

CONCOURS GÉNÉRAL DES LYCÉES

—

SESSION 2023

—

SCIENCES DE L'INGÉNIEUR

(Classes de terminale voie générale spécialité sciences de l'ingénieur)

Durée : 5 heures

—

*L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.
L'usage de la calculatrice sans mémoire « type collègue » est autorisé.*

Consignes aux candidats

- Ne pas utiliser d'encre claire
- N'utiliser ni colle, ni agrafe
- Ne joindre aucun brouillon
- Ne pas composer dans la marge
- Numéroter chaque page en bas à droite (numéro de page / nombre total de pages)
- Sur chaque copie, renseigner l'en-tête + l'identification du concours :

Concours / Examen : CGL

Matière : SCIN

Session : 2023

SYSTÈME AUTOMATISÉ DE PARKING DE VÉLOS



Le présent sujet est constitué de :

- Texte du sujet (contexte et questionnement)..... pages 1 à 16/16
- Annexes pages A1 à A4/4
- Documents réponses pages DR1 à DR4/4

Il est conseillé au candidat de vérifier que tous les documents définis ci-dessus sont présents.

Les documents réponses doivent être rendus avec la copie même s'ils n'ont pas été complétés.

A. Présentation du système

La pratique du vélo se développe et doit continuer à se développer dans le cadre de la lutte contre le réchauffement climatique. Pour pouvoir se déplacer facilement à vélo, il faut pouvoir le garer facilement et à proximité de sa destination. Dans certains lieux, comme les gares par exemple, de nombreux vélos doivent être stockés et il est difficile de trouver suffisamment de surface au sol pour installer des parkings à vélos classiques de grande capacité. Un autre souci, quand le vélo est garé à l'extérieur, est le vol. En effet, en France, en moyenne, un vélo se fait voler chaque minute. Or les vélos coûtent de plus en plus cher, notamment avec l'arrivée des vélos à assistance électrique.



Figure A-1- La Ruche à Vélos à Angers

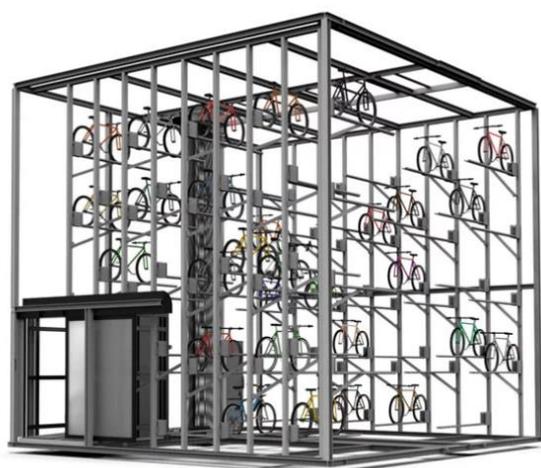


Figure A-2- Intérieur de la Ruche à Vélos

Pour régler ces deux problèmes, La Ruche à Vélos est une solution de parking pour vélos, innovante, verticale, complètement automatisée, sécurisée et parfaitement intégrée dans le paysage urbain. Grâce à un sas et une application mobile, elle permet aux usagers un dépôt et retrait facile et sécurisé de leurs vélos en moins de 30 secondes. La 1^{ère} Ruche installée à Angers (Figure A-1 et Figure A-2) permet de stationner 50 vélos sur 24 m².

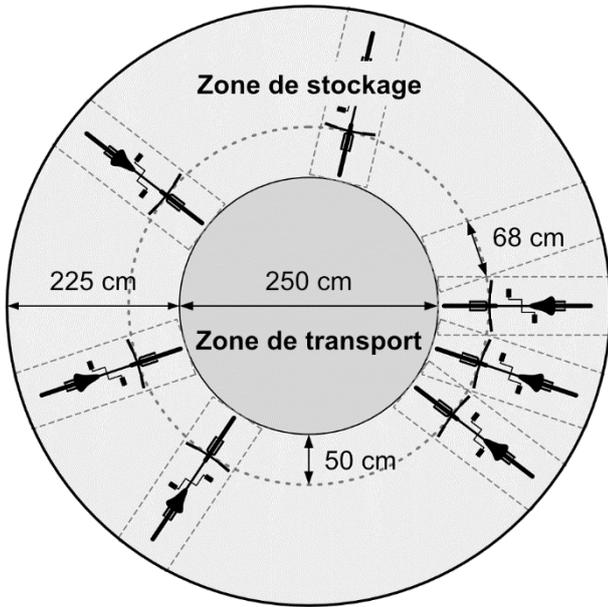
Dans ce sujet, c'est le prototype du système permettant d'amener le vélo à sa place de stationnement qui sera étudié. Le diagramme partiel des exigences du système est fourni dans l'Annexe 1. Le schéma cinématique de ce système est donné dans l'Annexe 2.

B. Choix d'une structure innovante

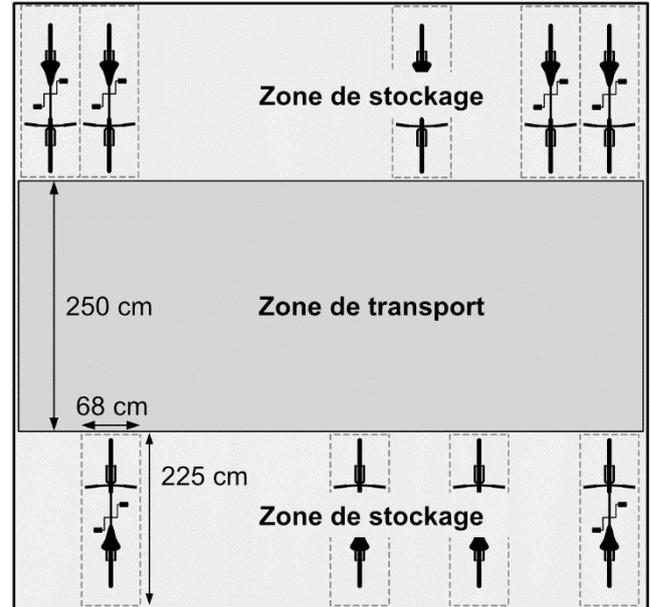
Objectif : Choisir la structure de stockage des vélos la plus polyvalente

La Ruche propose une solution à base rectangulaire. Il existe également d'autres solutions à l'étranger pour lesquelles le stockage des vélos se fait avec des systèmes à base circulaire tel que présenté sur le schéma Figure B-1(a).

- Q1.** Les études montrent qu'en moyenne un stationnement vélo classique nécessite 2,3 m² au sol par vélo. **Déterminer** la surface au sol qui serait nécessaire pour stocker sur un système classique autant de vélos que dans la Ruche. En **déduire** le gain de place au sol en pourcentage apporté par la solution proposée.



(a)



(b)

Figure B-1- (a) Structure de stockage circulaire ; (b) Structure de stockage rectangulaire

- Q2. Déterminer** combien de vélos peuvent être stockés sur un étage circulaire en considérant 68 cm de largeur au niveau des guidons lors du stockage (voir Figure B-1(a)).
- Q3. Déterminer** la surface nécessaire pour stocker le même nombre de vélos avec un étage rectangulaire. **Comparer** avec la surface d'un étage circulaire et en **déduire** si, dans le cas étudié, le critère de la surface au sol permet de choisir l'une des configurations (circulaire ou rectangulaire).
- Q4. Indiquer**, en justifiant, s'il est possible de diminuer le rayon du cercle extérieur de la solution circulaire (et donc la surface au sol) si moins de vélos sont stockés sur l'étage.

La courbe ci-après Figure B-2 montre l'évolution de la surface nécessaire en fonction du nombre de vélos souhaité par étage pour les deux structures.

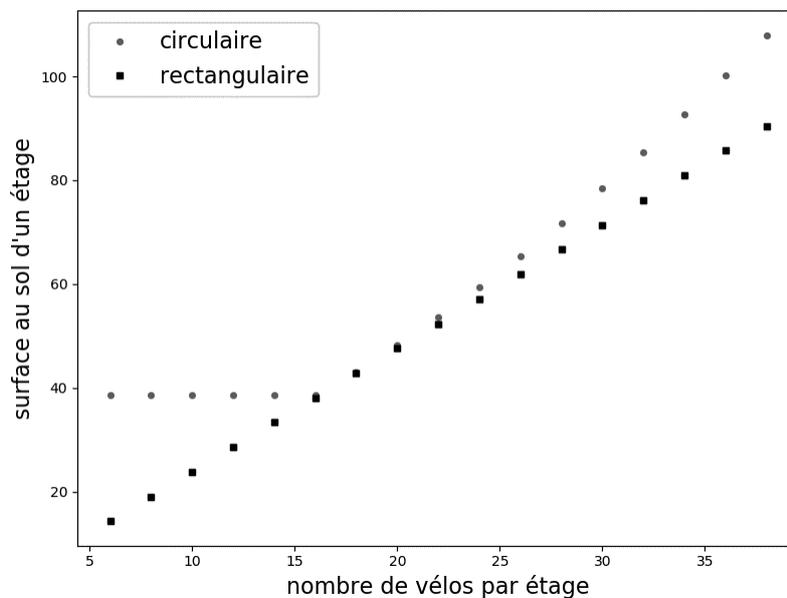


Figure B-2- Évolution de la surface au sol nécessaire en fonction du nombre de vélos par étage

- Q5. D'après** la courbe Figure B-2, **conclure** en justifiant sur la configuration la plus adaptée pour valider l'exigence 1.3.

C. Gestion automatique de la Ruche

C.1. Choix des solutions pour la communication

Objectif : Choisir le protocole de communication le mieux adapté pour identifier l'utilisateur

Pour autoriser l'utilisateur à déposer ou récupérer un vélo, celui-ci doit pouvoir s'authentifier auprès de la Ruche. Pour plus de polyvalence, l'identification se fait avec un téléphone portable ou une carte de transport en commun. Pour le téléphone, les protocoles généralement disponibles sont : NFC, Bluetooth, Wifi et pour les cartes de transport en commun : NFC et RFID.

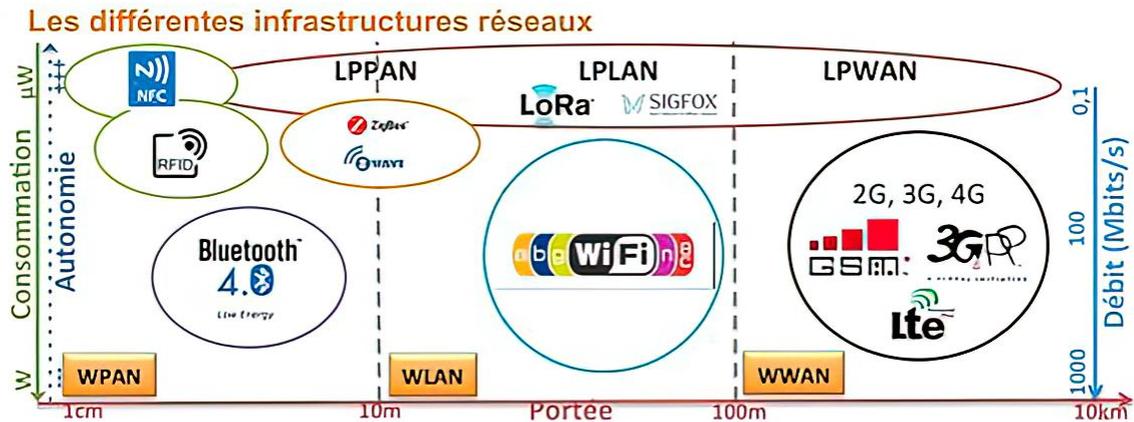


Figure C-1- Caractéristiques des différents réseaux sans fil

Q6. Choix des protocoles de communication :

- Déterminer, au vu des exigences et du contexte, le critère pertinent pour choisir le protocole de communication utilisé parmi les suivants : consommation, débit et sécurité. Justifier brièvement votre choix. Indiquer l'ordre de grandeur de la portée maximale à considérer.
- À l'aide de ce critère et des Figure C-1 et Tableau C-1, choisir en justifiant un protocole pour le téléphone et un pour la carte de transport qui pourront répondre au besoin du système.

	Wifi	Bluetooth	NFC
Topologie de réseau	Étoile	Point à point	Point à point
Portée	30-100 m	10 m	< 0,1 m
Découverte de réseau	Broadcast	Broadcast	Réponse à un champ
Consommation	Élevée	Faible	Très faible
Sécurité	1 cadenas	2 cadenas	3 cadenas

Tableau C-1- Caractéristiques des différents réseaux sans fil

Pour identifier l'utilisateur et lui autoriser l'accès, le numéro d'abonné codé en binaire est envoyé à la Ruche.

- Traduire le numéro d'abonné 152 en binaire naturel. Les calculs seront détaillés sur la copie.
- Il faut choisir le nombre de bits qui seront utilisés pour coder le numéro d'abonné. Indiquer le nombre d'abonnés qu'il sera possible de coder sur 8, 16 et 32 bits. Choisir, parmi ces 3 possibilités, celle qui est pertinente au vu des exigences du système.

C.2. Choix de la place de stockage

Objectif : Choisir la place de stockage la plus proche pour optimiser la rapidité du système

Pour que le temps pour poser et récupérer le vélo soit le plus court possible, le vélo sera toujours déposé sur la place disponible la plus proche de la station de prise du vélo (ou l'une d'elles si plusieurs places sont à la même distance). Toutes les places sont identifiées par un numéro de 0 à n-1 avec n le nombre de places.

Pour cela, la liste des places disponibles, nommée ici `Ldisponible`, est rangée par distance décroissante à la station de prise. Quand un vélo est déposé, la place libérée est ajoutée à cette même liste à la bonne place. L'étude porte ici sur la gestion informatique de cette liste.

Pour pouvoir ranger les places disponibles dans le bon ordre, il faut commencer par déterminer la distance entre le point de prise du vélo et chacune des places disponibles. Toutes les distances sont calculées à la conception du système pour éviter de les recalculer à chaque fois.

Comme le système étudié ne peut pas aller en diagonale, la distance utilisée sera la distance de Manhattan. C'est la distance entre deux points dans un environnement basé sur une grille (avec uniquement des mouvements horizontaux et verticaux). La distance de Manhattan est la simple somme des mouvements horizontaux et verticaux, alors que la distance diagonale ou « à vol d'oiseau » pourrait être calculé en appliquant le théorème de Pythagore.

Entre deux points A et B, de coordonnées respectives (Y_A, Z_A) et (Y_B, Z_B) , la distance de Manhattan est définie par :

$$d(A, B) = |Y_B - Y_A| + |Z_B - Z_A|$$

Q9. Écrire une fonction en python `distance_manhattan(pt1y, pt1z, pt2y, pt2z)` qui prend en argument les coordonnées de 2 points et qui renvoie un entier correspondant à la distance de Manhattan entre les 2 points. La fonction `abs(x)` en python permet de calculer la valeur absolue de `x`.

À l'aide de la fonction `distance_manhattan`, une liste `Ldistance` est créée qui, à chaque indice `i`, associe la distance entre la place `i` et la station de prise au niveau du sas.

Pour illustrer le fonctionnement, une configuration simplifiée du parking est donnée en Figure C-2.

Q10. Donner les valeurs manquantes (a), (b) et (c) de la liste `Ldistance` pour la configuration présentée :

`Ldistance` = [0.68, 1.36, (a), 1.4, (b), 2.76, 3.44, 2.8, 3.48, (c), 4.84]

Dans cette configuration :

`Ldisponible` = [10, 6, 7, 5, 3, 1, 0]

Q11. Un vélo est ajouté au parking, spécifier à quelle place il sera stocké. Donner la liste `Ldisponible` obtenue après cette ajout. Le vélo de la place 2 est ensuite récupéré par son propriétaire. Donner alors la liste `Ldisponible` obtenue après cette action. Justifier brièvement.

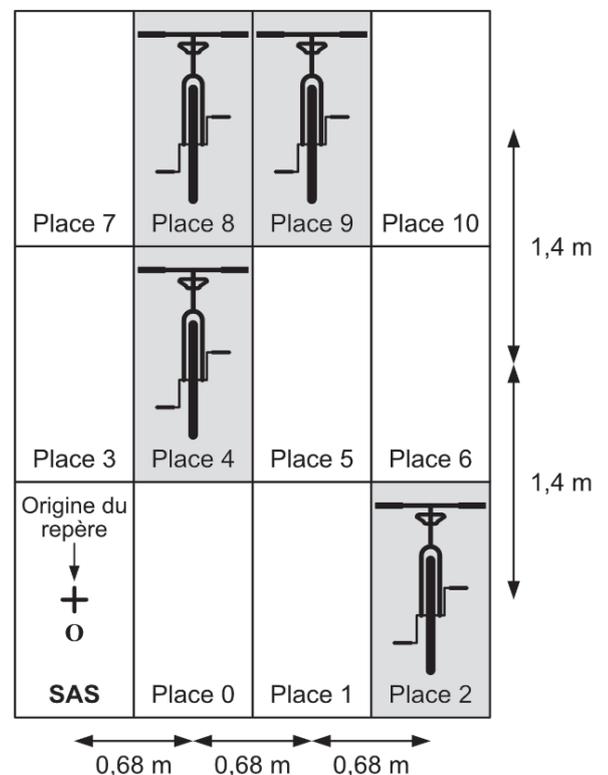


Figure C-2- Configuration simplifiée du parking

Rappel python :

- `L.pop(i)` retire et renvoie l'élément d'indice `i` de la liste `L`.
- `L.insert(i,x)` ajoute l'élément `x` à l'indice `i` de la liste `L`.

Q12. Indiquer les deux objectifs de la fonction `mystere` dont le code est donné ci-dessous.

```
def mystere(Ldisponible):  
    return Ldisponible.pop(len(Ldisponible)-1)
```

Q13. Compléter la fonction `ajout_place_libre(Ldisponible,place_liberee,Ldistance)` sur le Document réponse DR1. Celle-ci prend en argument la liste `Ldisponible` décrite précédemment, la place qui sera libérée et la liste `Ldistance` également décrite précédemment. Elle met à jour la liste `Ldisponible` en lui ajoutant la place libérée.

D. Validation du système de prise du vélo

Pour automatiser le système de parking, il faut pouvoir déplacer le vélo et donc le fixer au système de mise en mouvement. Il faut alors non seulement venir attraper la roue avant mais aussi la soulever. En effet, comme elle est bloquée dans la pince, elle ne peut plus rouler et elle empêcherait une manipulation fluide du vélo.

Pour cela, une pince à parallélogramme avec des ressorts est utilisée (voir Figure D-1). La capacité de la pince à soulever l'avant du vélo est étudiée ici. La pince est considérée en position complètement fermée.

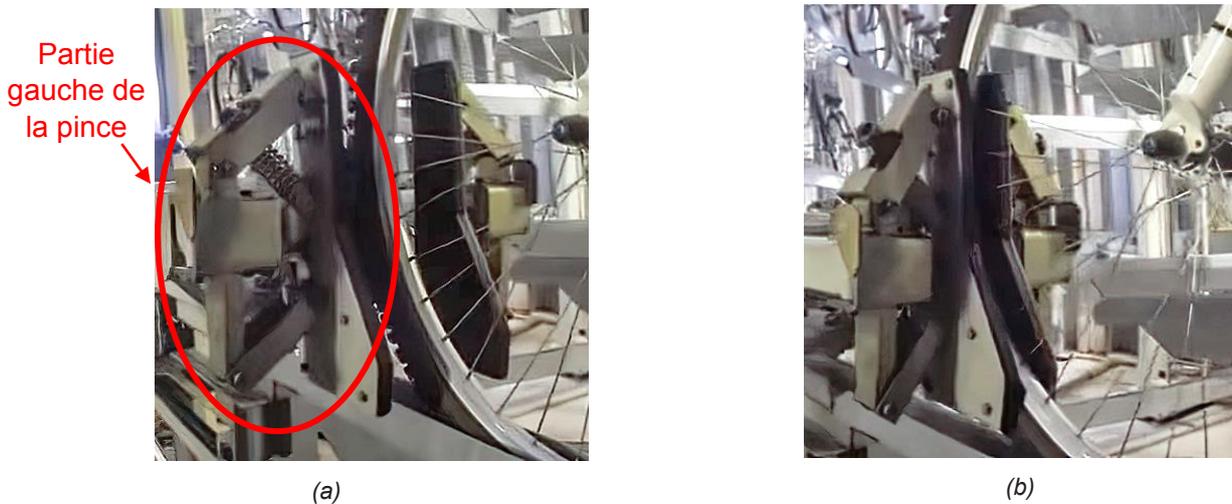


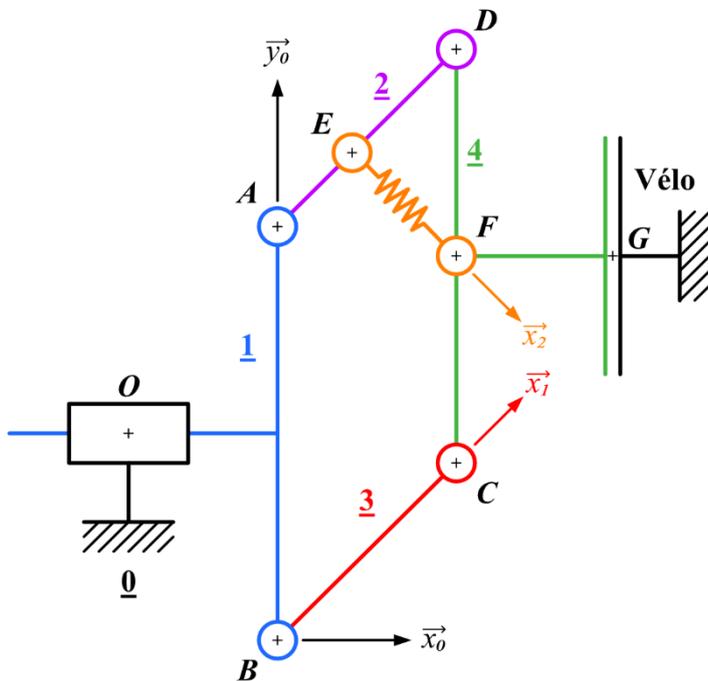
Figure D-1- Vues de la pince en fonctionnement : (a) pince ouverte ; (b) pince fermée

D.1. Étude géométrique de la pince

Objectif : Déterminer la longueur du ressort et son orientation

Pour pouvoir faire l'étude des efforts de la pince dans sa position complètement fermée, il faut déterminer la longueur L_3 du ressort ainsi que son orientation (angle β).

La pince étant symétrique, seul le côté gauche de celle-ci sera étudié.



Données :

- $AB = CD = L_1 = 18 \text{ cm}$
- $AD = BC = L_2 = 11,25 \text{ cm}$
- $EF = L_3$
- $ED = L_4 = 6,75 \text{ cm}$
- $DF = FC = \frac{L_1}{2}$
- $\alpha = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1) = 60^\circ$ en position complètement fermée
- $\beta = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$

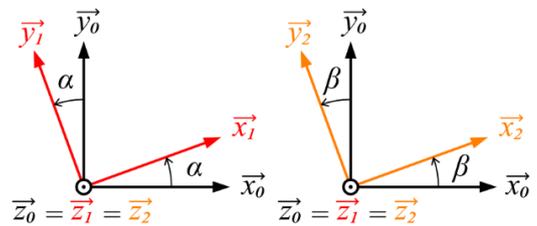


Figure D-2- Schéma cinématique de la partie gauche de la pince

Q14. Détermination de L_3 et β .

- a. À l'aide d'une fermeture géométrique EFD, **déterminer** une relation vectorielle entre L_1 , L_3 , L_4 et les vecteurs de base.
- b. **Projeter** l'équation de la question précédente sur les vecteurs \vec{x}_0 et \vec{y}_0 . **Mettre** les équations sous la forme :

$$\begin{cases} L_3 \cos \beta = f(L_4, \alpha) \\ L_3 \sin \beta = g(L_1, L_4, \alpha) \end{cases}$$

- c. **En déduire** l'expression littérale de β en fonction de L_1 , L_4 et α . **Faire** l'application numérique.
- d. En élevant au carré les 2 équations de la question b et en les additionnant, **déterminer** L_3 en fonction de L_4 , L_1 et α . **Faire** l'application numérique pour la position complètement fermée.

Dans la suite, $L_3 = 4,6 \text{ cm}$ et $\beta = -43^\circ$.

D.2. Étude statique de la pince en position complètement fermée

Objectif : Déterminer la force à appliquer à la pince pour maintenir la roue avant soulevée et la raideur du ressort

Pour l'étude statique, la pince est toujours en position complètement fermée et l'étude est limitée au parallélogramme qui permet de soulever la roue. La roue est supposée soulevée et fixe.

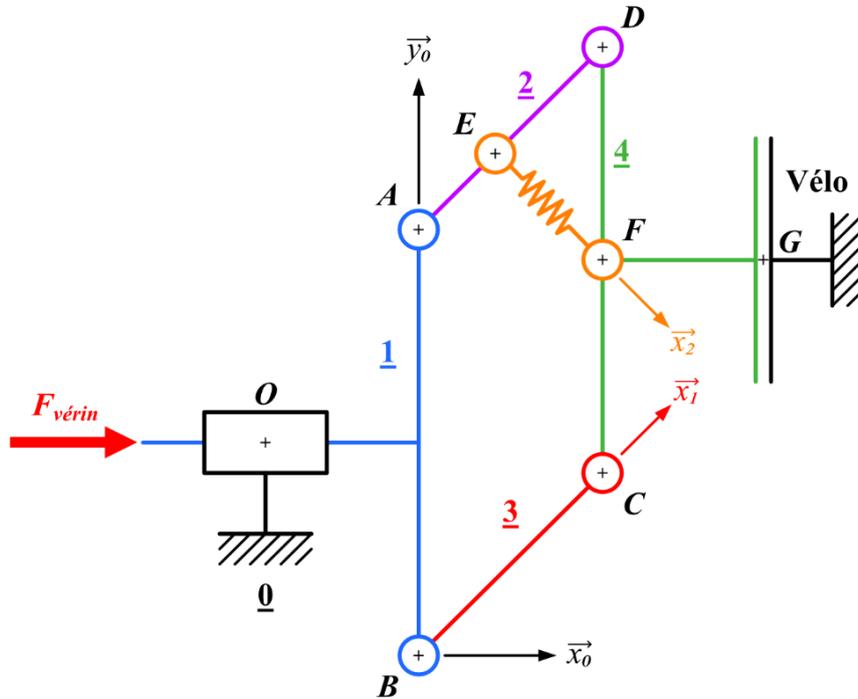


Figure D-3- Schéma de la partie de gauche de la pince avec l'effort F_{verin}

Données :

- Les mêmes distances et angles de l'étude géométrique de la pince seront utilisées (partie D.1).
- Le problème sera considéré comme un problème plan et les liaisons de la pince supposées parfaites.
- Le vérin qui permet de fermer la pince exerce sur 1 une force équivalente $\overrightarrow{F_{verin \rightarrow 1}} = F_{verin} \overrightarrow{x_0}$ au point O.
- L'action mécanique exercée par la pince sur la roue du vélo (soit l'action mécanique de l'appui plan) est modélisée par le torseur suivant :

$$\mathcal{T}_{velo \rightarrow 4} = \mathcal{T}_{0 \rightarrow 4} = \begin{Bmatrix} X_{velo} \overrightarrow{x_0} + Y_{velo} \overrightarrow{y_0} \\ N_{velo} \overrightarrow{z_0} \end{Bmatrix}_G$$

- Le coefficient de frottement entre la pince et la roue est $f = 0,4$.
- Le ressort est modélisé par une force $\overrightarrow{F_{ressort \rightarrow 4}} = -\overrightarrow{F_{ressort \rightarrow 2}} = F_{ressort} \overrightarrow{x_2}$. La longueur à vide du ressort est de 10 cm.

Notation :

- Le torseur d'action mécanique du solide 1 sur le solide 2 au point P $\mathcal{T}_{1 \rightarrow 2} = \begin{Bmatrix} \overrightarrow{F_{1 \rightarrow 2}} \\ \overrightarrow{M_{P,1 \rightarrow 2}} \end{Bmatrix}_P$ sera exprimé, dans la base 0, de la manière suivante :

$$\mathcal{T}_{1 \rightarrow 2} = \begin{Bmatrix} X_{12} \overrightarrow{x_0} + Y_{12} \overrightarrow{y_0} \\ N_{12} \overrightarrow{z_0} \end{Bmatrix}_P \quad \text{ou} \quad \mathcal{T}_{1 \rightarrow 2} = \begin{Bmatrix} X_{12} & - \\ Y_{12} & - \\ - & N_{12} \end{Bmatrix}_{(P, \overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0})} \quad \text{dans le cas d'un problème plan } (\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}).$$

Pour valider que la roue du vélo sera bien maintenue en l'air quand la pince est complètement fermée, il faut déterminer Y_{velo} et s'assurer qu'il soit au moins égal à 100 N.

Q15. D'après les lois de Coulomb, **déterminer** la relation entre X_{velo} et Y_{velo} à la limite du glissement. **Donner** le signe de X_{velo} et Y_{velo} .

Q16. Faire le bilan des actions mécaniques extérieures s'appliquant sur {1+2+3+4+ressort}. **Donner** le torseur de chacune de ces actions mécaniques.

Q17. **Appliquer** le théorème de la résultante statique (PFS en résultante) à l'ensemble {1+2+3+4+ressort}. **Donner** les 2 équations scalaires obtenues.

Q18. **Déduire** des questions précédentes, la force à appliquer F_{verin} pour obtenir $|Y_{velo}| = 100$ N.

Il reste à déterminer $F_{ressort}$ pour déterminer la raideur du ressort.

Q19. Sachant que $\mathcal{T}_{1 \rightarrow 3} = \left\{ \begin{array}{c} X_{13} \vec{x}_1 + Y_{13} \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_B$ et $\mathcal{T}_{4 \rightarrow 3} = \left\{ \begin{array}{c} X_{43} \vec{x}_1 + Y_{43} \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_C$, en isolant {3}, **montrer**, à l'aide du théorème du moment statique en B (PFS en moment), que $Y_{43} = 0$.

En appliquant le PFS sur d'autres isolements, l'expression suivante pour $F_{ressort}$ est obtenue :

$$F_{ressort} = \frac{2L_2 (\cos \alpha Y_{velo} - \sin \alpha X_{velo})}{L_1 \cos \beta}.$$

Q20. **Déterminer** la valeur numérique de $F_{ressort}$ en position complètement fermée. En **déduire** la raideur du ressort à choisir pour garantir l'équilibre.

E. Gestion de l'accès et du stockage du vélo

Objectif : Automatiser l'accès à la Ruche pour garantir la sécurité des vélos

L'un des buts de la solution de la Ruche est de garantir la sécurité des vélos. Comme dans les banques, ou les magasins sécurisés, un sas à 2 portes est utilisé. Il faut alors s'assurer qu'elles ne soient jamais ouvertes en même temps. Il faut également que la porte vers l'intérieur de la Ruche ne soit jamais ouverte lorsque quelqu'un est dans le sas.

La présence d'une personne dans le sas est détectée à l'aide d'une caméra. Quand l'utilisateur a placé le vélo sur le rail et est prêt pour que le vélo soit emmené, il appuie sur un bouton présent dans le sas. La bonne position du vélo sur le rail est détectée par 2 capteurs de présence à contact (un pour chaque roue). S'il est bien placé, le vélo est alors emmené à l'aide de la pince étudiée en partie D, sinon un message d'erreur est donné à l'utilisateur pour qu'il replace le vélo.

Le diagramme état-transition décrivant ce fonctionnement est donné en Annexe 3.

Les variables booléennes sont les suivantes :

- **Presence** : vaut True quand quelqu'un est présent dans le sas ;
- **CapteurAvant** : vaut True quand la roue avant du vélo est bien positionnée dans le rail ;
- **CapteurArrière** : vaut True quand la roue arrière du vélo est bien positionnée dans le rail ;
- **PorteExtOuv** : vaut True quand la porte avec l'extérieur est complètement ouverte ;
- **PorteIntOuv** : vaut True quand la porte avec l'intérieur est complètement ouverte ;
- **PorteExtFer** : vaut True quand la porte avec l'extérieur est complètement fermée ;
- **PorteIntFer** : vaut True quand la porte avec l'intérieur est complètement fermée ;
- **PosInit** : vaut True si le système de transport du vélo est en position initiale ;
- **PinceOuvverte** : vaut True quand la pince qui tient le vélo est complètement ouverte ;
- **VeloSorti** : vaut True quand le vélo est sorti du sas ;
- **PosAtteinte** : vaut True quand le vélo est dans son rail de stockage ;
- **AppuiBouton** : vaut True quand l'utilisateur appuie sur le bouton pour bloquer ou libérer la roue avant du vélo.

Les notations à utiliser sont données ci-après :

- l'événement *la variable booléenne a devient égale à True* (le front montant de a) sera noté **a** ;
- l'événement *la variable booléenne a devient égale à False* (le front descendant de a) sera noté \bar{a} ;
- la condition de garde nécessitant que la variable a soit égale à True sera notée **[a]** ;
- la condition de garde nécessitant que la variable a soit égale à False sera notée **[\bar{a}]** ;
- le *ou* logique sera noté **ou** et le *et* logique sera noté **et**.

Q21. Sur votre copie, **donner** les transitions 1 à 13 pour que le système ait le comportement attendu sous le format suivant :

① : PorteExtOuv

② : ...

...

Pour permettre le comportement étudié ci-dessus, il faut pouvoir garantir le bon déplacement du vélo suivant les 3 directions (X, Y et Z).

F. Système de déplacement du vélo

Objectif : Dimensionner le système de déplacement du vélo et développer sa commande pour atteindre les performances attendues du cahier des charges

La rotation du vélo qui permet de ranger les vélos des 2 côtés de l'allée ne sera pas étudiée ici ni dans la suite du sujet.

F.1. Analyse structurelle du système de mise en mouvement du vélo

Le schéma cinématique présentant le système de déplacement du vélo est donné en Annexe 2. Le diagramme de bloc interne pour le déplacement suivant l'axe X est fourni en Annexe 4.

Q22. Compléter la chaîne de puissance et la chaîne d'information du Document réponse DR2 en indiquant les constituants réalisant les fonctions.

Q23. Sur le Document réponse DR2, **indiquer** la nature des flux : puissance électrique, puissance mécanique ou information.

F.2. Détermination de la loi de vitesse à imposer

Il faut valider que la vitesse nominale du moteur choisi est pertinente au vu de la contrainte de temps donnée par l'exigence 4.

En plus des déplacements sur Y et Z qui seront étudiés dans cette partie (voir Figure F-1), il se produit également lors du cycle les actions suivantes dont la durée est connue :

- prise ou relâche du vélo par la pince en 3 secondes ;
- déplacement du vélo suivant X (au niveau du sas et de la place de stockage) en 2 secondes.

Pour éviter le basculement du vélo, l'accélération est limitée à 3 m.s^{-2} .

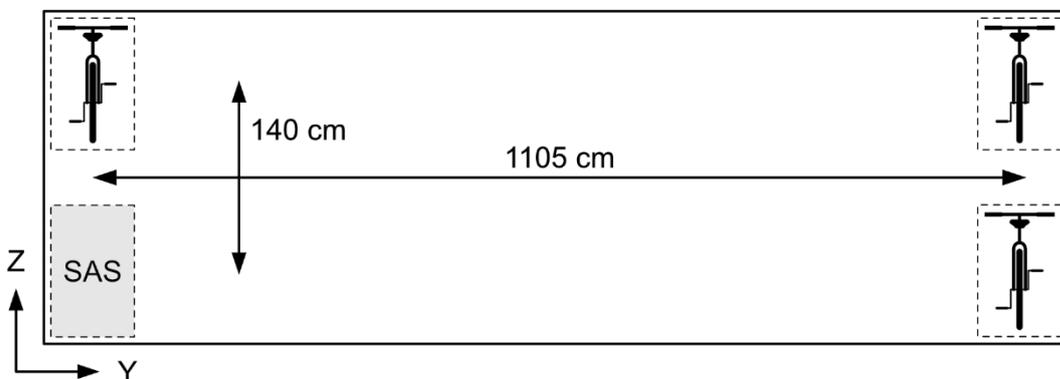


Figure F-1- Déplacements suivant les axes Y et Z dans la zone de stockage

Données :

- La vitesse de rotation nominale des 2 moteurs (axe Y et axe Z) est $N_N = 1500 \text{ tr.min}^{-1}$.
- Le rapport de réduction des deux réducteurs (axe Y et axe Z) est $r = \frac{\omega_{\text{réducteur}}}{\omega_{\text{moteur}}} = \frac{1}{3}$.
- Le diamètre des poulies sur l'axe Y est $D_{pY} = 68 \text{ mm}$.
- Le diamètre des poulies sur l'axe Z est $D_{pZ} = 89 \text{ mm}$.

Q24. Indiquer le temps disponible pour aller de la station de prise du vélo à une place de stockage afin de respecter le cahier des charges. Ici, seul le temps pour effectuer les déplacements sur Y et Z est considéré.

Q25. Déterminer, de manière littérale, les vitesses de translation du vélo sur l'axe Y et sur l'axe Z, notées respectivement v_{nomY} et v_{nomZ} quand les moteurs tournent à leur vitesse nominale. **Faire** l'application numérique, en posant le calcul sur la copie, pour montrer que $v_{nomY} = 1,8 \text{ m.s}^{-1}$ et $v_{nomZ} = 2,3 \text{ m.s}^{-1}$.

Le choix est fait d'imposer, pour l'axe Y, une loi de vitesse en trapèze comme présentée Figure F-2.

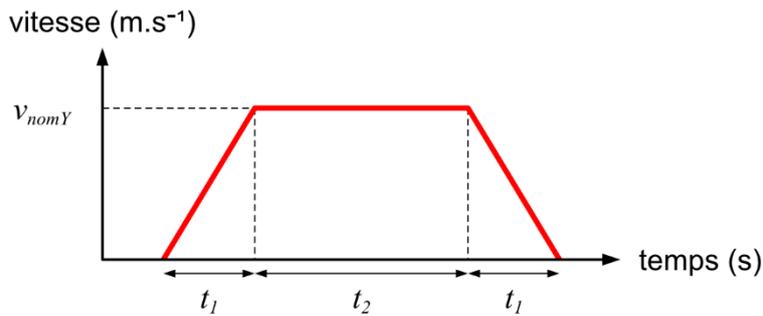


Figure F-2- Loi de vitesse de l'axe Y

- Q26.** Déterminer la valeur de t_1 si l'accélération est maximale.
- Q27.** Préciser la distance d_1 en mètre parcourue pendant la phase d'accélération (à 1 cm près). Indiquer alors la distance parcourue pendant la phase de décélération.
- Q28.** En déduire la distance d_2 en mètre restant à parcourir pendant la phase de déplacement à vitesse constante si le déplacement maximal sur Y est effectué. Déterminer la durée t_2 permettant de parcourir la distance d_2 déterminée précédemment. En déduire le temps t_Y mis pour parcourir toute la distance sur l'axe Y.

Sur l'axe Z, la distance à parcourir étant beaucoup plus faible, une loi triangle est cette fois utilisée comme décrit Figure F-3.

- Q29.** En supposant que l'accélération est égale à l'accélération maximale, déterminer t_3 au dixième de seconde près pour que la distance maximale sur l'axe Z soit parcourue.
- Q30.** Valider le choix d'une loi triangle, en comparant la valeur de v_{maxZ} (à déterminer) à celle de v_{nomZ} .

Pour rappel, le vélo ne peut pas se déplacer en diagonale.

- Q31.** Indiquer la durée nécessaire pour déplacer le vélo depuis la zone de prise jusqu'à la position de stockage la plus éloignée. Conclure par rapport au respect du cahier des charges quelle que soit la position à laquelle le vélo est stocké.

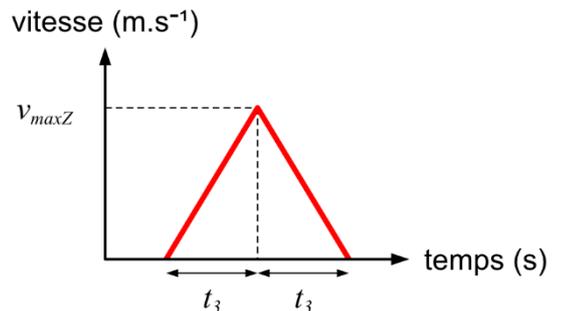


Figure F-3- Loi de vitesse de l'axe Z

F.3. Dimensionnement du moteur

Objectif : Déterminer le couple moteur nécessaire pour atteindre l'accélération souhaitée puis valider le choix du moteur

La vitesse nominale du moteur a été vérifiée dans la partie précédente. Il faut maintenant vérifier que la motorisation de chaque axe est capable de fournir l'accélération nécessaire. Pour cela, il faut déterminer le couple nécessaire permettant de déplacer le vélo dans le cas le plus défavorable, c'est-à-dire lorsque l'accélération est maximale. Ici, seul le de déplacement suivant l'axe X est étudié.

Pour réaliser cette étude dynamique, il est nécessaire de déterminer les caractéristiques inertielles du système. Pour ce faire, il faut déterminer l'inertie équivalente de tout le système ramenée sur l'axe du moteur.

Le schéma ci-après représente toute la chaîne cinématique permettant de mettre en mouvement le vélo suivant l'axe X.

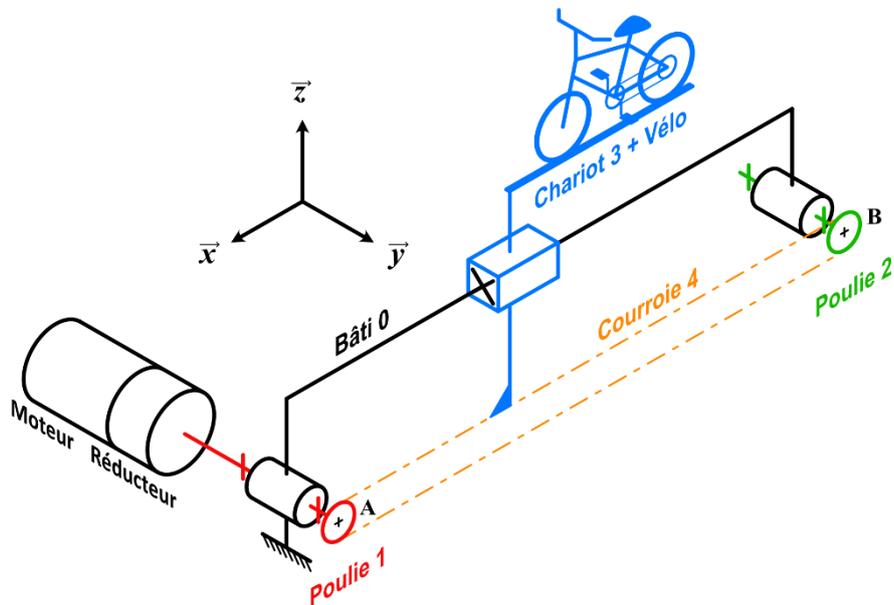


Figure F-4- Schéma d'architecture de l'axe X (non à l'échelle)

Données :

- Le moteur délivre un couple noté C_m et une vitesse notée ω_m . Son moment d'inertie est $J_m = 12,7 \text{ kg.cm}^2$.
- Le rapport de réduction du réducteur est $k_r = \frac{\omega_r}{\omega_m} = \frac{1}{3}$ avec ω_r la vitesse de rotation de l'arbre de sortie du réducteur. Le couple appliqué en sortie de réducteur sera noté C_r . Le moment d'inertie du réducteur, ramené sur l'arbre du moteur, est $J_r = 6,1 \text{ kg.cm}^2$.
- Le diamètre des poulies est noté $D_p = 74 \text{ mm}$ et leur inertie est négligée.
- L'inertie de la courroie est ici négligée devant les autres inerties.
- L'ensemble {chariot + vélo} de masse $M = 150 \text{ kg}$ se déplace à une vitesse V .
- Il est rappelé que l'accélération maximale du chariot est $a = 3 \text{ m.s}^{-2}$.

Le constructeur a choisi un moteur dont les caractéristiques sont les suivantes :

- puissance maximale : $P_{max} = 1,5 \text{ kW}$;
- vitesse nominale : $N_N = 1500 \text{ tr.min}^{-1}$;
- couple nominal : $C_N = 9,5 \text{ N.m}$.

Q32. Calcul de l'inertie équivalente du système ramenée sur l'arbre moteur :

- a. À partir des données du système (J_m , J_r , D_p , M et k_r), **exprimer** les énergies cinétiques du moteur E_{cm} , du réducteur E_{cr} et de l'ensemble {chariot + vélo} E_{cc} en fonction de ω_m .
- b. En **déduire** l'expression de l'énergie cinétique totale du système sous la forme $E_c = \frac{1}{2} \cdot J_{eq} \cdot \omega_m^2$ avec J_{eq} l'inertie équivalente du système ramenée sur l'arbre moteur dont vous préciserez l'expression. Pour rappel, l'énergie cinétique totale est égale à la somme des énergies cinétiques de l'ensemble des composants du système.
- c. **Déterminer** la valeur numérique de J_{eq} en posant le calcul sur la copie.

Dans la suite de l'énoncé, J_{eq} sera supposée égale à 250 kg.cm^2 .

Pour appliquer le principe fondamental de la dynamique, l'arbre moteur est isolé. Pour simplifier l'étude, le torseur global des actions mécaniques de frottement s'appliquant sur le moteur, et qui représente l'ensemble des pertes par frottement dans toute la chaîne cinématique, est donné :

$$\mathcal{T}_{\text{frot} \rightarrow \text{mot}} = \left\{ \begin{array}{c} \vec{0} \\ -C_f \vec{y} \end{array} \right\}_A \text{ avec } C_f = 2 \text{ N.m, le couple de frottement ramené sur l'arbre moteur.}$$

Q33. Calcul du couple moteur C_m :

- Réaliser** le bilan des actions mécaniques extérieures s'appliquant sur l'arbre moteur.
- En écrivant l'équation des moments du principe fondamental de la dynamique à l'arbre moteur sur l'axe (A, \vec{y}) , **déterminer** l'expression du couple moteur C_m en fonction de J_{eq} , ω_m et C_f .
- Déterminer** l'expression du couple moteur C_m en fonction de J_{eq} , a et C_f . **Faire** l'application numérique.

Q34. En considérant que la vitesse maximale atteinte par le moteur est sa vitesse nominale, **calculer** la puissance maximale que le moteur doit fournir.

Q35. **Conclure** quant à la validité du moteur choisi au regard des exigences.

F.4. Étude de la commande

F.4.1. Choix du variateur du moteur

Objectif : Choisir un variateur adapté au fonctionnement souhaité du moteur

Pour stocker le vélo dans le parking puis le restituer à l'utilisateur, il est nécessaire de le déplacer dans les deux sens. Il faut donc pouvoir faire tourner le moteur dans les deux sens de rotation.

Le moteur permettant de mettre en mouvement le vélo est une machine à courant continu. Son comportement est régi par les équations suivantes :

$$u_m(t) = e(t) + R i(t) + L \frac{di(t)}{dt}$$

$$C_m(t) = K i(t)$$

$$e(t) = K \omega_m(t)$$

avec :

- $u_m(t)$ la tension d'alimentation du moteur ;
- $i(t)$ l'intensité du courant traversant le moteur ;
- R la résistance d'induit du moteur ;
- L l'inductance du moteur ;
- $e(t)$ la force contre-électromotrice (fem) du moteur ;
- $C_m(t)$ le couple du moteur ;
- $\omega_m(t)$ la vitesse de rotation du moteur ;
- K la constante de couple/fem du moteur.

Dans la suite, le fonctionnement du moteur sera considéré en régime permanent, dans ce cas le couple du moteur C_m ne varie pas : $C_m = cte$.

Q36. En **déduire** l'expression de $\omega_m(t)$ en fonction de $u_m(t)$, $i(t)$, R et K .

Au vu de la relation trouvée à la question précédente, il est possible de faire varier la vitesse du moteur en faisant directement varier sa tension d'alimentation moyenne $\langle u_m \rangle$. Pour changer le sens de rotation du moteur, il doit être alimenté avec une tension négative.

Pour faire varier cette tension, un hacheur est utilisé. Ce composant permet de faire varier la tension d'alimentation moyenne du moteur en transformant la tension continue en entrée en une tension en créneau. Il est alors aisé de faire varier la tension moyenne du moteur en faisant varier le rapport entre la durée à tension maximale et à tension nulle dans une période. **Ce rapport noté α est le rapport cyclique et il est compris entre 0 et 1.**

Le schéma d'un hacheur série ainsi que l'évolution de la tension aux bornes du moteur notée $u_m(t)$ sont donnés Figure F-5. Les interrupteurs K_1 et K_2 sont commandés avec une commande complémentaire (voir ci-après).

Sur une période T :

- de 0 à αT : l'interrupteur K_1 est commandé (passant, soit $K_1 = 1$), alors que l'interrupteur K_2 n'est pas passant (soit $K_2 = 0$) ;
- de αT à T : K_2 est passant alors que K_1 ne l'est plus.

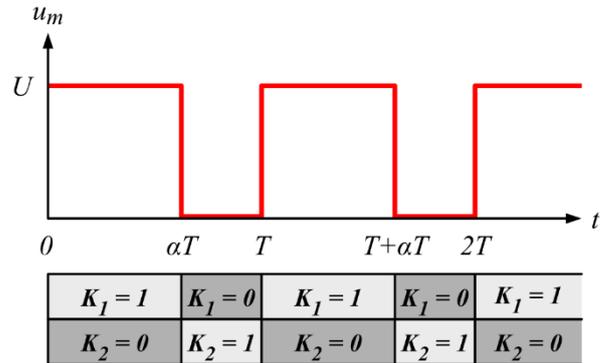
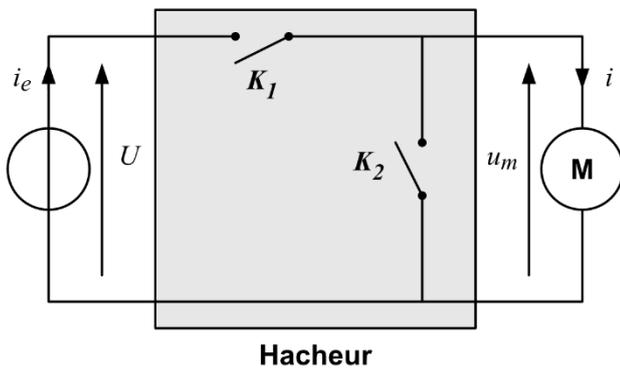


Figure F-5- Hacheur série et tension aux bornes du moteur

Pour rappel, la valeur moyenne d'un signal en créneau est égale à l'aire sous la courbe durant une période divisée par la période du signal.

Q37. Déterminer l'expression de la tension moyenne $\langle u_m \rangle$ aux bornes de la machine à courant continu.

Q38. En déduire s'il est alors possible de faire tourner le moteur dans les deux sens de rotation.

Pour commander le moteur, le hacheur choisi est celui représenté Figure F-6.

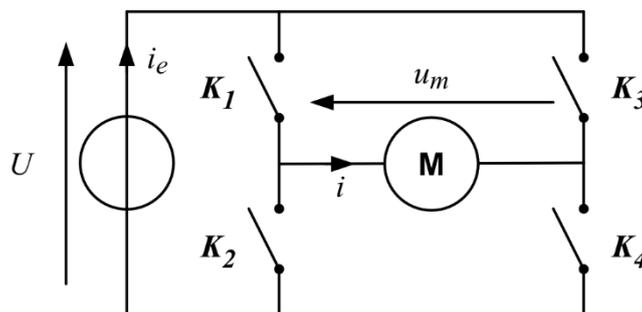


Figure F-6- Structure du hacheur choisi

Q39. Sur le Document réponse DR3, **tracer** le trajet du courant du moteur i sur le schéma donné de 0 à αT puis de αT à T . En **déduire** l'expression de $u_m(t)$ en fonction de U pour chaque phase.

Q40. Tracer sur le Document réponse DR3 l'allure de la tension $u_m(t)$ sur une période T .

À partir de l'allure de la tension tracée à la question précédente, il est possible de déterminer l'expression de la tension moyenne :

$$\langle u_m \rangle = (2\alpha - 1) \cdot U$$

Q41. En fonction des valeurs possibles du rapport cyclique α , **donner** les expressions de $\langle u_m \rangle_{min}$ et $\langle u_m \rangle_{max}$. **Conclure**, en justifiant, quant à la possibilité d'obtenir le fonctionnement du moteur souhaité grâce au hacheur choisi.

F.4.2. Étude de l'asservissement en position

Objectif : Régler la commande du système pour atteindre les performances attendues

L'étude porte ici sur l'asservissement en position selon l'axe X (voir Annexe 2) qui permet notamment de venir placer le vélo dans sa place de stockage. Les exigences attendues sont fournies sur l'Annexe 1.

Afin de valider le comportement de l'axe, le modèle multi-physique donné sur le Document réponse DR4 a d'abord été réalisé.

Q42. Sur le Document réponse DR4, **relier** sur le modèle le voltmètre, l'action du couple de frottement ainsi que le capteur de position angulaire servant à l'asservissement.

Dans la partie F.3, un couple de frottement $C_f = 2 \text{ N.m}$ a été pris en compte. Il se pose alors la question de voir s'il est négligeable.

Pour $K = 2$ (valeur choisie arbitrairement), la courbe en Figure F-7 est alors obtenue pour une entrée en échelon de 2,5 m.

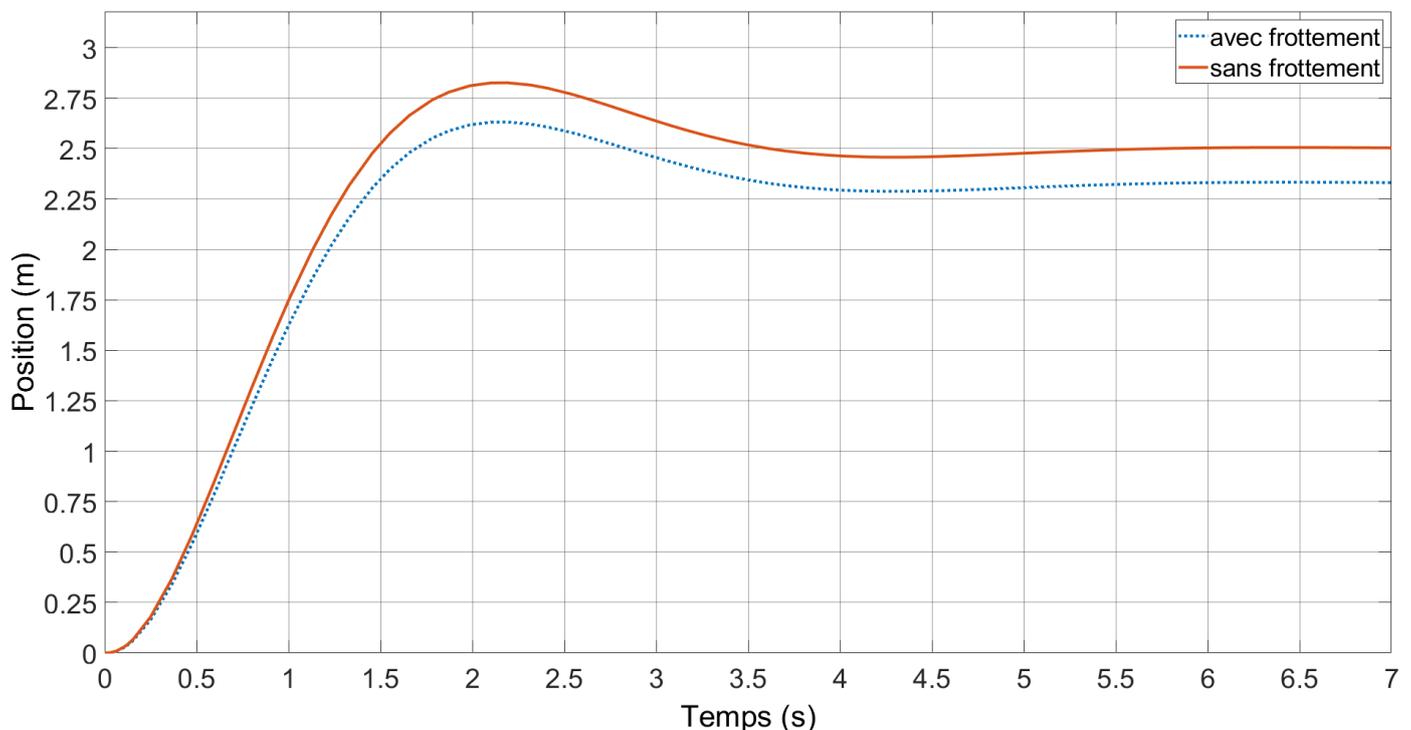


Figure F-7- Tracés de la position de l'axe X en fonction du temps pour $K = 2$ *

Q43. Mesurer l'erreur statique et la valeur du 1^{er} dépassement pour le modèle avec frottement et le modèle sans. **Conclure** sur la possibilité de négliger les frottements dans notre étude.

La simulation est réalisée avec différentes valeurs de correcteurs proportionnels pour une entrée en échelon de 2,5 m.

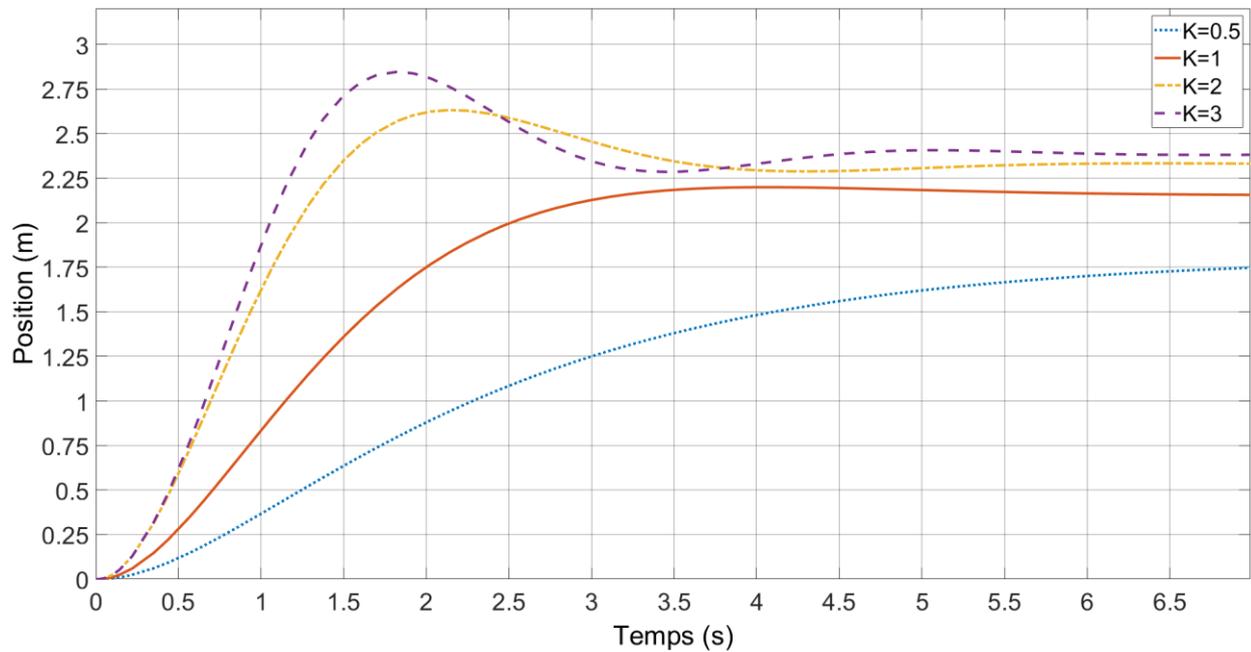


Figure F-8- Tracés de la position de l'axe X en fonction du temps pour différents correcteurs proportionnels

Q44. Justifier qu'il ne sera pas possible de respecter les exigences du cahier des charges avec un correcteur proportionnel.

Le choix est alors fait de travailler avec un correcteur PID. La simulation fournit alors la courbe ci-dessous pour une entrée en échelon de 2,5 m.

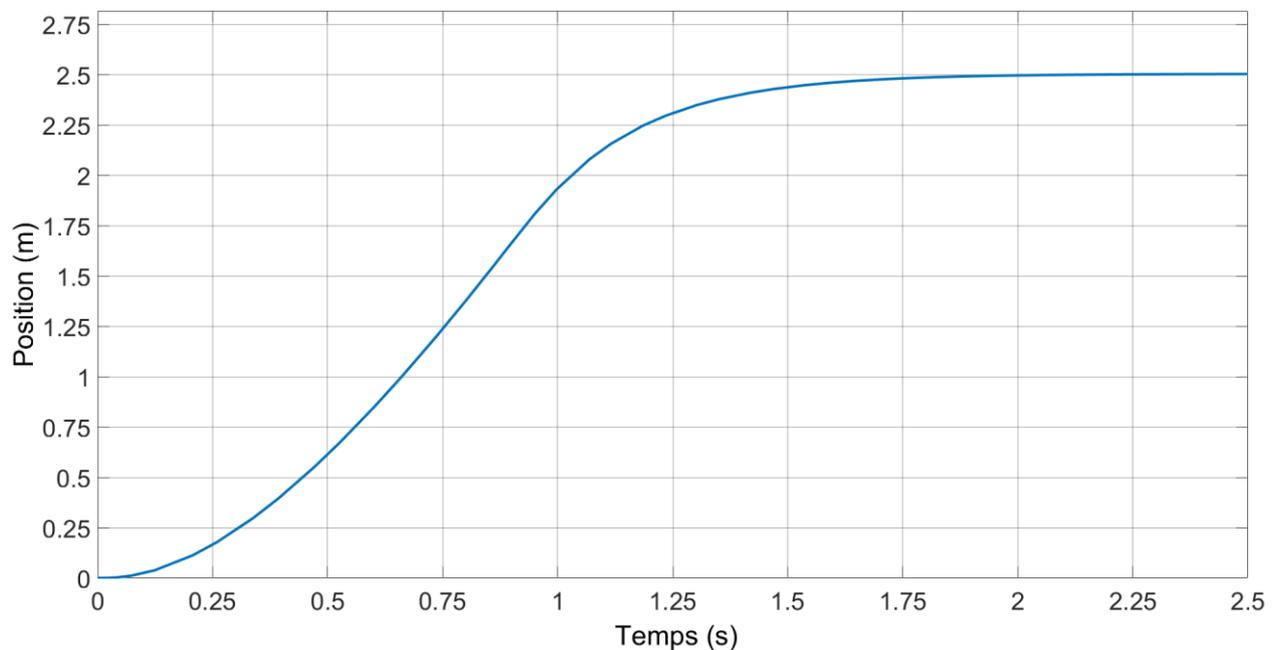
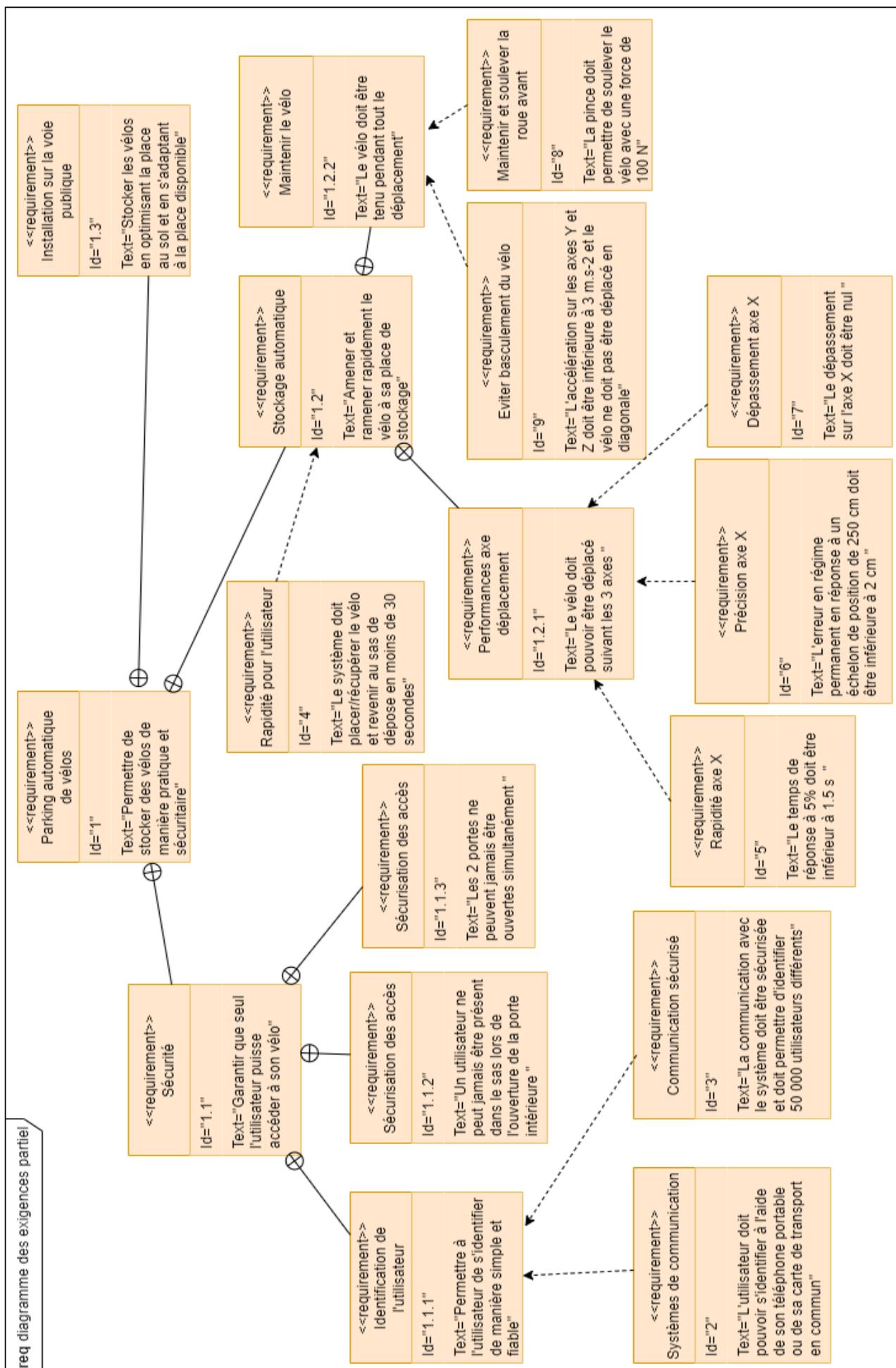


Figure F-9- Tracés de la position de l'axe X en fonction du temps avec un correcteur PID

Q45. Conclure quant au respect du cahier des charges en justifiant.

Fin de l'énoncé

Annexe 1 Diagramme partiel des exigences



Annexe 2 Schéma cinématique du système de déplacement

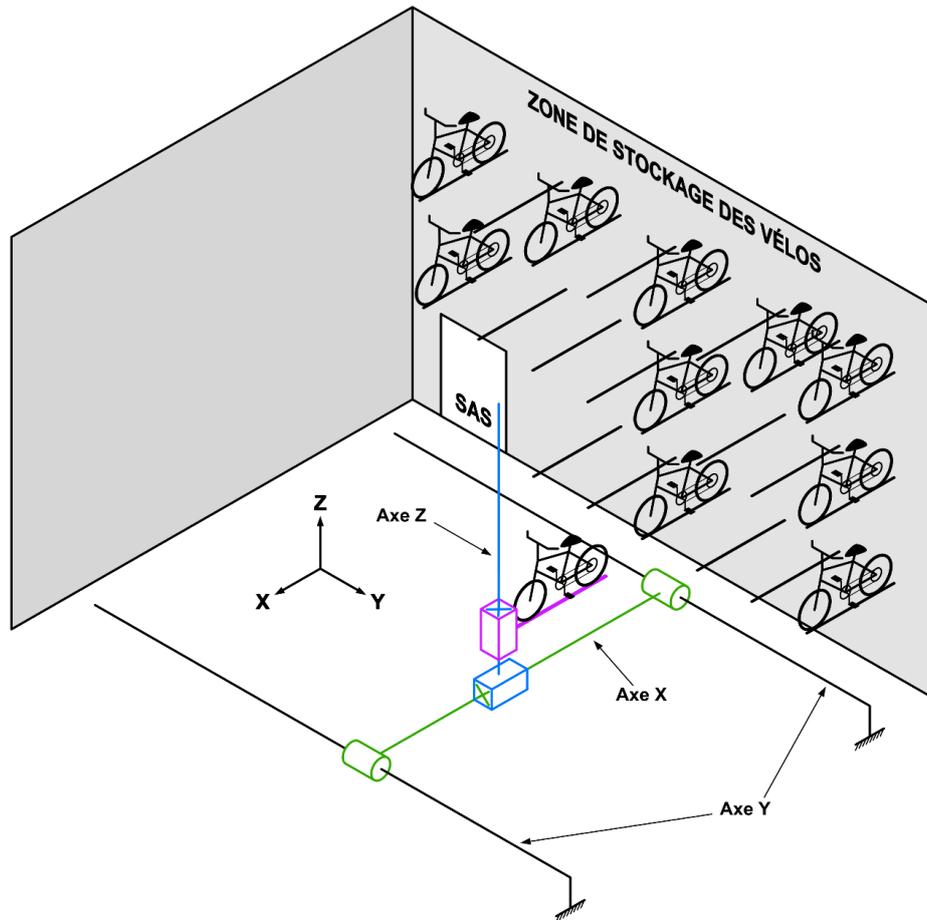


Schéma cinématique simplifié des trois axes de déplacement du vélo

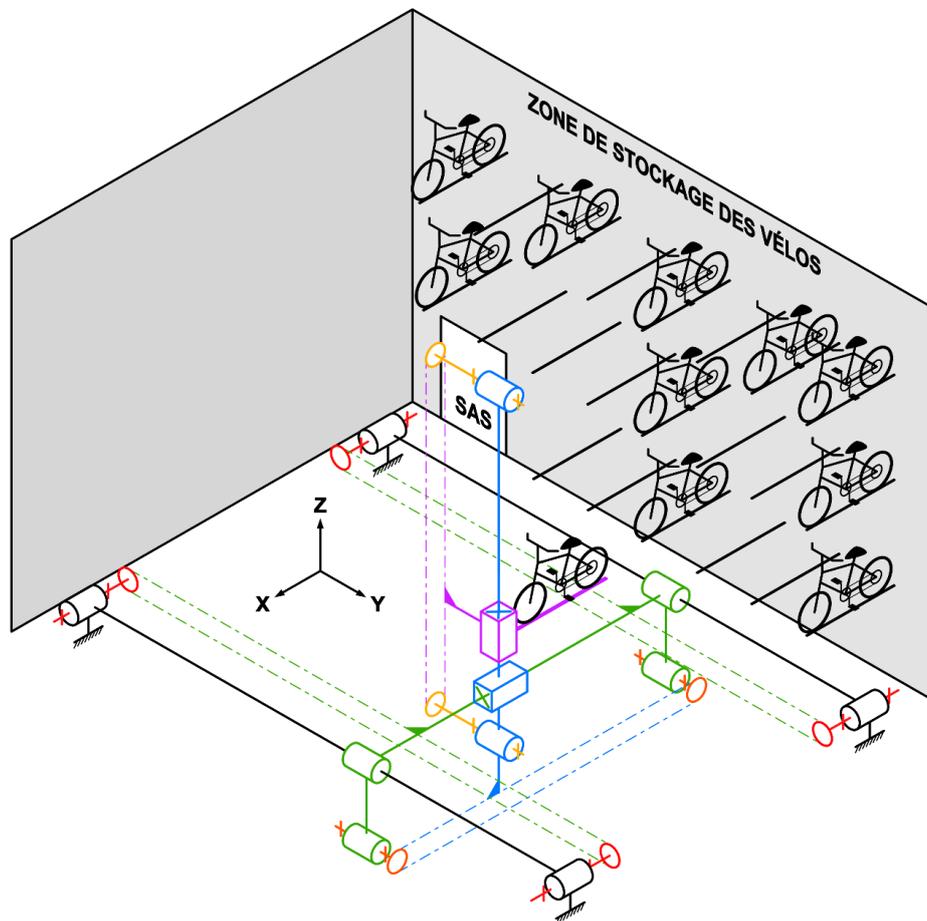
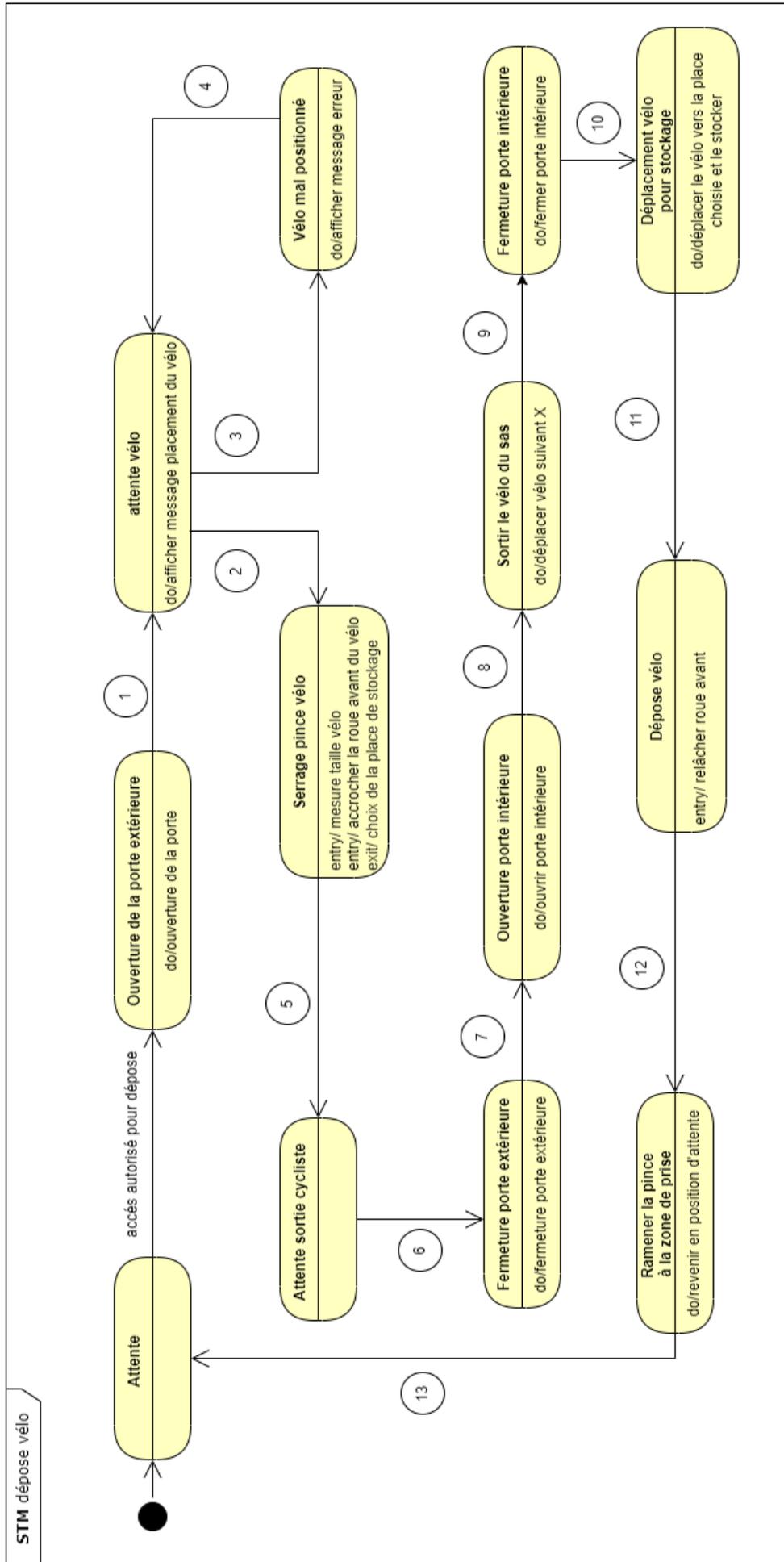
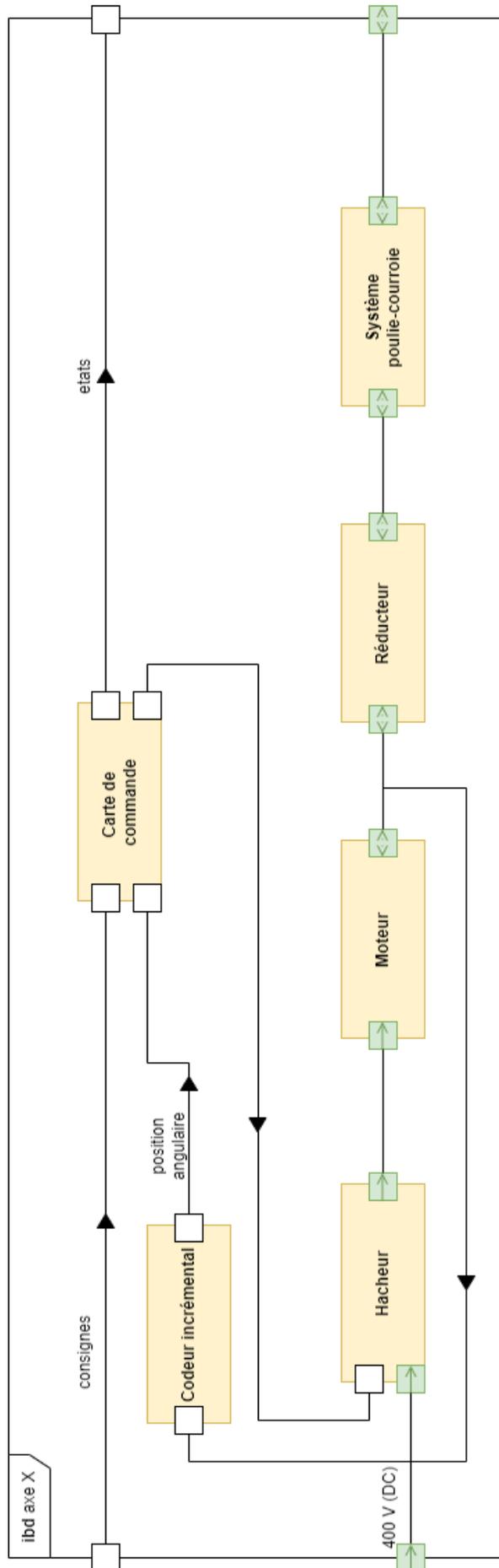


Schéma cinématique des trois axes de déplacement du vélo

Annexe 3 Diagramme d'état-transition



Annexe 4 Diagramme de bloc interne



NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Document réponse DR1

Q13. Compléter la fonction `ajout_place_libre(Ldisponible, place_liberee, Ldistance)` sur le Document réponse DR1. Celle-ci prend en argument la liste des places disponibles rangées par distance décroissante à la station de prise, la place qui sera libérée et la liste `Ldistance` décrite précédemment. Elle met à jour la liste `Ldisponible` en lui ajoutant la place libérée.

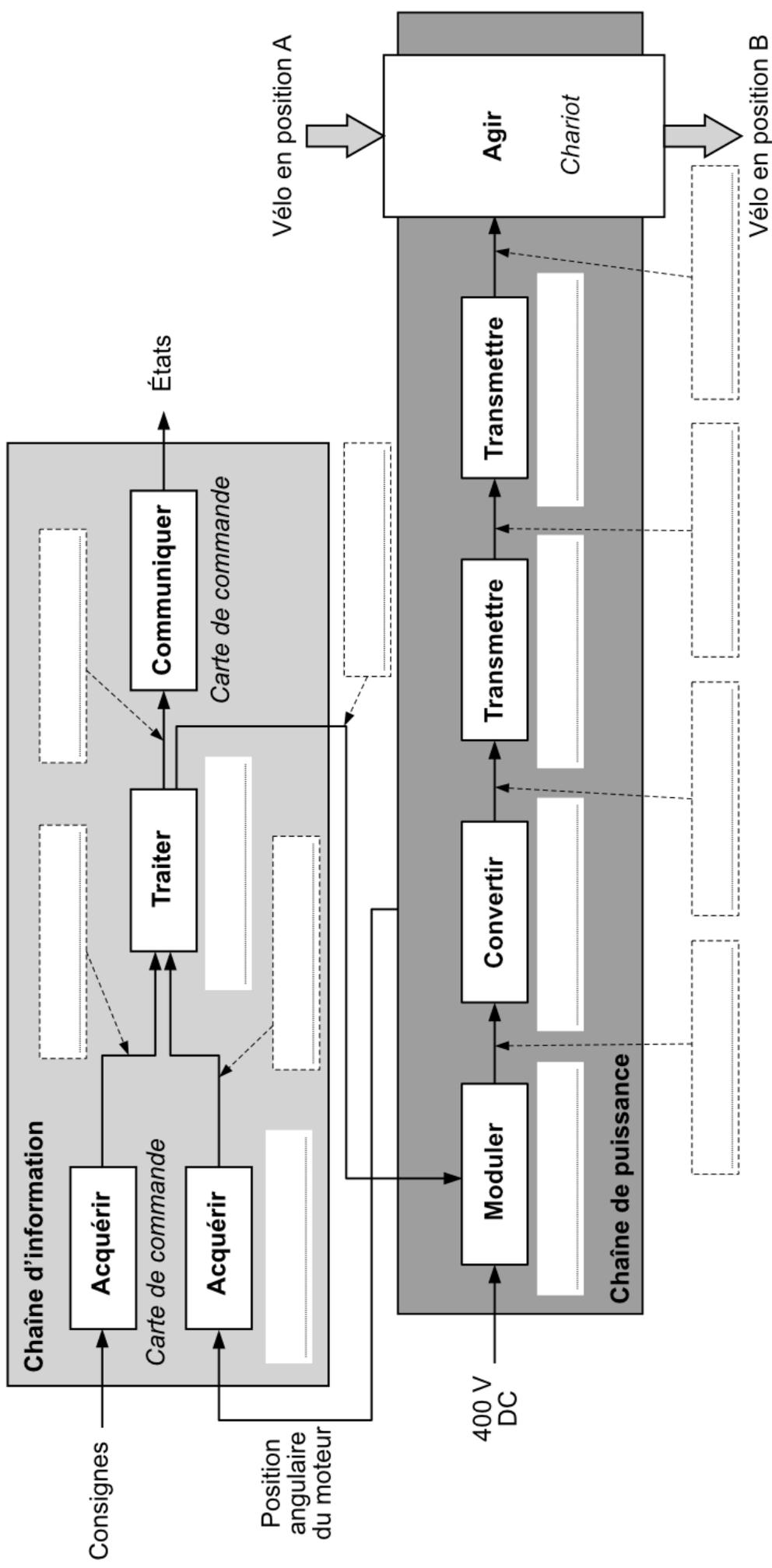
```
def ajout_place_libre(Ldisponible, place_liberee, Ldistance) :  
    i = _____  
    while i < _____ and Ldistance[_____] < Ldistance[_____]:  
        | i = i + 1  
    Ldisponible.insert(_____, _____)
```

Tournez la page S.V.P.

Document réponse DR2

Q22. Compléter la chaîne de puissance et la chaîne d'information du Document réponse DR2 en indiquant les constituants réalisant les fonctions.

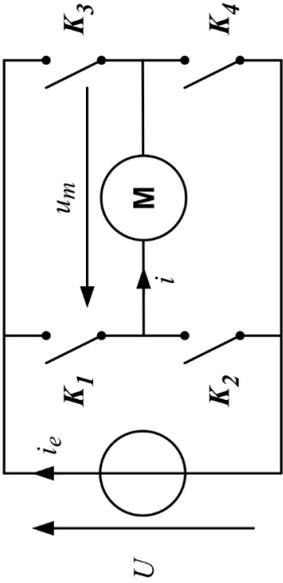
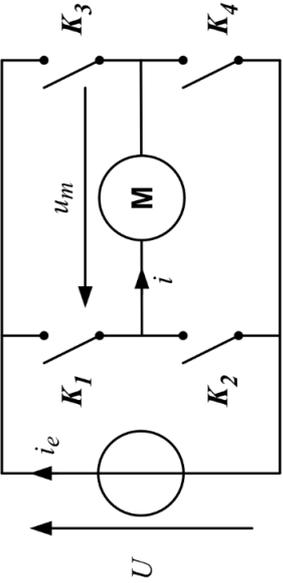
Q23. Sur le Document réponse DR2, indiquer la nature des flux : puissance électrique, puissance mécanique ou information.



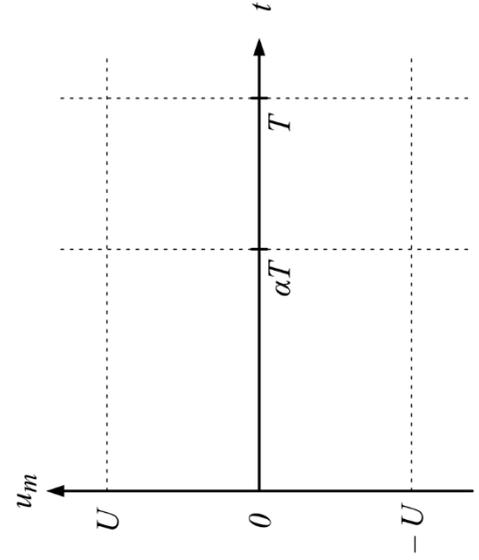
NE RIEN ECRIRE DANS CE CADRE

Document réponse DR3

Q39. Sur le Document réponse DR3, **surligner** en couleur le trajet du courant du moteur $i(t)$ sur le schéma donné de 0 à αT puis de αT à T . En **déduire** l'expression de $u_m(t)$ en fonction de U pour chaque phase.

<p>Phase $0 < t < \alpha T$:</p> <ul style="list-style-type: none"> - K_1 et K_4 passants - K_2 et K_3 non passants 		$u_m(t) =$
<p>Phase $\alpha T < t < T$:</p> <ul style="list-style-type: none"> - K_1 et K_4 non passants - K_2 et K_3 passants 		$u_m(t) =$

Q40. Tracer sur le Document réponse DR3 l'allure de la tension $u_m(t)$ sur une période T .



Tournez la page S.V.P.

Document réponse DR4

Q42. Sur le Document réponse DR4, relier sur le modèle le voltmètre, l'action du couple de frottement ainsi que le capteur de position angulaire servant à l'asservissement.

