

« Trouver la représentation de partage correspondant à une fraction/Comparer des fractions à l'unité »

(Séquence 4, exercices 14 et 19)

Cette fiche a pour objectifs :

- dans un 1^{er} temps de **cibler les types de difficultés rencontrées au regard des attendus de CM1** ;
- dans un 2^d temps de **mettre en œuvre une action pédagogique adaptée et efficace dans la perspective des attendus de CM2**.

Les [attendus de fin de CM1](#) évalués dans la séquence d'évaluation :

- L'élève utilise les fractions simples (comme $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{2}$) dans le cadre de partage de grandeurs ou de mesures de grandeurs, et des fractions décimales ($\frac{1}{10}, \frac{1}{100}$) ; il fait le lien entre les formulations en langage courant et leur écriture mathématique (par exemple faire le lien entre « la moitié de » et $\frac{1}{2}$ dans l'expression « une demi-heure »).
- L'élève donne progressivement aux fractions le statut de nombre.

Séquence 4 – Mathématiques : description des exercices 14 et 19

Objectif

Identifier les élèves ne maîtrisant pas le sens des fractions et/ou de l'écriture fractionnaire.

Identifier les élèves qui n'ont pas compris qu'une fraction est un nombre.

Enjeu

La maîtrise des fractions est essentielle pour le calcul avec les fractions, dans des problèmes, lors de l'étude des situations de proportionnalité.

Description

Dans l'exercice 14, les élèves disposaient d'une minute pour identifier, parmi quatre propositions :

- le schéma correspondant à la fraction $\frac{2}{3}$ d'un disque (question 1) ;
- le schéma correspondant à la fraction $\frac{1}{4}$ d'une bande (question 2).

Dans l'exercice 19, la fraction est vue comme un nombre. L'élève doit faire des comparaisons par rapport à l'unité.

- À la question 1, il s'agit de trouver la fraction supérieure à 1.
- À la question 2, il s'agit de trouver la fraction inférieure à 1.
- À la question 3, il s'agit de trouver la fraction égale à 1.

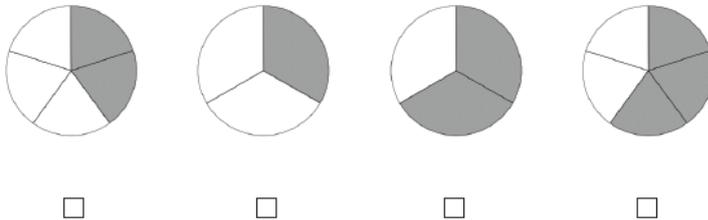
Exercice 14

Exercice 14

Coche la réponse correcte.

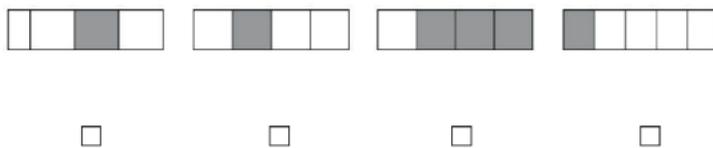
Question 1

Dans quelle situation a-t-on colorié en gris $\frac{2}{3}$ de la figure ?



Question 2

Dans quelle situation a-t-on colorié en gris $\frac{1}{4}$ de la figure ?



Exercice 19**Question 1**

Trouve la fraction supérieure à 1.
Coche la réponse correcte.

$\frac{4}{6}$

$\frac{4}{7}$

$\frac{4}{10}$

$\frac{4}{2}$

Question 2

Trouve la fraction inférieure à 1.
Coche la réponse correcte.

$\frac{4}{3}$

$\frac{4}{2}$

$\frac{4}{10}$

$\frac{4}{4}$

Question 3

Trouve la fraction égale à 1.
Coche la réponse correcte.

$\frac{2}{3}$

$\frac{3}{3}$

$\frac{5}{3}$

$\frac{8}{3}$

Cibler les types de difficultés rencontrées

Difficultés liées à la compréhension fragile des notions d'une grandeur de partage et du sens de la fraction

Par exemple

La proposition  (à la question 2 de l'exercice 14) valide bien le partage de la bande en 4 parts, mais l'élève n'a pas compris que le partage doit se faire en parts égales.

Difficultés liées à la compréhension du sens du numérateur et du dénominateur ou de la lecture globale de l'écriture fractionnaire

Il traite le numérateur et le dénominateur indépendamment l'un de l'autre (comme deux quantités différentes). L'élève perçoit le trait de fraction comme un « séparateur » entre deux entiers.

Par exemple

- À la question 1 de l'exercice 14, un élève qui a bien compris que la fraction $\frac{2}{3}$ concerne des tiers,



mais qui a répondu $\frac{2}{3}$. Cet élève ne maîtrise pas correctement le sens du numérateur, mais il peut avoir compris le sens du dénominateur.

- Un élève qui n'a pas bien compris que la fraction $\frac{2}{3}$ concerne des tiers et la voit comme les



nombre 2 et 3 séparés par un trait pourra proposer une réponse du type $\frac{2}{3}$ en visualisant deux parts coloriées et trois parts non coloriées.

- Un élève qui a répondu que $\frac{4}{6}$ est supérieur à 1, semble ne pas avoir compris ce que représente cette fraction.

Tableau récapitulatif des types de difficultés rencontrées

	Réponse attendue	Types de difficultés rencontrées	
		Difficultés liées à la compréhension fragile des notions de partage d'une grandeur et du sens de la fraction	Difficultés liées à la compréhension du sens du numérateur et du dénominateur ou de la lecture globale de l'écriture fractionnaire
Exercice 14 – Question 1			
Exercice 14 – Question 2			
Exercice 19 – Question 1	$\frac{4}{2}$	$\frac{4}{6}, \frac{4}{7}, \frac{4}{10}$	$\frac{4}{6}, \frac{4}{7}, \frac{4}{10}$
Exercice 19 – Question 2	$\frac{4}{10}$	$\frac{4}{3}, \frac{4}{2}, \frac{4}{4}$	$\frac{4}{3}, \frac{4}{2}, \frac{4}{4}$
Exercice 19 – Question 3	$\frac{3}{3}$	$\frac{2}{3}, \frac{5}{3}, \frac{8}{3}$	

Mettre en œuvre une action pédagogique adaptée et efficace

À partir de l'analyse des résultats des évaluations nationales de début de CM2, les interventions pédagogiques doivent permettre aux élèves d'être ensuite capables de suivre les apprentissages spécifiques du cycle 3. Pour la dictée de nombres décimaux, les [attendus de fin d'année de CM2](#) sont les suivants :

- L'élève utilise les fractions simples (comme $\frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \frac{5}{2}$) dans le cadre de partage de grandeurs ou de mesures de grandeurs, et des fractions décimales ($\frac{1}{10}, \frac{1}{100}$) ; il fait le lien entre les formulations en langage courant et leur écriture mathématique (par exemple : faire le lien entre « la moitié de » et multiplier par $\frac{1}{2}$).
- L'élève donne progressivement aux fractions le statut de nombre.
- Il connaît diverses désignations des fractions : orales, écrites et des décompositions additives et multiplicatives (ex. : quatre tiers ; $\frac{4}{3}$; $\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$; $1 + \frac{1}{3}$; $4 \times \frac{1}{3}$).

Pistes d'intervention lorsque l'élève rencontre des difficultés liées à la compréhension fragile des notions de partage d'une grandeur et du sens de la fraction

Extrait de la note n° 5 du CSEN, février 2022 :

Ceux qui maîtrisent le concept de fraction ont compris que le numérateur et le dénominateur ont des rôles bien distincts. « Trois quarts », c'est un peu comme « trois pommes » : il faut commencer par nommer ce que l'on veut compter (les quarts, au dénominateur), puis dénombrer combien on en prend (au numérateur).

- Le professeur commencera par avoir recours à l'oral, c'est-à-dire qu'il faut reprendre le travail de construction des fractions sans écriture symbolique utilisant le trait de fraction. On peut reprendre les schémas de la partie précédente sans utiliser les écritures fractionnaires. L'utilisation du repérage sur une demi-droite graduée participera à la compréhension des fractions. Par exemple, le professeur donne la représentation d'une fraction et demande à l'oral quelle est cette fraction ou le contraire le professeur donne une fraction à l'oral et demande une représentation de cette fraction. On peut décliner ce type d'exercice avec une écriture en lettre du type « deux-tiers », « vingt-sept dixièmes ». C'est ce travail qui permettra à l'élève de ne pas voir la notation symbolique chiffrée comme deux nombres entiers séparés par un trait. Tant que l'élève ne maîtrise pas ces notions, il n'est pas envisageable d'introduire la notation symbolique chiffrée.

- Le professeur propose de manière régulière aux élèves rencontrant des difficultés de manipuler des disques fractions, des barres de fractions, des bandes, etc.

Quelques exemples de manipulations : « Montre-moi $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{10}$. Puis montre-moi $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{6}$ $\frac{7}{10}$ »,

les consignes seront données à l'oral ou avec des « nombres mots » mais pas avec l'écriture symbolique chiffrée. Il sera important de penser à demander des exemples comme $\frac{5}{4}$ (fraction ayant un numérateur supérieur au dénominateur) pour éviter toute fausse représentation du type « toutes les fractions sont plus petites que 1 » chez l'élève.

En parallèle, on pourra utiliser la demi-droite graduée pour positionner les fractions, on pourra utiliser un [guide-âne](#) pour obtenir des fractions de dénominateur 3, 5 et 6 par exemple ([guide_d'utilisation_du_guide-âne](#)).

Point de vigilance : Une introduction trop rapide de l'écriture fractionnaire $\frac{2}{3}$ amène certains élèves à des « abus de langage » issus de la vie courante qui lui feront perdre le sens que ce $\frac{2}{3}$ doit pourtant porter. Ainsi, $\frac{2}{3}$ sera parfois lu « deux sur trois », « deux divisé par trois », « deux par trois », ce qui n'est pas en adéquation avec la notion de fraction partage qui est travaillée à l'école élémentaire. L'écriture fractionnaire doit être envisagée comme une nouvelle manière d'écrire une notion déjà maîtrisée. Quand la notion de fraction est comprise, l'écriture fractionnaire $\frac{2}{3}$ apparaît alors totalement naturelle.

Extrait du guide « Fractions et décimaux au cycle 3 » :

Le passage du mot à son écriture fractionnaire est une rupture, il doit être géré de manière très graduelle. Jusque-là, pour un élève, un nombre s'écrit avec des chiffres en utilisant le système de numération positionnelle, de gauche à droite. L'écriture d'un nombre sous forme d'une fraction est une nouvelle convention d'écriture dans laquelle les nombres de part et d'autre du trait de fraction ont une signification qu'il convient d'expliquer. [...]

L'écriture symbolique, par exemple $\frac{4}{3}$, nécessite un effort d'interprétation pour être pensée « 4 fois un tiers » et lue « quatre tiers », le nombre du dessus se lit directement 4 alors que le nombre du dessous ne se lit pas 3 mais s'interprète « tiers ». La lecture « quatre sur trois » n'a à ce stade pas de sens et est potentiellement source d'erreurs ; [...] La verbalisation « quatre tiers » joue donc un rôle essentiel dans la construction du concept de fraction, elle doit être préalable à l'introduction de la notation symbolique et vivre tout au long du cycle 3.

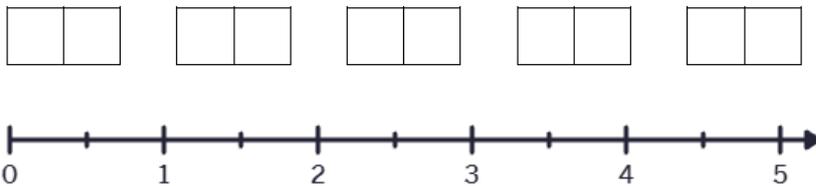
- Avant de vouloir « désigner complètement » une fraction, il est recommandé d'apprendre à classer des représentations de fractions selon qu'elles représentent des « demis », des « tiers », des « quarts ». Ici, on travaille surtout à partager en parts égales une unité (dans l'exemple suivant une grandeur aire).

- Un morceau de ficelle est donné aux élèves, la longueur du morceau de ficelle est choisie comme unité. Avec ce morceau de ficelle, il s'agit de mesurer différents objets de la salle de classe (la longueur d'une table, la hauteur d'une porte, les dimensions de l'écran de l'ordinateur). Les élèves se rendent compte qu'un nombre entier d'unités ne suffit pas à exprimer ces longueurs : ils peuvent proposer des formulations telles que « 2 unités plus la moitié d'une unité » (en pliant en deux parts égales la ficelle), ou bien « entre le quart et la moitié de l'unité ». Le professeur pourra proposer une activité de ce type pour améliorer la compréhension de la notion de partage en parts égales. Il est important de continuer à matérialiser une grandeur unité que l'élève puisse manipuler, se représenter et répliquer : un segment, une bande, un rectangle, un disque, etc. Varier les supports utilisés pour travailler les fractions contribue ainsi à asseoir la compréhension de la notion abstraite d'unité et de son partage en parts égales.
- Le professeur pourra proposer des exercices de ce type :

Exercice 1 : Colorie « neuf demis ».



Exercice 2 : Colorie « cinq demis » puis place la flèche sur la droite graduée.



- Pour un exercice du type de l'exercice 19, illustrer ses propos en « s'appuyant » sur la ligne numérique sera un véritable atout pour que les élèves comprennent et soient, à leur tour, capables d'explicitier leur démarche.

- Explicitation : Travailler avec les mots

$\frac{4}{6}$	Ce sont des sixièmes.	Une unité c'est donc 6 sixièmes.	$\frac{6}{6} = 1$	Comme 4 sixièmes est plus petit que 6 sixièmes, 4 sixièmes est plus petit que 1.	$\frac{4}{6} < 1$
$\frac{4}{7}$	Ce sont des septièmes.	Une unité c'est donc 7 septièmes.	$\frac{7}{7} = 1$	Comme 4 septièmes est plus petit que 7 septièmes, 4 septièmes est plus petit que 1.	$\frac{4}{7} < 1$
$\frac{4}{10}$	Ce sont des dixièmes.	Une unité c'est donc 10 dixièmes.	$\frac{10}{10} = 1$	Comme 4 dixièmes est plus petit que 10 dixièmes, 4 dixièmes est plus petit que 1.	$\frac{4}{10} < 1$
$\frac{4}{2}$	Ce sont des demis.	Une unité c'est donc 2 demis.	$\frac{2}{2} = 1$	Comme 4 demis est plus grand que 2 demis, 4 demis est plus grand que 1. La fraction supérieure à 1 est donc 4 demis.	$\frac{4}{2} > 1$

Pistes d'intervention lorsque l'élève rencontre des difficultés liées à la compréhension du sens d'un numérateur et du dénominateur ou de la lecture globale de l'écriture fractionnaire

- Face à un schéma représentant une fraction, il est souhaitable d'expliciter et verbaliser la démarche suivante :

AVEC DES MOTS	AVEC DES SCHÉMAS	FRACTION
<p>Trois cinquièmes</p> <p>On partage l'unité en cinq parts égales et on prend trois parts. On obtient une quantité égale à trois cinquièmes de l'unité. Cette quantité est plus petite que l'unité.</p>	<p><i>L'unité est la longueur d'un segment.</i></p> <p>Une unité</p> <p>Une unité partagée en cinq parts égales</p> <p>Un cinquième d'unité</p> <p>Trois cinquièmes d'unité</p>	$\frac{3}{5}$

1	J'identifie l'unité (ou une unité).	La longueur du segment
2	Je vérifie que toutes les parts qui constituent l'unité sont identiques.	oui
3	Je compte le nombre de parts égales qui constituent une unité.	cinq
4	J'en déduis le nom et la valeur d'une part que j'isole.	Ce sont donc des cinquièmes d'unité. Une unité, c'est cinq cinquièmes. Une part est égale à « un cinquième » d'unité.
5	Je construis une nouvelle grandeur avec cette sous-unité.	
6	Je compte le nombre de parts « désignées » dans la nouvelle grandeur.	trois
7	J'annonce le nom de la fraction.	trois cinquièmes d'unité
8	J'écris la fraction sous la forme de son écriture fractionnaire.	$\frac{3}{5} u.$

<p>Quatre tiers</p> <p>On partage l'unité en trois parts égales et on prend quatre parts : on obtient une quantité égale à quatre tiers de l'unité. Cette quantité est plus grande que l'unité.</p>	<p><i>L'unité est la longueur d'une bande (ou son aire).</i></p> <p> Une unité</p> <p> Une unité partagée en trois parts égales</p> <p> Un tiers d'unité</p> <p> Quatre tiers d'unité</p>	$\frac{4}{3}$
--	--	---------------

1	J'identifie l'unité (ou une unité).	L'aire du rectangle
2	Je vérifie que toutes les parts qui constituent l'unité sont de même taille.	oui
3	Je compte le nombre de parts égales qui constituent une unité.	trois
4	J'en déduis le nom et la valeur d'une part.	Ce sont donc des tiers d'unité. Une unité, c'est trois tiers. Une part est égale à « un tiers » d'unité.
5	Je construis une nouvelle grandeur avec cette sous-unité.	
6	Je compte le nombre de parts « désignées » dans la nouvelle grandeur.	quatre
7	J'annonce le nom de la fraction.	quatre tiers d'unité
8	J'écris la fraction sous la forme de son écriture fractionnaire.	$\frac{4}{3} u.$

Il faudra continuer à expliciter et à faire expliciter pourquoi on parle ici de cinquièmes, de tiers, de quarts, de dixièmes afin que les élèves qui ont besoin de plus de temps puissent poursuivre la consolidation d'acquis encore fragiles.

Mathématiques

- Face à une fraction, il est souhaitable d'explicitier et verbaliser la démarche suivante :
On s'appuie ici sur l'exemple de la fraction $\frac{3}{5}$.

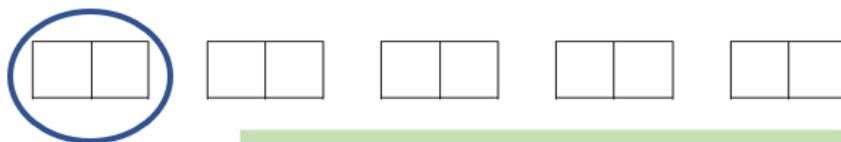
1	Ce sont des ...	cinquièmes
2	Cela signifie que l'unité est partagée en . parts égales.	cinq
3	Parmi ces parts égales, j'en colorie .	trois



- En amont d'un travail sur la comparaison des fractions, on pourra entrainer l'élève à décomposer pas à pas une fraction. Les exercices seront à proposer dans l'ordre pour accompagner les progrès de l'élève (on veillera à faire varier les schémas de représentation).

Exercice 1

Colorie $\frac{7}{2}$ et complète.



Une unité

Combien de parts sont colorées dans l'unité qui n'est pas entièrement colorée ?

Combien d'unités sont entièrement colorées ?

$$\dots + \frac{\dots}{\dots}$$

En combien de parts égales chaque unité est-elle partagée ?

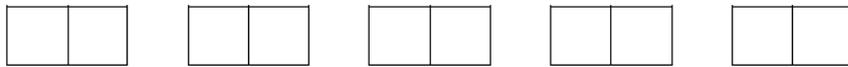
Réponse attendue

$$3 + \frac{1}{2}$$



Exercice 2

Colorie $\frac{9}{2}$ et complète.



$$\dots + \frac{\dots}{\dots}$$

Réponse attendue

$$4 + \frac{1}{2}$$



Exercice 3

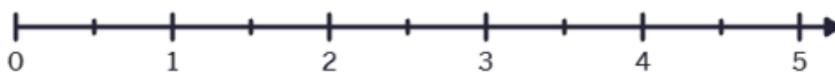
Colorie $\frac{5}{2}$, place la flèche sur la droite graduée et complète et complète



$$\dots + \frac{\dots}{\dots}$$

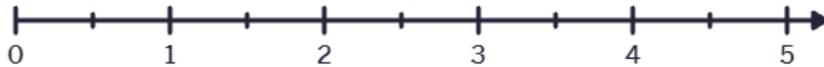
Réponse attendue

$$2 + \frac{1}{2}$$



Exercice 4

Place la flèche sur la droite graduée et complète : $\frac{3}{2}$

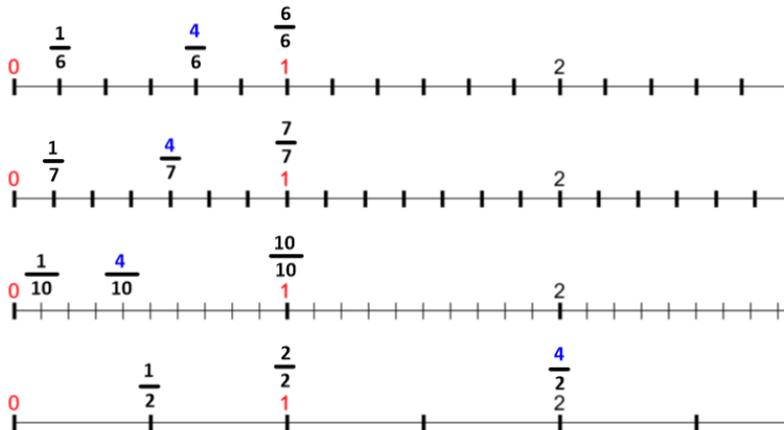


$$\dots + \frac{\dots}{\dots}$$

Réponse attendue



- Créer des cartes d'identité d'un nombre ([annexe 1 : « Fractions et décimaux au cycle 3 »](#))
- Pour un exercice du type de l'exercice 19, illustrer ses propos en « s'appuyant » sur la ligne numérique sera un véritable atout pour que les élèves comprennent et soient, à leur tour, capables d'expliquer leur démarche (voir la démarche dans la partie précédente).
Représentation sur la ligne numérique :



Les explicitations basées sur le raisonnement sont bien plus porteuses de sens pour les élèves que des « recettes » du type :

- quand le numérateur est plus grand que le dénominateur, la fraction est supérieure à 1 ;
- quand le numérateur est plus petit que le dénominateur, la fraction est inférieure à 1 ;
- quand le numérateur est égal au dénominateur, la fraction est égale à 1.

Les ressources pour aller plus loin

- [Note du CSEn](#) - Février 2022, n° 5 : Évaluer la compréhension des nombres décimaux et des fractions : le test de la ligne numérique
- [Fractions et nombres décimaux au cycle 3, éduscol](#)
- [Attendus de fin d'année de CM1, mathématiques](#)
- [Attendus de fin de CM2, mathématiques](#)