

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2023

MATHEMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00

100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte 7 pages numérotées de la page 1 sur 7 à la page 7 sur 7.

L'utilisation de la calculatrice avec mode examen actif est autorisée.

L'utilisation de la calculatrice sans mémoire, « type collègue » est autorisée.

Le sujet est constitué de cinq exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice 1	16 points
Exercice 2	22 points
Exercice 3	18 points
Exercice 4	22 points
Exercice 5	22 points

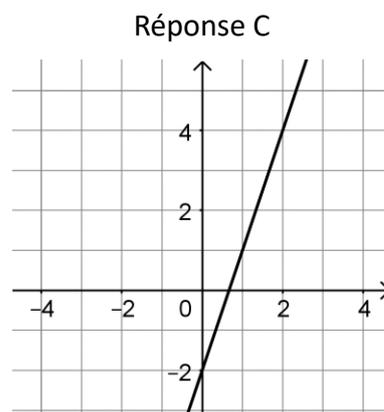
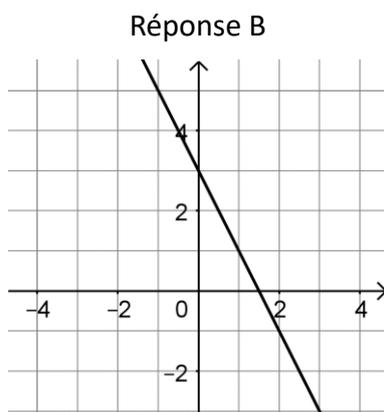
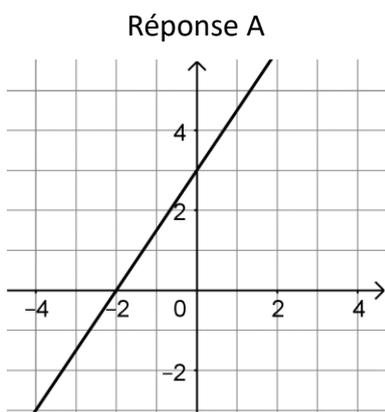
L'évaluation prend en compte la clarté et la précision des raisonnements ainsi que, plus largement, la qualité de la rédaction. Elle prend en compte les essais et les démarches engagées, même non abouties. **Toutes les réponses doivent être justifiées**, sauf mention contraire.

Exercice 1 (16 points)

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples (QCM). **Aucune justification n'est ici demandée.** Pour chaque question, trois réponses sont proposées, une seule est exacte. Écrire sur votre copie le numéro de la question et la réponse correspondante.

Question 1 : Soit f la fonction définie par $f(x) = -2x + 3$.

Quelle est la représentation de la fonction f ?



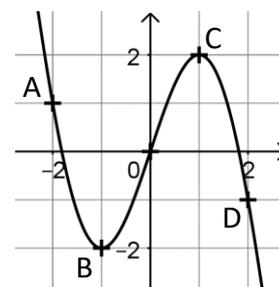
Question 2 : On considère la fonction dont la représentation graphique est donnée ci-contre.

D'après le graphique, quelle est l'image de 1 par cette fonction ?

Réponse A
L'image de 1 est 2.

Réponse B
L'image de 1 est -2.

Réponse C
L'image de 1 est 0.



Question 3 : On donne ci-contre un tableau de valeurs de la fonction h définie par $h(x) = -x + 1$ réalisé à l'aide d'un tableur :

	A	B	C	D	E	F	G
1	x	-3	-2	-1	0	1	2
2	$h(x)$	4	3	2	1	0	-1

Quelle formule a-t-on saisie dans la case B2 avant de l'étirer vers la droite ?

Réponse A
 $= -(-3) + 1$

Réponse B
 $= -x + 1$

Réponse C
 $= -B1 + 1$

Question 4 : Quelle est la forme développée de l'expression $(3x - 7)^2$?

Réponse A
 $3x^2 - 49$

Réponse B
 $9x^2 - 42x + 49$

Réponse C
 $9x^2 - 49$

Exercice 2 (22 points)

Olivia a décidé d'installer, sur le sol plat de son jardin, quatre panneaux photovoltaïques pour produire une partie de l'électricité qu'elle consomme.

Description

Un panneau photovoltaïque est un dispositif permettant de générer de l'électricité à partir de l'énergie lumineuse.



Caractéristiques d'un panneau

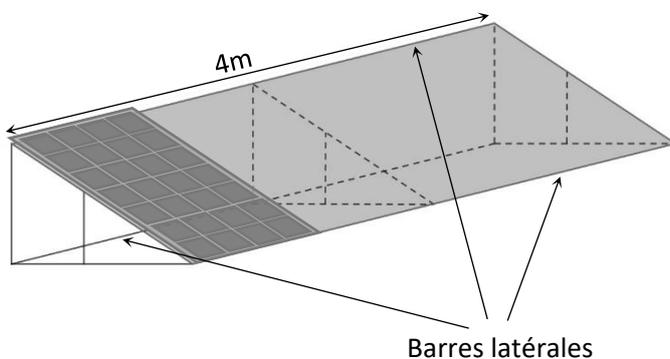
- Longueur 1 700 mm
- Largeur 1 000 mm
- Épaisseur 40 mm
- Fonctionnement optimal : inclinaison par rapport à l'horizontale comprise entre 30° et 35°
- Orientation : Sud



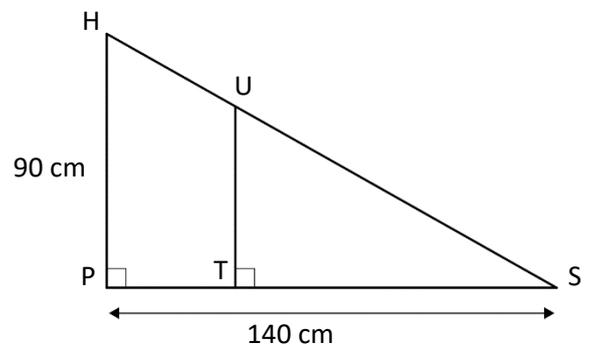
www.futura-sciences.com

Pour incliner ses panneaux et obtenir un fonctionnement optimal, Olivia choisit de fabriquer elle-même un support. Pour cela, elle réalise les schémas suivants du support qui sera constitué de 3 équerres identiques, reliées entre elles par 3 barres latérales de 4m de long. Chaque support est prévu pour accueillir quatre panneaux.

Plan général du support, un panneau est représenté :



Plan détaillé d'une équerre :



- 1) a) Vérifier que la distance HS arrondie au millimètre est égale à 166,4 cm.
b) Pour que le panneau soit bien tenu, le fabricant conseille que la distance HS du support mesure au moins 95% de la longueur du panneau. On rappelle que cette longueur mesure 1 700 mm. Ce support sera-t-il conforme au conseil du fabricant ?
- 2) L'angle d'inclinaison \widehat{HSP} permettra-t-il un fonctionnement optimal des panneaux ?
- 3) Pour consolider l'ensemble, Olivia fixe, à l'intérieur de ses équerres, une barre de renfort de 50 cm de longueur. Sur le plan détaillé d'une équerre, cette barre est représentée par le segment [UT] perpendiculaire au segment [PS]. Calculer la longueur ST. On arrondira au millimètre.
- 4) Olivia achète des tubes en acier inoxydable de longueur 4,5 m à 37 € l'unité pour fabriquer le support composé des trois équerres et des trois barres latérales. Montrer qu'elle doit prévoir un budget minimum de 222 € pour l'achat des tubes en acier inoxydable.

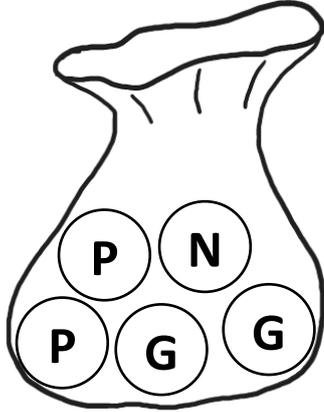
Exercice 3 (18 points)

Dans cet exercice, on étudie la probabilité de gain des deux jeux ci-dessous.

Partie A :

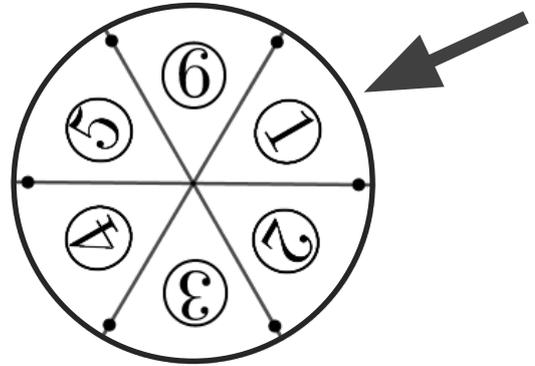
Jeu 1

Un sac contient 5 boules indiscernables au toucher, dont 1 portant la lettre N, 2 portant la lettre G et 2 portant la lettre P.



Jeu 2

Une roue à 6 secteurs angulaires identiques numérotés de 1 à 6.



- 1) On considère le jeu 1.
On pioche une boule au hasard dans ce sac et on note la lettre inscrite sur la boule choisie.
On considère qu'on a gagné si on pioche la lettre G.

Montrer que la probabilité de gagner avec ce jeu est de $\frac{2}{5}$.

- 2) On considère le jeu 2.
On fait tourner la roue et on note le nombre inscrit sur le secteur pointé par la flèche.
On considère qu'on a gagné si on s'arrête sur un nombre premier.

Quelle est la probabilité de gagner à ce jeu ?

- 3) a) Quel est le jeu qui présente la plus faible probabilité de gagner ?

b) Proposer une liste de boules à rajouter pour que la probabilité de gagner avec le jeu 1 soit de $\frac{1}{4}$.

Partie B :

Dans cette partie, toute trace de recherche sera valorisée.

On choisit finalement de combiner les deux jeux.

Dans un premier temps, le joueur doit tirer une boule dans le sac du jeu 1.

On doit ensuite faire tourner la roue du jeu 2.

Le joueur gagne un lot s'il a tiré une boule portant la lettre G et si la roue s'arrête sur un secteur angulaire dont le numéro est un nombre premier.

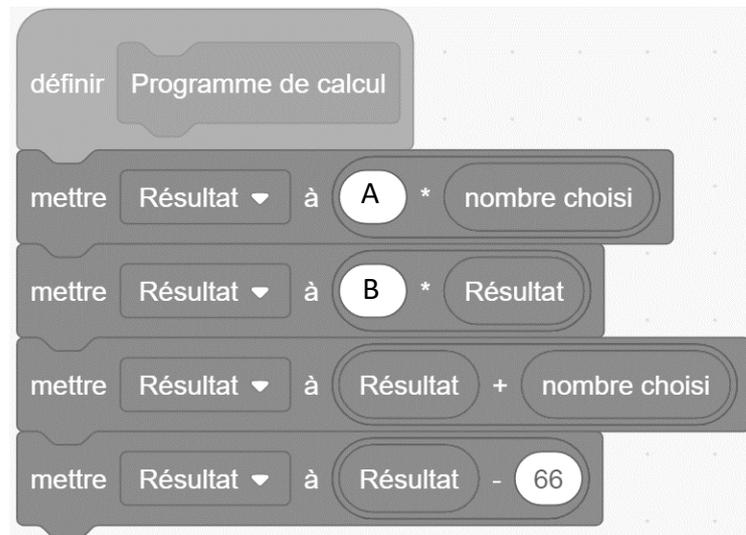
Quelle est la probabilité de gagner à cette combinaison des deux jeux ?

Exercice 4 (22 points)

On considère le programme de calcul suivant :

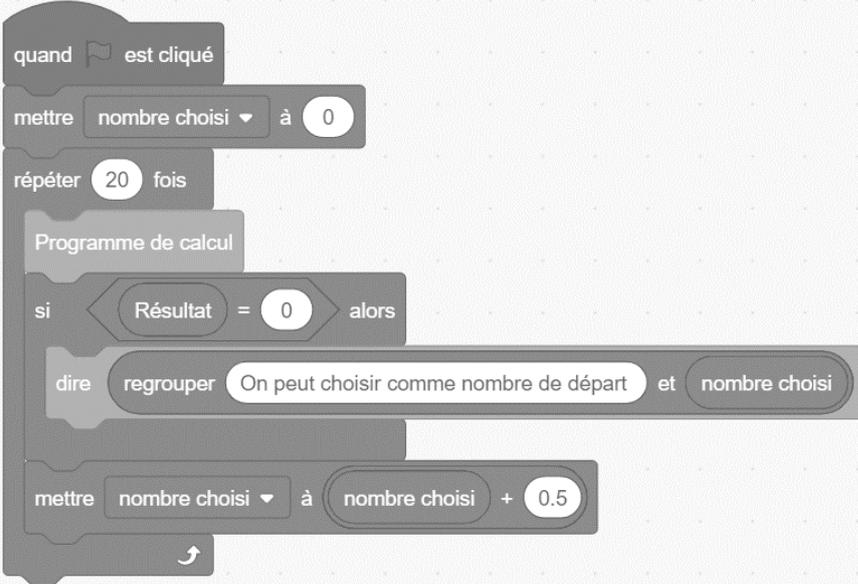
- Choisir un nombre
- Prendre le carré de ce nombre
- Multiplier le résultat par 2
- Ajouter le nombre de départ
- Soustraire 66

- 1) a) Montrer que si le nombre choisi au départ est 4, le résultat obtenu est -30.
b) Quel résultat obtient-on si le nombre choisi au départ est -3 ?
- 2) a) On s'intéresse au bloc d'instruction ci-dessous intitulé « Programme de calcul ».
On souhaite le compléter pour calculer le résultat obtenu avec le programme de calcul en fonction du nombre choisi au départ.
On précise que deux variables ont été créées : « nombre choisi » qui correspond au nombre choisi au départ, et « Résultat ».



Écrire sur votre copie le contenu qui doit être inséré dans les emplacements A et B. **Aucune justification n'est attendue pour cette question.**

- b) Lucie insère le bloc précédent dans le script ci-dessous et observe la réponse donnée par le lutin :

Script	Réponse du lutin
	

À quoi correspond la valeur 5,5 donnée comme réponse par le lutin avec le programme de Lucie ?

- 3) On nomme x le nombre choisi au départ.

- Déterminer l'expression obtenue par ce programme de calcul en fonction de x .
- On admet que $(2x - 11)(x + 6)$ est la forme factorisée de l'expression trouvée à la question précédente.
Pour quelle(s) valeur(s) de x , le résultat obtenu avec le programme est-il égal à 0 ?

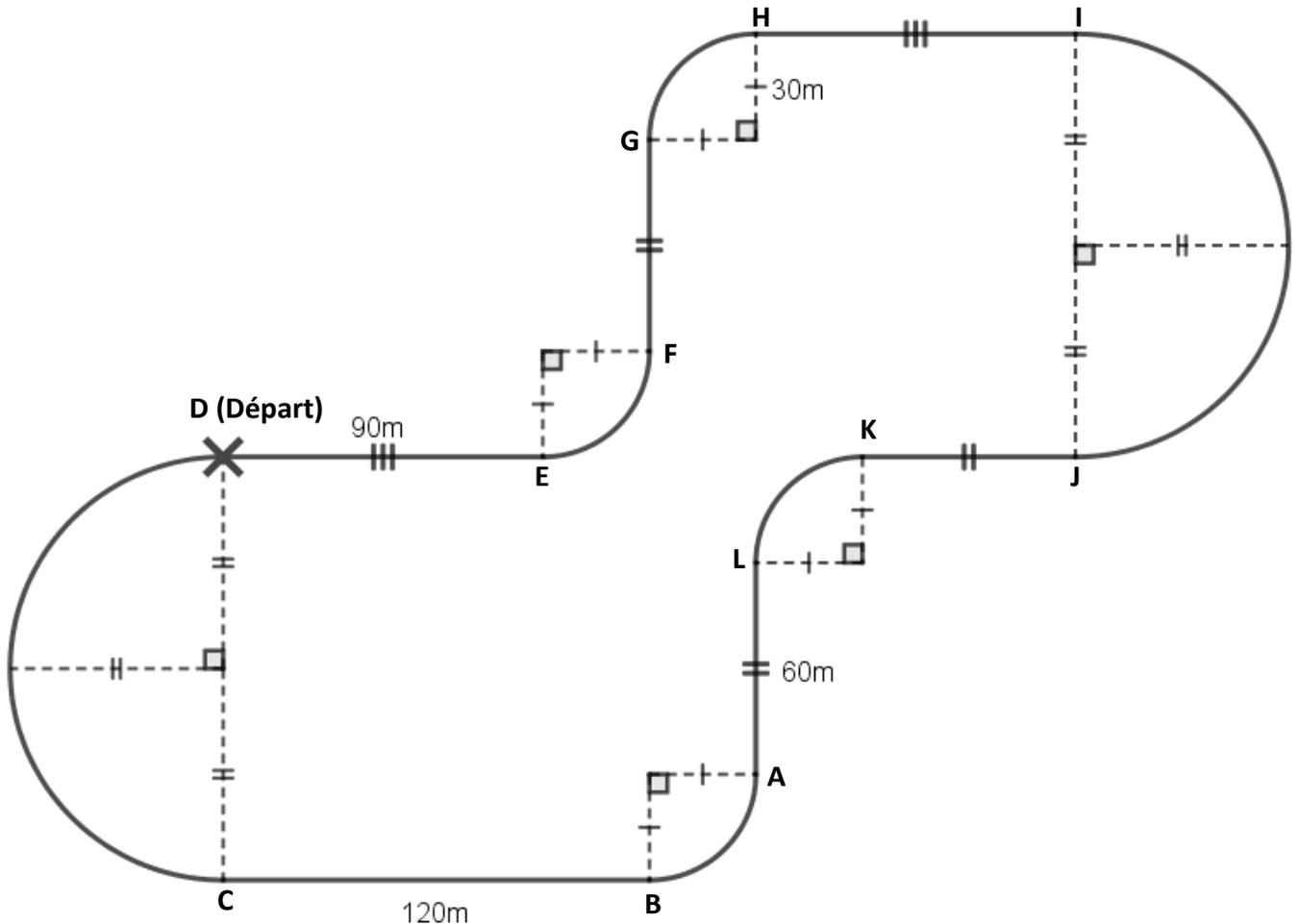
Exercice 5 (22 points)

Un professionnel et un amateur vont faire une séance de karting sur la piste ci-dessous (représentée en traits pleins).

Cette piste est constituée de segments, de demi-cercles et de quarts de cercles.

Le professionnel fait un tour de piste en 60 secondes.

L'amateur fait un tour de piste en 72 secondes.



- 1) Montrer que la longueur de la piste est de 1 045 m, arrondie à l'unité près.
Toute trace de recherche sera valorisée.
- 2) Calculer la vitesse moyenne du professionnel en m/s. On arrondira au centième près.
- 3) Pour des raisons de sécurité sur ce circuit, les amateurs ne doivent pas dépasser les 60 km/h de moyenne. Cet amateur respecte-t-il les règles de sécurité ?
- 4) Le professionnel et l'amateur partent en même temps de la ligne de départ et font plusieurs tours de circuit. On rappelle que le professionnel effectue un tour en 60 s et l'amateur en 72 s.
 - a) Décomposer 60 et 72 en produit de facteurs premiers.
 - b) Au bout de combien de temps se retrouveront-ils pour la première fois sur la ligne de départ ensemble ?
 - c) Combien auront-ils alors effectué de tours chacun ?