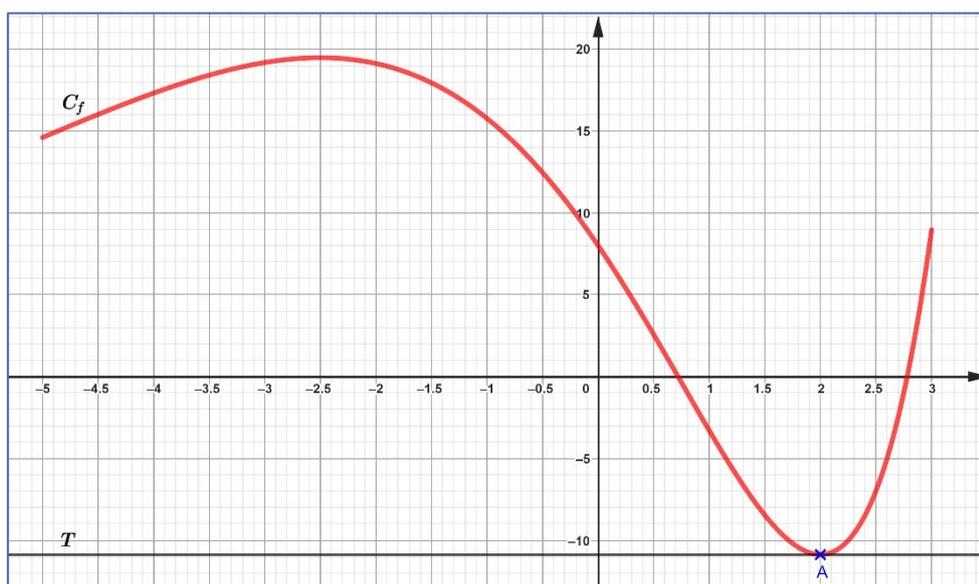
On considère la fonction P définie sur l'intervalle $[-5 ; 3]$ par :

$$P(x) = 2x^2 + x - 10.$$

- a.** Déterminer les racines de P .
b. En déduire l'axe de symétrie de la parabole d'équation $y = P(x)$.
- 2.** Etablir le tableau de signe de la fonction P sur l'intervalle $[-5 ; 3]$.

Partie B

On considère la fonction f définie et dérivable sur l'intervalle $[-5 ; 3]$ dont on donne ci-dessous la courbe représentative C_f .



La tangente T à la courbe C_f au point A d'abscisse 2 est horizontale.

- 1.** Donner la valeur du nombre dérivé $f'(2)$.
- 2.** Résoudre, avec la précision permise par le graphique, l'inéquation $f'(x) < 0$.
- 3.** On sait que la fonction f a pour expression sur l'intervalle $[-5 ; 3]$

$$f(x) = (4x^2 - 14x + 8)e^{0,5x}.$$

Démontrer que, pour tout x appartenant à l'intervalle $[-5 ; 3]$, on a

$$f'(x) = P(x)e^{0,5x}.$$

- 4.** En utilisant les résultats de la **partie A**, dresser le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-5 ; 3]$. (*Il n'est pas demandé de calculer les images*).