



VOIE GÉNÉRALE ET TECHNOLOGIQUE

2^{DE}

1^{RE}

T^{LE}

Mathématiques

Accompagnement
personnalisé

Calculer un taux d'évolution global

Domaine : Statistiques et probabilités

Sous domaine : Utiliser l'information chiffrée

Compétences mathématiques : Chercher, modéliser, raisonner, calculer, communiquer

Références au programme : Organisation et gestion de données

Objectifs :

En matière d'information chiffrée, les élèves ont travaillé au cycle 4 sur les effectifs, fréquences, proportions, pourcentages, coefficient de proportionnalité, taux d'évolution, coefficient multiplicateur. L'objectif ici est de consolider et de prolonger ce travail par l'étude de situations multiplicatives : proportion de proportion, évolutions successives ou réciproques. Les élèves doivent distinguer si un pourcentage exprime une proportion ou une évolution.

Contenus :

- Proportion, pourcentage d'une sous-population dans une population.
- Ensembles de référence inclus les uns dans les autres : pourcentage de pourcentage.
- Évolution : variation absolue, variation relative.
- Évolutions successives, évolution réciproque : relation sur les coefficients multiplicateurs (produit, inverse).

Capacités :

- Exploiter la relation entre effectifs, proportions et pourcentages.
- Traiter des situations simples mettant en jeu des pourcentages de pourcentages.
- Exploiter la relation entre deux valeurs successives et leur taux d'évolution.
- Calculer le taux d'évolution global à partir des taux d'évolution successifs. Calculer un taux d'évolution réciproque.

Objectifs

- Diagnostiquer les difficultés de mise en œuvre de la proportionnalité et des pourcentages.
- Corriger les erreurs récurrentes dans l'interprétation des pourcentages.
- Travailler sur l'erreur et l'exploiter pour lever les ambiguïtés.
- Réactiver et consolider le calcul du taux d'évolution global lors d'évolutions successives ou réciproques.
- Décomposer une tâche complexe en plusieurs sous-tâches simples.
- Suivant la place dans la progression, l'activité peut être proposée en amont de la séquence « Informations chiffrées » ou bien en aval pour vérifier et consolider les connaissances autour des problèmes d'évolution en pourcentage.

Modalités

Durée : deux séances de 55 minutes

Les séances sont en quatre temps :

- Activité diagnostique (présentée en fin de document) : travail individuel puis correction sur les pourcentages et les taux d'évolution.
- Activité principale : travail individuel puis en groupes, proposition de la directrice.
- Activité principale : travail en groupes : proposition des salariés et retour à la valeur de départ.
- Activité principale : reprise collective.

Suivant les objectifs qu'il poursuit et le temps qu'il souhaite y consacrer, l'enseignant pourra conduire le travail de façon continue ou répartir les différents temps dans des séances distinctes.

Énoncé de l'activité d'Accompagnement personnalisé

Une entreprise donne à ses salariés une prime trimestrielle. En raison d'un ralentissement de l'activité économique, l'entreprise se retrouve fragilisée. Afin de sauver leur entreprise, la directrice et les salariés décident de baisser le montant de la prime trimestrielle de 30 %. Les salariés acceptent cette décision pour sauver leur entreprise et leurs emplois.

L'année suivante, la situation économique de l'entreprise commence à s'améliorer. La directrice décide alors d'augmenter la prime de 7 % chaque trimestre de l'année, afin de compenser progressivement la baisse de l'année précédente. Les salariés contestent cette augmentation et demandent une augmentation progressive de la prime de 10 % à chacun des trimestres ou une augmentation immédiate d'au moins 50 %. La directrice juge cette demande excessive et la refuse.

Étudier chacune des propositions. Proposer une solution pour que la prime des salariés revienne à la valeur de départ.

Commentaires de l'activité

Analyse de l'activité

Quelles procédures correctes les élèves peuvent-ils utiliser pour résoudre la tâche ?

Les élèves doivent déterminer le taux d'évolution global dans les 3 cas :

- Baisse de 30 % puis 4 hausses successives de 7 %
- Baisse de 30 % puis 4 hausses successives de 10 %
- Baisse de 30 % puis hausse de 50 %

Ils doivent ensuite comparer les taux obtenus avec un taux pour 100% soit 1.

Enfin, les élèves peuvent proposer une solution soit :

- en déterminant par *essai erreur*, une valeur approchée du taux d'évolution (trimestriel et annuel)
- ou en calculant par une évolution réciproque l'augmentation annuelle qui permettrait de rattraper la baisse de 30% de la prime.

Quelles erreurs les élèves risquent-ils de faire ? Quelles difficultés peuvent-ils rencontrer ?

- Le nombre de trimestres dans une année civile n'est pas le nombre de trimestres dans une année scolaire : les élèves peuvent n'appliquer que 3 évolutions au lieu de 4. Cette erreur ne change en rien la tâche mathématique des élèves mais peut changer la conclusion de la résolution.
- Les élèves peuvent, malgré l'activité diagnostique, être tentés d'ajouter les taux d'évolution.
- La stratégie de résolution d'une tâche complexe peut mettre en difficulté certains élèves. Une décomposition du problème en sous-problèmes pourra leur être proposée pour les aider.
- Les valeurs des taux réciproques ne sont pas des nombres décimaux. Si les élèves cherchent une valeur approchée, ils doivent décider eux-mêmes de la précision de la solution qu'ils vont fournir à l'aide de la calculatrice ou d'un tableur. Au besoin, l'enseignant pourra intervenir ponctuellement pour proposer une marge d'erreur ou bien la proposer dans l'énoncé.

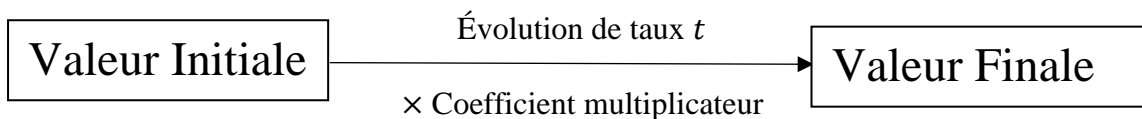
Remédiation

Pour aider les élèves qui ont des difficultés à modéliser ce problème, on peut préciser que le montant de la prime trimestrielle est 150 €. Suivant les difficultés à la résolution des différentes étapes du problème, on pourra proposer un des 4 coups de pouce ci-dessous :

Le montant initial de la prime trimestrielle était de 150 €.

1. Pendant la crise, quel était le montant de la prime trimestrielle ?
2. Recopier et compléter le texte ci-après :
« Baisser 150 € de 30 % revient à multiplier 150 € par La prime trimestrielle sera alors de €. »
3. À la sortie de la crise, calculer les montants des quatre primes trimestrielles proposées par le directeur. Est-ce que le montant de la dernière prime est revenu au niveau d'avant la crise ?
4. À la sortie de la crise, calculer les montants des quatre primes trimestrielles proposées par les salariés. Est-ce que le montant de la dernière prime est revenu au niveau d'avant la crise ?

- Pour aider les élèves qui ont des difficultés à calculer les taux d'évolution des différentes propositions, on peut schématiser le calcul du taux ainsi :



Suivant les difficultés à la résolution des différentes étapes du problème, on pourra proposer un des 4 coups de pouce ci-dessous :

1. Baisser de 30 % revient à multiplier par
2. Augmenter de 7 % revient à multiplier par, donc augmenter quatre fois de 7 % revient à multiplier par
3. Baisser de 30 % puis augmenter 4 fois de 7 % revient à multiplier par
4. Le montant de la prime trimestrielle après la crise va de %.

Déroulé

Les activités ont été pensées pour 2 séances de 55 minutes tout en offrant une souplesse à l'enseignant en fonction de ses objectifs, de sa progression et du temps qu'il souhaite y consacrer :

- l'activité diagnostique peut être faite, complètement ou partiellement, au moment de la séance ou en amont ;
- l'activité principale peut être menée sur une seule séance de 55 minutes et la reprise ou la correction à la séance suivante etc...

Séance 1

- Activité diagnostique (15 – 20 min)
Les élèves répondent aux QCM individuellement. Une correction collective permet ensuite de travailler sur les erreurs attendues (définition d'un pourcentage, somme des taux d'évolutions, etc.). Selon l'avancement dans la progression au moment de l'activité, on pourra proposer uniquement les questions 1 à 4 ou les questions 5 à 9. Les autres questions peuvent être traitées hors du temps scolaire.
- Activité principale (30 – 35 min) :
Après une phase d'appropriation individuelle (10min), les élèves travaillent en groupes pendant 20 - 25 min. L'objectif est de permettre aux élèves d'élaborer une stratégie générale pour répondre au problème (cf supra) et de déterminer le calcul qui permet d'obtenir le taux d'évolution global pour au moins une des propositions. On pourra éventuellement leur fournir l'une des aides différenciées proposées dans la partie remédiation.

Séance 2

- Activité principale (20 - 25 min) :
Poursuite du travail avec la détermination des autres taux d'évolution globaux et détermination des taux d'évolution trimestriels et annuel permettant de revenir à la situation initiale. A partir de leur brouillon, les élèves doivent enfin rédiger individuellement leur proposition argumentée de solution qui doit comprendre la comparaison des deux propositions et les valeurs des taux réciproques.
- Reprise collective (25-30 min) :
Plusieurs formats de reprise sont envisageables :
 - o Cours dialogué sur les différentes solutions et stratégies trouvées.
 - o Présentation par groupe avec utilisation d'affiches.
 - o Présentation orale des travaux de certains élèves.

Au-delà de la proposition d'une solution du problème, il est intéressant de montrer la diversité des stratégies employées pour résoudre le problème proposé.

Verbalisation

L'activité diagnostique et l'activité principale permettent un travail sur les erreurs fréquentes liées aux évolutions et aux pourcentages : les taux d'évolution ne s'additionnent pas lors d'évolutions successives, des évolutions de taux opposés ne se compensent pas.

Le travail en groupe favorise les échanges entre élèves et les incite à verbaliser les notions mathématiques qu'ils veulent utiliser.

Enfin, le temps de reprise collective permet un échange oral sur les méthodes employées ainsi que sur les difficultés rencontrées par les groupes.

Trace écrite

La trace écrite est dépendante du positionnement de l'activité dans la progression annuelle. Dans le cas d'un travail introductif à la séquence sur les taux d'évolution, la trace écrite pourra comporter le calcul d'un taux d'évolution et du taux global lors d'évolutions successives et le calcul d'un taux réciproque. Si le travail se situe en aval de la séquence, on pourra mettre en avant que l'on n'additionne pas les taux lors d'évolutions successives et la procédure de calcul d'un taux réciproque.

Il est aussi intéressant de rédiger complètement la question 7 du diagnostic. En effet, l'élève qui calcule un pourcentage de pourcentage trouvera également 28,80 € alors que son raisonnement est erroné. On peut déceler ce raisonnement incorrect à la question précédente qui ne mène pas à la bonne réponse. C'est l'occasion de souligner le rôle important du raisonnement et de la rédaction lors de l'élaboration de la réponse.

Les aides proposées parmi les pistes de différenciation conduisent naturellement à une rédaction des raisonnements du directrice et des salariés. Il est alors intéressant de demander à l'élève un argumentaire expliquant et analysant les différents résultats ainsi que la détermination du calcul du taux d'évolution permettant de revenir à la situation initiale.

Pistes de différenciation

Énoncé 1 : uniquement le point de vue de la cheffe d'entreprise.

Une entreprise donne à ses salariés une prime trimestrielle. En raison d'un ralentissement de l'activité économique, l'entreprise se retrouve fragilisée. La directrice de l'entreprise décide alors de baisser le montant de la prime trimestrielle de 30 %. Les salariés acceptent cette décision pour sauver leur entreprise et leurs emplois.

L'année suivante, la situation économique de l'entreprise commence à s'améliorer. La directrice décide alors d'augmenter la prime de 7 % chaque trimestre de l'année, afin de compenser progressivement la baisse de l'année précédente.

Est-on revenu à la situation de départ ?

Énoncé 2 : on ne demande pas de revenir à la situation initiale.

Une entreprise donne à ses salariés une prime trimestrielle. En raison d'un ralentissement de l'activité économique, l'entreprise se retrouve fragilisée. La directrice de l'entreprise décide alors de baisser le montant de la prime trimestrielle de 30 %. Les salariés acceptent cette décision pour sauver leur entreprise et leurs emplois.

L'année suivante, la situation économique de l'entreprise commence à s'améliorer. La directrice décide alors d'augmenter la prime de 7 % chaque trimestre de l'année, afin de compenser progressivement la baisse de l'année précédente. Les salariés contestent cette augmentation et demandent une augmentation progressive de la prime de 10 % à chacun des trimestres.

Étudier la situation. Une des propositions permet-elle de revenir à la situation de départ ?

Activité diagnostique sur les pourcentages et les taux d'évolution

Énoncé

1. Le nombre représenté par 7 % est :

- 7 0,7 0,07 1,07

2. Un département français a un taux de réussite au baccalauréat de 90 %. Sachant que 2 000 élèves ont passé le bac dans ce département, combien d'élèves l'ont obtenu ?

- 900 1 800 1 910 1 990

3. Un article coûtait 110 € avant les soldes. Après les soldes, il coûte 88 €. Quel est le taux de réduction qui a été appliqué ?

- 12 % 20 % 22 % 25 %

4. Le taux de chômage d'un pays est le pourcentage de chômeurs dans la population active. On cherche à comparer les taux de chômage de trois pays A, B et C à partir des informations suivantes :

- Le pays A compte 3 millions de chômeurs pour 30 millions d'actifs.
- Le pays B compte 4 millions de chômeurs pour 50 millions d'actifs.
- Le nombre de chômeurs du pays C représente 9 % de sa population active.

Si on range ces trois pays selon l'ordre croissant de leur taux de chômage, on obtient :

- A-B-C B-C-A A-C-B C-B-A (Source : MEN-SG-DEPP)

5. Étant en difficulté l'an passé, une entreprise a diminué la prime annuelle de ses employés de 50 %. Cette année, une amélioration de la situation conduit la direction à augmenter la prime de 50 %.

La prime va revenir à son niveau d'avant les difficultés.

- Vrai Faux

6. Pendant la période des soldes, un magasin affiche 70 % de réduction et 20 % de réduction supplémentaire. Un article coûtait 80 € avant les soldes. Quel est son prix après les deux réductions ?

- 8 € 11,20 € 19,20 € 44,80 €

7. Un autre magasin affiche 60 % de réduction et 40 % de réduction supplémentaire. Un article coûtait 120 €. Quel est son prix après les deux réductions ?

- 0 € 20 € 28,80 € 43,2 €

8. Un troisième magasin affiche 70 % de réduction et 50 % de réduction supplémentaire. Un article coûtait 100 €. Quel est son prix après les deux réductions ?

- 15 € 35 € il est gratuit il est gratuit et on reçoit un bon d'achat de 20 €

9. Un magasin de vélos électriques propose la promotion suivante : 10 % de réduction sur tous les modèles. Paiement de 40 % du vélo à l'achat et le reste sur quatre mensualités identiques. Quel sera le montant de chaque mensualité pour un vélo coûtant 800 € avant la promotion ?

- 72 € 80 € 100 € 108 €

Analyse de l'activité diagnostique

| Question | Objectif | Analyse des distracteurs |
|----------|---|--|
| 1. | Savoir que $t\%$ représente $t/100$. | Réponse attendue : 0,07 <ul style="list-style-type: none"> 7 : l'élève confond unité et pourcentage. 0,7 : l'élève fait une erreur de calcul. 1,07 : l'élève confond taux et coefficient multiplicateur. |
| 2. | Calculer une proportion exprimée en pourcentage. | Réponse attendue : 1 800 <ul style="list-style-type: none"> 900 : l'élève calcule 90 % de 1 000 ou identifie 90 % à 900. 1 910 : l'élève n'utilise pas les pourcentages et utilise les deux données présentes dans l'énoncé afin d'écrire un calcul sans lien avec la question (2 000 – 90). 1 990 : l'élève retire 10 à 2 000. |
| 3. | Calculer une évolution | Réponse attendue : 20 % <ul style="list-style-type: none"> 12 % : l'élève calcule la diminution à partir de 100 et non de 110. 22 % : l'élève calcule la diminution absolue et effectue la soustraction 110 – 88. 25 % : l'élève calcule le taux d'augmentation à appliquer à 88 pour retrouver 110. |
| 4. | Calculer et comparer des pourcentages. | Réponse attendue : B-C-A <ul style="list-style-type: none"> A-B-C : l'élève compare uniquement les données numériques 3, 4 et 9. A-C-B : l'élève classe les pays selon l'ordre décroissant de leur taux de chômage. C-B-A : l'élève classe les pays selon l'ordre décroissant des données numériques. |
| 5. | Savoir que les taux d'évolution ne s'ajoutent pas lors d'évolutions successives, que des évolutions de taux opposés ne se compensent pas. | Réponse attendue : Faux <ul style="list-style-type: none"> Vrai : l'élève additionne les taux d'évolution. |
| 6. | Calculer des évolutions successives. | Réponse attendue : 19,20 € <ul style="list-style-type: none"> 8 € : l'élève additionne les taux et applique une diminution de 90 %. 11,20 € : l'élève calcule un pourcentage de pourcentage ou multiplie toutes les données. 44,80 € : l'élève utilise un coefficient multiplicateur de 0,7 pour la première réduction. |
| 7. | Calculer des évolutions successives. | Réponse attendue : 28,80 € <ul style="list-style-type: none"> 0 € : l'élève additionne les taux et applique une réduction de 100 %. 43,2 € : l'élève utilise un coefficient multiplicateur de 0,6 pour la première réduction. 20 € : L'élève ajoute 60 et 40 et l'enlève à 120 |

| | | |
|----|---|--|
| 8. | Calculer des évolutions successives. | <p>Réponse attendue : 15 €</p> <ul style="list-style-type: none"> • 35 € : l'élève calcule un pourcentage de pourcentage ou multiplie toutes les données. • On offre 20 € : l'élève additionne les taux et applique une réduction de 120 %. • C'est gratuit : l'élève additionne les taux mais refuse l'idée d'un prix négatif. |
| 9. | Enchaîner des calculs d'évolution et de proportion. | <p>Réponse attendue : 108 €</p> <ul style="list-style-type: none"> • 72 € : l'élève applique les mensualités sur 40 % du prix ou se trompe dans le coefficient multiplicateur. • 80 € : l'élève calcule 10 % de 800 euros. • 100 € : l'élève ajoute les pourcentages 10 % et 40 %, calcule 50 % de 800 euros puis divise par 4. |

Pistes de prolongements

- Utilisation d'un tableur : Celui de la calculatrice pour un travail individuel. Celui de l'ordinateur pour une mise en commun en classe.
- Proposer un algorithme écrit en Python à compléter et implémenter.
- Étudier l'évolution des primes trimestrielles sous forme d'un graphique. Faire le lien avec les fonctions affines par morceaux. Rechercher des coefficients directeurs et leur donner une interprétation.

Mobilité en scooter électrique : Après l'obtention de son Baccalauréat, un élève décide d'acheter un scooter électrique à 2 500 € pour se faire plaisir, aller à l'université et à son travail du week-end. Le banquier lui propose un crédit à un taux annuel de 4 % avec un remboursement mensuel de 40 €. Cela signifie qu'au début de chaque année de remboursement, la banque augmente de 4 % sur la somme qui reste à payer.

1. Au bout de combien d'années l'élève aura-t-il remboursé son crédit ?
2. Combien le scooter lui aura-t-il finalement coûté ?
3. En comparant le prix initial avec le prix final, calculer le taux d'augmentation du coût du scooter.