MINISTÈRE
DE L'ÉDUCATION
NATIONALE

Liberté
Égalité
Fraternité

Évaluations nationales de début de CM2

Fiche d'intervention

Mathématiques

« Poser et calculer des additions, soustractions, multiplications et divisions de nombres entiers »
(Séquences 2 et 4, exercices 6 et 21)

Cette fiche a pour objectifs :

- dans un 1er temps de **cibler les types de difficultés rencontrées au regard des attendus de CM1** ;
- dans un 2nd temps de **mettre en œuvre une action pédagogique adaptée et efficace dans la perspective des attendus de CM2**.

Les attendus de fin de CM1 évalués dans la séquence d'évaluation :
- Il mobilise les faits numériques mémorisés au cycle 2, notamment les tables de multiplication jusqu'à 9 ;
- Il recherche le complément au nombre entier supérieur ;
- Il sait multiplier par 5, par 25, par 50 ;
- Il stabilise sa connaissance des propriétés des opérations ;
- Il vérifie la vraisemblance d'un résultat, notamment en estimant l'ordre de grandeur ;
- Il apprend les algorithmes :
  - de l'addition, de la soustraction et la multiplication de deux nombres décimaux ;
  - de la division euclidienne de deux nombres entiers.

Séquences 2 et 4 — Mathématiques : description des exercices 6 et 21

Objectif

Identifier les élèves ne maîtrisant pas les techniques opératoires de :

- l'addition ;
- la soustraction de nombres entiers à 4 chiffres avec retenue ;
- la multiplication d'un nombre entier à trois chiffres par un nombre à un ou deux chiffres ;
- la division euclidienne d'un nombre entier à deux chiffres par un nombre entier à un chiffre.

Enjeu

La maîtrise des techniques opératoires complète celle des procédures de calcul mental notamment lorsque le calcul sollicite grandement la mémoire de travail (mémorisation des nombres à traiter, gestion des retenues, mémorisation des résultats intermédiaires…). Elle participe ainsi à la résolution de problèmes aux données plus complexes.

Description

Dans les exercices, les élèves disposaient de 6 minutes pour calculer deux additions posées et deux soustractions posées (exercice 6) et de 6 minutes et 30 secondes pour calculer deux multiplications et une division (exercice 21).

Le temps restreint pour les algorithmes de l’addition posée avec retenue et soustraction posée à retenue de nombres de quatre chiffres permet d’apprécier leur degré d’automatisation. Il cible notamment la compréhension des principes de la numération chiffrée (aspect décimal et de position) et renforce la mémorisation des faits numériques.

Les multiplications de l’exercice 21 comportent une multiplication posée d’un nombre à trois chiffres par un nombre à un chiffre et par un nombre à deux chiffres, notions vues en fin de CE2. La division à poser d’un nombre à 2 chiffres par un nombre à un chiffre est avec un reste nul et un quotient à 2 chiffres. Elle peut facilement être trouvée par un calcul mental. Il s’agit donc uniquement de vérifier l’acquisition de la technique opératoire (les étapes).

Exercice 6

Exercice 6

Pose en colonnes et calcule chaque opération.

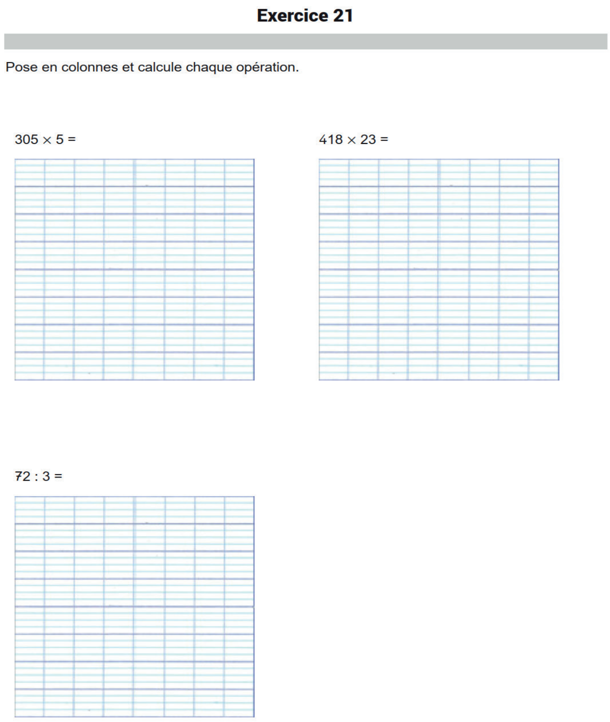
672 + 9 816 =

1 547 + 18 + 4 026 =

301 – 23 =

4 354 – 3 366 =

Exercice 21


Exercice 21

Pose en colonnes et calcule chaque opération.

305 × 5 =

418 × 23 =

72 : 3 =

Cibler les types de difficultés rencontrées

Une analyse plus transversale des difficultés rencontrées en calcul posé doit être menée à l'appui de l'observation du livret d'évaluation de l'élève.

Les difficultés peuvent provenir d'une maîtrise fragile des compétences suivantes, présentées ici de façon progressive en termes de complexité :

- Se repérer sur la page pour poser puis effectuer un calcul est un prérequis méthodologique indispensable. Certains élèves devront se voir rappeler certains repères spatiaux pour poser un calcul (usage des carreaux pour une présentation aérée) puis le résoudre (sens de lecture vertical et de droite à gauche).
  Signes indicateurs :
  - L'élève a écrit ses chiffres de manière non alignée en colonnes, en dehors ou à cheval entre deux carreaux ou sans utiliser l'entièreté du cadre dévolu à la rédaction de la réponse ;
  - La barre horizontale séparant les termes de l'opération du résultat n'est pas tracée ou de façon approximative ou à main levée ;
  - Le signe de l'opération (+ ; – ; x) n'est pas clairement lisible car mal disposé ;
  - Le travail est brouillon (ratures et tentatives d'écriture nombreuses…).
- **Ordonner les chiffres en colonnes de chacun des termes de l'opération en respectant l'aspect positionnel de la numération** et la valeur des chiffres (chiffre des unités sous le chiffre des unités, celui des dizaines avec celui des dizaines, etc.) peut être rendu plus complexe si les nombres n'ont pas le même nombre de chiffres (tel que 453 + 36 et autres exemples dans le tableau 1).
  Signes indicateurs :
  - L'alignement des nombres ne correspond pas à la valeur de chaque chiffre.

- Maîtriser la gestion de la retenue en lien avec l'aspect décimal de la numération, plus complexe pour la soustraction et la multiplication, est nécessaire pour certains calculs (tel que 27 + 64 et autres exemples dans le tableau 1).
Signes indicateurs :
  - La retenue n'est pas écrite ou non prise en compte ;
  - Un nombre à deux chiffres est inscrit dans une même colonne d'une unité de numération ;
  - L'élève indique 1 en retenue alors que le calcul en suppose davantage (pour la multiplication 47 x 3 par exemple) ;
  - L'élève garde en retenue le chiffre des unités et non celui des dizaines, etc.
- **Contrôler la vraisemblance des résultats** par la recherche d'un ordre de grandeur mais aussi l'emploi de techniques de vérification supposant un nouveau calcul posé.
- **Mobiliser des faits numériques**, plus ou moins complexes, qui diffèrent selon le calcul demandé. Notamment, la multiplication d'un nombre à deux chiffres par un multiple de 10 intervient dans les multiplications d'un nombre par un nombre à deux chiffres. Cette procédure et la maîtrise des tables de multiplication, déterminantes pour la réussite des élèves pour le calcul des multiplications et divisions posées, sont détaillées dans la fiche « Automatismes » (exercices 7 et 22 de calcul mental).
- **Comprendre les étapes des algorithmes de chaque opération posée**.

		Nombre de chiffres qui diffère	Retenue	Réponse attendue
Exercice 6	672 + 9 816	x	x	96
	1 547 + 18 + 4 026	x	x	266
	301 — 23	x	x	645
	4 354 - 3 366		x	818
Exercice 21	305 x 5	x	x	30
	418 x 23	La difficulté provient ici d'une maîtrise fragile de l'algorithme de la multiplication posée		337
	72 : 3	La difficulté provient ici d'une maîtrise fragile de l'algorithme de la division posée		111

Ce tableau permet de sérier le type d'erreur associée au calcul. En faisant verbaliser les procédures des élèves sur des calculs similaires, l'enseignant peut ainsi repérer la difficulté et adapter la différenciation. Les faits numériques étant mobilisés dans chacune des opérations, l'enseignant doit les distinguer et renforcer leur apprentissage.

Des pistes d'interventions sont proposées dans la partie suivante pour permettre au professeur de choisir les modalités les plus efficaces (groupes de besoins, APC réunissant des élèves de différentes classes, étayage individuel, enseignement ciblé pour l'ensemble de la classe, activités ritualisées…).

Mettre en œuvre une action pédagogique adaptée et efficace

À partir de l'analyse des résultats des évaluations nationales de début de CM1, les interventions pédagogiques doivent permettre aux élèves d'être ensuite capables de suivre les apprentissages spécifiques du CM2. Pour le calcul posé, les attendus de fin d'année de CM2 sont les suivants :

Les élèves apprennent les algorithmes :
- de l'addition et de la soustraction de deux nombres décimaux ;
- de la multiplication d'un nombre décimal par un nombre entier ;
- de la division de deux nombres entiers (quotient décimal ou non. Par exemple, 10 : 4 ou 10 : 3) ;
- de la division d'un nombre décimal par un nombre entier.

La résolution de problèmes multiplicatifs est un préalable pour donner du sens aux opérations et aux signes « x » et « : ». Les calculs posés permettent l'obtention de résultats notamment lorsque le calcul mental ou le calcul en ligne atteint ses limites. Leur apprentissage est aussi un moyen de renforcer la compréhension du système décimal de position et de consolider la mémorisation des relations et faits numériques. Il a donc lieu lorsque les élèves se sont appropriés des stratégies de calcul liées à la numération décimale, souvent utilisées également en calcul mental ou en ligne.

En CM1, les additions et soustractions posées de nombres entiers concernent des nombres allant jusqu'à 6 chiffres et sont étudiées en période 3. Les opérations sur les nombres décimaux seront traitées en période 4.

La multiplication d'un nombre à deux ou trois chiffres par un multiplicateur à deux chiffres est vue en CE2. En CM1, l'algorithme sur des nombres entiers est élargi à des résultats de calcul allant jusqu'à 999 999 en période 2.

La technique opératoire de la division euclidienne par un nombre à un chiffre est apprise en CM1 en 4e période et est étendue aux diviseurs à deux chiffres généralement en CM2. La mise en œuvre de la technique de la division nécessite de convoquer systématiquement des ordres de grandeurs et de gérer les différentes étapes de l'algorithme. Les tables de multiplication sont mobilisées à « l'envers ». « Lors de la détermination d'un chiffre du quotient à une étape donnée, il est nécessaire de faire appel à des décompositions multiplicatives (encadrer un nombre entre deux multiples consécutifs du diviseur) qui doivent ensuite être recomposées puis de gérer les deux nombres obtenus, de leur donner du sens pour produire l'égalité associée (72 = 3 × 24+0 et/ou pour répondre à la question posée (p. 43 « le nombre au cycle 3 »).

L'entraînement au calcul posé est prévu dans la durée, de façon filée plutôt que massée. Une fois les principes de fonctionnement d'un algorithme d'une opération posée acquis par les élèves, le cadre privilégié pour l'entraînement à la mise en œuvre de cet algorithme est celui de la **résolution de problèmes**.

La capacité à se repérer sur la page pour poser puis effectuer un calcul

Les signes indicateurs (voir plus haut) d'une mauvaise maîtrise de cette compétence doivent amener le professeur à rappeler des éléments de méthodologie, préalables pour permettre la recherche du résultat. À partir de nouveaux calculs écrits en ligne, il demande aux élèves de poser l'opération en :

- écrivant un chiffre par carreau. Le professeur peut indiquer par un point leur emplacement et tracer des colonnes pour guider les élèves ; une colonne supplémentaire correspondant à l'unité de numération supérieure sera prévue systématiquement lors du tracé de l'opération ;
- traçant à la règle la barre horizontale sur un interligne laissant la place aux éventuelles retenues ;
- lisant le calcul de la droite vers la gauche (unités, dizaines, centaines…).

Ces différents repères seront synthétisés sous la forme d'un affichage et d'une leçon pour permettre aux élèves de s'y référer lors des temps d'entraînement.

Ordonner les chiffres en colonnes de chacun des termes de l'opération en respectant l'aspect positionnel de la numération

Pour poser des opérations avec de grands nombres, il est nécessaire de maîtriser la notation positionnelle décimale qui donne du sens à l'alignement des chiffres rang par rang : l'idée que le même chiffre « 2 » puisse représenter deux unités, deux dizaines ou deux centaines selon sa position dans le nombre. Le professeur explicite à voix haute la façon de poser les calculs en colonne : « on aligne les unités sous les unités, les dizaines sous les dizaines… ». Il évite donc la formulation « on aligne les chiffres à droite » car source d'erreurs, notamment lorsque l'élève aura à calculer avec des nombres décimaux. Les élèves rencontrant une difficulté à poser correctement un calcul (l'élève a tendance à aligner les nombres en partant de la gauche par exemple) seront identifiés lorsque les nombres utilisés n'ont pas le même nombre de chiffres.

L'usage temporaire d'un outil tel que le tableau de numération peut répondre à cette difficulté et corriger une mauvaise disposition des nombres en donnant du sens à ces colonnes qui se réfèrent à l'aspect positionnel du système de numération. La décomposition/recomposition des nombres, avec appui sur la numération décimale, sera aussi utile :
$38 + 154 = 30 + 8 + 100 + 50 + 4 = 100 + 50 + 30 + 8 + 4$.

Maîtriser la gestion de la retenue en lien avec l'aspect décimal de la numération

Les cas des calculs posés avec et sans retenue seront traités simultanément. Le professeur veille à faire acquérir la technique de la multiplication d'un nombre à deux chiffres par un nombre à un chiffre avant de l'étendre à des nombres plus grands. Quelle que soit la technique, le professeur explicite à voix haute la façon de gérer les retenues en veillant à leur donner du sens. Pour l'addition 38 + 154 : « 8 unités plus 4 unités font 12 unités, ce qui fait 1 dizaine que je mets en retenue dans la colonne des dizaines et 2 unités que j'écris dans la colonne des unités. 3 dizaines plus 5 dizaines cela fait 8 dizaines, plus la dizaine que j'ai mise en retenue, cela fait 9 dizaines que j'écris dans la colonne des dizaines ». L'usage du matériel de numération (plaques, barres, cubes) de référence peut être un levier pour mieux gérer la retenue. Celle-ci sera mise en lien avec les groupements (10 unités = 1 dizaine ; 10 dizaines = 1 centaine) se référant à l'aspect décimal du système de numération. « Les manipulations proposées seront d'abord réelles puis mentales. Dans ce dernier cas, le matériel pourra servir à valider le résultat du calcul » (page 72, guide « Pour enseigner les nombres, le calcul et la résolution de problèmes au CP »).
Le professeur vérifie l'acquisition de cette notion en revenant sur le sens des groupements (100 unités = 10 dizaines = 1 centaine) mais aussi sur la décomposition des nombres et les échanges par groupements (455 Unités = 45 D + 5 U = 4 C + 5 D + 5 U).

Focus sur la soustraction

Si c'est le choix du cassage de l'unité de numération supérieure qui est fait, comme pour l'addition le professeur doit justifier l'algorithme par l'utilisation de matériel puis la verbalisation. En revanche, si c'est le choix de la compensation qui est fait, une justification peut être donnée en explicitant la conservation des écarts qui veut que, dans une soustraction, je peux ajouter un même nombre aux deux termes, sans en changer le résultat. On l'explique aux élèves à partir d'une écriture en ligne accompagnant le calcul pose : « (75 – 29 = (75 + 10) - (29 + 10), c'est pour cela que l'on dit : 9 ôtés de 5 je ne peux pas, donc je fais 9 ôtés de 15 (ce qui revient à ajouter une dizaine à 75), je pose 6 et je retiens 1 ; 2 et 1 de retenue (ce qui revient à ajouter une dizaine à 29) qui font 3, 3 ôtés de 7 font 4 » sans qu'il soit demandé à tous les élèves de mémoriser cette explicitation.

$$
\begin{array}{ccc}
 & 7 & {}_{1}5 \\
- & 2 & 9 \\
 & {\scriptstyle +1} & \\
\hline
 & 4 & 6
\end{array}
$$

Focus sur la multiplication

Outre les éléments méthodologiques déjà évoqués visant à poser un calcul aéré laissant la place aux retenues, le professeur veille à verbaliser la gestion des retenues : « 4 fois 7 unités font 28 unités, ce qui fait 2 dizaines que je mets en retenue dans la colonne des dizaines et 8 unités que j'écris dans la colonne des unités. 4 fois 3 dizaines font 12 dizaines, plus les dizaines que j'ai mises en retenue, cela fait 14 dizaines que j'écris dans la colonne des dizaines mais aussi des centaines car 14 dizaines = 1 centaine et 4 dizaines. » L'idée étant d'éviter que l'élève fasse 4 x 5 au lieu de 4 x 3 + 2. Multiplier par un nombre à plusieurs chiffres nécessite d'avoir assimilé la multiplication par 10, 100, 1000 (on évitera le principe de décalage, il faut donner du sens en travaillant sur la multiplication par 10, 100, 1000 grâce au « glisse-nombre » par exemple…) mais aussi le principe de distributivité de la multiplication sur l'addition (multiplier 37 par 14 revient à multiplier 37 par 4 puis par 10 et à additionner les deux résultats obtenus).

$$
\begin{array}{cccc}
 & & {\scriptstyle 2} & \\
 & & 3 & 7 \\
\times & & 1 & 4 \\
\hline
 & {\scriptstyle 1} & & \\
 & 1 & 4 & 8 \\
+ & 3 & 7 & 0 \\
\hline
 & 5 & 1 & 8
\end{array}
$$

Maîtriser les techniques opératoires liées à chaque opération

Quelle que soit la technique, l’enseignant utilise la manipulation et explicite les actions sur les chiffres en lien avec les principes de la numération décimale et les propriétés des opérations.

Le matériel de numération (plaques, barres, cubes ou étiquettes représentant les unités) est mobilisé pour valider les opérations. Le professeur veille à observer l’élève dans la tâche pour repérer le type d’erreurs.

Lors de la mise en commun, l’enseignant commente et relie les actions réalisées avec le matériel de numération avec celles sur les chiffres. Il invite l’élève à verbaliser sa procédure et identifier son erreur. Le professeur traite les types d’erreurs relevées dans les calculs des élèves : alignement des chiffres (aspect position), retenue (aspect décimal), tables.

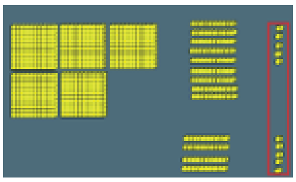
Lors de l’institutionnalisation, il revient sur l’algorithme décrit grâce à la manipulation et propose un écrit mémoire.

Addition et soustraction

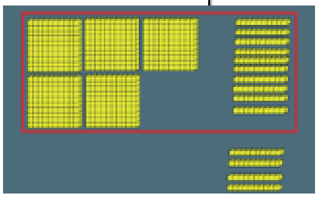
Commencer les calculs par les unités, puis les dizaines et les centaines et les ordonner en respectant l’aspect positionnel de la numération et gérer la retenue en lien avec l’aspect décimal de la numération.

Focus sur l’addition

Les élèves effectuent le calcul posé 595 + 45 à l’aide du matériel. Ils doivent donc constituer les deux collections (5 centaines 9 dizaines et 5 unités, 4 dizaines et 5 unités) et opérer des actions sur le matériel. La signification de l’écriture chiffrée est nécessaire pour créer les collections.

<table>
<tr><th>Manipulation et verbalisation</th><th>Calcul posé et verbalisation</th></tr>
<tr><td>Il y a dix unités que l’on peut remplacer par une dizaine. Il faut considérer une dizaine en plus
</td><td>On ajoute les unités : 5+5=10. Le nombre d’unités atteint dix. On conçoit 1 nouvelle dizaine. Cela se traduit par une retenue (un 1 dans la colonne des dizaines). On écrit 0 dans la colonne des unités car il ne reste plus de cube seul.
<table>
<tr><td></td><td></td><td>1</td><td>←retenues</td></tr>
<tr><td></td><td>5</td><td>9</td><td>5</td></tr>
<tr><td>+</td><td></td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>=</td><td></td><td></td><td>0</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Manipulation et verbalisation</th><th>Calcul posé et verbalisation</th></tr>
<tr><td>La dizaine de cubes seuls a été remplacée par une dizaine en barre et on compte les dizaines. Il y a 14 dizaines, soit une nouvelle centaine en plus.
</td><td>On ajoute les dizaines 9+4+1=14. Le nombre de dizaines dépasse dix. On conçoit 1 nouvelle centaine et il reste 4 dizaines. Cela se traduit par une retenue (un 1 dans la colonne des centaines) et on écrit 4 dans la colonne des dizaines.
<table>
<tr><td></td><td>1</td><td>1</td><td>←retenues</td></tr>
<tr><td></td><td>5</td><td>9</td><td>5</td></tr>
<tr><td>+</td><td></td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>=</td><td></td><td>4</td><td>0</td></tr>
</table></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Manipulation et verbalisation</th><th>Calcul posé et verbalisation</th></tr>
<tr><td>Les dix dizaines équivalent à une centaine. On compte les centaines.
</td><td>On reporte dans la colonne des centaines le nombre de centaines.
<table>
<tr><td></td><td>1</td><td>1</td><td>← retenues</td></tr>
<tr><td></td><td>5</td><td>9</td><td>5</td></tr>
<tr><td>+</td><td></td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>=</td><td>6</td><td>4</td><td>0</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

	1	1	← retenues
	5	9	5
+		4	5
=	6	4	0

5u+5u = 10u et 10u=1d
9d+4d+1d =14d et 14d=1c+4d
5c+0c+1c=6c

Focus sur la soustraction

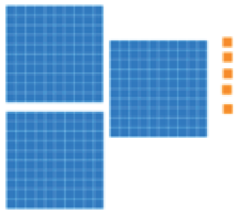
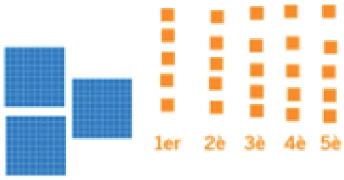
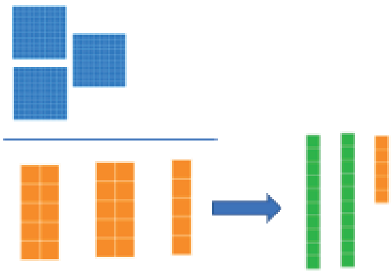
L’enseignant peut proposer aux élèves de réaliser l’opération en ligne à deux chiffres 59 - 48 avec le matériel de numération (plaques, barres, cubes ou étiquettes représentant les unités) avant de passer à trois chiffres. Les élèves doivent constituer la quantité indiquée par le premier nombre 59 et enlever celle indiquée par le deuxième nombre 48. Il ne s’agit plus de deux collections comme pour l’addition.

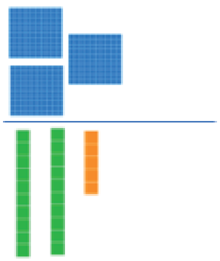
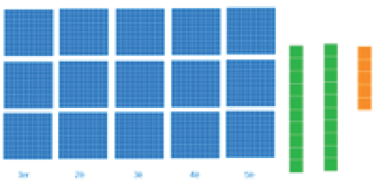
L’enseignant rappelle qu’il s’agit d’une situation de retrait. Il fait référence aux situations de problèmes rencontrées, faisant appel à ce sens de la soustraction (Cf. affichage dans la classe ou trace dans le cahier de mathématiques).

Tout comme l’addition, on peut poser une soustraction en colonnes. Leur donner à poser l’opération permet aussi de vérifier qu’ils ne soustraient pas le nombre le plus petit du nombre le plus grand. L’enseignant montre le lien entre les actions sur le matériel, l’écriture de l’opération en colonne et l’utilisation de la numération chiffrée (9 unités moins 8 unités = 1 unité, 5 dizaines moins 4 dizaines = 5 dizaines). Ce n’est qu’en proposant des opérations à retenue que l’élève verra la nécessité de commencer le calcul par les unités.

Comprendre les étapes de l'algorithme de la multiplication

Les élèves effectuent le calcul posé 305 x 5 à l'aide du matériel.

<table>
<tr><th>Manipulation et verbalisation</th><th>Calcul posé et verbalisation</th></tr>
<tr><td>Je prends 3c 0d 5u
</td><td>Je pose la multiplication en écrivant le nombre 305 en premier facteur (en haut) et 5 en deuxième facteur (en bas).
<table><tr><td></td><td>3</td><td>0</td><td>5</td></tr><tr><td>x</td><td></td><td></td><td>5</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Je prends 5 paquets de 5 unités
</td><td><table><tr><td></td><td>3</td><td>0</td><td>5</td></tr><tr><td>x</td><td></td><td></td><td>5</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td></tr>
<tr><td>J'échange 2 paquets de 10 unités contre 2 dizaines et il reste 5 unités
</td><td>J'écris le chiffre 5 des unités au résultat et je retiens 2 dizaines
<table><tr><td></td><td></td><td>2</td><td></td></tr><tr><td></td><td>3</td><td>0</td><td>5</td></tr><tr><td>x</td><td></td><td></td><td>5</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td>5</td></tr></table></td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Manipulation et verbalisation</th><th>Calcul posé et verbalisation</th></tr>
<tr><td>Ensuite je prends 5 paquets de 0 dizaine cela fait 0 dizaine (les deux dizaines obtenues par échange ont été mise de côté). On a donc 2 dizaines au total.
</td><td>J'écris le chiffre 2 des dizaines à gauche du chiffre 5 des unités au résultat.
<table><tr><td></td><td></td><td>2</td><td></td></tr><tr><td></td><td>3</td><td>0</td><td>5</td></tr><tr><td>x</td><td></td><td></td><td>5</td></tr><tr><td></td><td></td><td>2</td><td>5</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>Ensuite je prends 5 paquets de 3 centaines ce qui me donne 15 centaines.
</td><td>J'écris 15 centaines à gauche du chiffre 2 des dizaines au résultat.
<table><tr><td></td><td></td><td>2</td><td></td></tr><tr><td></td><td>3</td><td>0</td><td>5</td></tr><tr><td>x</td><td></td><td></td><td>5</td></tr><tr><td>1</td><td>5</td><td>2</td><td>5</td></tr></table></td></tr>
</table>

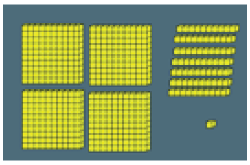
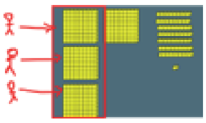
Comprendre les étapes de l'algorithme de la division

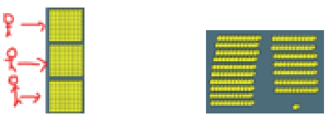
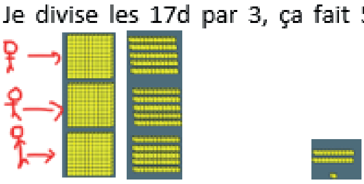
Commencer à diviser les centaines puis les dizaines et les unités restantes avec les échanges nécessaires liés à l'aspect décimal de la numération et au sens de la division.

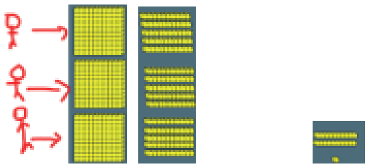
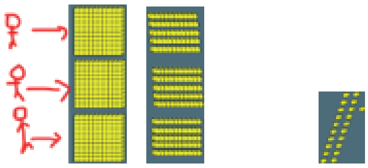
Le matériel de numération (plaques, barres, cubes ou étiquettes représentant les unités) est mobilisé pour faire le lien entre la technique opératoire et la situation de partage.

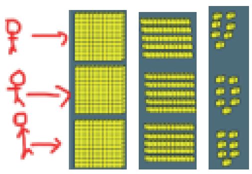
Exemple : partager 471 bonbons entre 3 enfants de telle sorte qu'il en reste le moins possible et que chacun ait la même part. Les élèves résolvent avec le matériel, les échanges sont proposés s'ils ne le trouvent pas. Ils ne pourront pas commencer par les unités car les parts ne seront alors pas les plus grandes possibles et le reste le plus petit. Les contraintes posées permettent d'invalider les procédures. Les élèves vérifient ainsi implicitement que la division respecte les principes d'égalité et de minimalité du reste.

Le calcul est vérifié par la multiplication. L'enseignant propose la validation par la multiplication et la division par la calculatrice (en lien avec la résolution de problèmes vu précédemment).

Manipulation et verbalisation	Calcul posé et verbalisation
Je prends 4c 7d 1u 	Je pose la division en écrivant à gauche le nombre à diviser 471 et à droite le diviseur 3. Le quotient est écrit sous le 3, ce qui reste à diviser sous le 471. 4 7 1 | 3
Je peux diviser 4c par 3. Le quotient aura des centaines donc 3 chiffres. Je donne 3x1c 	Je prépare les points pour les trois chiffres du quotient et je peux écrire le chiffre des centaines : 1 4 7 1 | 3 | 1 . .

Manipulation et verbalisation	Calcul posé et verbalisation
Je divise les 4c en 3, je donne 3x1c en tout et il en reste 4c-3c=1c 	Je calcule 3x1 dans ma tête et j'écris la soustraction des centaines 4 7 1 | 3 - 3 | 1 . . 1
Il reste 1 c, c'est-à-dire 10d. Avec les 7d, cela fait 17d à diviser en 3 	J'écris le 7 de 471 à côté du 1 des centaines restantes. 4 7 1 | 3 - 3 | 1 . . 1 7
Je divise les 17d par 3, ça fait 5d 	J'écris 5 aux dizaines du quotient. 4 7 1 | 3 - 3 | 15. 1 7

<table>
<tr><th>Manipulation et verbalisation</th><th>Calcul posé et verbalisation</th></tr>
<tr><td>Je donne 3x5d= 15d en tout. Il en reste 17-15=2d
</td><td>Je calcule 3x5 dans ma tête et j'écris la soustraction des dizaines.
4 7 1 | 3
- 3 | 15.
1 7
- 1 5
2</td></tr>
<tr><td>Il reste 2d, soit 20unités. Avec les 1 unités de 471 ça fait 21 unités à diviser
</td><td>J'écris les 1 unités de 471 à côté des 2 dizaines qui restent.
4 7 1 | 3
- 3 | 15.
1 7
- 1 5
2 1</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>Manipulation et verbalisation</th><th>Calcul posé et verbalisation</th></tr>
<tr><td>Les 21 unités divisées par 3, ça fait 7 unités.
3x7u=21u et 21u-21u=0u
</td><td>J'écris 7 aux unités du quotient. Je calcule 3x7 dans ma tête et j'écris la soustraction des unités.
4 7 1 | 3
- 3 | 157
1 7
- 1 5
2 1
- 2 1
0</td></tr>
<tr><td>J'ai donné 157 bonbons à chaque enfant et il en reste 0</td><td>471 : 3 = 157
3 x 157 = 471
Le quotient est 157 et le reste est 0.</td></tr>
</table>

La fiche mémoire de l'algorithme, plus synthétique, reprend le nom des termes (dividende, diviseur, quotient, reste), la division posée, les soustractions posées, le résultat avec la forme canonique de la division euclidienne, les étapes.

Pour entrainer les élèves, il est intéressant de donner à compléter des « squelettes » de divisions avec la place des nombres remplacés par des points ou des résultats partiels. En CM2, seront abordées les divisions posées avec un quotient décimal avec un diviseur à un chiffre et les divisions par un diviseur à deux chiffres.

Il sera intéressant de faire travailler conjointement à la division posée, dans des activités ritualisées par exemple, des divisions euclidiennes simples à faire mentalement par exemple « 17 = 4 x … + … ».

Contrôler la vraisemblance des résultats

Pour faire progresser les élèves en calcul posé, il est important de développer chez chacun d'eux, une attitude réflexive face à l'origine de leurs erreurs. L'enseignant apprend aux élèves à contrôler leur résultat.

- Le recours à la calculatrice permet de valider un calcul ou les étapes d'un calcul.
- Exercices du type (issus des exemples de réussite des attendus de fin d'année de CM1) :
  - **Entoure la bonne réponse sans effectuer précisément le calcul.** *(Pour cela il estime l'ordre de grandeur des résultats)*

789 - 578	2 382 + 411	2 382 - 411	652 + 258	341 × 7	260 : 5
1 367 711 211 51	6 413 5 403 2 793 1 971	2 793 1 971 323 171	8 010 3 232 910 406	7 341 3 417 2 387 1 117	1 030 265 255 52

  - **Il pose correctement et effectue les opérations de l'exercice précédent..**
- Exercices du type :
  Choisir le bon calcul en justifiant ta réponse parmi les trois proposés ci-dessous :

a) $\begin{array}{rrrr} & 1 & 2 & 4 \\ - & & 8 & 8 \\ \hline & & 4 & 4 \end{array}$ b) $\begin{array}{rrrr} & 1 & 2 & 4 \\ - & & 8 & 8 \\ \hline & & 3 & 6 \end{array}$ c) $\begin{array}{rrrr} & 1 & 2 & 4 \\ - & & 8 & 8 \\ \hline & 2 & 1 & 2 \end{array}$

  Exemple de réponse attendue : le calcul c) doit être identifié comme erroné car la différence est supérieure au nombre de départ (212 > 124).
- Les élèves ont recours à la multiplication pour vérifier leur division posée.
- L'élève apprend à s'appuyer sur la notion d'ordre de grandeur pour apprécier la vraisemblance de son résultat. Le professeur apprend aux élèves à déterminer un ordre de grandeur d'un calcul pour trouver rapidement une approximation de son résultat.
  Pour la division par exemple :
  - l'encadrement du dividende permet de donner un premier ordre de grandeur : 3x100 < 471< 3x1000. Le quotient est donc un nombre compris entre 100 et 1000, il a donc 3 chiffres. On fera apparaitre la place de ces chiffres dans la division ;
  - on peut encadrer à la centaine supérieure : 3x100< 471< 3x200. Le nombre est compris entre 100 et 200.
- Les élèves doivent toujours vérifier que le quotient est maximum et le reste minimum, inférieur au diviseur. Il est intéressant de proposer aux élèves des exercices résolus avec des résultats erronés et de leur faire analyser à l'aune des contraintes précédentes (ordre de grandeur du résultat, reste inférieur, quotient en dehors de l'encadrement du dividende).

Les ressources pour aller plus loin

- Le calcul aux cycles 2 et 3, éduscol
- Le nombre au cycle 3
- Attendus de fin d'année de CM1, mathématiques
- Attendus de fin d'année de CM2, mathématiques