



Mathématiques

Calculer un taux d'évolution

Domaine

Organisation et gestion de données

Sous domaine

Statistiques et probabilités

Compétences mathématiques

Chercher, modéliser, raisonner, calculer, communiquer

Objectifs

- Diagnostiquer les difficultés de mise en œuvre de la proportionnalité et des pourcentages.
- Corriger les erreurs récurrentes dans l'interprétation des pourcentages.
- Travailler sur l'erreur et l'exploiter pour lever les ambiguïtés.
- Réactiver et consolider le calcul du taux d'évolution global lors d'évolutions successives ou réciproques.
- Décomposer une tâche complexe en plusieurs sous-tâches.
- Consolider le travail sur les fréquences, proportions, pourcentages, coefficient de proportionnalité, taux d'évolution, coefficient multiplicateur.

Modalités

L'activité peut être divisée en quatre temps, adaptables selon les besoins du professeur et l'avancement dans le chapitre. Elle comporte un diagnostic (voir fin de document), qui peut être en partie réalisé en amont et une activité principale, réalisée de préférence en groupes, qui peut se diviser en trois parties.

Énoncé de l'activité d'accompagnement personnalisé

Une entreprise donne à ses salariés une prime trimestrielle de 150 €. En 2020 avec l'arrivée de la pandémie de Covid19 et le ralentissement de l'activité économique, l'entreprise se retrouve fragilisée. La directrice de l'entreprise décide alors de baisser le montant de la prime trimestrielle de 30 %. Les salariés acceptent cette décision pour sauver leur entreprise et leurs emplois.

En 2021, la situation économique de l'entreprise commence à s'améliorer. La directrice décide alors d'augmenter la prime de 7 % chaque trimestre de l'année, afin de compenser progressivement la baisse de l'année précédente. Les salariés contestent cette augmentation et demandent une augmentation progressive de la prime de 10 % à chacun des trimestres ou une augmentation immédiate d'au moins 50 %. La directrice juge cette demande excessive et la refuse.

À partir de 2022, le montant de la prime resterait le même qu'au dernier trimestre 2021.

Étudier la situation sur l'ensemble de l'année 2021 pour comprendre les enjeux. Les scénarios envisagés permettent-ils que le montant de la prime revienne au niveau d'avant la crise ? Quelle est le scénario le plus avantageux pour les salariés ?

Commentaires de l'activité

Analyse de l'activité

Procédures correctes pour résoudre la tâche

Les élèves doivent déterminer le montant de la prime pour chaque trimestre de 2021 dans les trois cas :

- baisse de 30 % puis 4 hausses successives de 7 %
- baisse de 30 % puis 4 hausses successives de 10 %
- baisse de 30 % puis hausse de 50 %

Ils doivent ensuite comparer le montant de la prime annuelle que cela représente, et comparer les montants de la prime au dernier trimestre 2021.

Quelles erreurs les élèves risquent-ils de faire ? Quelles difficultés peuvent-ils rencontrer ?

- Le nombre de trimestres dans une année civile n'est pas le nombre de trimestres dans une année scolaire : les élèves peuvent n'appliquer que 3 évolutions au lieu 4. Cette erreur ne change en rien la tâche mathématique des élèves mais peut changer la conclusion de la résolution. (remédiation A).

- Les élèves peuvent être en difficulté pour s'approprier la situation et organiser leur travail. (remédiation B).
- La stratégie de résolution d'une tâche complexe peut mettre en difficulté certains élèves. Une décomposition du problème en sous-problèmes pourra leur être proposée pour les aider. (remédiation B).
- Les élèves peuvent, malgré l'activité diagnostique, être tentés d'ajouter les taux d'évolution. (remédiations C et D).

Remédiations

- A - Rappeler l'étymologie de « trimestre »
- B - Suivant les difficultés à identifier les différentes étapes du problème, on pourra proposer un des 4 coups de pouce ci-dessous :

Le montant initial de la prime trimestrielle était de 150 €.

- Pendant la crise, quel était le montant de la prime trimestrielle ?

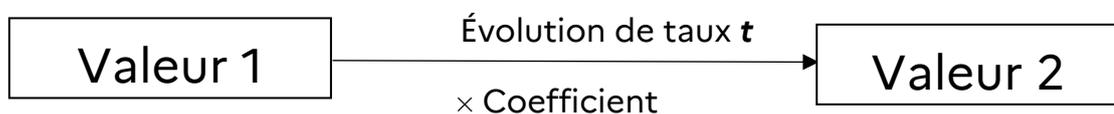
- Recopier et compléter le texte ci-après :

« Baisser 150 € de 30 % revient à multiplier 150 € par La prime trimestrielle sera alors de ... €.»

- À la sortie de la crise, calculer les montants des quatre primes trimestrielles proposées par le directeur.

- À la sortie de la crise, calculer les montants des quatre primes trimestrielles proposées par les salariés.

- C - Pour aider les élèves qui rencontrent des difficultés dans le calcul des taux d'évolution, on peut schématiser le calcul ainsi :



- D - Suivant les difficultés à la résolution des différentes étapes du problème, on pourra proposer les coups de pouce ci-dessous. Ceux-ci peuvent faire l'objet d'une mise en commun afin que les élèves soient rassurés sur le fait que les procédures correctes de l'activité diagnostique le sont encore pour une activité complexe.

1. Baisser de 30 % revient à multiplier par
2. Augmenter de 7 % revient à multiplier par....., donc augmenter quatre fois de 7 % revient à multiplier par
3. Baisser de 30 % puis augmenter 4 fois de 7 % revient à multiplier par
4. Le montant de la prime trimestrielle après la crise va de %.

Déroulé

Premier temps : diagnostic

Cette activité peut être présentée en amont de l'activité centrale. Elle peut être coupée en 2, avec les questions 1 à 4 ou les questions 5 à 8.

Second temps : début de l'activité principale

Après une phase d'appropriation individuelle (10 min), les élèves travaillent en groupes pendant 20 min et étudient les affirmations de la directrice. On pourra éventuellement leur fournir l'une des aides différenciées proposées dans le paragraphe *Remédiation*.

Troisième temps : suite de l'activité principale

Les élèves travaillent en groupe et étudient les propositions des employés. Ils les comparent ensuite à celles de la directrice. On pourra là aussi leur fournir l'une des aides différenciées proposées dans la partie remédiation.

Quatrième temps : mise en commun

Verbalisation

L'activité rend possible un travail sur les erreurs fréquentes liées aux évolutions et aux pourcentages : les taux d'évolution ne s'additionnent pas lors d'évolutions successives, des évolutions de taux opposés ne se compensent pas.

Le travail en groupe favorise les échanges entre élèves et les incite à verbaliser les notions mathématiques qu'ils veulent utiliser.

Enfin, la mise en commun est l'occasion d'un échange oral sur les méthodes employées ainsi que sur les difficultés rencontrées par les groupes.

Trace écrite

Il est intéressant de rédiger complètement la question 5 du diagnostic. C'est l'occasion de souligner le rôle important du raisonnement et de la rédaction lors de l'élaboration de la réponse. C'est aussi l'occasion de rappeler l'utilité du produit des coefficients multiplicateurs pour un calcul efficace des variations successives.

La trace écrite pourra être composée des aides proposées parmi les pistes de différenciation, ainsi que de paragraphes faisant apparaître les grandes étapes de résolution de l'activité et des questionnements des élèves (aboutis ou non). Un titre pour chacun de ces paragraphes peut être cherché en classe entière.

Il est possible de ne fournir une trace écrite que sous forme de brouillon et d'engager lors de la séance suivante un travail autour de la rédaction.

Pistes de différenciation pour les élèves ayant terminé en avance

Question supplémentaire 1

Quelle option défendra un salarié qui compte passer uniquement les deux prochaines années dans l'entreprise? Et celui qui compte y travailler encore au moins 10 ans?

Question supplémentaire 2

La directrice a-t-elle intérêt à proposer que la hausse de 7 % se poursuive sur chaque trimestre de l'année 2022? Expliquer.

Activité diagnostique sur les pourcentages et les taux évolutions

1. 7 % égale :

- 7 0,7 0,07 1,07

2. Un département français a un taux de réussite au baccalauréat de 90 %. Sachant que 2000 élèves ont passé le baccalauréat dans ce département, combien d'élèves l'ont obtenu?

- 900 1800 1910 1990

3. Le taux de chômage d'un pays est le pourcentage de chômeurs dans la population active. On cherche à comparer les taux de chômage de trois pays A, B et C à partir des informations suivantes :

- Le pays A compte 3 millions de chômeurs pour 30 millions d'actifs.
- Le pays B compte 4 millions de chômeurs pour 50 millions d'actifs.
- Le nombre de chômeurs du pays C représente 9 % de sa population active.

Si on range ces trois pays dans l'ordre croissant de leur taux de chômage, on obtient :

- A-B-C B-C-A A-C-B C-B-A

(Source : MEN-SG-DEPP)

4. Étant en difficulté l'an passé, une entreprise a diminué la prime annuelle de ses employés de 50 %. Cette année, une amélioration de la situation conduit la direction à augmenter la prime de 50 %.

La prime va revenir à son niveau initial.

- Vrai Faux

5. Pendant la période des soldes, un magasin affiche 70 % de réduction, puis 20 % de réduction supplémentaire. Un article coûtait 80 € avant les soldes. **Quel est son prix après les deux réductions ?**

- 8 € 11,20 € 19,20 € 44,80 €

6. Un autre magasin affiche 60 % de réduction, puis 40 % de réduction supplémentaire. Un article coûtait 120 €. **Quel est son prix après les deux réductions ?**

- 0 € 20 € 28,80 € 43,2 €

7. Un troisième magasin affiche 70 % de réduction, puis 50 % de réduction supplémentaire. Un article coûtait 100 €. Quel est son prix après les deux réductions ?

- 15 € 35 € il est gratuit il est gratuit et on reçoit un bon d'achat de 20 €

8. Un magasin de vélos électriques propose la promotion suivante : 10 % de réduction sur tous les modèles. Paiement de 40 % du vélo à l'achat et le reste sur quatre mensualités identiques. **Quel sera le montant de chaque mensualité pour un vélo coûtant 800 € avant la promotion ?**

- 72 € 80 € 100 € 108 €

Analyse de l'activité diagnostique

Question	Objectif	Analyse des distracteurs
1.	Savoir que $t\%$ égale $t/100$.	<p>Réponse attendue : 0,07</p> <p>7 : l'élève confond unité et pourcentage.</p> <p>0,7 : l'élève n'effectue pas la division ou ne place pas correctement la virgule.</p> <p>1,07 : l'élève confond taux et coefficient multiplicateur.</p>
2.	Calculer une proportion exprimée en pourcentage.	<p>Réponse attendue : 1800</p> <p>900 : l'élève calcule 90 % de 1000 ou identifie 90 % à 900.</p> <p>1910 : l'élève n'utilise pas les pourcentages et utilise les deux données présentes dans l'énoncé afin d'écrire un calcul sans lien avec la question (2000 – 90).</p> <p>1990 : l'élève retire 10 à 2000.</p>
3.	Calculer et comparer des pourcentages.	<p>Réponse attendue : B-C-A</p> <p>A-B-C : l'élève compare uniquement les données numériques 3, 4 et 9.</p> <p>A-C-B : l'élève classe les pays selon l'ordre décroissant de leur taux de chômage.</p> <p>C-B-A : l'élève classe les pays selon l'ordre décroissant des données numériques.</p>
4.	Savoir que les taux d'évolution ne s'ajoutent pas lors d'évolutions successives, que des évolutions de taux opposés ne se compensent pas.	<p>Réponse attendue : Faux</p> <p>Vrai : l'élève additionne les taux d'évolution.</p>
5.	Calculer des évolutions successives.	<p>Réponse attendue : 19,20 €</p> <p>8 € : l'élève additionne les taux et applique une diminution de 90 %.</p> <p>11,20 € : l'élève calcule un pourcentage de pourcentage ou multiplie toutes les données.</p> <p>44,80 € : l'élève utilise un coefficient multiplicateur de 0,7 pour la première réduction.</p>

6.	Calculer des évolutions successives.	<p>Réponse attendue : 28,80 €</p> <p>0 € : l'élève additionne les taux et applique une réduction de 100 %.</p> <p>43,2 € : l'élève utilise un coefficient multiplicateur de 0,6 pour la première réduction.</p> <p>20 € : L'élève ajoute 60 et 40 et l'enlève à 120</p>
7.	Calculer des évolutions successives.	<p>Réponse attendue : 15 €</p> <p>35 € : l'élève calcule un pourcentage de pourcentage ou multiplie toutes les données.</p> <p>On offre 20 € : l'élève additionne les taux et applique une réduction de 120 %.</p> <p>C'est gratuit : l'élève additionne les taux mais refuse l'idée d'un prix négatif.</p>
8.	Enchaîner des calculs d'évolution et de proportions.	<p>Réponse attendue : 108 €</p> <p>72 € : l'élève applique les mensualités sur 40 % du prix ou se trompe dans le coefficient multiplicateur.</p> <p>80 € : l'élève calcule 10 % de 800 euros.</p> <p>100 € : l'élève ajoute les pourcentages 10 % et 40 %, calcule 50 % de 800 euros puis divise par 4.</p>

Activité de réinvestissement

Le CO₂ en Europe

Extrait du DNB Asie 2019

Le tableau ci-dessous présente les émissions de gaz à effet de serre pour la France et l'Union européenne, en millions de tonnes équivalent CO₂, en 1990 et 2013

	1990 (en millions de tonnes équivalent CO ₂)	2013 (en millions de tonnes équivalent CO ₂)
France	549,4	490,2
Union européenne	5 680,9	

Source : Agence européenne pour l'environnement, 2015

1. Entre 1990 et 2013, les émissions de gaz à effet de serre dans l'Union européenne ont diminué de 21 %.

Quelle est la quantité de gaz à effet de serre émise en 2013 par l'Union européenne ?

Donner une réponse à 0,1 million de tonnes équivalent CO₂ près.

2. La France s'est engagée d'ici 2030 à diminuer de 2/5 ses émissions de gaz à effet de serre par rapport à 1990.

Justifier que cela correspond pour la France à diminuer d'environ 1/3 ses émissions de gaz à effet de serre par rapport à 2013.

L'addition s'il vous plaît

Extrait du DNB Pondichéry 2012

Dans cet exercice, toute trace de recherche, même incomplète, sera valorisée.

La note de restaurant suivante est partiellement effacée.

Retrouvez les éléments manquants, en présentant les calculs effectués.

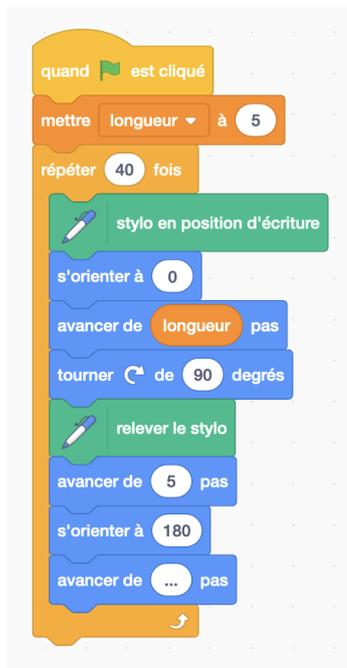
RESTAURANT « la Gavotte »	
4 menus à 16,50 € l'unité
1 bouteille d'eau minérale
3 cafés à 1,20 € l'unité
Sous total
Service 5,5 % du sous total	4,18 €
Total

Programmation et augmentation

Camille a conçu le programme A qui, exécuté, trace la figure ci-dessous. Cette figure est composée de segments de 5 pixels de hauteur.



Programme A



Programme B



1. Quel est l'écart entre deux segments avec le programme A ?
2. Compléter la dernière ligne du programme A.
3. Camille souhaite faire évoluer son programme de sorte que les bâtonnets soient à chaque étape plus hauts. Elle crée alors le programme B afin qu'il respecte la contrainte suivante : le premier bâtonnet mesure 5 pixels, et chaque bâtonnet a la hauteur du précédent augmentée de 10 %.
4. Quelle est alors la longueur du 3^e segment ?
5. L'écart entre deux segments évolue-t-il lui aussi ? Expliquer.
6. Compléter les deux dernières lignes du programme B.
7. Quelle sera la longueur du dernier segment tracé ? Donner une valeur approchée au centième de pixel.
8. Quelle expression algébrique permettrait de calculer la longueur d'un dernier segment si le programme construit cette fois 100 segments ?

Ressources complémentaires

<https://eduscol.education.fr/document/17269/download>

<https://eduscol.education.fr/document/17281/download>