



FONCTIONS AFFINES

MODÉLISATION DE L'ÉLÉVATION DU NIVEAU DES OCÉANS

Prérequis :

fonctions affines, coefficient directeur, lecture graphique, équations du premier degré

Références au programme :

Phénomènes d'évolution : croissance linéaire, fonctions affines.

Automatismes : Estimer graphiquement une valeur atteinte ou un antécédent, résoudre une équation du premier degré.

Domaine :

Fonctions affines

Compétences mathématiques :

- **Chercher** : savoir extraire les informations et les données d'un texte, d'un graphique.
- **Modéliser** : utiliser un modèle pour faire des prévisions, critiquer, modifier le modèle.
- **Calculer** : une image, un antécédent par une fonction affine, résoudre une équation du premier degré.
- **Communiquer** : exprimer à l'écrit ou à l'oral le protocole d'une démarche, interpréter un résultat dans un contexte autre que mathématique et faire le lien entre des registres linguistiques.

Enjeux et débats : le rôle de la modélisation dans les politiques climatiques

La situation proposée permet de développer le regard critique des élèves à partir de données expérimentales sur les conséquences des changements climatiques, plus particulièrement la hausse du niveau des océans. Dans l'intervalle de temps considéré (1993-2019), la montée du niveau des océans peut être modélisée par une fonction affine. Cette situation permet aux élèves d'aborder l'utilisation de modèles mathématiques dans l'objectif de faire des prévisions. Elle n'exige pas de calculs compliqués et permet de réinvestir des connaissances de la classe de seconde. La compréhension du modèle et son utilisation pour faire des prévisions permettent de percevoir le rôle que peuvent jouer les mathématiques dans des questions de société en éclairant les prises de décisions, comme dans le domaine des politiques environnementales.

Intentions pédagogiques

Cette activité mobilise les connaissances abordées en classe de seconde sur les fonctions affines dans une situation de modélisation mathématique en lien avec la construction de l'identité du citoyen. Le choix de traiter la hausse du niveau des océans permet de sensibiliser les élèves à la lecture et à l'interprétation de données scientifiques dans un contexte d'actualité et potentiellement lié à d'autres spécialités étudiées en classe de première. L'utilisation de données issues d'un site gouvernemental permet aussi de sensibiliser les élèves à la recherche documentaire et à la fiabilité des sources.

La situation peut être traitée selon trois étapes :

- dans une première étape, on s'appuie essentiellement sur la lecture graphique et l'intuition calculatoire de l'élève sans évoquer explicitement le formalisme spécifique des fonctions affines. Ce choix permet à tous les élèves de s'engager dans un travail qu'ils peuvent réaliser même dans le cas où ils ne sauraient plus mobiliser efficacement les connaissances liées aux fonctions affines. Réussir les premières questions permet aux élèves de les rassurer quant à leur capacité à faire face à un problème mathématique et à s'engager plus facilement dans l'abstraction ;
- une deuxième étape est consacrée à la formalisation mathématique en utilisant le calcul du coefficient directeur et l'expression algébrique d'une fonction affine. Le passage au registre algébrique permet aussi de résoudre des problèmes de seuil dont le niveau de difficulté peut s'adapter aux profils des élèves ;
- un dernier temps est consacré à la critique du modèle et à une phase bilan s'appuyant sur une recherche documentaire complémentaire.

Retrouvez éducol sur



Scénario pédagogique

Modalités

Le scénario peut se dérouler sur une séance de 1 h ou une 1 h 30. La mise en œuvre du travail peut se faire en binômes ou en petits groupes avec une restitution écrite.

Un prolongement est possible sous forme de travail à la maison individuel ou en petits groupes, avec une restitution orale constituant un bilan de l'activité.

Déroulement

Une première phase peut consister à ménager un véritable temps de recherche afin de permettre aux élèves de confronter leurs interprétations et les choix de formalisation mathématique du modèle à la situation.

Une phase de retour collectif et d'institutionnalisation est utile pour :

- formaliser les points du programme travaillés et élaborer une trace écrite ;
- expliciter les enjeux de la modélisation, ses limites et le rôle des mathématiques dans une situation qui nécessite des choix de société.

Situation de l'activité

La figure suivante montre l'évolution du niveau moyen des océans mesuré entre 1993 et 2019. Le niveau constaté en 1993 est pris comme référence et fixé à 0 cm.

Les courbes verte et noire sont obtenues à partir de mesures réalisées respectivement semi-annuellement et annuellement.



D'après : <https://www.ecologie.gouv.fr/impacts-du-changement-climatique-littoral-et-milieu-marin>

Retrouvez éducol sur



Compréhension du modèle affine

À partir de ce document, il est intéressant de faire travailler les élèves sur la modélisation du phénomène et les amener à conjecturer l'allure d'une courbe qui approche au mieux ces données expérimentales.

Une question d'accroche peut déjà projeter les élèves vers la prévision comme par exemple « À partir des données, que peut-on prévoir pour 2030 ? ». Les élèves pourront s'appuyer sur l'interprétation de la valeur 3,37 mm/an dans le cadre de la situation et avoir l'intuition de la droite d'ajustement affine. Si ce n'est pas le cas, on peut leur demander de dessiner l'allure d'une droite qui approche au mieux les données et dont on peut calculer le coefficient directeur en prenant appui sur un travail de lecture graphique (rapport entre la variation en ordonnées et en abscisses).



Source : <https://www.ecologie.gouv.fr/impacts-du-changement-climatique-littoral-et-milieu-marin>

L'identification de la valeur proposée en légende comme étant le coefficient directeur de la droite d'ajustement peut donner lieu à une interprétation. Il est, en effet, intéressant d'attirer l'attention des élèves sur l'unité de mesure de ce coefficient directeur afin de lier à la vitesse moyenne d'élévation du niveau moyen des océans.

Utilisation du modèle et formalisation

Dans une deuxième phase, on utilise le modèle pour réaliser des prévisions sur l'élévation du niveau moyen des océans dans un futur proche ou lointain. Cette étape offre l'occasion de travailler également à partir d'une expression algébrique de la fonction affine obtenue par la droite d'ajustement. À ce stade, il est possible de montrer aux élèves la droite de régression proposée par les scientifiques : les écarts entre les points obtenus à partir des données

Retrouvez éducol sur



expérimentales et ceux de la droite peuvent ouvrir sur une réflexion critique autour de la modélisation. Les élèves peuvent être surpris par l'ordonnée à l'origine négative de la droite suggérée et proposer par la suite, une droite d'ajustement d'ordonnée nulle à l'origine. Ce point de vigilance permet de développer l'esprit critique et engage un véritable travail autour de la compétence *modéliser* : en comparant plusieurs expressions pour la fonction affine modélisant le phénomène, on pourra travailler sur les écarts entre différents modèles et sur les approximations plus ou moins pertinentes à l'égard de la situation réelle.

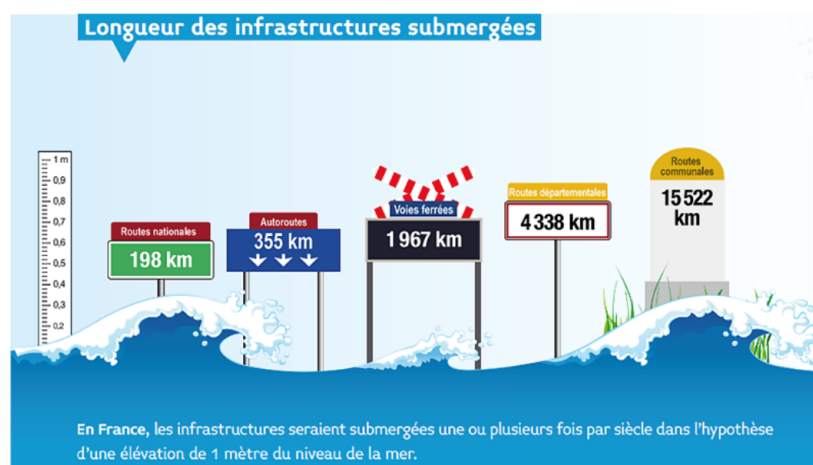
L'expression algébrique de la fonction affine permet aussi de répondre à des problèmes de seuil, en posant la question de l'année à partir de laquelle l'élévation dépassera une certaine valeur.

Enfin, les élèves les plus à l'aise en calcul peuvent proposer un autre modèle affine pour les années futures prolongeant le premier le modèle proposé : on peut par exemple chercher un nouveau modèle affine tel que l'élévation moyenne ne dépasse pas un seuil donné avant un certain nombre d'années.

Critique du modèle et mathématiques du citoyen

Il est possible d'évoquer d'autres modèles, en effet le modèle linéaire paraît pertinent sur l'intervalle de temps considéré, mais il peut ne pas être adapté sur un intervalle plus large.

L'activité permet de questionner le rôle des mathématiques et l'impact des modèles de prévisions dans des choix de société. Ainsi, le modèle est vu à la fois comme descripteur d'une réalité (les données expérimentales), comme outil pour réaliser des prévisions et comme point de départ pour des prises de décision. En ce sens, on pourra demander aux élèves un bilan de l'activité en s'appuyant sur la représentation des infrastructures submergées proposée à l'adresse : <https://www.ecologie.gouv.fr/impacts-du-changement-climatique-littoral-et-milieu-marin>.



Crédits : Meem/Dicom

Retrouvez éducol sur



En guise de prolongement les élèves peuvent utiliser une carte interactive afin de visualiser l'impact de quelques centimètres de montée des eaux sur les zones côtières françaises. (https://coastal.climatecentral.org/map/8/-0.1154/46.9097/?theme=water_level&map_type=water_level_above_mhbw&asemap=roadmap&contiguous=true&elevation_model=best_available&refresh=true&water_level=1.9&water_unit=m)

Exemples de questions

1. Décrire la figure : quelle semble être l'évolution du niveau moyen des océans depuis 1993 ?
2. À partir des données, est-il possible de prévoir l'évolution du niveau moyen des océans en 2030 ?
3. Que représente la valeur 3,37 mm/an indiquée sur ce graphique ?
4. Retrouver la valeur 3,37 mm/an (approximativement) par un calcul à partir de la représentation graphique de la droite pointillée.
5. Si cette évolution se confirmait, quelle serait l'élévation du niveau moyen des océans en 2033? En 2050 ?
6. Soit h une fonction affine modélisant l'élévation du niveau moyen des océans (en millimètre) en fonction du temps x (en années) d'après ce modèle. Donner une expression de $h(x)$ entre 1993 et 2019.
7. À partir de quelle année l'élévation du niveau moyen des océans dépasserait les 50 cm si ce modèle se confirmait ?
8. Ce modèle prévoit une élévation du niveau moyen des océans de 229,16 mm en 2060. On souhaite limiter cette élévation à 150 mm suivant un modèle d'évolution linéaire entre 2019 et 2060.
 - a. En considérant qu'en 2019 l'élévation des océans était de 91 mm, quel devrait être le coefficient directeur de la droite représentant ce modèle d'évolution entre 2019 et 2060 ?
 - b. Soit g la fonction affine qui modélise l'élévation moyenne des océans dans ces nouvelles conditions, donner une expression de $g(x)$.
9. (Travail à la maison) Compte tenu de l'étude que l'on vient de réaliser, rédiger une explication de l'infographie suivante qui apparaît sur le site du ministère de la transition écologique :
<https://www.ecologie.gouv.fr/impacts-du-changement-climatique-littoral-et-milieu-marin>

Commentaires sur l'activité

Analyse a priori

Comme cela a été dit dans la description de la situation, l'un des points de vigilance les plus importants est celui du travail de recherche d'une expression algébrique de la fonction affine modélisant la situation. L'utilisation de valeurs approchées est porteuse d'apprentissages et permet de sensibiliser les élèves sur la pertinence du niveau de précision choisi : différence avec la valeur exacte et statut du symbole « = », nombre de chiffres après la virgule, utilisation de la calculatrice... En revanche, l'obtention par les élèves de résultats différents doit être anticipée, notamment en prévision d'une correction collective ou individuelle. Le calcul par lecture graphique du coefficient directeur en posant deux points sur la droite dépend de plusieurs choix des élèves. Ainsi, tous n'ont pas tracé la même droite et la lecture graphique des coordonnées ne permet pas une précision qui amènerait tous les élèves au même résultat.

L'utilisation de la calculatrice ou d'un tableur pour afficher la liste des valeurs de l'élévation du niveau de l'eau après l'année 2019 permet de travailler des compétences algorithmiques, mais nécessite un travail d'explicitation de la différence entre modèle discret et continu. En effet, cette même situation peut se traiter dans un cadre discret en modélisant l'évolution par une suite arithmétique. La résolution de problèmes de seuil par la résolution d'équations du premier degré permet de rester dans un cadre continu.

Manipuler

L'exploitation du graphique par lecture de valeurs approchées, éventuellement à l'aide d'un instrument de mesure, permet à l'élève de se familiariser avec l'utilisation d'une courbe pour extraire des informations. Le fait que les valeurs lues sur le graphique nécessitent une approximation parfois conséquente permet de rassurer l'élève par rapport à la recherche du seul bon résultat, mais c'est une posture qui peut aussi surprendre et doit être accompagnée pour être comprise et acceptée.

Verbaliser

La situation proposée se prête à un travail d'explicitation des apports des mathématiques à la compréhension du phénomène d'évolution. Cela est possible par le biais de questions qui peuvent s'appuyer sur la description de la représentation graphique, l'interprétation de la valeur 3,37 mm/an affichée dans le document officiel ou en détaillant les prévisions de croissance déterminées à l'aide d'expressions algébriques.

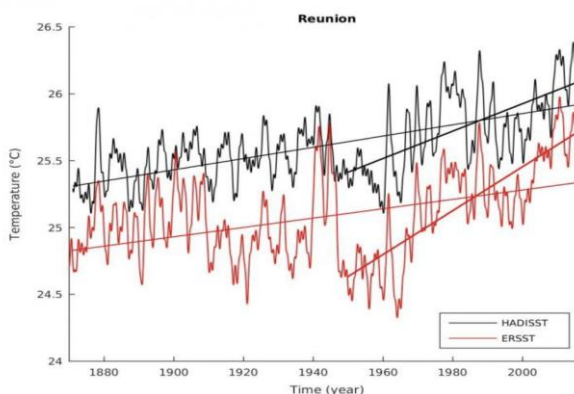
Abstraire

Le travail engagé sur la modélisation de la situation permet à l'élève de passer à un registre formel en utilisant des expressions algébriques de fonctions pour prolonger l'étude à des questions de seuil ou à des propositions de nouvelles modélisations répondant à d'autres contraintes : « à partir de quelle année... ? », « proposer un modèle avec une autre fonction affine telle que... ? ».

Pistes de différenciation

Les élèves les plus à l'aise avec la notion de fonction affine peuvent prolonger le travail sur d'autres modélisations affines en s'appuyant sur des situations issues du même site gouvernemental comme, par exemple, celle ci-dessous portant sur l'évolution de la température de la surface de l'eau autour de l'île de la Réunion.

Variations de la température de surface en moyenne mensuelle filtrée par un filtre de Hanning sur 25 mois sur un carré de 2° de longitude par 2° de latitude centré sur La Réunion



Crédits : Hadley Center Sea Ice, SST data and Extended Reconstructed SST

Source : <https://www.ecologie.gouv.fr/impacts-du-changement-climatique-littoral-et-milieu-marin>

Pistes d'évaluation

L'utilisation des autres situations, disponibles sur le même site internet et évoquées dans le paragraphe précédent, peut se faire en évaluation écrite en classe ou en travail à la maison.

Il peut être intéressant d'évaluer les élèves sur des questions à prise d'initiative comme, par exemple, analyser la figure en proposant un modèle affine pour décrire l'évolution du phénomène et faire des prévisions. Ce type de tâche se prête aussi à un travail oral sous forme de podcast ou d'exposé avec support écrit.

Retrouvez éducol sur

