

DIPLÔME NATIONAL DU BREVET

SESSION 2020

MATHEMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00

100 points

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte **6** pages numérotées de la page **1 sur 6** à la page **6 sur 6**.

L'utilisation de la calculatrice avec mode examen actif est autorisée.

L'utilisation de la calculatrice sans mémoire, « type collègue » est autorisée.

Le sujet est constitué de cinq exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

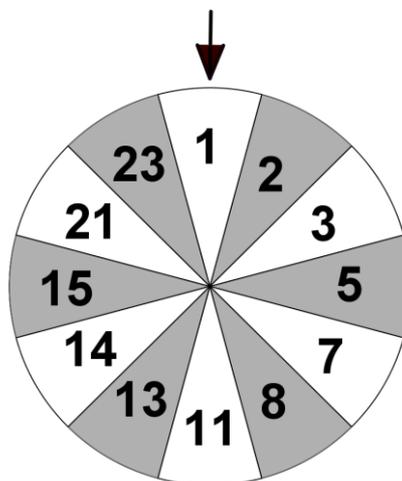
Exercice 1	22 points
Exercice 2	13 points
Exercice 3	25 points
Exercice 4	20 points
Exercice 5	20 points

L'évaluation prend en compte la clarté et la précision des raisonnements ainsi que, plus largement, la qualité de la rédaction. Elle prend en compte les essais et les démarches engagées, même non abouties. Toutes les réponses doivent être justifiées, sauf mention contraire.

Exercice 1 : 22 points

Dans cet exercice, toutes les questions sont indépendantes.

1. Calculer $\frac{7}{8} - \frac{5}{8} \times \frac{1}{3}$ en détaillant les étapes. Exprimer le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.
2. On sait que $342 = 2 \times 3^2 \times 19$ et que $380 = 2^2 \times 5 \times 19$. Déterminer le plus grand nombre entier qui divise à la fois 342 et 380.
3. Comparer ces deux longueurs : 11×10^{-8} m et $0,9 \times 10^{-5}$ m.
4. Une boule a pour diamètre 6 cm. Déterminer une valeur approchée de son volume au cm^3 près.
Formule du volume d'une boule : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times r^3$ dans laquelle r est le rayon de la boule.
5. Les longueurs des côtés d'un triangle sont 3,9 cm ; 6,4 cm et 5,2 cm. Ce triangle est-il un triangle rectangle ?
6. Une urne contient 20 boules colorées indiscernables au toucher. On tire au hasard une boule dans l'urne. Sachant que la probabilité de tirer une boule jaune est égale à $\frac{1}{5}$, déterminer le nombre de boules jaunes dans cette urne.
7. On fait tourner la roue ci-dessous et on attend qu'elle s'arrête. Une flèche verticale fixe permet alors de pointer un secteur angulaire. Chaque secteur angulaire a la même probabilité d'être pointé par la flèche. Quelle est la probabilité que la flèche indique un secteur angulaire de couleur grise qui contient un nombre premier ?



Exercice 2 : 13 points

La pétanque est un jeu qui oppose deux équipes adverses. L'objectif est de lancer des boules en métal pour les placer le plus près possible d'un « but », appelé aussi « cochonnet », qui est une petite boule en bois.



Lors d'une rencontre amicale hors compétition, 10 joueurs se présentent avec chacun 3 boules en acier. Toutes les boules sont pesées et mesurées et les résultats sont reportés dans le tableau ci-dessous :

Diamètre en cm		7,05	7,25	7,3	7,3	7,5	7,5	7,5	7,73	7,75	8,1	8,2	8,2
Masse en g	620	626	633	655	678	725	758	767	775	790	800	805	813
Effectif	1	2	4	5	2	3	4	1	1	2	2	2	1

1. L'étendue de la série des diamètres vaut 12 mm. Sachant que toutes les boules de pétanque de cette rencontre amicale ont un diamètre inférieur ou égal à 8,2 cm, montrer que le diamètre de la boule de pétanque qui pèse 620 grammes est 7 cm.
2.
 - a. Montrer que la masse moyenne des boules utilisées pour cette rencontre amicale est supérieure ou égale à 626 grammes.
 - b. Déterminer la masse médiane des boules utilisées pour cette rencontre amicale.
3. En utilisant le document ci-dessous, peut-on affirmer qu'au moins un tiers des boules utilisées lors de cette rencontre amicale ne seraient pas acceptées en compétition officielle ?

Document : *Caractéristiques d'une boule de pétanque pour la compétition**

- Être en métal (acier, inox, bronze, ...)
- Avoir un diamètre compris entre 7,05 cm (minimum) et 8 cm (maximum).
- Avoir une masse comprise entre 650 grammes (minimum) et 800 grammes (maximum).

**D'après le règlement officiel de la Fédération Internationale de Pétanque et Jeu Provençal*

Exercice 3 : 25 points

Voici un programme de calcul :

Choisir un nombre
Lui ajouter 2
Mettre le résultat au carré
Enlever 9

1.
 - a. Vérifier que, si l'on choisit 3 comme nombre de départ, alors ce programme donne 16 comme résultat.
 - b. Si l'on choisit -6 comme nombre de départ, quel résultat donne ce programme ?

Dans toute la suite de cet exercice, on appelle x le nombre choisi au départ.

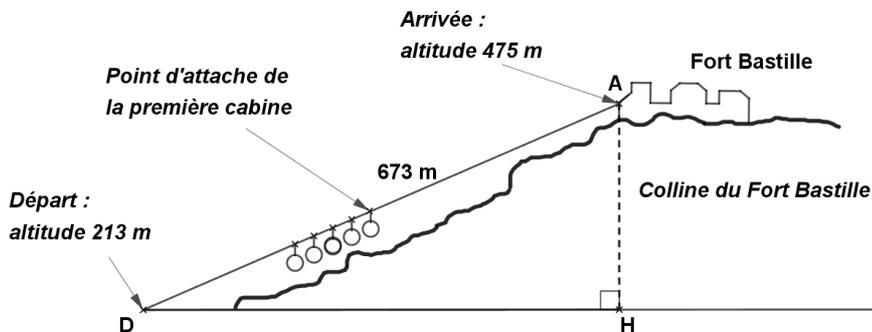
2. Exprimer le résultat de ce programme en fonction de x .
3.
 - a. Montrer que le résultat de ce programme peut s'écrire sous forme factorisée $(x + 5)(x - 1)$.
 - b. Quel(s) nombre(s) doit-on choisir au départ pour trouver 0 comme résultat ?
 - c. Donner une valeur de x telle que le résultat du programme soit un nombre négatif.
4. Montrer que le résultat du programme s'écrit sous forme développée $x^2 + 4x - 5$.
5. On appelle f la fonction définie par $f(x) = x^2 + 4x - 5$.
 - a. La fonction f est-elle une fonction affine ?
 - b. Déterminer les antécédents de -5 par f .

Exercice 4 : 20 points

Le téléphérique de la ville de Grenoble relie le centre-ville au Fort Bastille construit sur une colline surplombant la ville. Sa longueur est de 673 mètres.



La situation est schématisée par la figure ci-dessous.



1. Montrer que la longueur AH que l'on appelle dénivelé entre les points de départ et d'arrivée est égale à 262 m.
2. Déterminer, au dixième de degré près, la mesure de l'angle \widehat{ADH} .
3. La pente du téléphérique s'obtient en calculant le quotient :

$$\text{pente} = \frac{AH}{DH} = \frac{\text{dénivelé}}{\text{distance horizontale correspondante}}$$

La pente de ce téléphérique est-elle supérieure à 50% ?

4. Un trajet entre D et A dure 4 minutes. Pour simplifier, on considère que la vitesse du téléphérique est constante pendant tout le trajet.
 - a. Montrer que la vitesse du téléphérique pour ce trajet est d'environ 2,8 m/s.
 - b. Au départ, le point d'attache de la première cabine est au point D. À quelle altitude se situe ce point d'attache 3 minutes après son départ ?
5. Voici les tarifs du téléphérique du fort Bastille :

Plein tarif	Tarif enfants de moins de 15 ans	Tarif enfants de 15 ans à 18 ans
Aller simple : 5,60 €	Aller simple : 3,20 €	Aller simple : 4,20 €

Madame Dupond, monsieur Dupond et leurs cinq enfants, âgés de moins de 18 ans, ont acheté sept allers simples pour monter ensemble au fort Bastille par le téléphérique. Madame Dupond a réglé au total 30,20 €.

Dans la famille Dupond, combien d'enfants ont moins de 15 ans ?

Exercice 5 : 20 points

Pour réaliser la figure 1 constituée de triangles équilatéraux, Solène a écrit le programme ci-dessous, dans lequel deux valeurs ont été effacées. Les longueurs sont données en nombre de pixels.

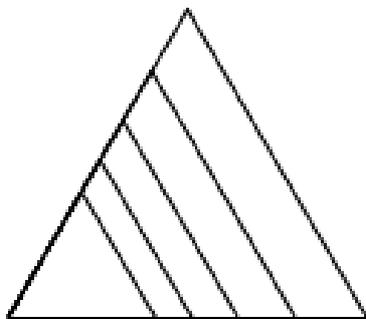


Figure 1

Cette figure n'est pas à l'échelle.

Script principal	Bloc « Triangle équilatéral »
<pre>quand est cliqué s'orienter à 90 aller à x: 0 y: 0 effacer tout stylo en position d'écriture mettre côté à 125 mettre k à 0.8 répéter fois Triangle équilatéral mettre côté à côté * k</pre>	<pre>définir Triangle équilatéral répéter 3 fois avancer de côté tourner de degrés</pre>

On rappelle que l'instruction « s'orienter à 90 » consiste à s'orienter horizontalement vers la droite.

- Donner le nombre associé à l'instruction « répéter » (ligne 8) qui a été effacé dans le script principal.
 - Donner le nombre associé à l'instruction « tourner » (ligne 4) qui a été effacé dans le bloc « Triangle équilatéral ».
- Montrer que la longueur du côté du deuxième triangle tracé est 100 pixels.
- Les deux affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ? Justifier.
Affirmation 1 : « D'un triangle au triangle suivant dans l'exécution du programme, la longueur du côté du triangle diminue de 20 % . »
Affirmation 2 : « D'un triangle au triangle suivant dans l'exécution du programme, l'aire du triangle est multipliée par 0,64. »
- Quel est le nom de la transformation du plan qui permet de passer d'un triangle au triangle suivant dans l'exécution du programme ?
 - Solène souhaite modifier son programme pour que chaque triangle tracé soit un agrandissement du triangle précédent dans l'exécution du programme. Donner une valeur possible pour k .