



Évaluations nationales de début de CM2

Fiche d'intervention

Mathématiques

« Résoudre des problèmes – Domaine : Grandeurs et mesures »

(exercice 18 Séquences 4 problèmes 11)

Cette fiche a pour objectifs :

- dans un 1^{er} temps de **cibler les types de difficultés rencontrées au regard des attendus de CM1 ;**
- dans un 2^d temps de **mettre en œuvre une action pédagogique adaptée et efficace dans la perspective des attendus de CM2.**

Les [attendus de fin de CM1](#) évalués dans la séquence d'évaluation :

Ce que sait faire l'élève

Aires

Les élèves comparent des surfaces selon leur aire, par estimation visuelle ou par superposition ou découpage et recollement.

Ils différencient aire et périmètre d'une figure.

Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques) en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux.

L'élève résout des problèmes de comparaison avec et sans recours à la mesure.

Séquence 4 – Description du problème 11 de l'exercice 18

Objectif

Identifier les élèves qui ne savent pas comparer l'aire de figures tracées sur quadrillage.

Enjeu

Réinvestir la notion d'aire dans les problèmes et les calculs. Savoir utiliser une unité de référence.

Description

Afin de comparer plusieurs grandeurs entre elles (masse, longueur, aire, volume, durée...), les élèves doivent être capables d'utiliser plusieurs stratégies :

- Perception visuelle ;
- Recours à une unité de référence permettant de mesurer ces grandeurs.
Exemple : dans le problème 11, il s'agit de déterminer l'aire d'une figure en faisant appel à une aire de référence (celle d'un carré du quadrillage) ;
- Estimation de l'ordre de grandeur de la mesure et vérification de la plausibilité du résultat.

Exercice 18 Problème 11

Ce problème, non numérique, est traité dans une fiche spécifique car il relève du domaine des grandeurs et mesures.

Problème 11

Entoure la figure qui a la même aire que la figure A.

Quelle figure a la même aire que la figure A ?

figure A



figure B



figure C

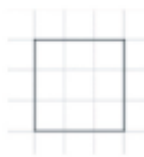


figure D

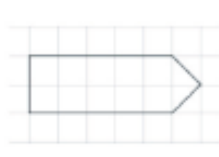


figure E

Réponse attendue : figure C

Cibler les types de difficultés rencontrées

Pour faciliter le travail, les erreurs possibles ont été catégorisées car les élèves peuvent commettre le même type d'erreurs. Grâce à ce tableau, le professeur peut dresser un diagnostic précis pour chacun d'eux en les questionnant individuellement et en les invitant à verbaliser leurs procédures. Ces éléments lui permettront de cibler son action (enseignement ciblé pour l'ensemble de la classe, différenciation par groupes de besoins, étayage individuel APC réunissant des élèves de différentes classes...).

	Réponse attendue	L'élève ne sait pas comparer des aires	L'élève confond les notions d'aire et de périmètre	L'élève ne parvient pas à calculer une aire avec une unité d'aire de référence	Auto régulations L'élève ne vérifie pas la réponse donnée
Exercice 18 Problème 11	Figure C	Figure B	Figure D	Figure E (demi carreaux)	Figures B, D ou E

Mettre en œuvre une action pédagogique adaptée et efficace

À partir de l'analyse des résultats des évaluations nationales de début de CM2, les interventions pédagogiques doivent permettre aux élèves d'être ensuite capables de suivre les apprentissages spécifiques de la classe de CM2 répertoriés dans le document « Attendus de fin d'année de CM2, mathématiques »

Ce que sait faire l'élève

Aires

Les élèves comparent des surfaces selon leur aire, par estimation visuelle ou par superposition ou découpage et recollement.

- Ils différencient aire et périmètre d'une figure.
- Ils déterminent des aires, ou les estiment, en faisant appel à une aire de référence. Ils les expriment dans une unité adaptée.
- Ils utilisent systématiquement une unité de référence. (Cette unité peut être une maille d'un réseau quadrillé adapté, le cm^2 , le dm^2 ou le m^2 .)
- Il utilise les formules d'aire du carré et du rectangle.

Résoudre des problèmes impliquant des grandeurs (géométriques, physiques, économiques) en utilisant des nombres entiers et des nombres décimaux.

- L'élève résout des problèmes de comparaison avec et sans recours à la mesure.
- Il mobilise simultanément des unités différentes de mesure et/ou des conversions.
- Il calcule des périmètres, des aires ou des volumes, en mobilisant ou non, selon les cas, des formules donnant :
 - le périmètre d'un carré, d'un rectangle ;
 - l'aire d'un carré, d'un rectangle

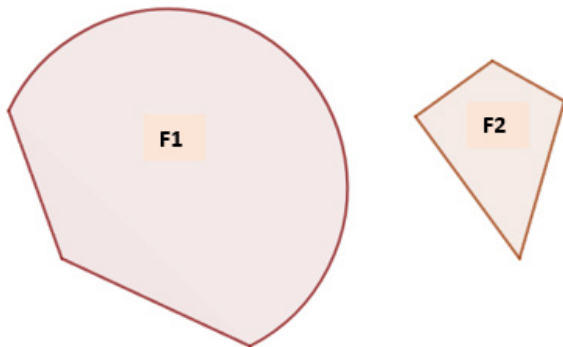
Pistes d'intervention lorsque l'élève ne sait pas comparer des aires

Travailler la grandeur aire avec des exercices de comparaison

Étape 1 : comparaison directe (avec manipulation)

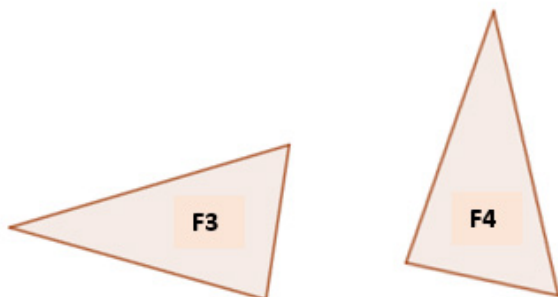
Commencer par comparer l'aire de la surface de formes différentes sans calcul. Pour cela on pourra superposer des figures de façon effective ou mentalement (des rotations/retournements seront parfois nécessaires) puis dans un second temps procéder par découpage, déplacement, recollement pour mettre en évidence l'invariance de l'aire après découpage-recollement. Cette première étape est primordiale pour donner du sens à la grandeur aire.

- Exemple 1 : Comparer ces deux surfaces selon leurs aires, surfaces avec des aires différentes de manière « visible » (une figure « entre » dans une autre).



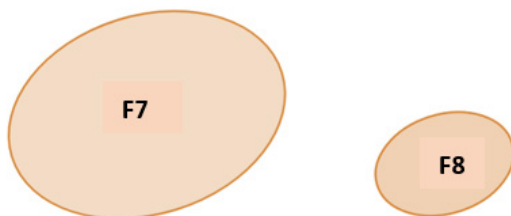
Ici l'aire de la surface de la figure F1 est supérieure à l'aire de la surface de la figure F2. Cela se voit mais on peut également découper et remarquer que l'une peut cacher complètement l'autre.

- Exemple 2 : Comparer ces deux surfaces selon leurs aires.



Ici nous avons la même aire, on pourra vérifier en découplant les surfaces et en les superposant.

- Exemple 3 : Comparer ces deux surfaces selon leurs aires.



Les deux figures ont la même forme mais elles sont d'aire différente, cela permet de bien différencier grandeur et forme géométrique.

Mathématiques

- Exemple 4 : Comparer ces deux surfaces selon leurs aires.



Ici nous avons la même aire, on pourra vérifier en découpant les surfaces et en recollant des morceaux.

On peut également travailler la compréhension de la notion d'aire en ayant recours au découpage de formes semblables (par exemple T), orientées différemment et présentant une aire légèrement différente, en suivant leur contour.

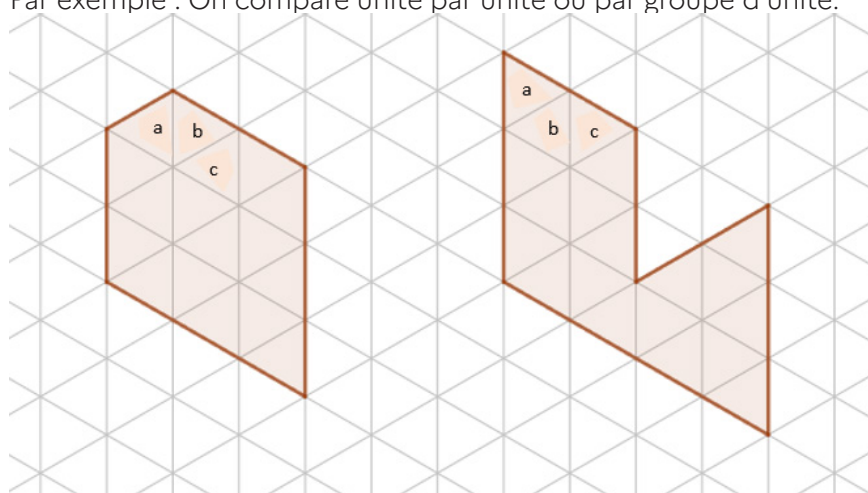
Étape 2 : comparaison indirecte (sans manipulation)

Le professeur propose des figures éloignées et demande aux élèves de comparer les aires. Il y a donc nécessité d'introduire une aire unité de référence. Le professeur accompagnera les élèves à faire apparaître l'utilité de recourir à une aire de référence pour comparer l'aire des figures.

Étape 3 : comparaison avec une unité de référence

Le professeur pourra mener un travail en utilisant un étalon, une unité puis avoir recours au quadrillage (afin d'éviter la comparaison par découpes et superposition, très chronophage). Il sera intéressant de proposer des situations variées de recherche avec l'unité « carreau » mais également d'utiliser des unités différentes par rapport à un même carreau (un demi carreau, 2 carreaux) et montrer que la mesure dépend de l'unité choisie. Il sera également intéressant de proposer divers quadrillages.

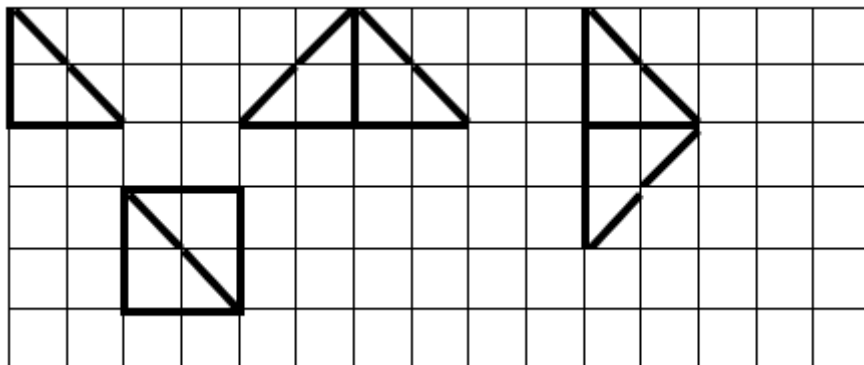
- Le professeur pourra proposer de comparer l'aire de deux figures. Il invitera l'élève à comparer les aires sans dénombrer le nombre d'unité d'aire dans chaque figure. Par exemple : On compare unité par unité ou par groupe d'unité.



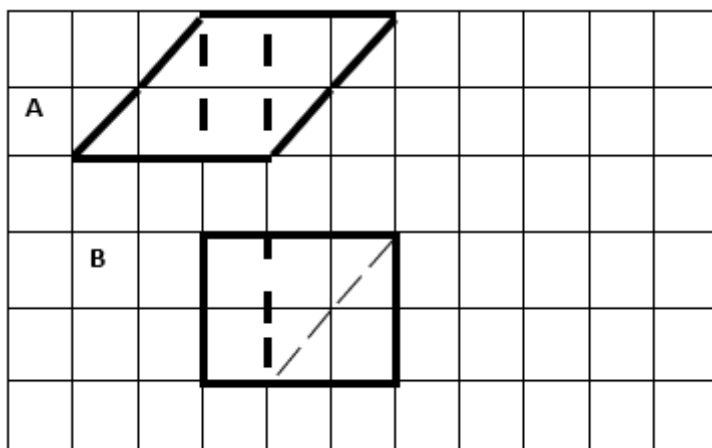
L'élève identifie l'unité notée a de la première figure comme la même que l'unité notée a de l'autre figure. L'élève ne notera pas des lettres mais pourra faire un marquage quelconque ou bien colorier chaque unité identifiée. Il continue ainsi par itération jusqu'à ce qu'il puisse répondre à la question de comparaison. On peut aussi procéder de la même façon en identifiant plusieurs unités en même temps sur chaque figure. Ici la figure de gauche a une aire plus petite que la figure de droite.

Mathématiques

- À partir d'une pièce de tangram dupliquée en plusieurs exemplaires, construire, par manipulation, le maximum de figures dont l'aire est le double (par exemple) de celle de la pièce choisie. Tracer le contour des figures obtenues.



- Proposer des jeux de manipulation permettant d'agencer plusieurs formes géométriques entre elles (Cf. Tétris, Katamino...) Faire observer l'égalité des aires obtenues, quel que soit l'agencement des formes de base qui les constituent.
- Institutionnaliser et laisser des traces collectives ou individuelles des observations.
Exemples :



Les figures A et B ont la même aire. On peut le vérifier par découpage et recollage des formes qui les constituent.

Pistes d'intervention lorsque l'élève confond les notions d'aire et de périmètre

- On commencera par proposer des situations permettant de comparer des surfaces ayant le même périmètre mais une aire différente et l'inverse.

Par exemple :

Étape 1 : avec quadrillage

Figure de même périmètre mais pas de même aire :

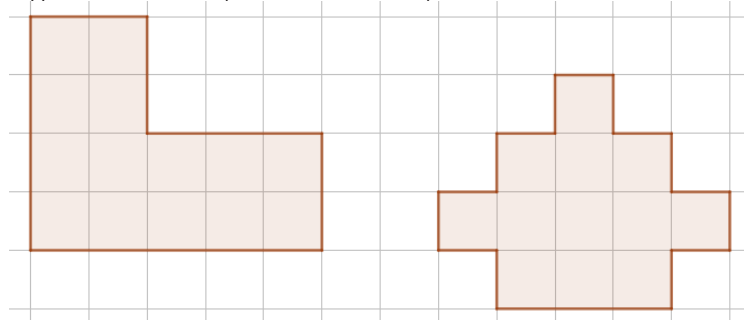
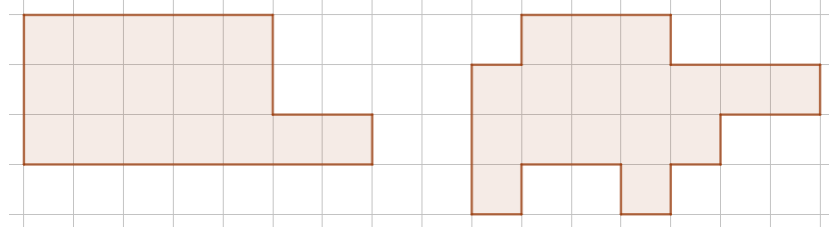


Figure de même aire mais pas de même périmètre avec quadrillage :



Étape 2 : sans quadrillage

Le report des longueurs nécessite l'utilisation du compas.

Figure de même périmètre mais pas de même aire :

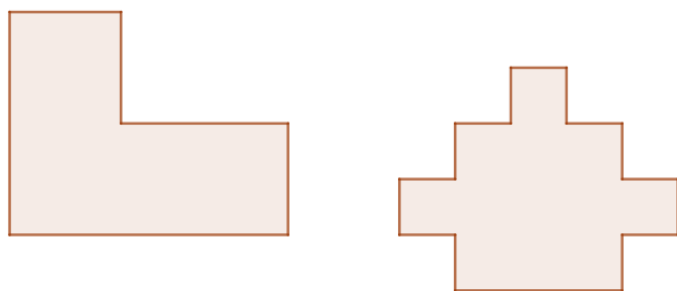
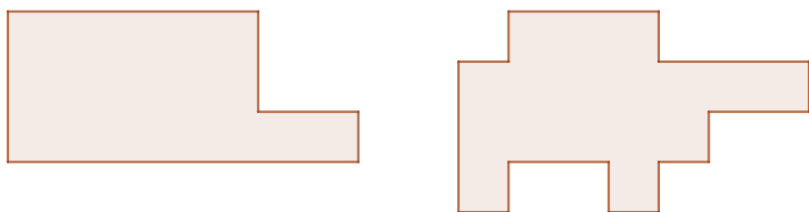


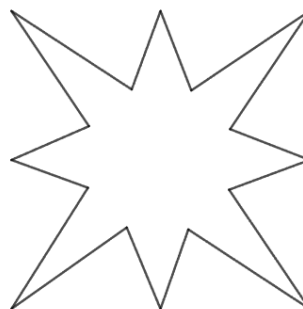
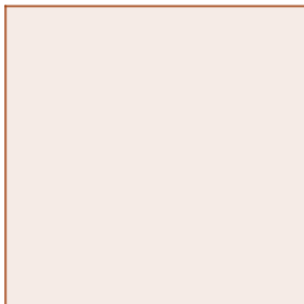
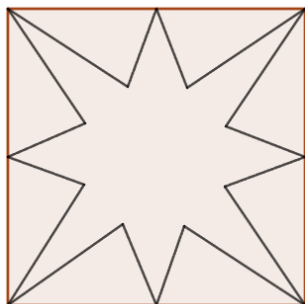
Figure de même aire mais pas de même périmètre avec quadrillage :



Mathématiques

- Proposer des exemples du type :

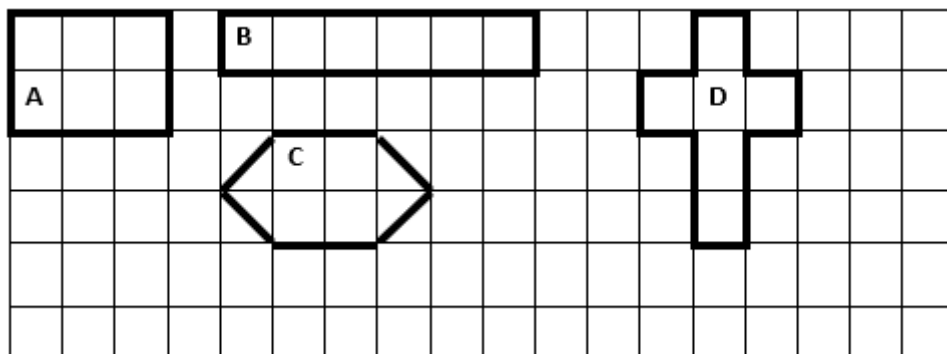
Une étoile à 8 branches qui s'inscrit dans un carré peut avoir une aire inférieure à celle du carré mais un périmètre plus grand (pour mettre en évidence la distinction aire/périmètre).



- Ensuite, faire construire des figures, sur papier quadrillé, d'une aire donnée et faire comparer leur périmètre.

Exemple : Aire = 6 carreaux unité

Aire A = Aire B = Aire C = Aire D = 6 unités d'aire



Unité pour mesurer les périmètres = longueur d'un côté du carreau

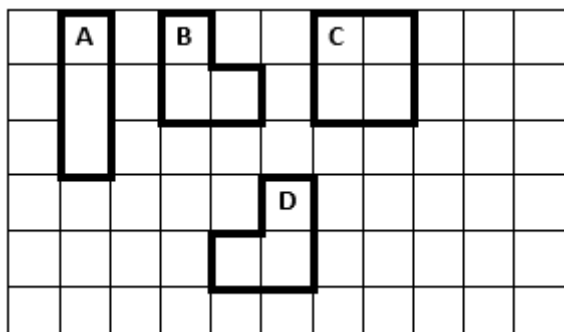
Périmètre figure A = 10 unités de longueur

Périmètre figure B = 14 unités de longueur

Périmètre figure C > 8 unités de longueur (la longueur d'une diagonale est supérieure à celle du côté du carré)

Périmètre figure D = 14 unités de longueur

- Faire construire des figures, sur papier quadrillé, d'un périmètre donné et faire comparer leur aire.
- Exemple : Périmètre = 8 côtés de carreaux, unité de longueur = longueur d'un côté



Unité pour mesurer les aires, unité d'aire = aire d'un carreau

Aire figure A = 3 unités d'aire

Aire figure B = 3 unités d'aire

Aire figure C = 4 unités d'aire

Périmètre figure D = 3 unités d'aire

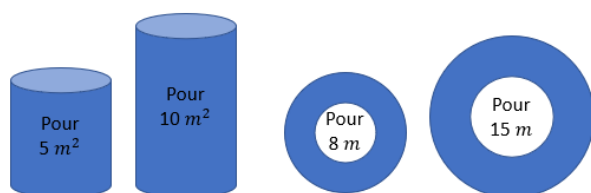
Mathématiques

- Le professeur pourra poursuivre ce travail en utilisant la vidéo « [différencier aire et périmètre](#) » du réseau CANOPÉ.
- Faire construire la figure avec un périmètre donné et la plus petite/la plus grande aire.
- Faire construire la figure avec une aire donnée et le plus petit/le plus grand périmètre.
- Construire un référentiel collectif ou individuel illustrant clairement les notions d'aire et de périmètre.

Situation problème : proposer des situations concrètes de calculs d'aires et de périmètres. Par exemple : Je veux peindre un seul mur de la classe.

J'ai besoin de déterminer l'aire du mur pour choisir la taille du pot de peinture et j'ai besoin de déterminer le périmètre du mur pour déterminer la quantité de ruban pour protéger les bords des autres murs.

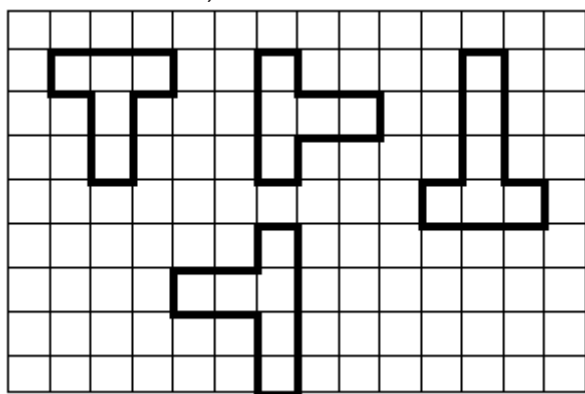
Quel pot de peinture dois-je choisir ? Quel rouleau de ruban protecteur dois-je choisir ?



Les valeurs ont été choisies au hasard. Il faut choisir pour chaque grandeur une valeur plus petite et une valeur plus grande pour qu'il n'y ait qu'un choix possible.

Pistes d'intervention lorsque l'élève ne parvient pas à calculer une aire

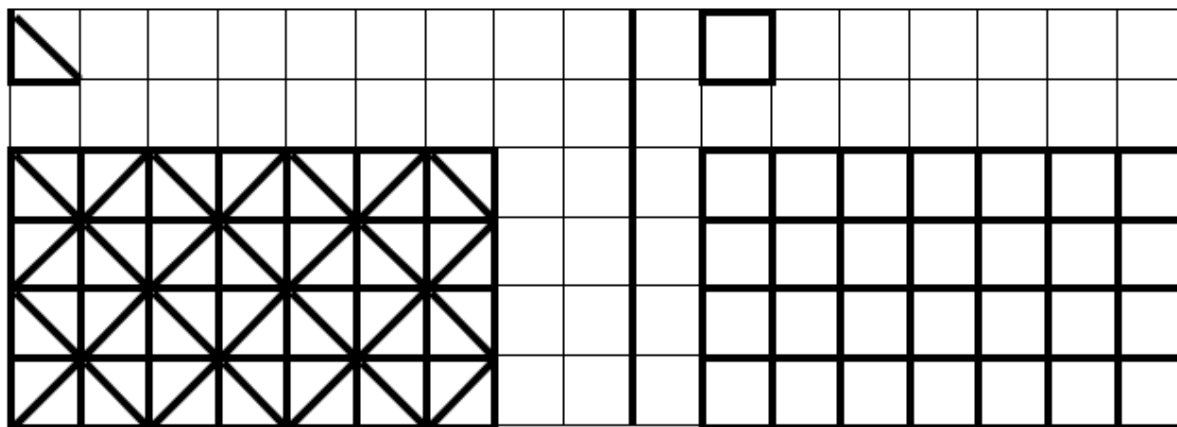
- Proposer aux élèves une même figure, les élèves travaillent par deux. Un élève propose une mesure de l'aire, le deuxième élève doit trouver quelle unité de mesure il a utilisée (1 carreau, 2 carreaux, un demi carreau).



En complément, le professeur pourra utiliser la vidéo « [comparer des aires](#) » du réseau CANOPÉ.

- En prolongement du travail sur les unités on peut mener un travail spécifique sur le pavage de surfaces identiques à l'aide de formes de base différentes (gabarits).
Procéder, dans un premier temps, par manipulations physiques des gabarits. Passer, dans un second temps au pavage par reproduction dessinée de la forme de base. Ce travail permettra de faire comprendre la notion de surface à paver à l'aide d'une surface de référence.

Exemple : Paver ce rectangle à l'aide du triangle puis du carré :



Faire dénombrer le nombre de triangles puis de carrés qui remplissent le rectangle.

Institutionnaliser (et laisser une trace) :

- L'aire du rectangle exprimée en triangles rectangles est égale à 56.
- L'aire du rectangle exprimée en carrés est égale à 28.
- Plus l'aire de référence est petite, plus le nombre exprimant l'aire est grand.
- Plus l'aire de référence est grande, plus le nombre exprimant l'aire est petit.
- L'aire du carré est égale au double de celle du triangle rectangle.

Pistes d'intervention lorsque l'élève a des difficultés à vérifier la validité de ses réponses

Un élève peut donner une mauvaise réponse alors qu'il a bien compris les notions d'aire et de périmètre. Il peut alors s'agir d'un problème d'**autorégulation** : l'élève ne vérifie pas la validité de la réponse qu'il a donnée.

Exemple : L'élève qui a donné comme réponse : *la figure B* a peut-être comptabilisé trop rapidement le nombre de carreaux.

Proposer un exercice de comparaison d'aires à résoudre individuellement puis en binôme. Chaque binôme doit se mettre d'accord sur une réponse commune. Les échanges entre pairs pourront permettre une relecture et une vérification communes du nombre d'unités d'aire de référence.

Ressources pour aller plus loin

- [Attendus de fin d'année de CM1, mathématiques](#)
- [Attendus de fin d'année de CM2, mathématiques](#)
- [Grandeurs et mesures au cycle 3](#)
- [Problémathèque du CSEN](#)