



Cycle(s)	1	2	3	4
	PS MS GS CP CE1 CE2 CM1 CM2 6 ^e 5 ^e 4^e 3 ^e			
Exploitation des évaluations nationales de 4^e Accompagnement personnalisé en mathématiques - Fiche professeur				

Nombres et calculs

Calculs avec les nombres relatifs

Choix du sous-thème : calculs avec les nombres relatifs

L'addition et la soustraction des nombres relatifs sont introduites dès le début de cycle 4 ; entretenir leur assimilation tout au long du cycle, tant par des exercices d'entraînement technique (calcul mental ou écrit) que par la résolution de problèmes les mettant en jeu, participe à remplir les objectifs inhérents à l'apprentissage de ces nombres : « étendre les décimaux positifs à un ensemble plus vaste dans lequel toutes les soustractions sont possibles ; assoir le statut de nombre ; enrichir le catalogue d'outils mathématiques pour modéliser et résoudre des problèmes de la vie courante ; étendre à la droite entière la graduation pour repérer et se repérer »¹. De surcroît, l'addition peut être exploitée pour introduire la multiplication : si plusieurs démarches le permettent, l'une d'entre elles consiste notamment à l'approcher par l'addition itérée, à l'image de ce qui se fait avec les entiers naturels. Enfin, et parce qu'elles interviennent dans les actes de réduction en calcul littéral, ces deux opérations constituent dans ce domaine un prérequis qu'il convient d'automatiser. Sans reprendre la construction didactique du nombre relatif, cette fiche s'inscrit dans l'approche proposée dans le document Éduscol « **utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes : les nombres relatifs** » et dans le Parcours d'Étude et de Recherche du groupe didactique de l'IREM d'Aix-Marseille intitulé « **Les nombres relatifs en 5^e** », qui s'appuie sur des programmes de calcul. On pourra s'y référer pour notamment appréhender les choix réalisés ici.

Dans les programmes

Cinquième

Les nombres relatifs (d'abord entiers, puis décimaux) sont construits pour rendre possibles toutes les soustractions. La notion d'opposé est introduite, l'addition et la soustraction sont étendues aux nombres décimaux (positifs ou négatifs).

Quatrième

Le produit et le quotient de décimaux relatifs sont abordés.

Troisième

Le travail est consolidé notamment lors des résolutions de problèmes.

1. « utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes : les nombres relatifs » - Éduscol, mars 2016

Items libérés concernés et analyse des distracteurs

L'analyse des distracteurs, faite en collaboration avec la DEPP, donne des indications sur les réponses erronées sans présupposer de la démarche réelle de l'élève.

ITEM 1 (issu des tests spécifiques sur les automatismes)

$$-5 + 7 = \dots$$

2 -12 12 -2

Réponse : -12.

L'élève a ajouté les distances à zéro puis met un signe - parce que le calcul comporte un signe - .

Réponse : 12.

L'élève a ajouté les distances à zéro puis il a déterminé correctement le signe du résultat.

Réponse : -2.

L'élève a soustrait les distances à zéro puis met un signe - parce que le calcul comporte un signe - .

ITEM 2 (issu des tests spécifiques sur les automatismes)

$$7 - (-5) = \dots$$

12 -12 2 -2

Réponse -12.

L'élève a ajouté les distances à zéro puis met un signe « moins ». Un calcul comportant deux signes « moins » ne peut être que négatif pour ces élèves. Cela démontre une incompréhension du signe « moins » et de ses différentes significations : marqueur d'un nombre négatif, signe de soustraction, marqueur de l'opposé.

Réponse 2.

- L'élève a calculé $7 - 5$ ne tenant compte que de la soustraction sans considérer le deuxième nombre comme un nombre négatif.
- L'élève peut aussi avoir calculé $7 + (-5)$: il transforme une soustraction en addition mais ne prend pas l'opposé du deuxième nombre.

Réponse -2.

L'élève met un signe - à son résultat puisque le calcul comporte deux signes moins puis il fait la soustraction de 7 et de 5.

Analyse des erreurs et des difficultés liées au calcul avec les nombres relatifs

	Erreurs/Obstacles	Accompagnement
Addition de nombres relatifs (Item 1)	<p>L'addition de deux nombres relatifs permet de modéliser beaucoup de situations issues de la vie courante dont notamment celles relevant :</p> <ul style="list-style-type: none"> soit d'un bilan de deux variations (gains et pertes, montées et descentes d'un ascenseur, déplacements vers la droite ou vers la gauche le long de la droite graduée); soit d'une application d'une variation (augmentation, diminution) à un état (température, altitude, solde d'un compte financier, score d'un joueur). <p>L'élève peut être en difficulté pour associer l'addition de deux nombres à une de ces situations.</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Travail sur des situations usuelles se modélisant par une addition de nombres relatifs, dans des contextes de température, de gain/perte. ✓ Mise en évidence de l'analogie entre ces contextes et celui, plus abstrait, des déplacements sur la droite graduée. ✓ Exercices d'automatisation de l'addition à partir de l'exploitation du modèle-tremplin des déplacements sur une droite graduée. ✓ Résolution de problèmes se modélisant par une addition de nombres relatifs.
Soustraction de nombres relatifs (Item 2)	<p>Le pourcentage de réussite à cet item baisse significativement par rapport à l'item précédent :</p> <ul style="list-style-type: none"> La métaphore de l'application du bilan de deux variations ou de l'application d'une variation à un état se complexifie pour la soustraction. Se ramener à une situation de la vie réelle est difficile. La règle intra mathématique : « soustraire c'est ajouter l'opposé » ne fait pas sens pour près de la moitié des élèves. 	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Rappel de la construction de la règle de la soustraction à l'aide de l'addition et de la notion d'opposé. ✓ Exercices d'automatisation de la règle de soustraction. ✓ Exercices de calcul constitués d'addition et de soustraction. ✓ Résolution de problèmes faisant intervenir des additions et des soustractions de nombres relatifs.

Parcours d'activités pour mieux réussir le calcul avec les nombres relatifs - Consolider les automatismes

Objectif

Le but général poursuivi dans les activités proposées est de remédier aux erreurs de calcul dans les opérations d'addition et de soustraction de nombres relatifs. Tout en variant les contextes pour éviter la prégnance d'une représentation qui nuirait à la construction du statut de nombre². Le parti pris ici consiste à associer l'addition de nombres relatifs à un bilan de déplacements sur une droite graduée et préalablement installé, de par son caractère abstrait, comme modèle des situations usuelles (températures, gain/pertes).

Pour les élèves qui entretiennent des procédures erronées, ce parcours peut constituer à la fois une ressource à laquelle ils peuvent se référer, notamment pour identifier les situations qui relèvent d'un modèle d'addition ou de soustraction de nombres relatifs, et un levier pour leur permettre d'automatiser les opérations à travers une pratique régulière du calcul.

2. Document « utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes : les nombres relatifs » - Éduscol, mars 2016 :

- Page 3 : « La variété des contextes utilisés évitera que la prégnance d'un modèle empêche la construction du statut de nombre. »
- Page 5 : « S'ils constituent une aide indéniable pour la compréhension de l'addition, le modèle « gain-perte », ou le modèle « montée-descente » peuvent constituer un réel obstacle à la compréhension de la multiplication de deux nombres, notamment s'ils sont tous deux négatifs. »

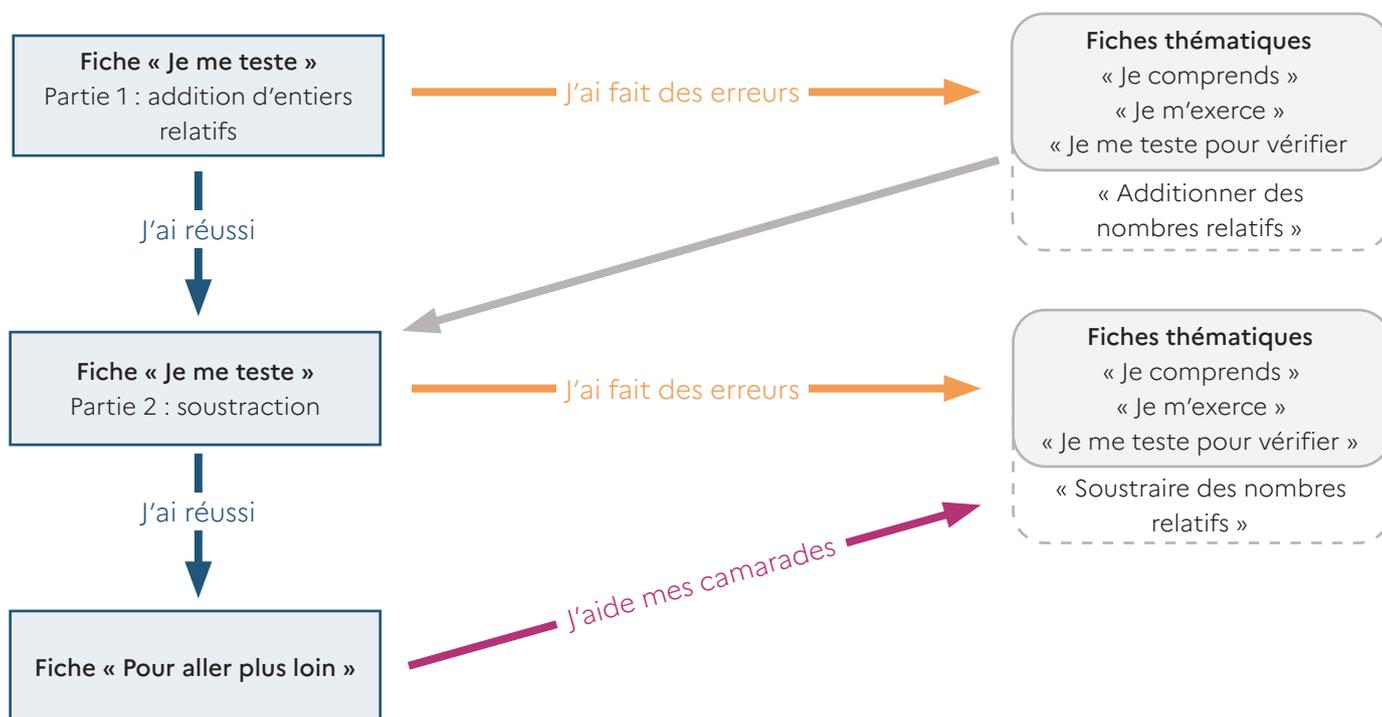
Présentation et mise en œuvre : parcours différencié à proposer lors de l'accompagnement personnalisé

Le parcours est constitué de plusieurs fiches de travail, précédé d'un test court et qui vient prolonger les questions des évaluations nationales dans le domaine du calcul avec des nombres relatifs. Ce test peut être soumis aux élèves en introduction dans son intégralité, ou bien être proposé partie par partie tout au long du parcours. Selon les différents types d'erreurs identifiées, le plan renvoie aux fiches thématiques correspondantes à réaliser, chacune structurée en trois parties : « Je comprends », « Je m'exerce » et « Je me teste ».

L'ensemble du parcours, test y compris, a été conçu pour permettre sa réalisation par les élèves en autonomie sous la supervision du professeur.

Exemple de mise en œuvre :

1. Les élèves résolvent à leur rythme les questions de la fiche « Je me teste » visant chacune un objectif particulier.
2. Ils s'autocorrigent et prennent connaissance du parcours qu'ils vont alors suivre, en fonction de leurs réussites et de leurs difficultés.
3. En fonction des réussites :
 - soit ils n'ont pas fait d'erreurs et passent aux questions de la fiche « Je me teste » du niveau suivant,
 - soit ils ont fait des erreurs, ils les identifient et passent aux fiches thématiques correspondantes qui par leurs trois parties « Je comprends », « Je m'exerce » et « Je me teste » permettent aux élèves de comprendre, consolider leurs connaissances.



Ressources

- [« Utiliser les nombres pour comparer, calculer et résoudre des problèmes : les nombres relatifs »](#) - Éduscol, mars 2016
 - Page 2 : « Le repérage des nombres relatifs »
Dans cette partie est notamment abordée la référence à la droite graduée.
 - Page 3 : « Les opérations »
Ici, le document présente quelques situations courantes pouvant être modélisées par une addition ou une soustraction de nombres relatifs.
- [« Le calcul numérique au collège »](#) - Éduscol, mars 2016
 - Page 18 : « 3.4 Les nombres relatifs »
Cette section présente notamment l'addition comme un bilan de déplacement sur une droite graduée.

Pour aller plus loin

- [« Les nombres relatifs en 5^e »](#), Parcours d'Étude et de Recherche du groupe didactique de l'IREM d'Aix-Marseille.
- [Fiche d'accompagnement sur la thématique du calcul de nombres relatifs](#)
- [Pour accompagner le tutorat](#)