

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2023

SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

JOUR 1

Durée de l'épreuve : **4 heures**

Partie sciences de l'ingénieur : durée indicative de **3 h** - Coefficient : **12**

Partie sciences physiques : durée indicative de **1 h** - Coefficient : **4**

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collègue », est autorisé.

Chacune des parties est traitée sur des copies séparées.

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte 23 pages numérotées de 1/23 à 23/23.

Le candidat traite les 2 parties en suivant les consignes contenues dans le sujet.

Partie 1 - Sciences de l'ingénieur	20 points
Partie 2 - Sciences Physiques	20 points

Partie 1 : les documents réponses DR1 à DR3 (pages 18 à 20) sont à rendre avec la copie.

Partie 1 : Sciences de l'ingénieur

Système de compression thoracique LUCAS

Constitution du sujet

- **Sujet pages 2 à 17**
- **Documents réponses pages 18 à 20**

Les documents réponses DR1 à DR3 (pages 18 à 20) sont à rendre avec la copie.

Présentation du Produit

Le système de compression thoracique LUCAS



figure 1 - Vue d'ensemble du LUCAS

Le LUCAS est un système de compression thoracique. Il délivre des compressions dans le cas d'une Réanimation CardioPulmonaire (RCP). Il peut être utilisé sur le terrain, pendant le transport du patient sur une civière, en ambulance, en hélicoptère ou à l'hôpital. Une fois installé sur le patient, il fonctionne automatiquement. Par rapport à une RCP manuelle, l'appareil permet d'assurer des compressions de qualité, y compris pendant le déplacement et le transport du patient, et ce, pendant plusieurs heures si nécessaire.



figure 2 - Mise en œuvre du LUCAS lors d'un transport médical en hélicoptère

Le LUCAS évite de la fatigue aux secouristes et les libère pour d'autres tâches vitales.

Il est alimenté par une batterie qui lui assure une autonomie de 45 minutes. Il peut également être alimenté directement par une source d'énergie externe en cas d'utilisation prolongée.

La configuration du LUCAS se fait soit à l'aide d'un logiciel à partir d'un ordinateur relié au système par une connexion Bluetooth ou USB, soit par l'interface Lifenet via Internet.

Le LUCAS est relié au réseau par une connexion Wifi. Celle-ci permet par ailleurs d'envoyer un rapport d'intervention au format pdf par courriel vers une adresse prédéfinie, configurable par Lifenet.

Une interface homme-machine permet au soignant de vérifier en situation le bon fonctionnement de l'appareil pendant une RCP par des dispositifs sonores et lumineux.

Les figures 3, 4 et 5 présentent le diagramme de contexte, le diagramme des cas d'utilisation et le diagramme partiel des exigences du système.

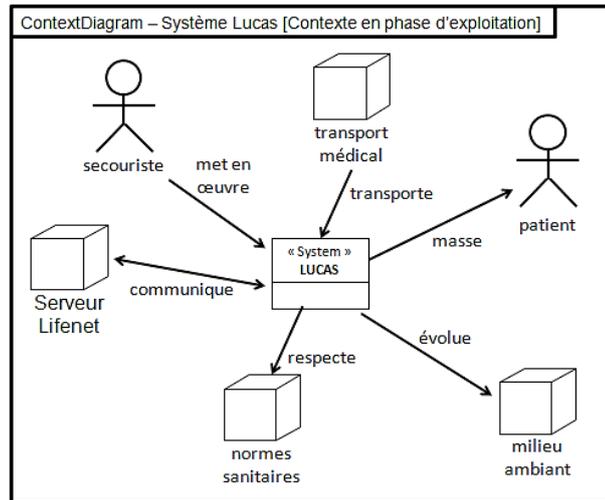


Figure 3-Diagramme de contexte

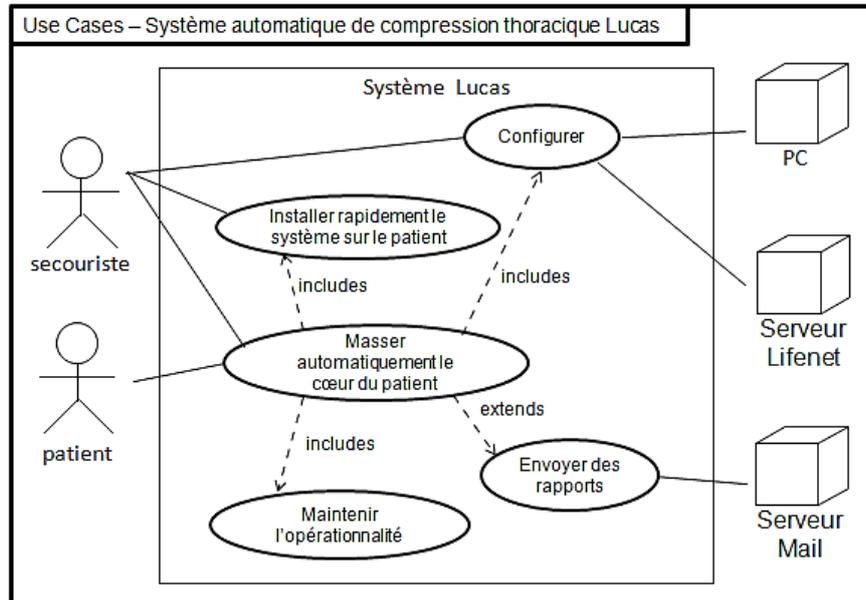


figure 4 - Diagramme des cas d'utilisation

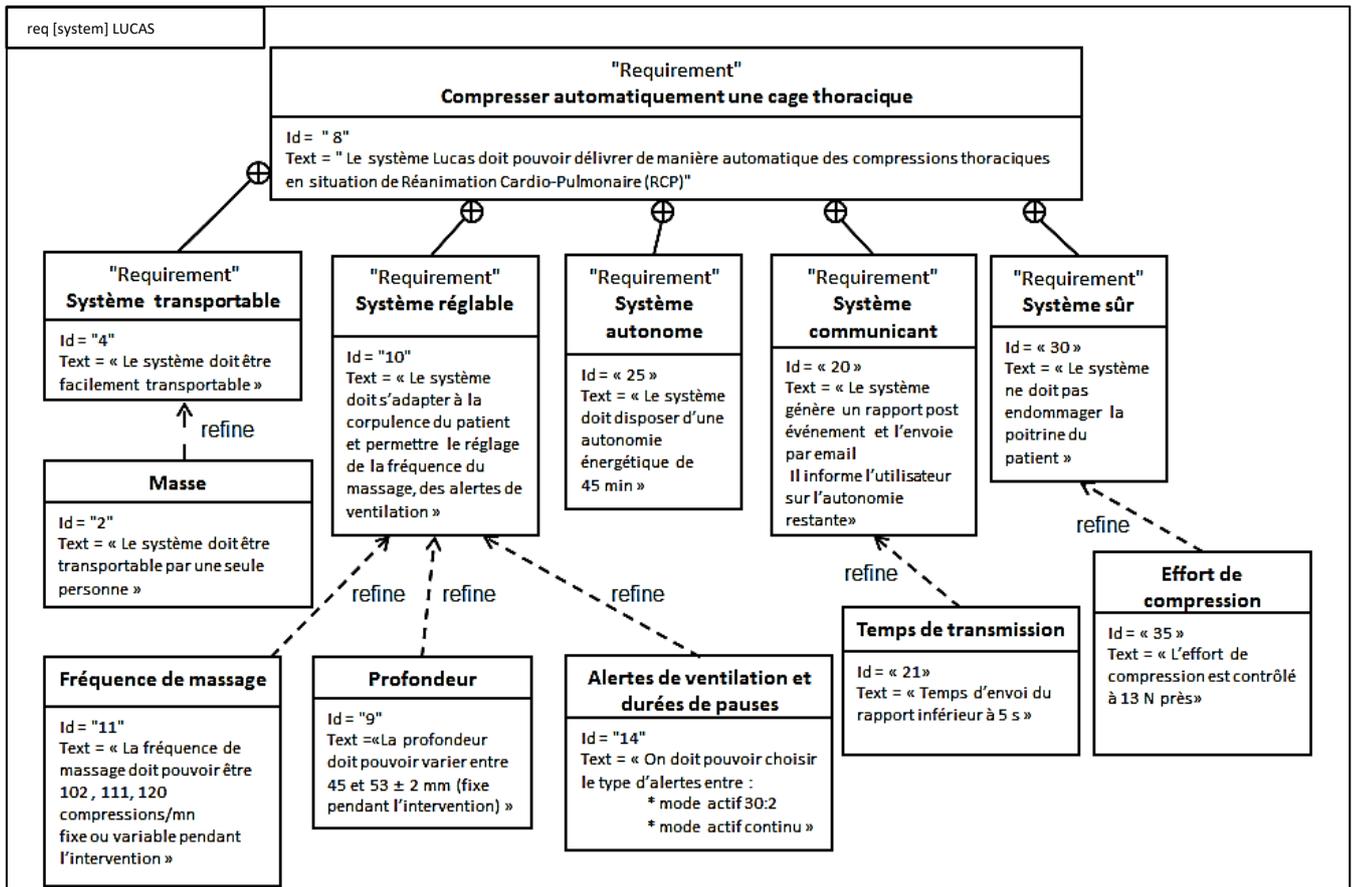


figure 5 - Diagramme partiel des exigences

La problématique de l'étude est la suivante : comment assurer de façon autonome et en sécurité une réanimation cardiopulmonaire ?

Les problèmes techniques à résoudre seront les suivants :

- s'assurer de disposer d'une autonomie suffisante ;
- être en capacité d'informer l'équipe soignante ;
- effectuer un massage cardiaque sans créer de traumatismes.

Sous-partie 1 – Disposer d'une autonomie suffisante

Le diagramme des exigences précise que le LUCAS doit délivrer des compressions efficaces de façon autonome pendant 45 min. L'objectif de cette partie est de vérifier que la batterie retenue pour alimenter l'appareil est bien compatible avec cette contrainte.

Extrait des caractéristiques techniques

fréquences de compression	configurable à 102, 111, 120 compressions par minute, fixe ou variable pendant l'utilisation	
	paramètre par défaut 102 ±2 compressions par minute	
profondeur des compressions	configurable à une valeur fixe comprise entre 45 et 53 ±2 mm	
	paramètre par défaut 53 ±2 mm pour le patient type	
rapport durée compression/décompression	50 ±5%	

Question 1	Les compressions sont efficaces si leur fréquence et leur profondeur sont adaptées. Rappeler les possibilités de réglage de l'appareil en fréquence et en profondeur de compression.
-------------------	---



figure 7 - Définition du repère de référence

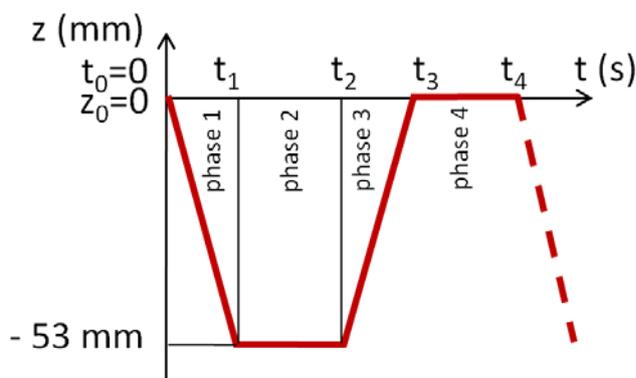


figure 6 – Déplacement simplifié du piston sur un cycle

La courbe figure 6 représente de façon simplifiée le déplacement du piston sur un cycle complet dans le cas du réglage par défaut :

- compression de t_0 à t_2 ,
- décompression de t_2 à t_4 .

Les valeurs suivantes sont données : $t_1 = 120$ ms et $t_3 = 414$ ms. La durée de la phase 1 est égale à celle de la phase 3.

L'origine du repère est prise lorsque le piston de compression est en appui sur la poitrine du patient, sans la comprimer.

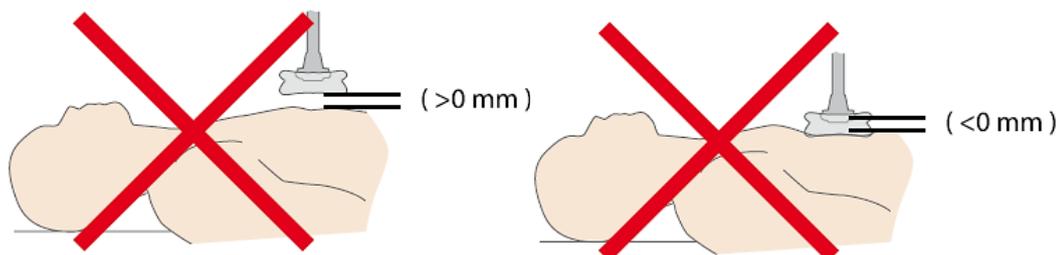


figure 8 - Prises d'origine non adaptées

Question 2 figure 6,7 et 8	En considérant le réglage par défaut des paramètres de compression, déterminer t_2 et t_4 en expliquant la démarche. Indiquer le type de mouvement pour chaque phase de déplacement du piston et représenter , à main levée sur la copie, le graphe de la vitesse du piston en fonction du temps sur un cycle complet.
--------------------------------------	---

Pour estimer la consommation d'énergie pendant une RCP, le cas le plus défavorable est considéré, l'effort de compression est supposé constant et maximal, $\vec{F}_{comp} = -600.\vec{z}$ [N], et la fréquence de compression est de 120 compressions par minute (dans ces conditions $t_1 = 100$ ms). La profondeur de compression est de -53 mm.

Pour ce cas d'étude, la chaîne de puissance du système a un rendement de 100 %. La capacité de la batterie est de 86 Wh.

Question 3 figure 6	Calculer la puissance nécessaire pour déplacer le piston entre t_0 et t_1 . De t_1 à t_4 , la consommation d'énergie a été estimée à 15 J par cycle. En déduire une estimation de l'énergie consommée pour un cycle complet puis pour une RCP de 45 min et comparer l'estimation de la consommation d'énergie avec l'autonomie de la batterie.
-------------------------------	---

Afin d'estimer le plus précisément possible l'autonomie de la batterie, un modèle multiphysique du LUCAS est implanté dans un logiciel de simulation.

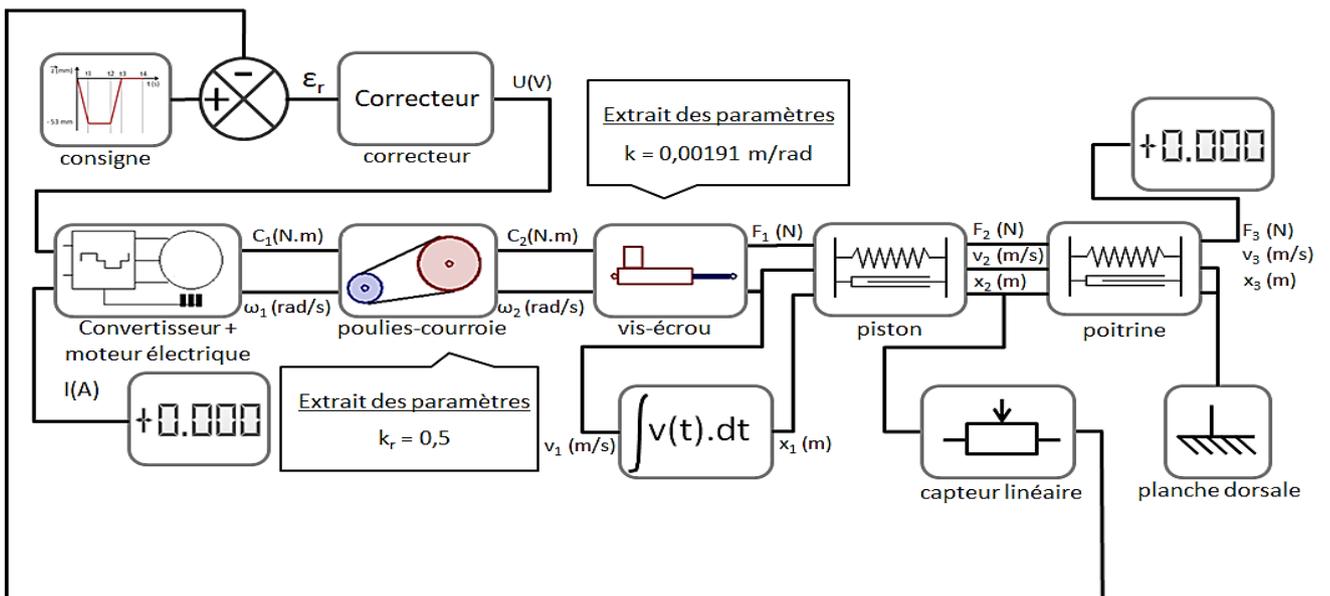


figure 9 - Modèle multiphysique du système LUCAS

Le modèle peut également être représenté par le schéma bloc suivant qui met en évidence un asservissement en position.

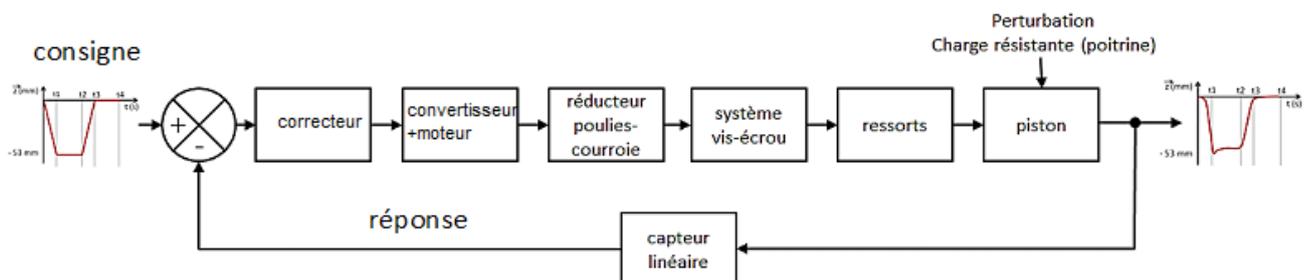


figure 10 - Principe de l'asservissement en position du piston

La relation d'entrée / sortie du correcteur (figure 9) dans le cas d'un réglage de type proportionnel est donnée par :

$$U(t) = k_p \cdot \varepsilon_r(t)$$

où $\varepsilon_r(t)$ représente l'écart entre la consigne d'entrée et la sortie du capteur convertie en millimètre.

Le coefficient k_p du correcteur est réglé de manière à s'approcher au mieux du comportement du système réel (en position et en vitesse de déplacement). Ceci permet par la suite d'avoir une estimation précise de la consommation.

Les courbes ci-dessous représentent la réponse à une consigne de position en échelon unitaire pour deux réglages de k_p .

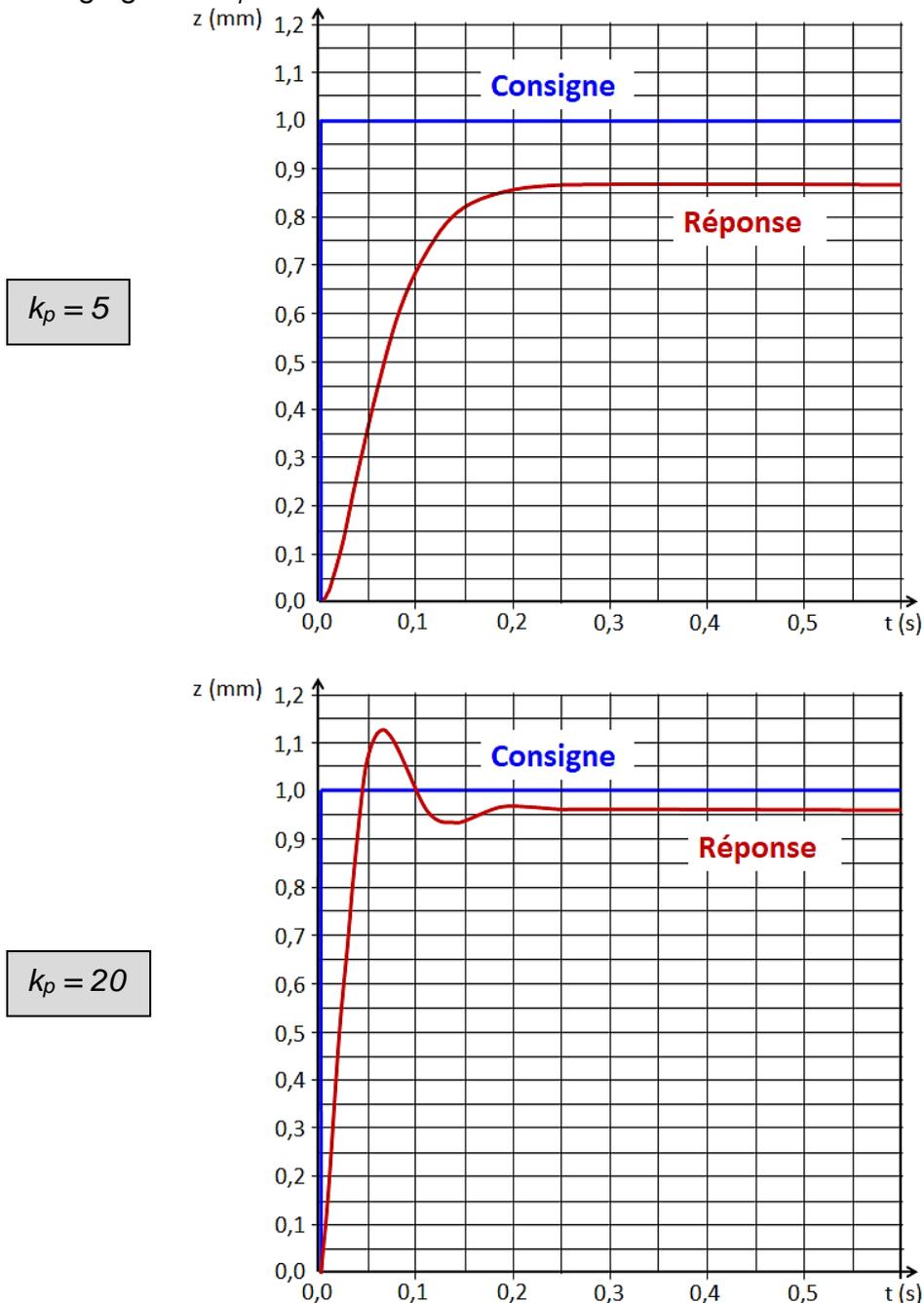
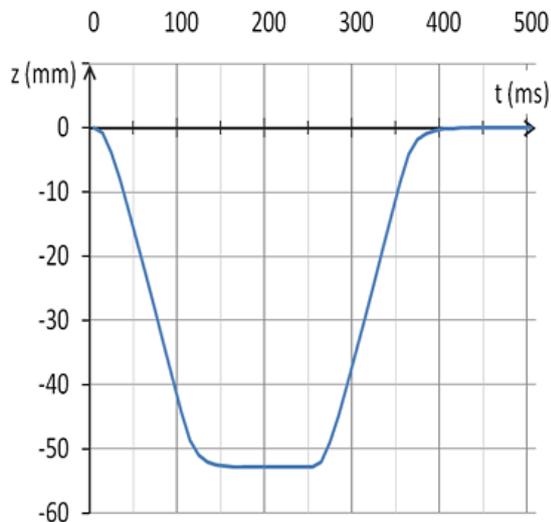


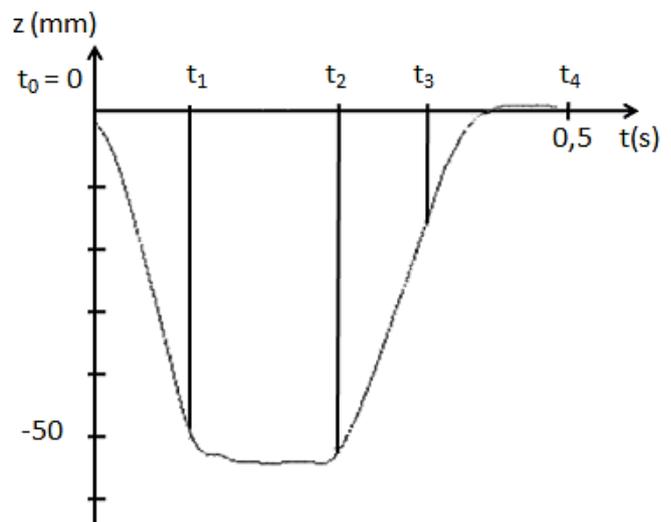
figure 11 - Réponse à une consigne de position en échelon unitaire pour deux réglages de k_p

Question 4	Évaluer l'erreur statique (exprimée en %) pour chaque cas. Indiquer le réglage le plus adapté en justifiant la réponse.
-------------------	---

Des mesures sur le système réel et la simulation ont permis d'obtenir les deux courbes ci-dessous :



Déplacement obtenu par simulation avec le modèle multiphysique



Déplacement du piston mesuré sur le système réel ($t_1 = 110$ ms, $t_2 = 260$ ms et $t_3 = 370$ ms)

figure 12 - Déplacement du piston sur un cycle pour 120 compressions par minute

Question 5 figure 12	Comparer ces deux résultats en termes de temps de compression, décompression et de profondeur de compression, puis préciser si l'écart entre le modèle simulé et le réel est acceptable.
--------------------------------	--

Question 6 figure 5	La simulation donne finalement une consommation de 54,9 J sur l'ensemble d'un cycle. Conclure sur la capacité de la batterie retenue à répondre à une exigence d'autonomie de 45 min.
-------------------------------	--

Sous-partie 2 – Informer l'équipe soignante

L'objectif de cette partie est de vérifier que les dispositifs qui informent les secouristes de l'autonomie restante en cours d'intervention, et qui envoient le rapport d'activités au format pdf en fin d'intervention, sont compatibles avec une situation d'urgence.

L'interface utilisateur du LUCAS dispose d'un indicateur à LED permettant d'avertir le secouriste de l'état de charge de la batterie.

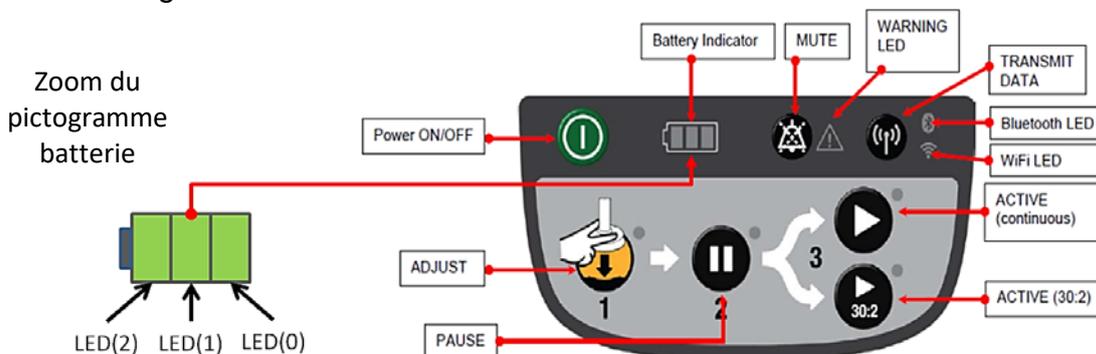


figure 13 - Indicateur de charge sur l'interface utilisateur.

Les LED utilisées sont des diodes multi couleurs dites RGB (Red Green Blue). Leur principe de fonctionnement est basé sur la synthèse additive des couleurs. Dans ce cas, le programme affecte la valeur 0 ou 255 à chacune des 3 composantes, rouge (R), verte (G) et bleue (B). Cette valeur, convertie en tension, est transmise via une résistance à la borne correspondante de la LED.

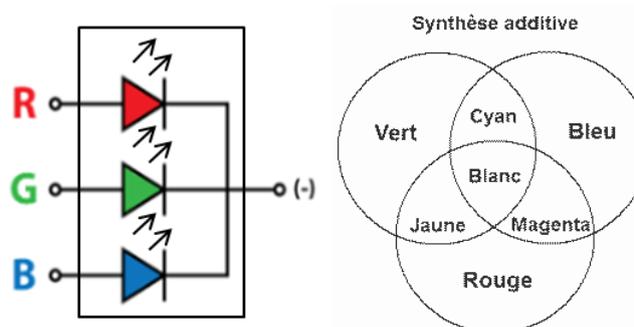
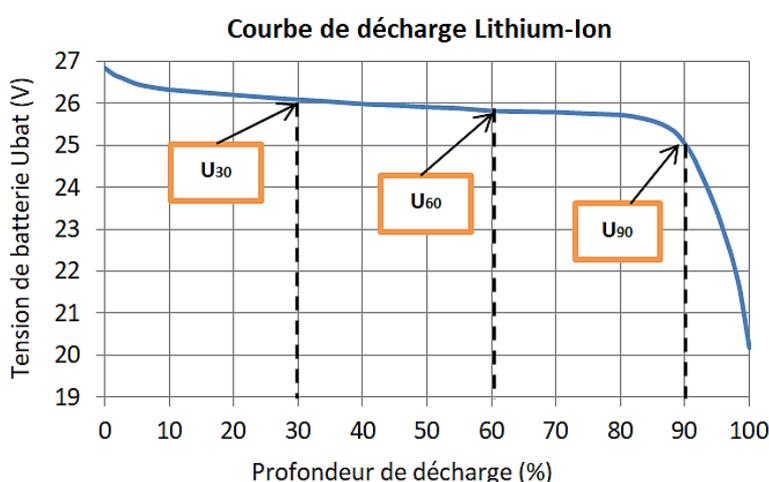


figure14 - Constitution d'une LED RGB et principe de la synthèse additive

Exemple, pour allumer la LED(0) en vert, la carte électronique transmet les valeurs de tension correspondantes à : 0, 255, 0, respectivement aux bornes R, G, B de cette LED.



Couleur de LED	Codage		
	R	G	B
Blanche	255	255	255
Verte	0	255	0
Jaune	255	255	0
Rouge	255	0	0

figure 15 - Positionnement des seuils d'alerte sur la courbe de décharge de la batterie

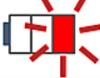
Etat_Batt	Situation	Indication visuelle	Etat des LED
1	$U_{bat} \geq U_{30}$		3 LED vertes allumées en continu
2	$U_{60} \leq U_{bat} < U_{30}$		1 LED blanche et 2 LED vertes allumées en continu
3	$U_{90} \leq U_{bat} < U_{60}$		2 LED blanches et 1 LED verte allumées en continu
4	$U_{bat} < U_{90}$ Batterie déchargée		2 LED blanches et 1 LED rouge clignotante

figure 16 - Correspondance entre l'indicateur visuel de charge et l'état de charge de la batterie (variable associée : Etat_Batt)

Question 7	L'algorithme simplifié qui gère l'affichage de l'indicateur d'état de charge de la batterie est proposé sur le document réponse DR 1. Associer chaque branche de cet algorithme aux valeurs Etat_Batt correspondantes.
DR 1 figure 15, 16	

Les premiers tests d'utilisation mettent en évidence le problème suivant : les secouristes ont beaucoup de difficulté à évaluer la durée de fonctionnement restante entre l'Etat_Batt 3 et 4. Le système s'arrête de fonctionner brutalement et nécessite un changement immédiat de batterie.

Afin de pallier ce problème, le constructeur propose de décaler les seuils et de rajouter un nouveau cas d'affichage indiquant une durée restante de 10 min, permettant ainsi d'anticiper le changement de batterie. Le nouvel affichage correspondant est caractérisé par 2 LED blanches fixes et une LED jaune clignotante au rythme de deux cycles de clignotement par seconde.

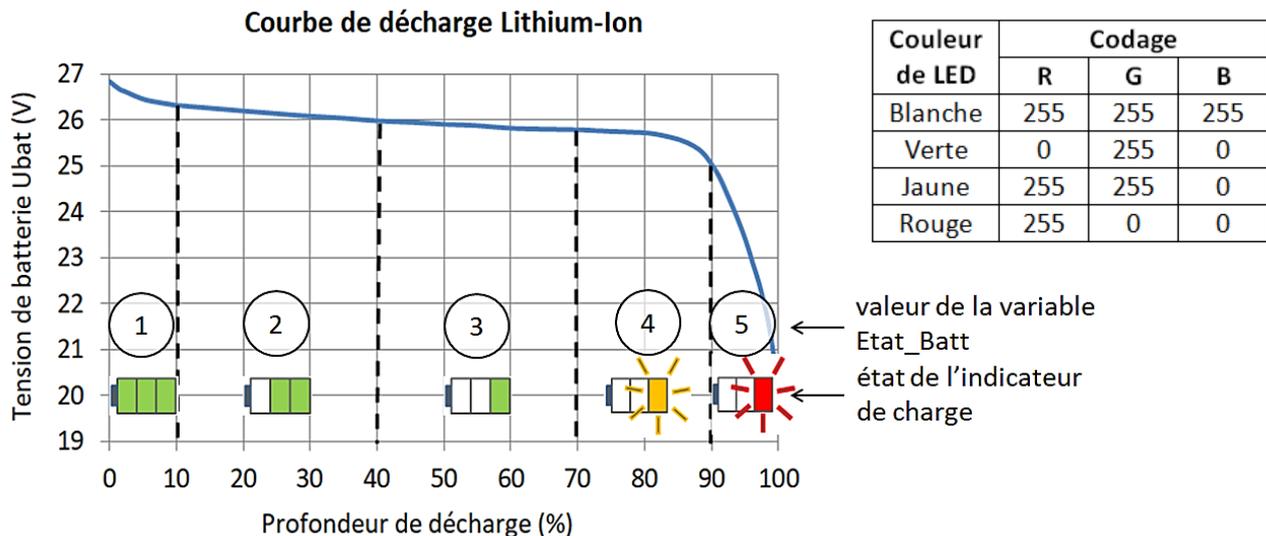


figure 17 - Nouvelles valeurs de la variable Etat_Batt en fonction de la charge de la batterie.

Question 8	Compléter sur le document réponse DR 2 le programme python correspondant au nouvel affichage (Etat_Batt = 4).
DR 2 figure 17	

Les services hospitaliers qui vont prendre en charge le patient sont informés par le LUCAS des données qu'il a recueillies.

Dès que l'intervention est terminée, un rapport post-événement est généré automatiquement au format pdf. Ce fichier est envoyé par messagerie électronique à une adresse prédéfinie. Cette mise en forme pdf permet de disposer d'un rapport lisible sans logiciel spécifique, quel que soit l'appareil du lecteur, mais augmente le volume d'informations à transmettre. Cette sous-partie vérifiera que cette solution, qui allonge le temps de transmission du rapport, ne pénalise pas la prise en charge du patient.

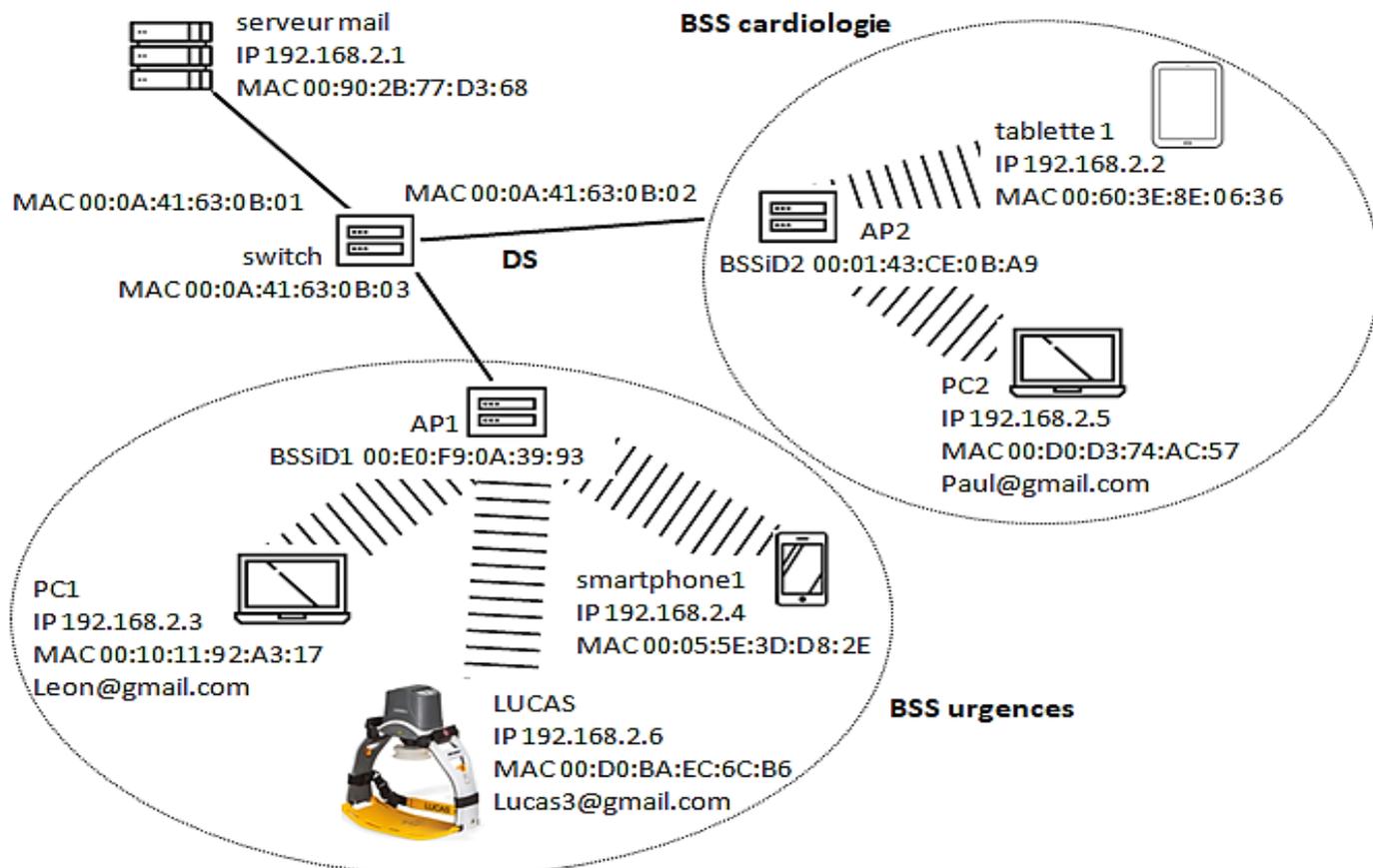


figure 18 - Structure partielle du réseau informatique de l'hôpital

La structure des trames wifi circulant sur un tel réseau, générées au niveau de la couche 2 du modèle OSI (la couche "Liaison"), est représentée ci-dessous :

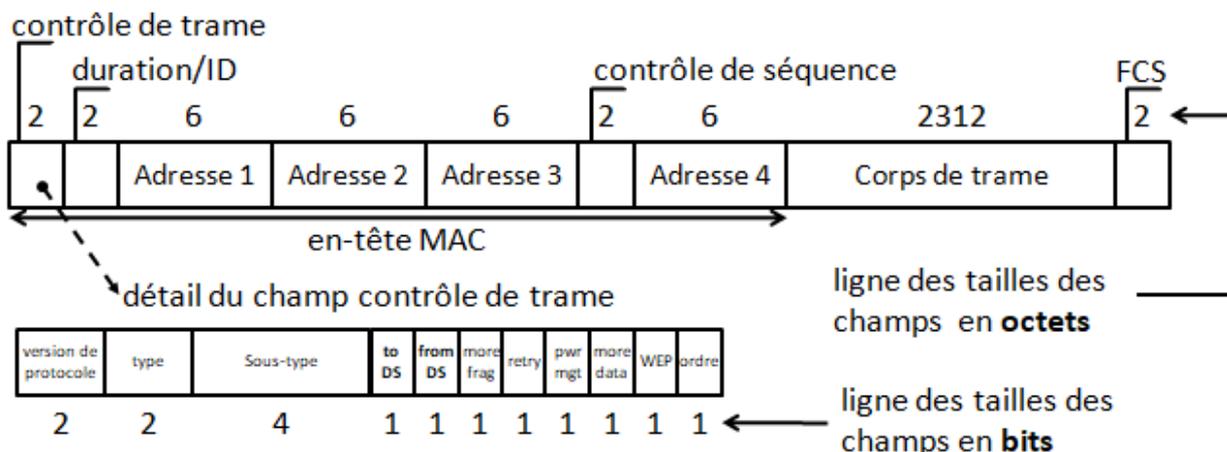


figure 19 - Trame wifi et détail des bits composant les deux octets du contrôle de trame

Question 9 figure 19	Dans cette situation, le corps de la trame contient 1,5 kio (1kio = 1024 octets) de données utiles. Calculer pour une trame complète le ratio, données utiles / données transmises.
--------------------------------	--

Dans la réalité, pour transmettre un message, d'autres trames sont émises pour accompagner la trame de données (trames de gestion, de contrôle ...) En outre, en cas de mauvaise propagation du signal, la fragmentation des trames peut être utilisée, les trames peuvent être réémises etc. Tous ces paramètres font que le ratio réel généralement constaté se situe autour de 35%.

Question 10	Le fichier pdf envoyé par le LUCAS a une taille moyenne de 273 kio (contre 3,5 kio pour les données brutes non formatées). En considérant le ratio de 35% précédent, calculer le volume des données transmises.
--------------------	--

Le débit réel du WIFI (norme 802.11n) utilisé est de 100 Mbit·s⁻¹.

Question 11	Calculer le temps nécessaire pour transférer le fichier pdf émis par le LUCAS.
--------------------	---

Question 12 figure 5	Conclure sur l'intérêt du dispositif de contrôle de l'état de charge et sur la capacité à transmettre les informations post-intervention au regard de l'exigence Id21.
--------------------------------	---

Sous-partie 3 – Garantir un massage sans créer de traumatisme

L'objectif de cette partie est de vérifier la capacité du dispositif de compression à contrôler l'effort exercé sur la poitrine.

Le piston est piloté en position pour assurer une compression efficace. Il est aussi important de contrôler l'effort de compression pour éviter d'endommager la poitrine du patient (fracture de côtes).

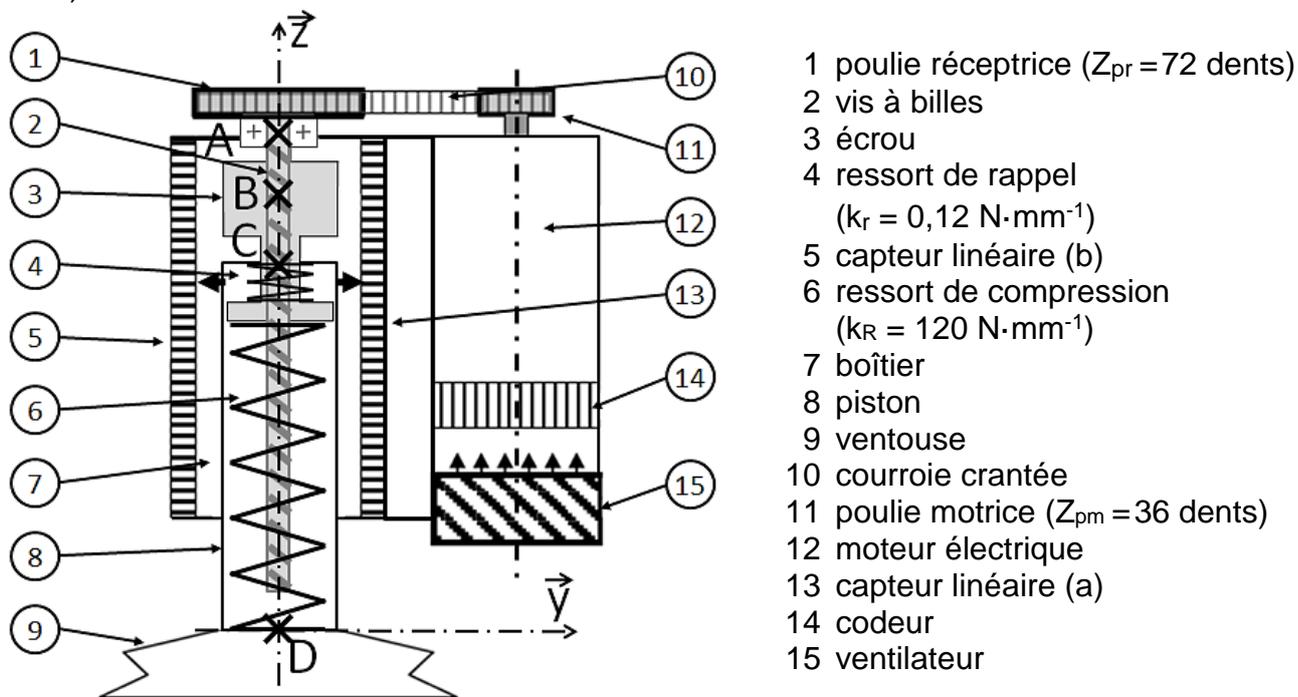


figure 20 - Description du mécanisme de compression

Les compressions sont réalisées par le piston (8), en appui sur la poitrine du patient par l'intermédiaire de la ventouse (9).

La position du piston (8) est connue par l'intermédiaire de deux capteurs linéaires : le capteur (a) renvoie l'information vers la carte de commande ; le capteur (b) est redondant, il renvoie l'information vers la carte de sécurité.

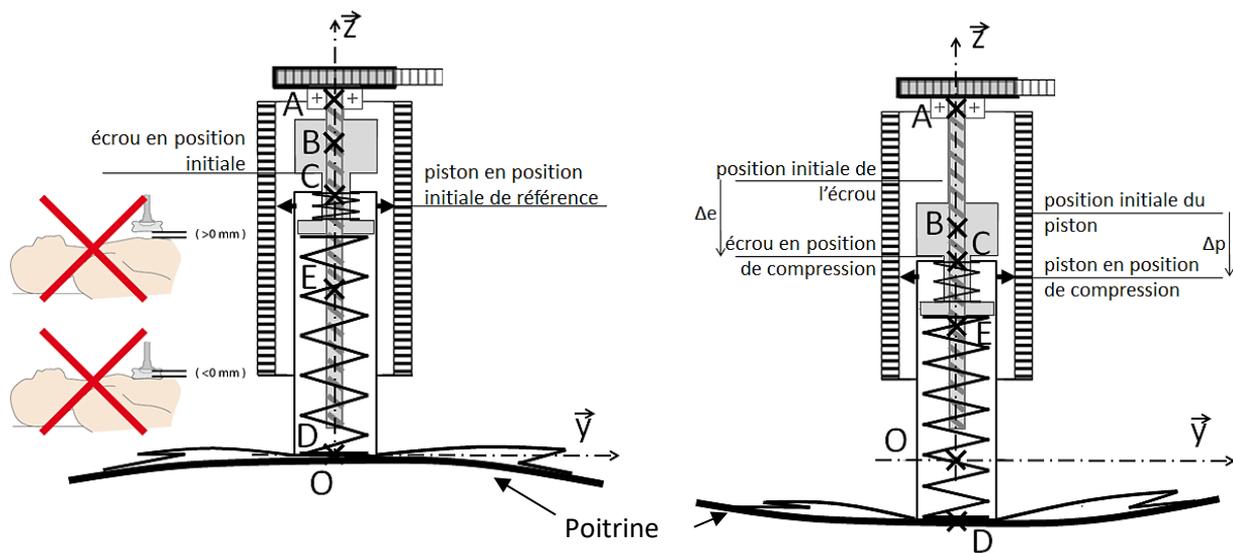
Le piston (8) est entraîné en translation par l'écrou (3), avec lequel il est en relation par l'intermédiaire de deux ressorts : le ressort de compression (6), et le ressort de rappel (4), respectivement de raideur k_R et k_r . L'écrou est associé à la vis à billes (2), qui est guidée en rotation par rapport au boîtier (7) par roulement.

Les guidages en translation de l'écrou (3) et du piston (8) par rapport au boîtier (7) ne sont pas représentés ci-dessus (figure 20).

Le moteur électrique (12) entraîne la vis à billes en rotation par l'intermédiaire d'un réducteur poulies-courroie crantée. Le codeur (14) permet de connaître la position du rotor. Le ventilateur (15) limite la température du moteur.

Question 13	Compléter le schéma de principe partiel modélisant le mécanisme de compression du LUCAS en représentant, dans les zones en pointillés, sur le document réponse DR 3, la liaison entre la vis (2) et le boîtier (7) puis la liaison entre la vis (2) et l'écrou (3).
DR 3 figure 20	

On cherche à établir la relation entre l'effort de compression et la déformation du ressort de compression.



Piston en position initiale (contact avec la poitrine du patient, sans compression)

Piston en situation de compression

figure 21 - Mécanisme de compression en position initiale et en fin de compression

Question 14	Isoler le piston (8) en situation de compression et compléter le document réponse DR 3 en représentant graphiquement les actions mécaniques extérieures (sont déjà représentés $\vec{C}_{4 \rightarrow 8}$ action du ressort de rappel 4 sur le piston 8 en C. L'action du boîtier 7 sur le piston 8 en E n'est pas pris en compte.
DR 3 figure 21	

Par la suite, les masses des différentes pièces en mouvement (écrou, piston) seront négligées et la poitrine du patient est considérée en contact direct avec le piston. Toutes les liaisons sont supposées parfaites et étudiées dans le plan. On donne les actions mécaniques suivantes :

$$\{T_{7 \rightarrow 8}\}_E = \begin{Bmatrix} X_{78} & L_{E78} \\ Y_{78} & M_{E78} \\ 0 & N_{E78} \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

$$\{T_{6 \rightarrow 8}\}_D = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ -F_0 + k_R \cdot (\Delta e - \Delta p) & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

avec $F_0 > 0$

$$\{T_{4 \rightarrow 8}\}_C = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ F_0 + k_r \cdot (\Delta e - \Delta p) & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

$$\{T_{patient \rightarrow 8}\}_D = \begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ Z_{patient8} & 0 \end{Bmatrix}_{(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

F_0 est l'intensité de la force que génèrent les deux ressorts comprimés après leur montage dans le piston 8 (quand le piston ne touche pas le patient).

Données : $F_0 = 12 \text{ N}$, $k_R = 120 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$ et $k_r = 0,12 \text{ N} \cdot \text{mm}^{-1}$.

Question 15	Montrer que l'on obtient la relation $Z_{patient8} \approx -k_R \cdot (\Delta e - \Delta p)$ en appliquant le théorème de résultante dynamique au piston en projection sur l'axe (O, \vec{z}) et en considérant que $k_R \gg k_r$.

Par la suite que l'effort de compression est donné par l'expression

$$\|\vec{F}_{8 \rightarrow patient}\| = k_R \cdot |\Delta e - \Delta p|.$$

La précision du contrôle de l'effort de compression de la poitrine du patient dépend de la précision dans la mesure de Δe (variation de la position de l'écrou) et de Δp (variation de la position du piston).

Dans un premier temps, la précision sur la mesure de la variation de la position de l'écrou Δe doit être déterminée.

Le rapport k entre la vitesse de translation de l'écrou et vitesse de rotation de la vis a pour valeur $k = 0,00191 \text{ m}\cdot\text{rad}^{-1}$.

Le rapport de réduction poulie-courroie est de $r = 0,5$.

<p>Question 16 figure 9</p>	<p>Calculer le pas de la vis à billes (2). Sachant que la position angulaire de la poulie motrice (11) est connue avec une précision de $0,18^\circ$, déterminer la précision (notée p_{z3}) sur le positionnement de l'écrou (3).</p>
--	--

La position du piston est obtenue à l'aide d'un capteur de position résistif linéaire.

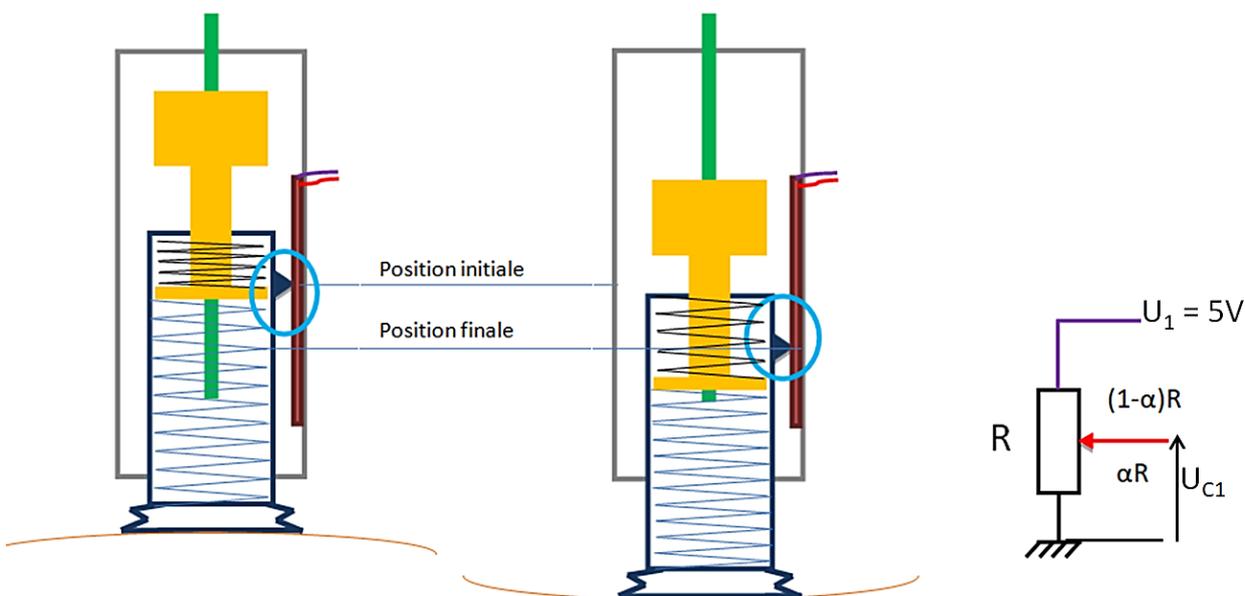


figure 22 - Fonctionnement du capteur de position résistif linéaire

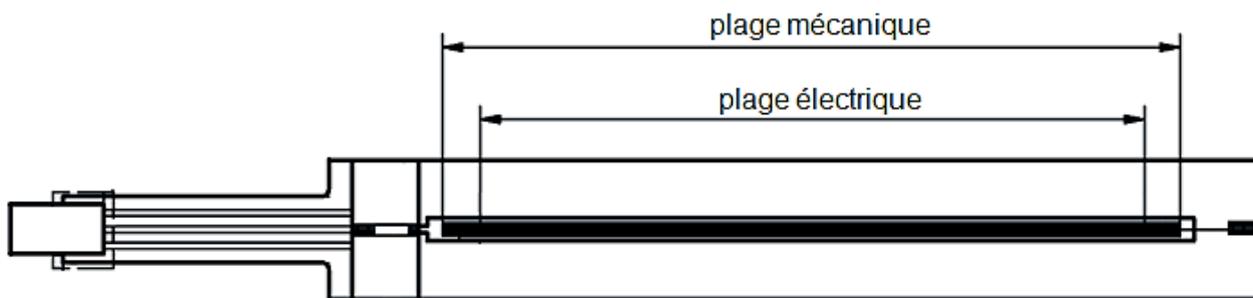


figure 23 - Description du capteur de position linéaire résistif

Extrait du catalogue des capteurs de position linéaires résistifs

Référence	LFP-0050	LFP-0100	LFP-0150	LFP-0200	LFP-0250	
Plage électrique	56.2	106.4	156.6	206.8	257.0	±0.2 mm
Résistance totale	2	4	6	8	10	kΩ
Plage mécanique	60.2	110.4	160.6	210.8	261.0	±2 mm

figure 24 – Capteurs de position linéaires résistifs

Le capteur de position LFP 0200 est choisi. Il dispose d'une piste électrique de mesure de 206,8 mm. La tension U_{C1} en sortie du capteur varie de 5 V à 0 V quand le piston se déplace respectivement de 0 à -206,8 mm.

Question 17	Calculer la sensibilité S_C du capteur de position en $\text{mV}\cdot\text{mm}^{-1}$. La tension U_{C1} est ensuite convertie en une valeur numérique à l'aide d'un convertisseur analogique numérique de résolution 12 bits. Calculer le quantum q . En déduire la précision (notée p_{z8}) sur la position du piston (8).
--------------------	--

La valeur de la raideur du ressort de compression est $k_R = 120 \text{ N}\cdot\text{mm}^{-1}$.

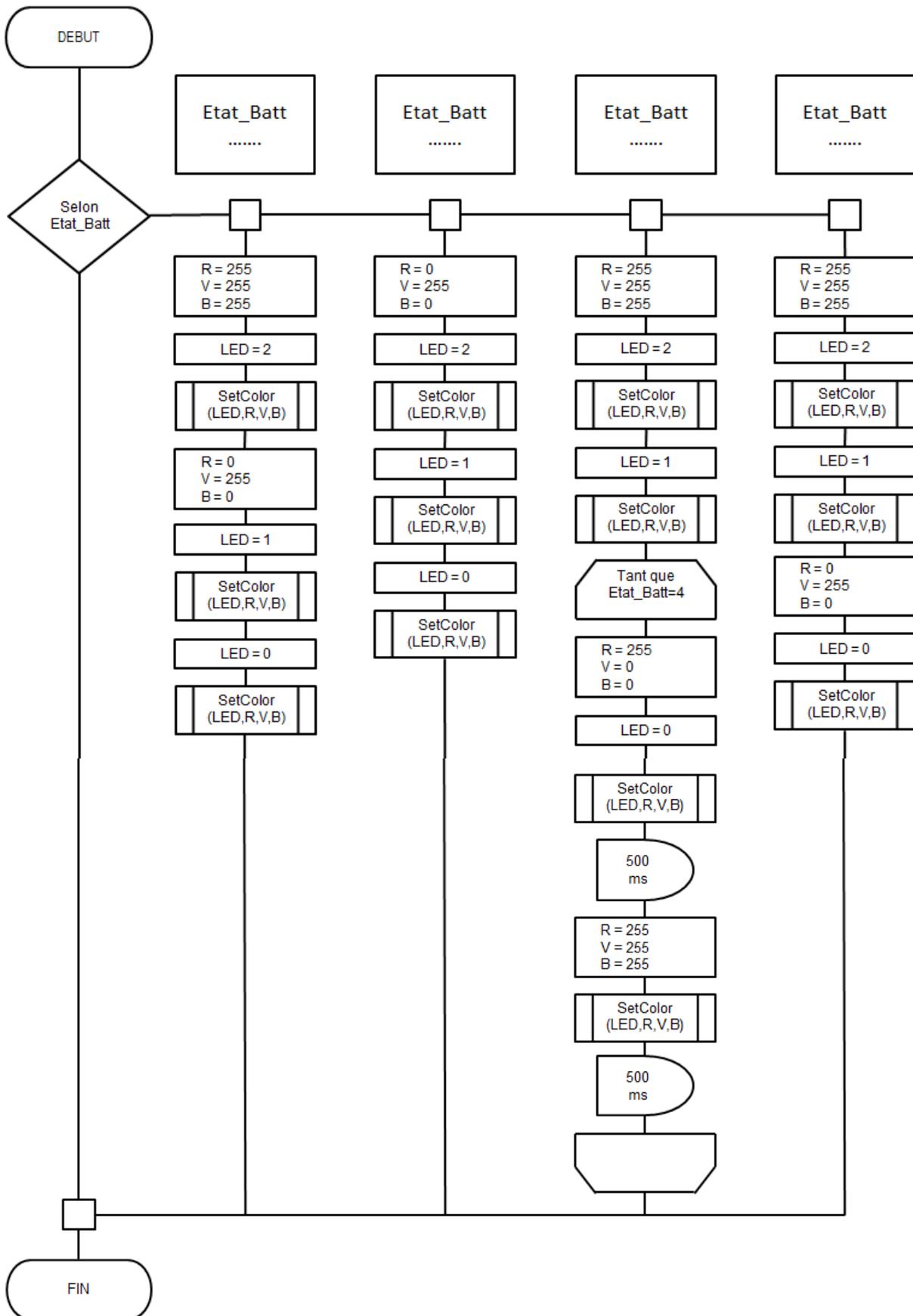
Question 18	Déterminer la précision sur la valeur obtenue de la force du ressort de compression et conclure quant au respect de l'exigence Id 35.
figure 5	

Page blanche laissée intentionnellement.

Ne rien inscrire dessus.

Document réponse 1

Question 7 – choix 1



Document réponse 2

Question 8

if Etat_Batt== :

R=255

V=255

B=255

LED=2

SetColor(LED,R,V,B)

LED=1

SetColor(LED,R,V,B)

..... Etat_Batt== :

R=255

V=255

B=255

LED=0

SetColor(LED,R,V,B)

time.sleep(.....)

R=

V=

B=

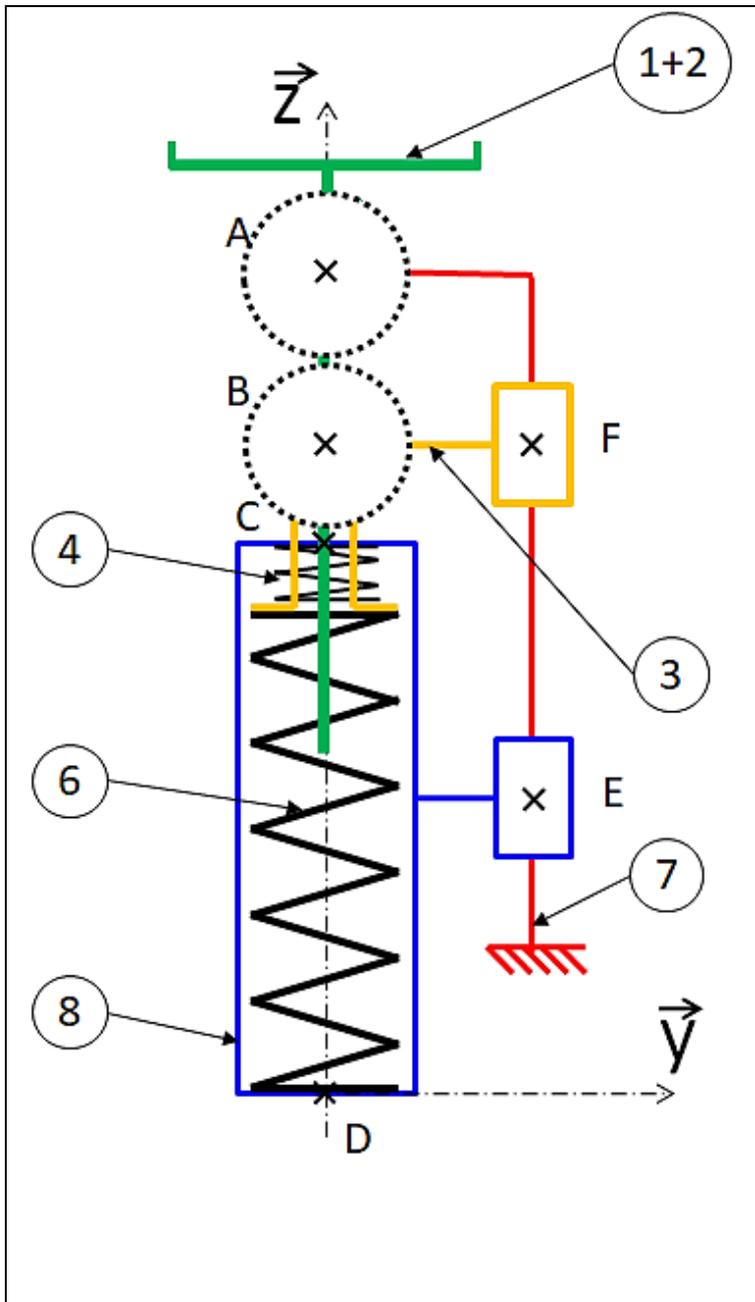
SetColor(LED,R,V,B)

time.sleep(.....

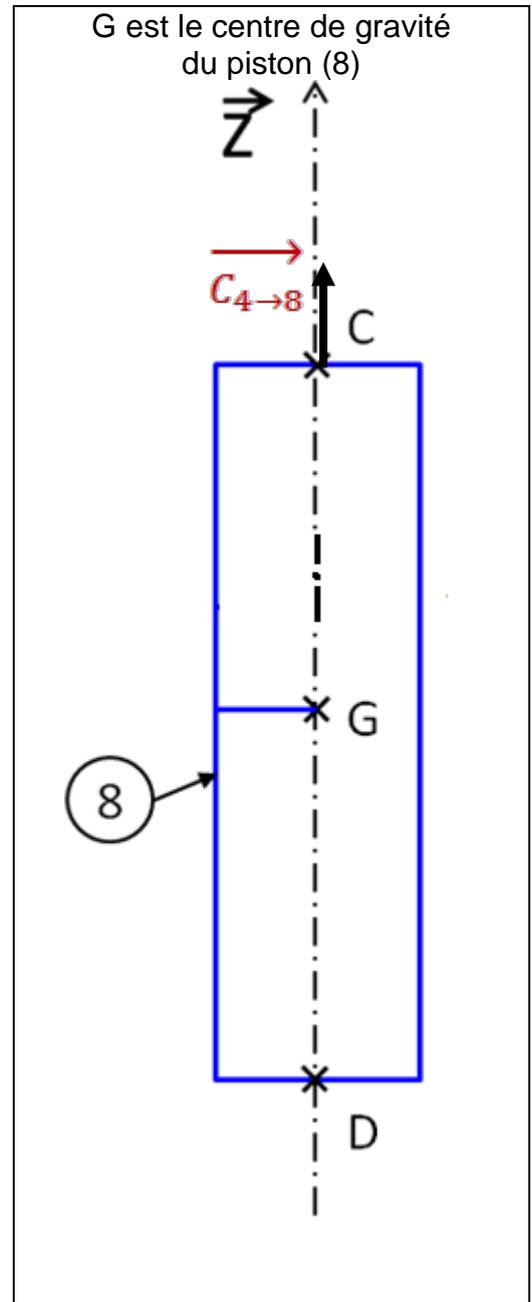
La fonction `time.sleep(t)` provoque une pause du programme pendant le temps `t` (en secondes) indiqué en paramètre.

Exemple: `time.sleep(2.75)` provoque une pause du programme de 2.75 secondes

Question 13



Question 14



Partie 2 : Sciences physiques

EXERCICE A - Comment s'entendre le jour de la fête de la musique ? (10 points)

Deux personnes se rencontrent lors de la fête de la musique pour assister à un concert. L'objectif de cet exercice est de savoir si elles pourront discuter et s'entendre facilement pendant l'animation musicale.

Données

- Intensité sonore de référence dans l'air : $I_0 = 1,0 \times 10^{-12} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$
- Dans le cas de deux émissions sonores simultanées dont les niveaux d'intensité sonores sont séparés de plus de 8,0 dB, on considèrera que le son le plus faible ne gêne pas l'audition du son le plus fort.
- Modèle de l'atténuation géométrique pour une source ponctuelle : l'intensité sonore I (en $\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$) à une distance d (en m) de la source est reliée à la puissance sonore P (en W) de cette source par la relation : $I = \frac{P}{4\pi \times d^2}$

Première partie

Au cours de la fête de la musique, un groupe de rock anime la place du village. Les haut-parleurs sont modélisés par une source acoustique ponctuelle d'ondes sphériques, de puissance sonore $P = 1,0 \times 10^{-3} \text{ W}$.

Une personne se trouve debout à une distance $d = 5,0 \text{ m}$ de la source sonore musicale.

1. Calculer l'intensité acoustique I_1 reçue par cette personne.
2. En déduire le niveau d'intensité sonore L_1 perçu.

Une deuxième personne vient à 1 m de la première pour discuter avec elle. Les deux personnes sont chacune à la même distance d du haut-parleur. La conversation à deux est de niveau d'intensité sonore moyen $L_{\text{conv}} = 70 \text{ dB}$. Au même moment, le niveau sonore musical perçu par les deux personnes est $L_2 = 65 \text{ dB}$.

3. Déterminer quel doit être le niveau d'intensité sonore maximal L_{max} en provenance des haut-parleurs et perçu par les deux personnes pour que celles-ci puissent s'entendre sans être gênées par la musique. En déduire si les deux personnes peuvent communiquer aisément.
4. Montrer que l'intensité acoustique maximale correspondant à L_{max} est $I_{\text{max}} = 1,6 \times 10^{-6} \text{ W}\cdot\text{m}^{-2}$ environ.

Comme il n'est pas possible de demander aux musiciens de jouer moins fort, les deux personnes décident de s'éloigner du groupe.

5. Justifier ce choix en indiquant le type d'atténuation d'une onde sonore mis en œuvre ici.
6. En déduire la distance minimale que doivent parcourir les deux personnes pour tenir une discussion normale sans être du tout gênées et donc obligées de forcer leurs voix.
Les candidats sont invités à prendre des initiatives, notamment sur les valeurs numériques éventuellement manquantes, et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti.

EXERCICE B - Combien de temps avant l'hypothermie ? (10 points)

Wim Hof, surnommé « l'homme de glace » est internationalement connu pour avoir battu plusieurs records du Guinness d'exposition au froid extrême. Il a établi le record du monde du temps le plus long au contact direct du corps avec la glace. Il a réitéré 16 fois l'exploit. Son record le plus long a une durée de 1 heure 53 minutes et 2 secondes en 2013.

L'objectif de cet exercice est d'estimer le temps pendant lequel une personne peut rester dans de l'eau froide avant d'atteindre l'hypothermie.

On considère une personne de masse $m = 75$ kg plongeant en maillot de bain dans une eau glacée où règne une température notée $\theta_{\text{eau}} = 2,8$ °C, considérée comme constante.

On supposera que la température du plongeur est uniforme, c'est-à-dire identique en tous points de son corps. Elle évolue au cours du temps et sera notée $\theta_{\text{int}}(t)$.

Le corps humain est naturellement réchauffé par de l'énergie produite par son métabolisme et représentée par un flux thermique constant de $1,0 \times 10^7$ J par jour.

Les échanges thermiques entre le plongeur et l'eau seront modélisés par des échanges de type conducto-convectifs décrits par la loi phénoménologique de Newton :

$$\Phi(t) = h \times S \times (\theta_{\text{eau}} - \theta_{\text{int}}(t))$$

avec $\Phi(t)$ en W : le flux thermique conducto-convectif

$S = 1,9$ m² : surface de contact du plongeur avec l'eau

$h = 100$ W·m⁻²·K⁻¹ : coefficient de transfert thermique

Données

- Capacité thermique massique du corps humain : $c = 3,5 \times 10^3$ J·kg⁻¹·K⁻¹.
- L'hypothermie est un phénomène au cours duquel une baisse anormale de la température d'un être vivant à sang chaud ne permet plus d'assurer correctement ses fonctions vitales. Pour l'être humain :
 - de 34 à 35 °C, l'hypothermie est modérée,
 - de 30 à 34 °C, l'hypothermie est moyenne,
 - en dessous de 30 °C, l'hypothermie est grave.

1. Montrer que la puissance dissipée par le métabolisme, à flux constant, est $P_{\text{th}} = 0,12$ kW environ.
2. Montrer que les échanges thermiques entre le plongeur et son environnement pendant une petite durée Δt est donnée par la relation : $Q = P_{\text{th}} \times \Delta t + \Phi(t) \times \Delta t$. Donner le signe de $\Phi(t)$.
3. En utilisant le premier principe de la thermodynamique et en considérant le plongeur comme un système fermé incompressible, déterminer la relation donnant la variation de l'énergie interne ΔU du plongeur en fonction de sa masse m , de sa capacité thermique massique c et de la variation de sa température $\Delta\theta_{\text{int}}$.

4. Montrer, par le bilan d'énergie précédent, que la température, supposée uniforme, $\theta_{\text{int}}(t)$ du plongeur vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d\theta_{\text{int}}(t)}{dt} + \frac{\theta_{\text{int}}(t)}{\tau} = \frac{\theta_{\text{eau}}}{\tau} + \frac{P_{\text{th}}}{m \times c} \quad \text{avec} \quad \tau = \frac{m \times c}{h \times S}$$

5. Montrer que la constante τ peut s'exprimer en secondes et déterminer sa valeur.

La solution de l'équation différentielle est :

$$\theta_{\text{int}}(t) = 33,6 \times e^{-\frac{t}{1,4 \times 10^3}} + 3,42 \quad \text{avec } t \text{ en s et } \theta_{\text{int}} \text{ en } ^\circ\text{C}.$$

6. Déterminer la durée maximale de plongée envisageable avant d'atteindre l'hypothermie grave.

7. Critiquer le modèle simplifié utilisé ici pour expliquer le record de Win Hof.